بسم الله الرحمن الرحيم

والصلاة والسلام على سيد المرسلين محمد أشرف المخلوقين وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد ، في إطار سلسلة الكتب المرتبة والمفهرسة التي جمعت من مواقع الأنترنت التعليمية أقدم هذا الكتاب الذي يضم دروس وتمارين معظمها مع الحل في مادة الفيزياء والكيمياء للسنة الثانية بكالوريا شعب علوم رياضية وعلوم تجريبية ،والتي جمعت من موقع الأستاذ علال محداد

sciencephysique.ifrance.fr

راجيا من الله أن ينفع به

لتصفح أي درس إضغط على عنوانه في الفهرس وكذلك التمارين ، وللرجوع للفهرس إضغط على

تجميع وترتيب وفهرست

Almohannad

عضو بمنتديات دفاتر

الفهرس

الأسئلة التي تطرح على الفيزيائي		
الموجات الميكانيكية المتوالية	تمارين	الحل
الموجات الميكانيكية المتوالية الدورية	تمارين	الحل
انتشار موجة ضوئية	تمارين	الحل
حيود الضوء بواسطة شبكة	تمارين	الحل
التناقص الإشعاعي	تمارين	الحل
النوى ، الكتلة والطاقة	تمارين	الحل
	تمارين توليفية حول الفيزياء النووية	الحل
ثنائي القطب RC	تمارين	الحل
ثنائي القطب RL	تمارين	الحل
الذبذبات الحرة في دارة متوالية RLC	تمارين	الحل
الدارة المتوالية في النظام الجيبي القسري(RLC)	تمارين	الحل
الموجات الكهرمغنطيسي ، ننقل المعلومات		
تضمين الوسع	تمارين	
قوانين نيوتن	تمارين	
السقوط الرأسي لجسم صلب	تمارين	
الحركات المستوية	تمارين	
الأقمار الاصطناعية والكواكب	تمارين	
حركة دوران جسم حول محور ثابت	تمارين	الحل
المجموعات الميكانيكية المتذبذبة	تمارين	الحل
المظاهر الطاقية	تمارين	الحل
الذرة وميكانيك نيوتن	تمارين	الحل
الأسئلة التي تطرح على الكيميائي	تمارين	الحل
التحولات السريعة والتحولات البطيئة	تمارين	الحل
التتبع الزمني للتحول - سرعة التفاعل	تمارين	الحل
التحولات الكيميائية التي تحدث في منحيين	تمارين	
حالة توازن مجموعة كيميائية	تمارين	
التحولات المقرونة بالتفاعلات حمض ـ قاعدة في محلول مائي	تمارين	
التطور التلقائي لمجموعة كيميائية		
التحولات التلقائية في الأعمدة	تمارين	
أمثلة لتحولات قسرية - العلوم الفيزيائية والرياضية	تمارين	
كيفية التحكم في تطور مجموعة كيميائية	تمارين	
التحكم في تطور مجموعة بتغيير متفاعل		

النظريات والنماذج في الفيزياء

نشاط وثائقي 1:

أين يتجلى عمل الفيزيائي ؟

لإبراز عمل الفيزيائي واهتمامه ، لابد من تعريف أهم ميزات الفيزياء . في هذا الصدد نورد ما كتبه (ألان أسبي Alain Aspect) وأخرون : " الفيزياء ككل علوم الطبيعة ، مستمدة من الطريقة التجريبية التي اعتمدت منذ عهد (غاليلي Galilée) .

غير أن للفيزياء مميزاتها ، فبينما ينكب علماء الرياضيات على إثبات مبرهنات ، ينهمك الفيزيائيون في إعداد نماذج بسيطة لإثبات صحتها وذلك بمقابلة أوصافها النظرية مع نتائج التجربة .

المقادير الفيزيائية إلى الواقع من أجل التأكد من صحت وصفهم ....

عندما يمر كاشف التجربة بنجاح ، ويضحى النموذج مثبتا وراسخا ، يفتح آنذاك باب لفيزياء تنبؤية ، إذ يعتبر التنبؤ إحدى الميزات الأساسية لعلم الفيزياء ."

النشاط الوثائقي 2

هل ينتهي عمل الفيزيائي ببناء نظرية أو نموذج تنبئي ؟

العالم الإنجليزي الكبير (ستيفان هاوكينغ Stephan Hawking) يجيب عن هذا التساؤل ، فيكتب :

" في الفيزياء ، تعتبر نظرية ما مؤقتة من منظور أنها لا تشكل سوى فرضية مهما كبر عدد مرات التي توافق نتائج التجربة تلك النظرية ... ، إذ يكفي حدوث ملاحظة واحدة مناقضة لتوقعات النظرية لكي تصبح هذه الأخيرة مفندة ...

تبقى النظرية ذات مصداقية ما دامت التجارب الجديدة تؤكد توقعاتها ، مما يعظم تقتنا فيها ، لكن أقل تعارض تبرزه ملاحظة ما مع النظرية يجعل من الضروري إعادة فحص النظرية تغييرها ، أو التخلي عنها "

استثمار :

1 ـ ما هي عناصر المنهج التجريبي ؟ (استعن ببحث في موسوعة علمية أو على الأنترنيت)

- ملاحظة الظاهرة المراد دراستها مع طرح مجموعة من الأسئلة لها ارتباط بالظاهرة

مثلا بالنسبة للأسئلة التي يجب أن يطرحها الفيزيائي :

ماهي المقادير المناسبة التي تسمح بدراسة الظاهرة ؟

ما هي البارامترات الخارجية التي تتحكم في تطور الظاهرة ؟

هل تطور الظاهرة سريع أم بطيء ؟

هل هو رتيب أم متغير ؟ هل هو دوري أم لا دوري ؟

- الفرضية .

نجيب عن هذه الأسئلة بوضع فرضيات

- التجربة .

هذه المرحلة تجرى بالمختبر وهي ظرورية لتأكد من صلاحية الفرضية أو تفنيدها .

للقيام بالتجربة داخل المختبر يجب أولا نمذجة الظاهرة .

النمذجة

ظواهر تخص ميدانه .

أمثلة لنماذج في الفيزياء : نموذج الذرة لروديرفورد النموذج الشمسي

نموذج التحول الكيميائي بتفاعل كيميائي الخ ...

للتجربة ثلاثة أطوار :

1 ـ عملية التجريب والتي تتطلب دقة اختيار البرامترات الخارجية التي تتحكم في الظاهرة وكذلك دقة الملاحظة .
2 ـ تسجيل الملاحظات المتعلقة بالتجربة (دراسة كيفية أو كمية ، مبيانات ، الخ ...)
3 ـ استثمار النتائج المحصل عليها .

- الاستنتاج . علاقة رياضية بين البرامترات الخارجية
- التعميم . صلاحية العلاقة بتعدد التجارب وهذا يمكن من صياغة قانون أو مبدأ أو قاعدة .

مثال : مبدأ القصور ـ مبدأ انحفاظ كمية الحركة الخ ...

2

عمل الفيزيائي لا ينتهي ببناء نموذج وإنما يفتح بابا لفيزياء تنبؤية وهي ميزة أساسية بالنسبة للعالم الفيزيائي . أمثلة قوانين نيوتن في الميكانيك (معرفة الشروط البدئية لإطلاق صاروخ من موقع ما تمكن من تحديد العلو الذي يمكن أن يصل إليه هذا الصاروخ)
المبدأ الأساسي الذي تبنى عليه النظرية التنبؤية هو مبدأ الحتمية (إذا توفرت نفس الأسباب والشروط يؤدي بالضرورة إلى نفس النتائج وبطبيعة الحال أن تغير هذه الأسباب يؤدي إلى تغير النتائج)
تصبح النتائج المتحققة نسبية وتؤدي إلى الاحتمال عوض الحتمية .

3

التي تطرح عليه .
يحدد دور الفيزائي بصفة عامة إما في الأنشطة المهنية أو في مجال البحث العلمي
بعض الأمثلة لدور الفيزيائي في المجتمع :
ميدان الطاقة :
بالنسبة للطاقة النووية يبحث عن إيجاد طرق ووسائل
شروط السلامة في المفاعلات النووية أما على مستوى البحث العلمي يعمل على إيجاد طاقة بديلة تحاظ على توازن بيئيو سليم .
ميدان الصناعة
تطوير مختلف التكنولوجيات المستعملة في الصناعات سواء الخفيفة منها أو الثقيلة والبحث عن تكنولوجيات جديدة .
ميدان الطب
صناعة وتطوير وتوظيف الأجهزة قصد تشخيص الأمراض ومعالجتها وبالتالي تحسين المستوى الصحي للإنسان.
ميدان الطيران والفضاء
صناعة وإطلاق الأقمار الاصطناعية من أجل دراسة الكون وتطوير وسائل الاتصال والتواصل والمساهمة في الاكتشافات الفضائية .
النشاط الوثائقي 3
وصف ظاهرة (القفز بالمظلة)
القفز بالمظلة رياضة تسترعي اهتماما متزايدا لفئة من الناس ، وتتلخص مراحل سقوط مظلي فيما يلي :

- المرحلة الأولى : يقفز الرياضي من الطائرة من ارتفاع يناهز 4000m من سطح الأرض ؛ بحيث يخضع لحركة سقوط حر ، فتتزايد سرعته لتصل إلى حوالي 200km/h أو ما يفوق ، حسب وضع جسمه أثناء السقوط .
- المرحلة الثانية : على بعد 1000m تقريبا من سطح الأرض يفتح الرياضي المظلة فتنقص سرعته بشكل كبير لتبلغ حوالي 15km/h خلال بضع ثواني .
- المرحلة الثالثة : تبقى خلالها سرعة المظلي ثابتة تقريبا .

- المرحلة الرابعة : مرحلة نزول المظلي فوق سطح الأرض ، وتتطلب إثقان المظلي استعمال أدوات التحكم في مظلته .

نمذجة الظاهرة (الدراسة التجريبية)

نعتبر الحالة الخاصة للقفز بالمظلة حيث تكون السرعة البدئية للرياضي منعدمة .

لنمذجة الظاهرة في هذه الحالة ، نستعمل العدة التجريبية التالية :

علبة أسطوانية الشكل مشدودة بواسطة أربعة خيوط بثوب تم قصه بعناية ، مسطرة مدرجة ، كاميرا رقمية ، حاسوب مزود ببرنم مناسب لتحديد نقط المسار ومعالجة المعطيات

استثمار :

1 ـ ما طبيعة حركة الرياضي خلال المرحلتين الأولى والثانية ؟

المرحلة الأولى

حركة متغيرة لكون أن السرعة تتغير ومتسارعة لأن السرعة تزداد خلال سقوطه .

المرحلة الثانية

حركة متباطئة

2 ـ أذكر المقادير التي تسمح بوصف تطور حركة المجموعة { المظلي ، المظلة } .

الموضع ، السرعة ، الزمن ، التسارع ، القوى ، الطاقة ، كمية الحركة ، الخ...

3 ـ بماذا تمت نمذجة هذه المجموعة ؟

{ علبة أسطوانية ، ثوب }

4 ـ أذكر بعض عيوب النموذج المقترح .

مثلا : العلو يختلف بكثير عن النموذج المقترح نتيجة دوران الأرض

الظاهرة تتميز بعدة أزمنة بينما النموذج يتميز بزمن واحد

5 ـ اقترح طريقة العمل التجريبي بتوظيف عناصر العدة التجريبية المذكورة أعلاه ، مبرزا دور كل عنصر .

ظاهرة الزلازل

هزة أرضية تحدث في مناطق معينة من القشرة الأرضية سببها انتقال موجات زلزالية في الصخور، يعتقد أن سببها المباشر هو الانكسار المفاجىء للصخور نتيجة لتعرضها للضغط أو الشد أو كليهما فيؤدّي ذلك إلى حدّ من الإجهاد يتسبب في تشوه الصخور بالكسر. وينشأ عن الزلزال ثلاثة أنواع من الموجات الزلزاليةSeismic waves ، هي الموجات التضاغطية السريعة الانتشار. وتسبب تشوهاً مرناً في المواد الصلبة على هيئة نبضات متتالية من التخلخل والضغط في اتجاه انتشار الموجة، وهي أولى الموجات التي تصل إلى أجهزة التسجيل، وتسمى الموجات الأولية ويرمز لها بالحرف الإنجليزيP ، والنوع الثاني هو الموجات المستعرضة وتسبب ذبذبات عمودية على اتجاه انتشارها، وتسمى موجات ثانوية ويرمز لها بالحرف الإنجليزيS ، والنوع الثالث موجات سطحية تنشأ من انعكاسات الموجات الزلزالية في داخل القشرة غير المتجانسة، وهي موجات بطيئة نسبياً وتصل إلى أجهزة تسجيل الزلازل بعد الموجات والثانوية. تستخدم لرصد الزلازل أجهزة حساسة تسمى السيزموجراف.Seismograph
وتقاس شدة الزلزال بوحدات مقياس رختر، وهو مقياس لوغارتمى، فمثلاً الزلزال الذي شدته تقابل وحدتين من مقياس رختر يساوي في الشدة عشرة أضعاف الزلزال الذي له شدة تقابل وحدة واحد فقط من مقياس رختر، ويتدرج المقياس في شدته من وحدة واحدة إلى ثماني وحدات.
وينشأ الزلزال من نقطة في باطن الأرض هي بؤرة الزلزال Focus والنقطة الواقعة أعلى البؤرة مباشرة على سطح الأرض تسمى نقطة فوق المركز.Epicenter
وتنتشر موجات الزلازل في جميع بقاع الأرض، لكن مصادرها تتركز في أماكن محدودة يتكرر فيها حدوث الزلازل من وقت لآخر، وهي مناطق الأحزمة الزلزالية. يوجد حزام زلزال حول المحيط الهادي يمتد من شيلي إلى بيرو إلى أمريكا الوسطى ـ المكسيك ـ كاليفورنيا ـ غرب كندا ـ ألاسكا ـ اليابان ـ الفلبين ـ إندونسيا ونيوزلندا. ويشمل الحزام الثاني: شمال أفريقيا ـ أسبانيا ـ إيطاليا ـ اليونان ـ تركيا ـ إيران ـ شمال الهند ـ بورما إلى الصين. وتوجد مناطق نشيطة زلزالياً،

لكن أهميتها أقل من الحزامين الزلزاليين الأساسيين، وتنتشر هذه المناطق في المحيط المتجمد الشمالي، والمحيط الأطلسي والهندي ووسط سيبيريا وشمال وشرق أفريقيا. وتحدث الزلازل عادة في مناطق عدم الاستقرار في القشرة الأرضية. والزلازل قد تكون ضحلة، وهي التي تنشأ عند أعماق لا تزيد على ستين كيلومتراً وهي أخطر أنواع الزلازل.

استثمار

اقترح نمذجة بسيطة لكل من الموجات P والموجات S .

أقترح طريقة العمل التجريبي مع تحديد العدة التجريبية مبرزا دور كل عنصر .

خلاصة

ترتبط أنشطة الفيزيائي بصفة عامة بالميدان المهني وبمجال البحث العلمي و يتحدد دوره في تحليل وفهم ظاهرة ما .

لكون أن الفيزياء تلعب دورا أساسيا في التطور العلمي والتكنولوجي ، سواء على المستوى النظري أو التطبيقي ، مما يجعل العالم الفيزيائي يساهم بدور كبير في المجتمع بحيث تتجلى هذه المساهمة في المجالات التالية :

ـ المجال الطبي

ـ المجال الطاقي

ـ المجال الصناعي

ـ المجال الطيراني والفضائي .

ومن أجل دراسة الظواهر الفيزيائية تطرح على الفيزيائي عدة أسئلة .

من بين الأسئلة التي تطرح على الفيزيائي هناك على سبيل المثال :

ـ ما المقادير الفيزيائية الملائمة التي تسمح بدراسة تطور الظاهرة ؟

ـ ما البرامترات الخارجية التي تتحكم في تطور هذه الظاهرة ؟

ـ هل التطور سريع ، بطيء ، منتظم ، متغير ، دوري ، لادوري ؟

ـ هل يمكن تمييز التطور بزمن مميز أو أكثر ؟

ـ ما دور الشروط البدئية في تطور الظاهرة ؟

و لإيجاد حلول لهه الأسئلة يعتمد الفيزيائي عناصر المنهج العلمي انطلاقا من ملاحظة الظاهرة ومرورا ببناء وتوظيف نموذج نظري أو تجريبي ، وانتهاء باستخلاص النتائج .

الموجات الميكانيكية المتوالية
Les ondes mécaniques progressives

I ـ الموجات الميكانيكية المتوالية

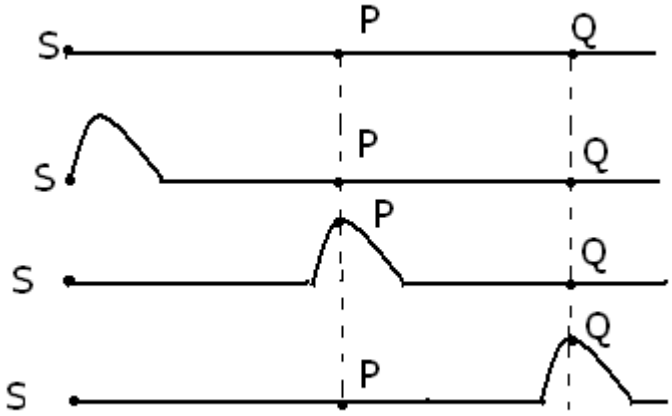
1 ـ الموجة الميكانيكية

النشاط التجريبي 1

نعرض التجارب التالية بواسطة فيديو أو القيام بها داخل القسم في حالة توفر المعدات اللازمة

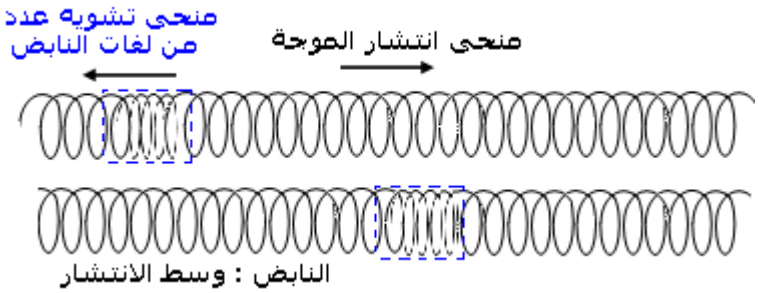
التجربة 1

نأخذ حبلا ونضعه على الأرض ، ونثبت أحد طرفيه ، ثم نقم بتحريك طرفه الآخر من ألأعلى نحو الأسفل .



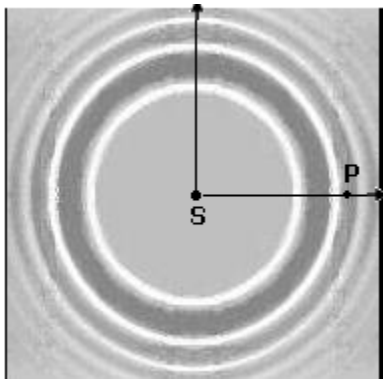
التجربة 2

نضع نابضا لفاته غير متصلة على الأرض ونضغط على بعض اللفات عند طرفه ونحررها



التجربة 3

نترك قطرة ماء تسقط على سطح ماء راكض .



استثمار

1 ـ صف في كل حالة ، التشوه البدئي للوسط ، واذكر طبيعة الوسط

التجربة	الوسط	التشوه البدئي للوسط	طبيعة الوسط	حالة الوسط
التجربة 1	الحبل	عمودي على الوسط	مادي يتكون من ذرات أي مرنة	صلبة
التجربة 2	النابض	متطابق مع الوسط	مادي يتكون من ذرات ، مرنة	صلبة
التجربة 3	الماء	عمودي على الوسط	مادي يتكون من جزيئات ، مرنة	سائلة

نسمي الوسط الذي ينتشر في التشويه **بوسط الانتشار** .

نسمي الحيز الذي انطلق منه التشويه **بمنبع الموجة** .

2 ـ بالنسبة لكل تجربة :

2 ـ 1 قارن بين حالات الوسط .

حالات وسط الانتشار في التجارب أعلاه كلها **مادية ومرنة**

2 ـ 2 هل يصاحب انتشار التشويه انتقال للمادة ؟ علل جوابك .

من خلال التجربة 1 ، فالنقطة P من وسط الانتشار أنها تتحرك أثناء مرور التشويه بها ، ثم ترجع إلى موضعها البدئي ، وتستقر بعد اجتيازه لها .

نستنتج أنه خلال انتشار الموجة ليس هناك انتقال للمادة التي تكون الوسط .

3 ـ اقترح تعريفا للموجة الميكانيكية .

نسمي موجة ميكانيكية ظاهرة انتشار تشوه في وسط مادي مرن دون انتقال للمادة التي تكون هذا الوسط

ملحوظة : نسمي موجة كل انتشار تشوه دون انتقال للمادة

2 ـ الموجة الميكانيكية المستعرضة والموجة الميكانيكية الطولية .

1ـ الموجة المستعرضة :

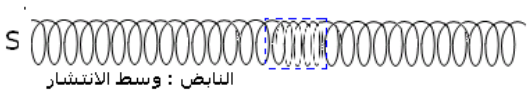
عندما تحدث موجة تشويها اتجاهه متعامد مع منحى انتشارها نقول أنها موجة مستعرضة .

2 ـ الموجة الطولية

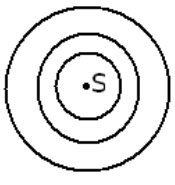
عندما تحدث موجة تشويها له نفس اتجاه منحى انتشار ها نقول أنها موجة طولية

على التبيانات التالية حدد اتجاه التشويه واتجاه الانتشار في التجارب السابقة

الحبل : وسط الانتشار



النابض : وسط الانتشار



وسط الانتشار : الماء

من بين الموجات المدروسة سابقا ، حدد المستعرضة منها والطولية .

التجربة	طبيعة الموجة ، طولية أم مستعرضة
التجربة 1	مستعرضة
التجربة 2	طولية
التجربة 3	مستعرضة

1 ـ 3 الموجات الصوتية

أ ـ الصوت موجة ميكانيكية

تجربة (فيديو)

عند تفريغ الإناء الزجاجي من الهواء يختفي صوت المرنة . مما يدل على أن الصوت لاينتشر في الفراغ أي أنه يحتاج إلى وسط مادي مرن إذن **الصوت موجة ميكانيكية تنتشر في جميع الاتجاهات (ثلاثي الأبعاد) وفي جميع الأجسام المادية (السائلة والصلبة والغازية).**

تجربة (فيديو)

عند النقر على الرنان ينبعث منه صوت يؤدي إلى تحريك الكرة مما يبين أن اتجاهي التشويه والانتشار يوجدان على استقامة واحدة إذن **الصوت موجة ميكانيكية طولية .**

نعلل انتشار موجة صوتية في وسط مادي بكونها أنها نتيجة انضغاط وتمدد لوسط الانتشار .

2 ـ الموجة الميكانيكية المتوالية

نعرف الإشارة أو الموجة ظاهرة تحدث في مدة قصيرة جدا . عندما نعيد بث هذه الموجة أو الإشارة مرات عديدة نحصل على موجة متوالية. يصاحب انتشار موجة انتقال الطاقة .

أمثلة لاهتزازات مصانة تمكّن من الحصول على موجات ميكانيكية متوالية .

ـ حركة شفرة معدنية مرنة تحرر بعد تقويسها .

ـ حركة حبال مركب خاضع لتأثير الرياح .

ـ عند نقر أوتار الكمان .

ملحوظة

وكيف تنتقل الطاقة في وسط الانتشار ؟ ما هي أنواع هذه الطاقة ؟

عند إحداث تشويه بالطرف S للحبل فإنها تكتسب طاقة ميكانيكية (طاقة الوضع : تغير الموضع ، والطاقة الحركية) على شكل شغل .

وعند وصول الموجة إلى كل نقطة من نقط وسط الانتشار تعيد نفس حركة المنبع S أي أنها تكتسب بدورها الطاقة الميكانيكية للمنبع S .

أي أنه عند انتشار الموجة طول الحبل يصاحبها انتقال طاقة ، على شكل طاقة ميكانيكية .

3 ـ سرعة انتشار موجة ميكانيكية

أ ـ تجربة 4

قياس سرعة انتشار موجة ميكانيكية مستعرضة طول حبل متجانس ومتوتر بين حاملين

نستعمل خليتين كهر ضوئيتين B_1 و B_2 بحيث تفصل بينهما مسافة d ونوصلهما بميقت إلكتروني .

عند مرور الموجة أمام الخلية B_1 ، يشتغل الميقت ويتوقف عند مرورها أمام الخلية B_2 .

نقيس المدة الزمنية Δt التي يستغرقها انتشار الموجة بين B_1 و B_2 لمختلف قيم المسافة d.

نحصل على النتائج التالية :

d(m)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Δt(s)	0	0,09	0,18	0,27	0,36	0,45	0,54

على ورق مليمتري نمثل d=f(Δt)

نحصل على مستقيم يمر من أصل المحورين

نستخلص أن d تتغير خطيا مع المدة الزمنية Δt أي أن $c = \frac{d}{\Delta t}$ حيث يدل c على سرعة انتشار الموجة طول الحبل .

ب ـ العوامل التي تؤثر في سرعة الانتشار طول الحبل .

نعيد نفس التجربة السابقة بنفس الحبل .

نحتفظ بنفس الطول للحبل ونفس التوتر ونغير استطالة التشويه نلاحظ أن سرعة انتشار الموجة تبقى ثابتة .

نحتفظ بنفس الطول ونغير توتر الحبل ونقيس سرعة انتشار موجه ميكانيكية

نلاحظ أنه كلما ارتفع توتر الحبل ، تزداد سرعة انتشار الموجة طول الحبل

بالنسبة لحبلين لهما نفس التوتر ، تكون سرعة انتشار الموجة أصغر في الحبل ذي الكتلة الطولية الكبرى أي أن سرعة الانتشار تنقص كلما ازداد قصور وسط الانتشار .

خلاصة:

بالنسبة لوسط مادي متجانس تكون سرعة انتشار موجة مستقلة عن شكل التشوه وعن مدته ، فهي تتعلق بطبيعة وسط الانتشار ، خاصة من حيث مرونته و قصوره ، ودرجة حرارته .

ملحوظة : سرعة انتشار موجة صوتية

الموجة الصوتية موجة طو

الهواء .

تبين التجربة أن سرعة انتشار الصوت تتعلق بطبيعة وسط الانتشار.

الوسط	سرعة انتشار الصوت ب m/s
الأجسام الصلبة	
ـ الزجاج	$6,5.10^3$
ـ القشرة الأرضية	4.10^3
السوائل عند درجة حرارة 20°C	
الماء	15
ماء البحر	$1,53.10^3$
الغازات عند درجة 20°C	
الهواء	340.10
الهيدروجين	$1,33.10^3$

4 ـ المقارنة بين حركة جسم وإشارة ميكانيكية

إشارة ميكانيكية	حركة جسم
تحدث انطلاقا من منبع ويمكن أن تنتشر في جميع الاتجاهات	مسار جد محدد
عدم انتقال المادة	انتقال المادة
الموجات لاتنتقل في الفراغ أي سرعة انتشارها منعدمة بينما هي أكبر في	ينتقل الجسم بسهولة في الفراغ أي أن سرعة جسم في الفراغ أكبر من سرعته في

الأجسام الصلبة من الأجسام السائلة والأجسام الغازية v(solide)>v(liquide)>v(gaz)	الغاز
سرعة انتشار موجة لاتتعلق بالشروط البدئية في حالة استطالة صغيرة	سرعة الجسم تتعلق بالشروط البدئية .

5 ـ التأخر الزمني لموجة ميكانيكية

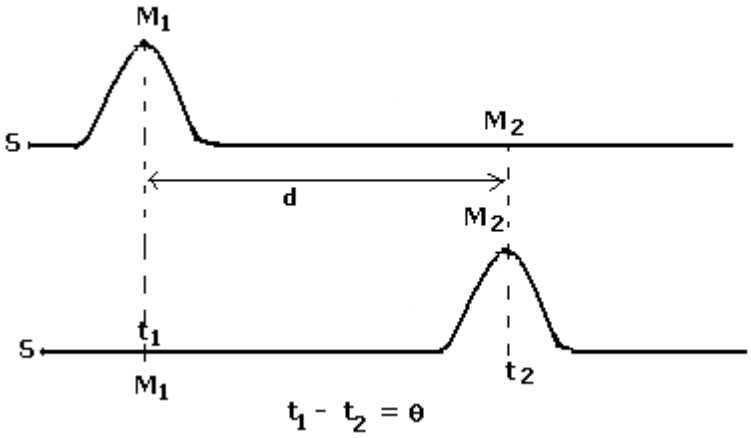
نحدث موجة ميكانيكية طول حبل انطلاقا من S طرف الحبل و V سرعة انتشار هذه الموجة طول الحبل .

نعتبر شكل الحبل في لحظتين t_1 و t_2 . خلال هذه المدة قطعت الموجة مسافة $d=M_1M_2$.

عند وصول الموجة النقطة M_2 فإنها ستتحرك بنفس الاستطالة لحركة المنبع S .

نسمي $\theta=\Delta t=t_2-t_1$ بالتأخر الزمني للموجة ونعبر عنها بالعلاقة التالية :

$$\theta=\frac{M_1M_2}{V}$$



6 ـ الخواص العامة لموجة ميكانيكية

5 ـ 1 اتجاه انتشار موجة

تنتشر موجة انطلاقا من منبعها في جميع الاتجاهات المتاحة لها .

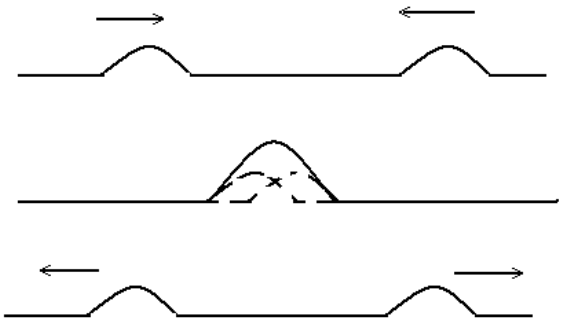
5 ـ 2 تراكب موجتين ميكانيكيتين .

ماذا يحدث عندما تتراكب موجتين ؟

تجربة (فيديو)

على طرفي حبل نحدث موجتين متقابلتين ، عند التقائهما في نقطة P من الحبل تتراكبان ونلاحظ :

عدم حدوث تصادم بين الموجتين لأنهما بعد التقائهما يستمر انتشار كل منهما دون تأثير ناتج عن تراكبهما ، بحيث تحتفظ كل موجة بنفس المظهر ونفس سرعة الانتشار .

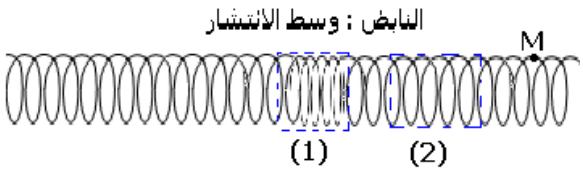


ملحوظة : تتحقق هذه الخاصية فقط بالنسبة لموجات ذات تشوه جد ضعيف أو استطالة التشويه ضعيفة .

الموجات الميكانيكية المتوالية
تمارين

تمرين 1 موجة ميكانيكية طول نابض .

نحدث موجة طول نابض وذلك بضغط بعض من لفاته وتحريرها فجأة .



يمثل الشكل أسفله حالة النابض في لحظة معينة t .

1 ـ هل الموجة المنتشرة طول نابض مستعرضة أم طولية ؟

2 ـ صف عند اللحظة t ، حالة النابض في المنطقة (1) وفي المنطقة (2)

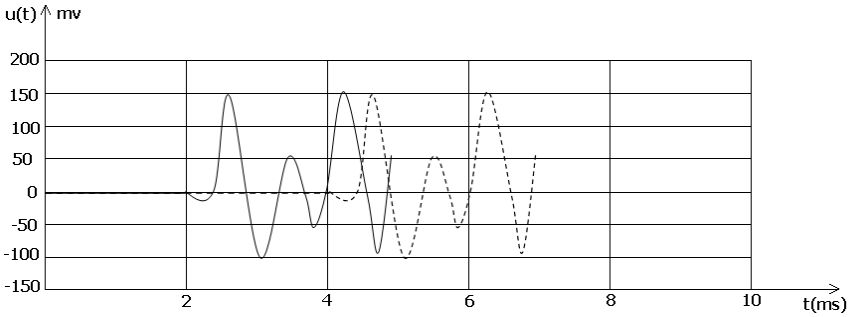
3 ـ حدد منحى واتجاه حركة النقطة M عندما تصلها الموجة .

تمرين 2 حساب سرعة الصوت .

يلتقط ميكروفونان M_1 و M_2 صوتا منبعثا من منبع صوتي نقطي S . يوجد الميكروفونان M_1 و M_2 على استقامة واحدة مع المنبع الصوتي S ، يبعدان عن بعضهما البعض بمسافة d=68cm .

يوجد المنبع S خارج القطعة المحدودة بالنقطتين M_1 و M_2 .

نعاين على شاشة كاشف التذبذب الإشارات الملتقطة بواسطة M_1 و M_2 عبر وسيط معلوماتي (أنظر الشكل)

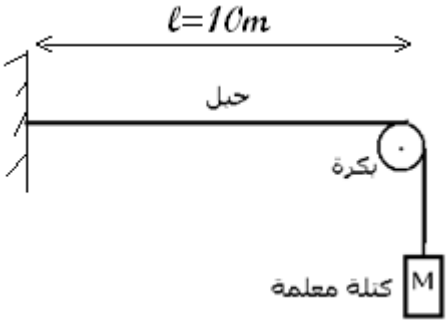


1 ـ ارسم تبيانة التركيب التجريبي المستعمل .

2 ـ أحسب سرعة انتشار الصوت في ظروف التجربة .

<u>تمرين 3 سرعة انتشار موجة طول حبل</u>

تعطي العلاقة $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ ، سرعة انتشار موجة طول حبل موثر حيث T شدة توتر الحبل و μ كتلته الطولية .



1 ـ أحسب سرعة انتشار موجة طول حبل ، طوله $\ell = 10m$ حيث أن كتلته m=1,0kg موتر بقوة شدتها 2,5N . واستنتج المدة الزمنية التي تعبر خلالها الموجة الحبل كله .

2 ـ كيف تتغير هذه السرعة إذا استعملنا نفس الحبل موتر بقوة شدتها أربع مرات شدة القوة السابقة ؟

3 ـ نوتر الحبل بواسطة كتلة معلمة كتلتها M=160g أنظر الشكل 1

أحسب قيمة سرعة انتشار الموجة طول الحبل

نعتبر أن أبعاد البكرة مهملة . ونأخذ g=10N/kg

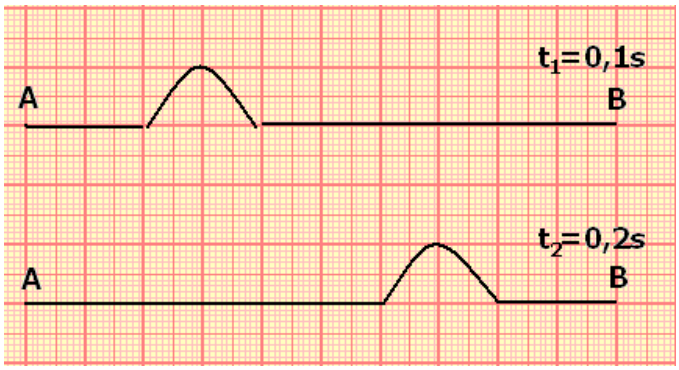
<u>تمرين 4 سرعة انتشار موجة ودرجة الحرارة</u>

سرعة انتشار الصوت في الهواء تتناسب اطرادا مع الجدر ألتربيعي لدرجة الحرارة المطلقة للهواء .

1 ـ عبر رياضيا عن هذه العلاقة .
2 ـ أحسب سرعة انتشار الصوت في الهواء عند درجة الحرارة 0°C ، ثم عند 25°C .
نعطي سرعة الصوت في الهواء عند درجة الحرارة 15°C هي v=340m/s

تمرين5 استغلال رسم مساني .

يمثل الشكل التالي حبلا (AB) طوله $\ell = 10m$ ، تنتشر طوله موجة مستعرضة في اللحظتين اللتين تاريخهما t_1 و t_2 .

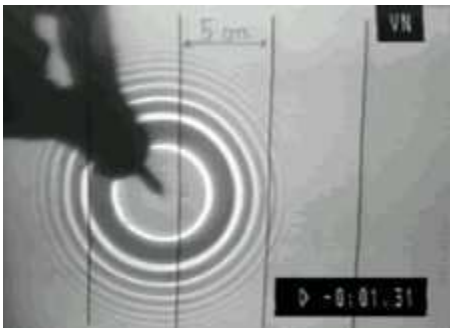


1 ـ أعط تعريف موجة مستعرضة .
2 ـ عين سرعة انتشار الموجة طول الحبل .
3 ـ عين طول الموجة واستنتج مدتها
2 ـ في أي تاريخ انبعثت الموجة من النقطة A ؟

تمرين6 تحديد نقطة سقوط صاعقة .

خلال يوم عاصفي تم سماع الرعد بعد مرور 14,7s قبل رؤية البرق .
1 ـ احسب المسافة الفاصلة بين النقطة التي حدث فيها البرق والملاحظ .
نعطي سرعة انتشار الصوت في الهواء v=340m/s و سرعة انتشار الضوء في الهواء $c=3.10^8 m/s$.

تمرين 7 دراسة موجة ميكانيكية دائرية .

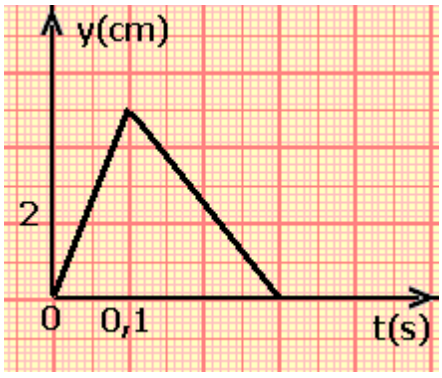


نحدث بواسطة مسمار موجة دائرية على سطح الماء لحوض الموجات فنحصل على الشكل المبين جانبه .
1 ـ هل الموجة الدائرية على سطح الماء مستعرضة أم طولية ؟ علل جوابك .
2 ـ نقيس تغيرات أشعة الدوائر الممركزة في المنبع S بدلالة الزمن فنحصل على الجدول التالي :

r(m)	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
t (s)	0	0,5	1	1,5	2	2,5

أ ـ أحسب سرعة انتشار الموجة .
ب ـ أحسب شعاع الدائرة عند اللحظة ذات التاريخ t=3s .
ج ـ أحسب لحظة وصول الموجة إلى النقطة M التي توجد على مسافة d=10cm من المنبع S
د ـ أحسب التأخر الزمني بين S و M .

تمرين 8 استغلال رسم مساني

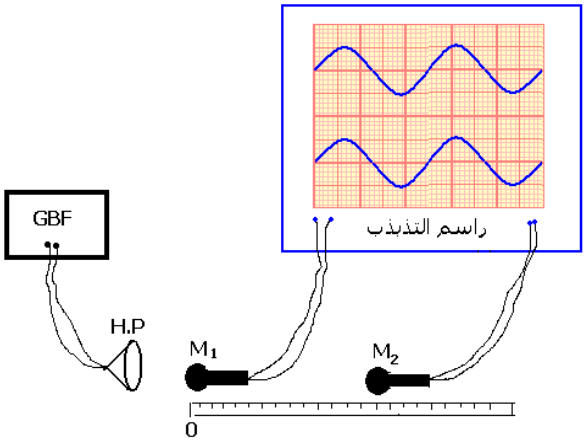


نحدث عند الطرف S لحبل مرن ، موجة مستعرضة تنتشر بسرعة v=10m/s .
عند t=0s يوجد مطلع الإشارة عند المنبع S .
يمثل المنحنى أسفله ، تغيرات استطالة المنبع بدلالة الزمن t .
نعتبر نقطة M من الحبل ، توجد على مسافة SM=4m .
1 ـ حدد مدة التشويه Δt لنقطة من نقط الحبل .
2 ـ أحسب التأخر الزمني τ بين النقطتين S و M .
3 ـ كيف يمكن استنتاج استطالة النقطة M بدلالة الزمن انطلاقا من استطالة S ؟ مثل المنحنى $y_M(t)$.
4 ـ مثل شكل الحبل في اللحظة ذات التاريخ t=0,8s .

تصحيح تمارين السلسلة 1
الموجات الميكانيكية المتوالية

تمرين 2 (حساب سرعة الصوت)

1 ـ تبيانة التركيب التجريبي المستعمل



2 ـ حساب سرعة انتشار الصوت في الهواء

نعتبر أن M_1 هي أصل الزمن $t_1=0$

يلتقط الميكروفون M_1 الصوت في اللحظة t_1 بينما M_2 يلتقط الصوت في اللحظة t_2 أي بتأخر زمني $\tau=t_2-t_1$

وحسب الشكل فإن التأخر الزمني هو $\tau=2ms$

ونعلم أن $\tau = \frac{M_1M_2}{V}$

وبالتالي فإن :

$$\tau = \frac{M_1M_2}{V} \Rightarrow V = \frac{M_1M_2}{\tau} = \frac{d}{\tau}$$

$$V = 340m/s$$

تمرين 3

1 ـ حساب سرعة انتشار الموجة طول الحبل :

$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ بحيث أن μ المتلة الطولية للحبل ونعبر عنها بالعلاقة التالية : $\mu = \frac{m}{\ell}$ وبالتالي

$$V = \sqrt{\frac{T.\ell}{m}}$$ فاتعبير السرعة هو :

T : توتر الحبل T=2,5N

ℓ طول الحبل $\ell = 10m$

m كتلة الحبل m=1,0kg

V=5m/s

المدة الزمنية المستغرقة من طرف الموجة عند عبورها الحبل كله :

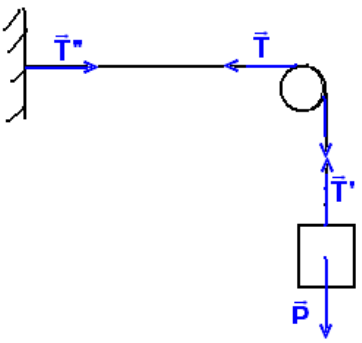
$V = \frac{d}{\Delta t}$ بحيث أن $d = \ell$ وبالتالي فإن $V = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\ell}{V} = 2s$

2 ـ في حالة T'=4T فإن :

$$V' = \sqrt{\frac{T'}{\mu}} \Rightarrow V' = \sqrt{\frac{4T}{\mu}} = 2\sqrt{\frac{T}{\mu}} = 2V$$

السرعة تزداد مع ازدياد توتر الحبل وهذا يتضح من خلال العلاقة السابقة

3 ـ 1 قيمة سرعة انتشار الموجة طول الحبل في حالة توتره بكتلة معلمة (أنظر الشكل)



تم استعمل جزء من حبل طوله يساوي طول الحبل السابق أي له نفس الكتلة الطولية في هذه الحالة سيكون الجزء المتوتر ، شدة توتره T=Mg وتصبح العلاقة :

$$v'' = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow v'' = \sqrt{\frac{Mg\ell}{m}} = 4m/s$$

تمرين 4 سرعة انتشار موجة ودرجة الحرارة

1 ـ التعبير الرياضي لسرعة انتشار الصوت في الهواء :

$$v = K\sqrt{T}$$

بحيث أن T درجة الحرارة المطلقة $T = 273 + \theta°C$

2 ـ سرعة انتشار الصوت في الهواء عند درجة حرارة 0°C :

لدينا درجة الحرارة المطلقة في هذه الحالة T=273K نعتبر أن v_1 سرعة انتشار الصوت في الهواء عند درجة حرارة 0°C وحسب العلاقة السابقة لدينا : $v_1 = K\sqrt{T_1}$

ولدينا حسب المعطيات أن سرعة الصوت في الهواء عند درجة حرارة 15°C هي 340m/s أي أن T=285°K ونحسب K :

$$v_0 = K\sqrt{T_0} \Rightarrow K = \frac{v_0}{\sqrt{T_0}}$$

$$K = 20,0SI$$

وبالتالي عند o°C لدينا v_1=330m/s

وعند درجة حرارة 25°C لدينا v_2=345m/s .

تمرين 5 استغلال الرسم المبياني :

1 ـ تعريف بموجة مستعرضة : عند ما يكون منحى انتشارها عمودي اتجاه التشوه .

2 ـ حساب سرعة انتشار الموجة طول حبل :

حسب الشكل ، خلال المدة الزمنية $\Delta t = t_2 - t_1$ تقطع الموجة مسافة 4m (السلم 1cm يمثل 1m) أي أن السرعة V هي :

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

$$v = 40m/s$$

تعين طول الموجة PQ من خلال الشكل فإن PQ=2m

مدة الموجة : هي المدة المستغرقة من طرف التشوه : نرمز لها ب τ

$$PQ = v.\tau \Rightarrow \tau = \frac{PQ}{v} = 0,05m/s$$

4 ـ تاريخ انبعات الموجة من النقطة A :

لنعتبر t_0 هو تاريخ انبعاث الموجة من النقطة A وحسب الشكل الذي يمثل مظهر الحبل عند t_1=0,6s نكتب :

$$AQ = v(t_1 - t_0) \Rightarrow AQ = vt_1 - vt_0$$

$$t_0 = t_1 - \frac{AQ}{v}$$

تطبيق عددي : t_0=0s .

تمرين 6 تحديد نفطة سقوط صاعقة .

نعتبر اللحظة t_1 تاريخ رؤية البرق أي أن $d = C.t_1$ بحيث أن d هي المسافة الفاصلة بين النقطة التي حدثت فيه الصاعقة والملاحظ

نعتبر t_2 تاريخ سماع الرعد أي أن $d = V.t_2$

نعتبر $\Delta t = t_2 - t_1$ وحسب العلاقتين السابقتين لدينا :

$t_1 = \frac{d}{C}$ و $t_2 = \frac{d}{V}$ أي أن $\Delta t = \frac{d}{V} - \frac{d}{C} \Rightarrow d = \frac{\Delta t}{\frac{1}{V} - \frac{1}{C}}$

بما أن C>>V فإن $\frac{1}{C} << \frac{1}{V}$ أي من الممكن إهمال $\frac{1}{C}$ أمام $\frac{1}{V}$ وتصبح العلاقة $d = V.\Delta t$

تطبيق عددي : d=5000m

تمرين 7 دراسة موجة ميكانيكية دائرية

1

اتجاه انتشار الموجة .

2 ـ1 نعلم أن $V = \frac{d}{\Delta t}$ وبالتالي فإن V=0,02m/s

ب ـ بتطبيق العلاقة $V = \frac{d}{\Delta t}$ بحيث أن $\Delta t = t - t_0 = t$ نجد أن

$$d = r = V.t \Rightarrow r = 0,06m$$

ج ـ لحظة وصول الموجة إلى النقطة M :

$\Delta t = \frac{d}{V} \Rightarrow t_M = \frac{d}{V}$ أي أن $V = \frac{d}{\Delta t}$

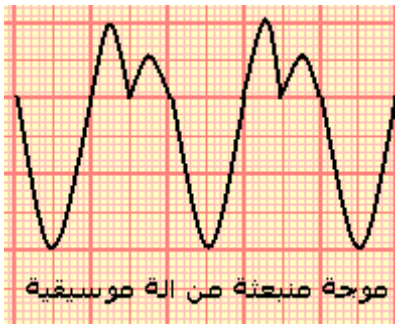
t_M=5s

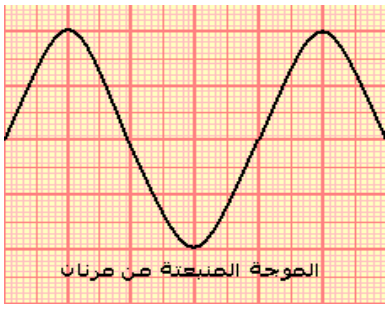
د ـ التأخر الزمني τ بين النقطتين S و M :

$$\tau = t_M - t_S = 5s$$

الموجات الميكانيكية المتوالية الدورية
Les ondes mecaniques progressives periodiques

I ـ الموجة الميكانيكية المتوالية الدورية





النشاط التجريبي 1 الموجات الصوتية

بواسطة راسم التذبذب و ميكروفون نعاين موجتين صوتيتين:

ـ موجة منبعثة من آلة موسيقية :

ـ موجة منبعثة من مرنان Diapason

1 ـ هل هذه الموجات دورية ؟

الموجة المنبعثة من آلة موسيقية دورية ونفس الشيء بالنسبة للموجة المنبعثة من المرنان .

الموجات الصوتية موجات ميكانيكية متوالية ودورية .

لأن التشوه الحاصل لكل نقطة من وسط الانتشار يتغير بشكل دوري مع الزمن .

2 ـ قارن بين الرسمين التذبذبيين المحصلين .

الموجة المنبعثة من الآلة الموسيقية موجة ميكانيكية متوالية دورية بينما الموجة المنبعثة من المرنان هي موجة متوالية دورية **جيبية** . لأن تغير التشوه هو عبارة عن دالة زمنية بالنسبة للزمن t .

3 ـ علما أن زر الحساسية الأفقية لراسم التذبذب ضبط على القيمة 0,5ms ، أحسب الدور T لكل من الموجتين الصوتيتين واستنتج تردد الموجة الصوتية المنبعثة من المرنان .

* الموجة الصوتية المنبعثة من الآلة الموسيقية : $T=2.0,5.10^{-3}s=10^{-3}s$

* الموجة المنبعثة من المرنان : $T=2.10^{-3}s$.

نسمي T بالدورية الزمنية للموجة الميكانيكية المتوالية .

II ـ الموجة الميكانيكية المتوالية الجيبية

1 ـ تعريف بالموجة المتوالية الجيبية

النشاط التجريبي 2 الموجات الميكانيكية طول الحبل

تتحرك شفرة معدنية تحت تأثير كهرمغنطيس بتردد 100Hz . يتكون وسط الانتشار من حبل مشدود تبث أحد طرفيه بنهاية الشفرة ، بينما يوضع على الطرف الثاني في كأس به ماء لامتصاص الموجة .

نستعمل في هذه التجربة جهاز كهربائي يسمى بالوماض :

جهاز إلكتروني يصدر ومضات ضوئية سريعة في مدد زمنية متتالية ومتساوية T_e ، ويحتوي على زر يمكن من تغيير وضبط تردد الومضات ν_e .

نضيء الخيط بواسطة الوماض ونضبط التردد ν_e للومضات على أكبر قيمة تمكن من ملاحظة توقف ظاهري للحبل . في هاته الحالة تردد الوماضات هو تردد حركة الحبل .

نغير قيمة تردد الوماض قليلا بالنسبة للقيمة ν_e : $\nu_e+\varepsilon$ و $\nu_e-\varepsilon$

$\nu_e+\varepsilon$ نلاحظ حركة ظاهرية بطيئة للحبل في نفس منحى انتشار الموجة .

$\nu_e-\varepsilon$ نلاحظ حركة ظاهرية بطيئة للحبل في المنحى المعاكس لمنحى انتشار الموجة .

استثمار

1 ـ كيف هو شكل الحبل في غياب الوماض ؟

ـ نلاحظ أن شكل الحبل مضبب ، غير واضح ،

2 ـ
للحبل . بين أن حركة كل نقطة M من الحبل مستقيمية جيبية ، ترددها مساو لتردد الشفرة المهتزة .
ـ عندما يكون تردد الوماض يساوي تردد حركة الحبل أي تردد المنبع S نلاحظ توقف ظاهري للحبل .
المنبع S له استطالة دورية دورها T ،أي أن الدالة $Y_S=f(t)$ دالة جيبية بالنسبة للزمن t
نفس الشيء بالنسبة لجميع النقط المنتمية للحبل . **نقول أن الموجة المتوالية جيبية**

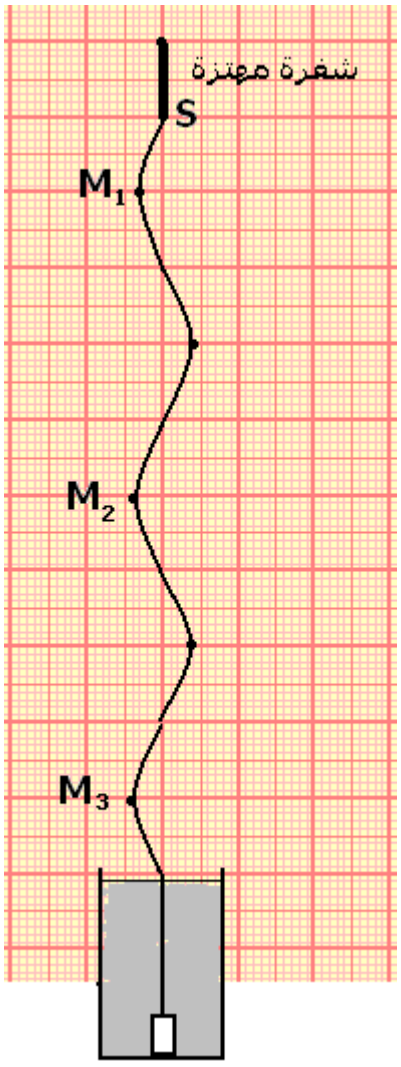
تعريف :

الموجة المتوالية الدورية الجيبية هي موجة يكون المقدار الفيزيائي المقرون بها دالة جيبية بالنسبة للزمن .

2 ـ الدورية الزمانية

للموجة المتوالية الجيبية دورية زمانية T_M يساوي دور المنبع S إي أن $T_M=T_S$. وهذا الدور T_S يساوي دور الوماض T_e .

3 ـ الدورية المكانية



ـ الشكل جانبه يمثل مظهر الحبل في لحظة t بالسلم الحقيقي .
بحيث يكون على شكل جيبي y=f(x) (دالة جيبية)
والتي تمثل مظهر الحبل في لحظة t . يتميز هذا المنحنى **بدورية مكانية تسمى طول الموجة ويرمز لها ب λ**

4ـ تعريف بطول الموجة

نسمي طول الموجة المسافة الفاصلة بين نقطتين متتاليتين لهما نفس الحركة في نفس الوقت . ونعرف كذلك طول الموجة بالمسافة التي تقطعها الموجة المتوالية الجيبية خلال مدة زمنية تساوي دور الموجةT

$$\lambda = V.T = \frac{V}{\nu}$$

λ : طول الموجة (m)
V : سرعة انتشار الموجة (m/s)
ν : تردد الموجة (Hz)

1 ـ قس المسافتين M_1M_2 و M_2M_3 و M_1M_3
2 ـ قارن الحالات الاهتزازية للنقط M_1 ، M_2 ، M_3 .
هذه النقط لها نفس الحركة في نفس الوقت .
3 ـ أكتب المسافات M_1M_2 و M_2M_3 و M_1M_3 بدلالة λ .
$M_1M_2=\lambda$ و $M_1M_3=2\lambda$
بصفة عامة إذا كانت المسافة التي تفصل بين نقطتين M و N من الحبل تساوي عددا صحيحا لطول الموجة λ أي أن

$$SN - SM = k\lambda \qquad k \in N^*$$

فإن النقطتين تهتزان على توافق في الطور .
وإذا كانت المسافة التي تفصل بين نقطتين من الحبلP و M تساوي عددا فرديا لنصف طول الموجة :

$$SM - SP = \frac{(2k+1)\lambda}{2} \qquad k \in N^*$$

فإن النقطتين تهتزان على تعاكس في الطور .

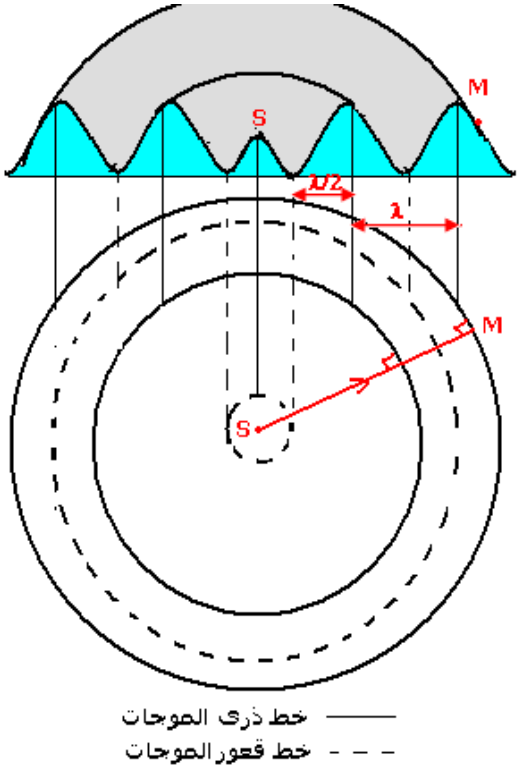
III ـ الإبراز التجريبي لظاهرة حيود موجة ميكانيكية متوالية جيبية

1 ـ الموجة المتوالية الدائرية والموجة المتوالية المستقيمية

أ ـ الموجة المتوالية الحسة الدائرية

1 ـ دراسة تجريبية : الموجة المتوالية على سطح الماء

في حوض للموجات يحتوي على ماء سمكه ثابت ، نحدث بواسطة مسمار متصل بهزاز كهربائي ، حركة اهتزازية دائمة أو مصونة ترددها 100Hz . وتفاديا لانعكاس الموجة نكسو جوانب الحوض بالقطن التي يمتصها .



1 ـ ماذا نلاحظ في غياب الوماض ؟

نلاحظ على سطح الماء تموجات دائرية تنشأ عند رأس المسمار وتنتشر على سطح الماء .

لدينا موجات ميكانيكية متوالية جيبية .

ملحوظة :

خط الموجة وشعاع الموجة

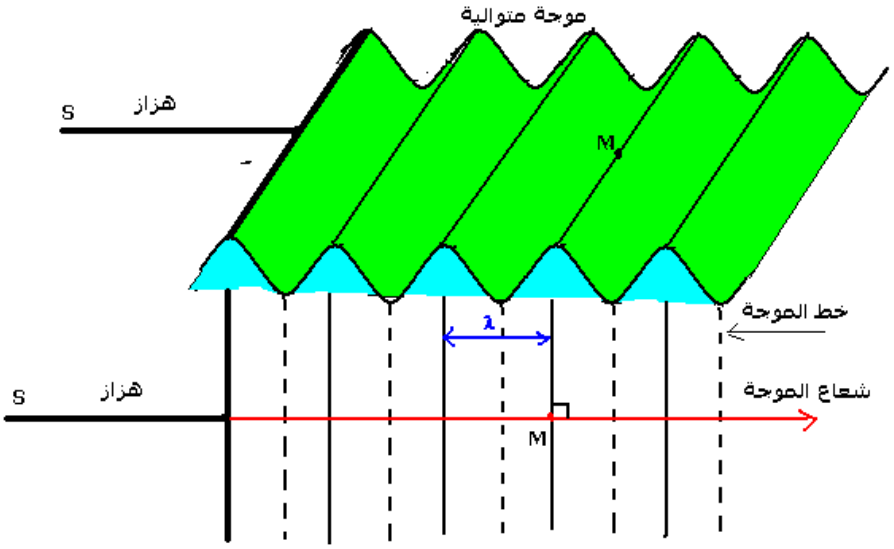
- حميع نقط وسط الانتشار المتواجدة على نفس الدائرة تهتز بكيفية مماثلة . نقول أن هذه النقط تنتمي إلى نفس خط الموجة ويسمى المستقيم SM العمودي على خط الموجة شعاع الموجة منحاه هو منحى انتشار الموجة

ب ـ الموجة المتوالية المستقيمية

في حوض للموجات يحتوي على ماء سمكه ثابت ، نحدث بواسطة صفيحة أفقية متصلة بهزاز كهربائي حركة اهتزازية دائمة . وتفاديا لانعكاس الموجة ، نكسو جوانب الحوض بالقطن من امتصاصها .

نلاحظ أن حركة الصفيحة تحدث على سطح الماء تموجات مستقيمية ، وهكذا نحصل بواسطة هذه الطريقة على موجات متوالية مستقيمية .

خطوط الموجة عبارة عن مستقيمات متوازية مع مستوى الصفيحة وأشعة الموجة متوازية فيما بينها وعمودية على خطوط الموجة .



2 ـ ظاهرة الحيود

2 ـ 1 حيود الموجات الميكانيكية على سطح الماء بواسطة فتحة صغيرة

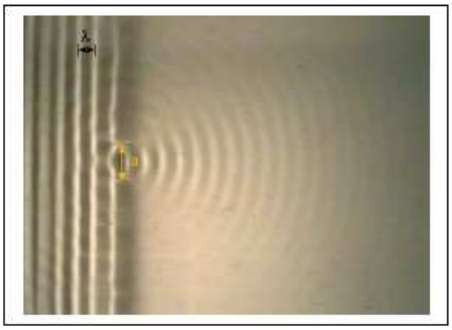
تجربة :

نضع رأسيا في حوض الموجات ، وعلى استقامة واحدة صفيحتين على شكل مستطيل ، مكسوتين بمادة (قطن أو إسفنج) ماصة للموجات الواردة . ونقرب الصفيحتين بحيث نحتفظ بفتحة بينهما عرض الفتحة هو ℓ.

نحدث على سطح الماء ، بواسطة هزاز ، موجة مستقيمية واردة موازية لسطح الصفيحتين .

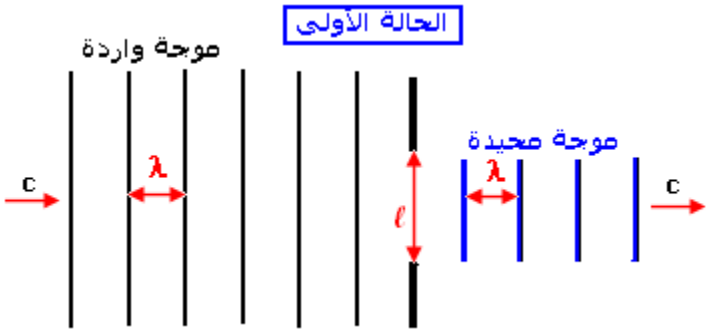
Photographie 1

Photographie 2



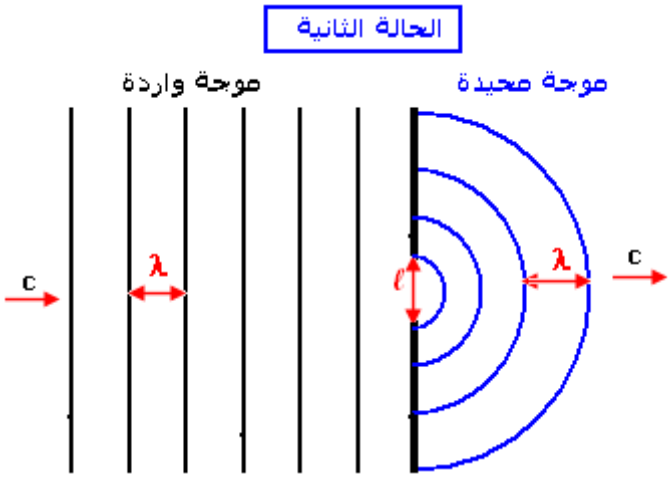
ملاحظات

الحالة الأولى : $\ell >> \lambda$. يلاحظ عند إضاءة سطح الماء بوماض ضبط على تردد الومضات التي تظهر توقف الموجات الواردة ، نلاحظ موجة تجتاز الفتحة الصغيرة لتنتشر وراء الصفيحتين الحاجزتين .



الفتحة تحدّ من انتشار الموجة المستقيمية في الوسط الثاني على عرض الفتحة . نقول إن الفتحة تحجب الموجة الواردة .

الحالة الثانية : $\ell \approx \lambda$ نلاحظ تحت الوماض ، تولد موجة دائرية عن الموجة المستقيمية الواردة على مستوى الفتحة . فتبدوا كأن موجة دائرية منبعثة من منبع وهمي يوجد في الفتحة : نسمي هذه الموجة **بالموجة المحيدة** وهذه التجربة تبرز **ظاهرة الحيود** .



خاصيات الموجة المحيدة

* التوقف الظاهري للموجتين الواردة والمحيدة تحت ضوء الوماض ، يدل على أن لهما نفس التردد N .

* وبما أنهما ينتشران في نفس الوسط إذن لهما نفس سرعة الانتشار C وبالتالي فلهما نفس طول الموجة λ .

خلاصة :

يحدث حيود موجة واردة على مستوى فتحة عرضها يقارب بقليل طول الموجة للموجة الواردة .

للموجتين الواردة والمحيدة نفس سرعة الانتشار c ونفس التردد N ونفس طول الموجة λ

2 ـ 2 حيود الموجات الصوتية

مثال : لاستقبال صوت وارد من خارج حجرة

نقط الحجرة ويعزى هذا إلى حيود الصوت عند اجتيازه الباب .

يحدث في الهواء حيود موجات صوتية الخفيضة ذات طول الموجة يقارب المتر $\lambda \approx 1m$

والموجات الصوتية المتوسطة ذات طول الموجة يقارب الديسيمتر $\lambda \approx 1dm$ على مستوى الفتحات (البواب والنوافذ ...) .

أما الموجة الصوتية الحادة ، فلا يحدث لها حيود نقول أن انتشارها موجه . مثال ، الموجات فوق الصوتية ذات التردد أكبر من $2.10^{14}Hz$.

3 ـ ظاهرة التبدد Phénomène de dispersion

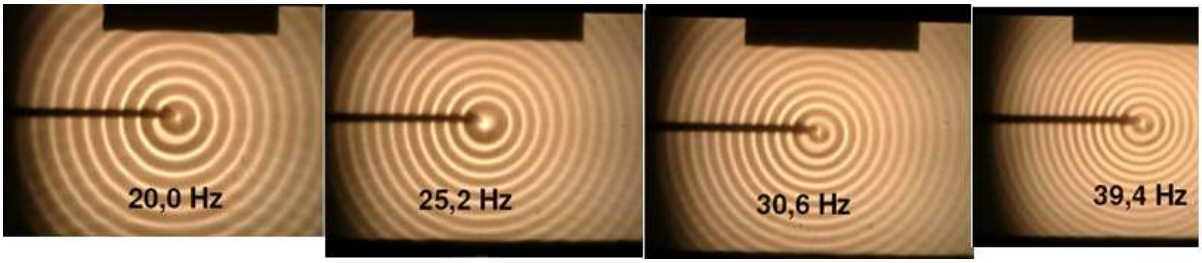
تجربة :

في حوض للموجات يحتوي على ماء سمكه ثابت ، نحدث بواسطة مسمار متصل بهزاز كهربائي ذي تردد قابل للضبط حركة اهتزازية دائمة .

نضيء سطح الماء بوماض ، نضبط تردد ومضاته على تردد يساوي تردد الهزاز فنحصل على توقف ظاهري للموجات المتوالية الدائرية .

نقيس طول الموجة λ بالنسبة لمختلف قيم التردد N ونحسب السرعة V سرعة انتشار الموجة على سطح الماء .

N(Hz)	20,0	25,0	30,0	35,0
4λ(m)	4	3,6	3,2	2,8
λ(m)				
V(m/s)				



استنتاج : أن V سرعة انتشار موجة متوالية على سطح الماء تتعلق بالتردد N و هو يساوي تردد المنبع . نقول أن الوسط مبدد .

أمثلة لأوساط غير مبددة للموجات :

- الموجات الصوتية 20000Hz>N>20Hz في الهواء ، في هذه الحالة الهواء غير مبدد لهذه الموجات .

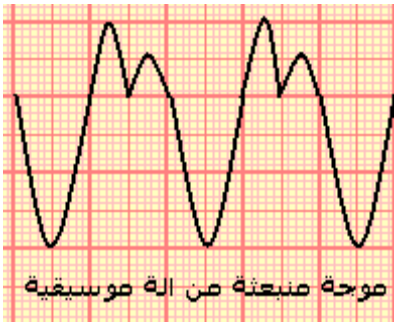
ملحوظة : بالنسبة للموجات الصوتية ذات وسع أكبر يصبح الهواء في هذه الحالة مبدد لها . نفس الشيء بالنسبة للموجات فوق الصوتية .

وصول صوت الرعد ناتج عن أن الهواء وسط مبدد للموجات الصوتية ذات وسع أكبر . الصوت الخفيض ينتشر بسرعة أقل من الصوت الحاد .

- تلعب ظاهرة التبدد دور أكبر في البصريات .

الموجات الضوئية أو البصرية تختلف عن الموجات الميكانيكية فهي تنتشر بنفس السرعة في الفراغ .

الموجات الميكانيكية الدورية
أنشطة تجريبية



النشاط التجريبي 1 الموجات الصوتية

بواسطة راسم التذبذب و ميكروفون نعاين موجتين صوتيتين:

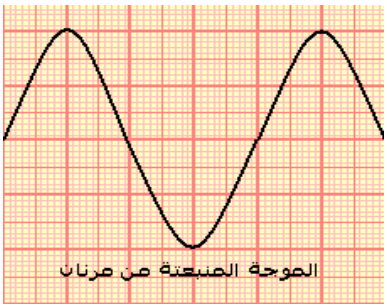
ـ موجة منبعثة من آلة موسيقية :

ـ موجة منبعثة من مرنان Diapason

1 ـ هل هذه الموجات دورية ؟

2 ـ قارن بين الرسمين التذبذبيين المحصلين .

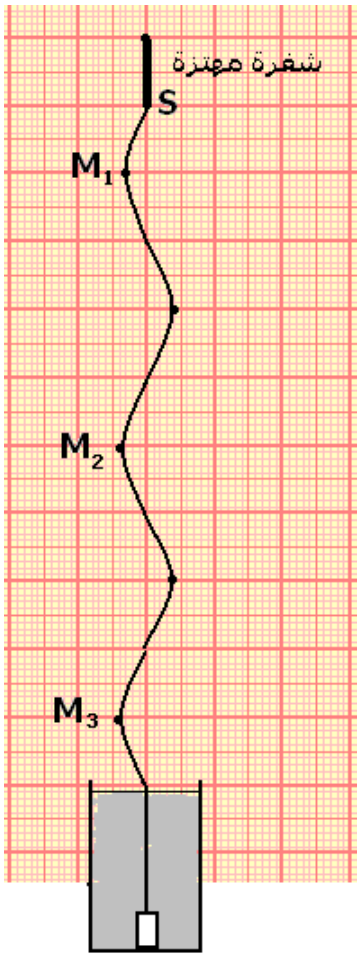
3 ـ علما أن زر الحساسية الأفقية لراسم التذبذب ضبط على القيمة 0,5ms ، أحسب الدور T لكل من الموجتين الصوتيتين واستنتج تردد الموجة الصوتية المنبعثة من المرنان .



النشاط التجريبي 2 الموجات الميكانيكية طول الحبل

تتحرك شفرة معدنية تحت تأثير كهرمغنطيس بتردد 100Hz . يتكون وسط الانتشار من حبل مشدود تبث أحد طرفيه بنهاية الشفرة ، بينما يوضع على الطرف الثاني في كأس به ماء لامتصاص الموجة .

نستعمل في هذه التجربة جهاز كهربائي يسمى بالوماض : جهاز إلكتروني يصدر ومضات ضوئية سريعة في مدد زمنية متتالية ومتساوية T_e ، ويحتوي على زر يمكن من تغيير وضبط تردد الومضات ν_e .



نضيء الخيط بواسطة الوماض ونضبط التردد ν_e للومضات على أكبر قيمة تمكن من ملاحظة توقف ظاهري للحبل . في هاته الحالة تردد الوماضات هو تردد حركة الحبل .

نغير قيمة تردد الوماض قليلا بالنسبة للقيمة ν_e : $\nu_e+\varepsilon$ و $\nu_e-\varepsilon$

$\nu_e+\varepsilon$ نلاحظ حركة ظاهرية بطيئة للحبل في المنحى المعاكس لمنحى انتشار الموجة .

$\nu_e-\varepsilon$ نلاحظ حركة ظاهرية بطيئة للحبل في نفس منحى انتشار الموجة .

استثمار

1 ـ كيف هو شكل الحبل في غياب الوماض ؟

2 ـ عند إضاءة الحبل بالوماض وضبط تردد ومضاته على أكبر قيمة حيث نلاحظ توقف ظاهري للحبل . بين أن حركة كل نقطة M من الحبل مستقيمية جيبية ، ترددها مساو لتردد الشفرة المهتزة .

3 ـ الشكل جانبه يمثل مظهر الحبل في لحظة t بالسلم الحقيقي . بحيث يكون على شكل جيبي $y=f(x)$ (دالة جيبية)

والتي تمثل مظهر الحبل في لحظة t . يتميز هذا المنحنى **بدورية مكانية تسمى طول الموجة ويرمز لها ب** λ

1 ـ قس المسافتين M_1M_2 و M_2M_3 و M_1M_3

2 ـ قارن الحالات الاهتزازية للنقط M_1 ، M_2 ، M_3 .

3 ـ أكتب المسافات M_1M_2 و M_2M_3 و M_1M_3 بدلالة λ .

النشاط التجريبي 3

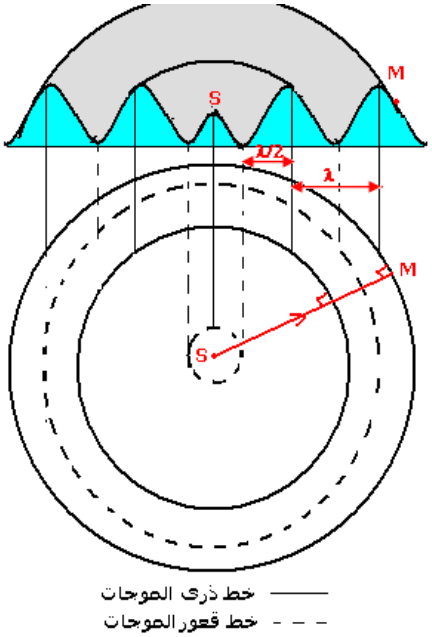
أ ـ الموجة المتوالية الجيبية الدائرية

1 ـ دراسة تجريبية : الموجة المتوالية على سطح الماء

في حوض للموجات يحتوي على ماء سمكه ثابت ، نحدث بواسطة مسمار متصل بهزاز كهربائي ، حركة اهتزازية دائمة أو مصونة ترددها 100Hz . وتفاديا لانعكاس الموجة نكسو جوانب الحوض بالقطن التي يمتصها .

1 ـ ماذا نلاحظ في غياب الوماض ؟

ماذا نلاحظ عندما نضيء سطح الماء بواسطة وماض بحيث نضبط ومضاته على $\nu+\varepsilon$ و $\nu-\varepsilon$ ؟

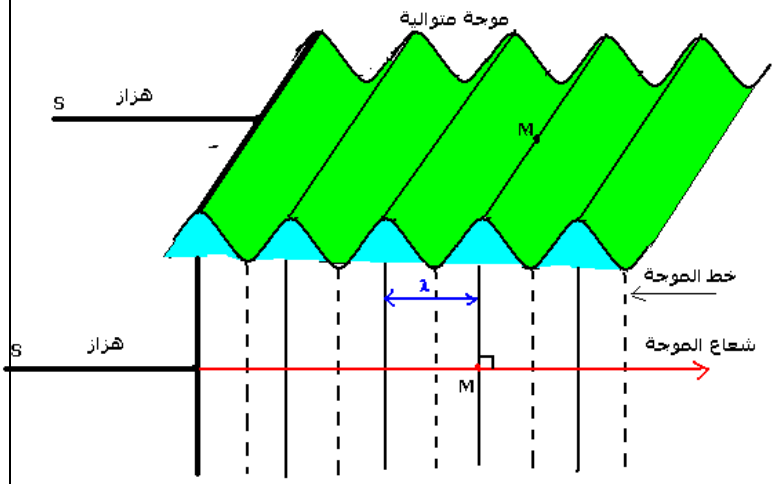


ب ـ الموجة المتوالية المستقيمية

في حوض للموجات يحتوي على ماء سمكه ثابت ، نحدث بواسطة صفيحة أفقية متصلة بهزاز كهربائي حركة اهتزازية دائمة . وتفاديا لانعكاس الموجة ، نكسو جوانب الحوض بالقطن من امتصاصها .

ماذا نلاحظ في غياب الوماض ؟

ماذا نلاحظ عندما نضيء سطح الماء بواسطة وماض بحيث نضبط ومضاته على $\nu+\varepsilon$ و $\nu-\varepsilon$ ؟



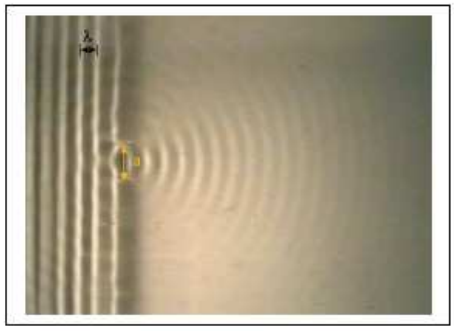
النشاط التجريبي 4 : ظاهرة الحيود

تجربة :

نضع رأسيا في حوض الموجات ، وعلى استقامة واحدة صفيحتين على شكل مستطيل ، مكسوتين بمادة (قطن أو إسفنج) ماصة للموجات الواردة . ونقرب الصفيحتين بحيث نحتفظ بفتحة بينهما عرض الفتحة هو ℓ .

نحدث على سطح الماء ، بواسطة هزاز ، موجة مستقيمية

Photographie 2



Photographie 1

الحالة الأولى : $\ell >> \lambda$.ماذا تلاحظ ؟

الحالة الثانية : $\ell \approx \lambda$. ماذا تلاحظ ؟

قارن بين طول الموجة الواردة وطول الموجة المحيدة . ماذا تستنتج .

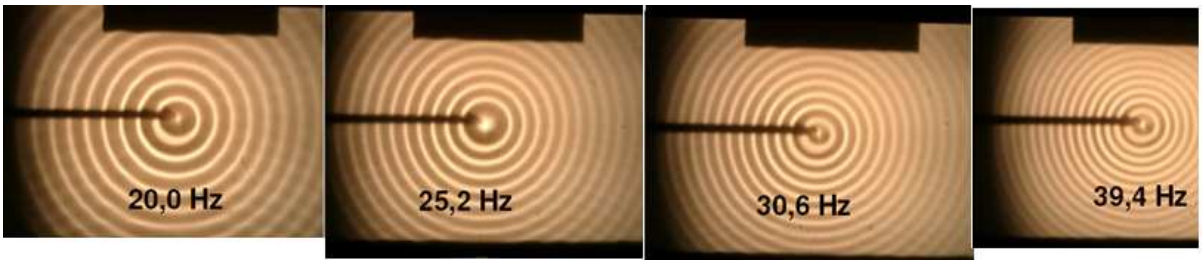
النشاط التجريبي 4 : ظاهرة التبدد

في حوض للموجات يحتوي على ماء سمكه ثابت ، نحدث بواسطة مسمار متصل بهزاز كهربائي ذي تردد قابل للضبط حركة اهتزازية دائمة .

نضيء سطح الماء بوماض ، نضبط تردد ومضاته على تردد يساوي تردد الهزاز فنحصل على توقف ظاهري للموجات المتوالية الدائرية .

نقيس طول الموجة λ بالنسبة لمختلف قيم التردد N ونحسب السرعة V سرعة انتشار الموجة على سطح الماء .

N(Hz)	20,0	25,0	30,0	35,0
4λ(m)	4	3,6	3,2	2,8
λ(m)				
V(m/s)				



ماذا تستنتج ؟

الموجة الميكانيكية المتوالية الدورية
سلسلة التمارين 2

تمرين 1

نعطي سرعة انتشار الصوت في الهواء V=340m/s .

1 ـ يتغير تردد موجة صوتية في الهواء بين قيمتين : $\nu_1 = 20Hz$ و $\nu_2 = 20kHz$.

حدد مجال تغير طول الموجة الصوتية λ في الهواء .

2 ـ يصدر مرنان صوتا يناسب النوطة الموسيقية La_3 ذات التردد 440Hz . ما طول موجة هذا الصوت .

3 ـ هل تقع ظاهرة الحيود ، للموجة الصوتية في الهواء عبر فتحة عرضها d=80cm في الحالتين التاليتين ؟

ـ موجة صوتية ذات تردد $\nu_1 = 3.10^3 Hz$

ـ موجة صوتية ذات تردد $\nu_2 = 100Hz$

تمرين 2

يحدث هزاز في نقطة S من سطح الماء ، موجة متوالية جيبية ، ترددها $\nu = 200Hz$ وسرعة انتشارها V=12m/s .

نعتبر نقطتين M_1 و M_2 من سطح الماء ، موجودتين على التوالي على مسافة :

$d_1=SM_1=9cm$ و $d_2=SM_2=18cm$

1 ـ هل الموجة على سطح الماء طولية أم مستعرضة ؟ علل جوابك .

2 ـ أحسب طول الموجة λ.

3 ـ قارن حركتي M_1 و M_2 مع حركة المنبع S .

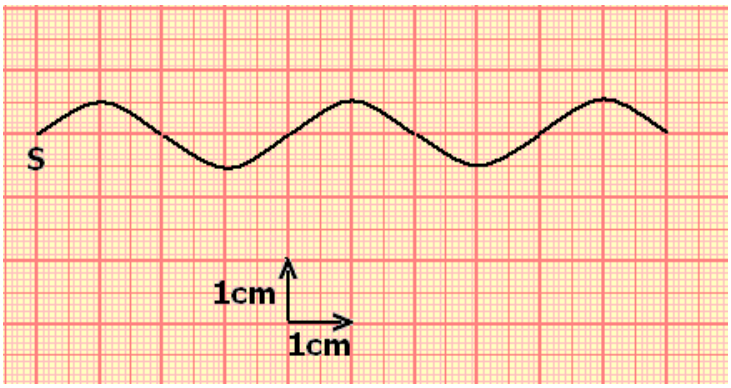
4 ـ في لحظة تاريخها t توجد النقطة M_1 على مسافة 3mm تحت موضع سكونها ، ما موضع النقطة M_2 بالنسبة لموضع سكونها

تمرين 3

يحدث الطرف S لشفرة مهتزة ، موجة متوالية جيبية ، ترددها ν تنتشر طول الحبل .

نضيء الحبل بوماض، وضبط دور ومضاته على أصغر قيمة ليظهر الحبل متوقفا فنجد θ_s=0,04s .

يمثل الشكل أسفله ، مظهر الحبل عند لحظة t .



1 ـ أحسب تردد الموجة

2 ـ أحسب سرعة انتشار الموجة

3 ـ نعتبر أصل التواريخ لحظة بداية اهتزاز المنبع S نحو الأعلى . مثل شكل الحبل عند اللحظتين :

t_1=40ms ـ

t_2=60ms ـ

4 ـ نضبط تردد الومضات على القيمتين $\nu_{1s} = 26Hz$ و بعد ذلك على القيمة $\nu_{2s} = 24Hz$. كيف يظهر شكل الحبل في كل حالة ؟ علل جوابك .

تمرين 4

يحدث هزاز مرتبط بصفيحة S ، موجة متوالية جيبية مستقيمية ، على سطح الماء لحوض الموجات . نضبط تردد الوماض على أكبر قيمة ، تمكن من الحصول على توقف ظاهري لـ الماء ، فنجد $\nu_s = 50Hz$ ونقيس المسافة d الفاصلة بين الخط الأول للموجة والخط الخامس للموجة ، اللذان يوجدان في نفس الحالة الاهتزازية فنجد d=1,6cm .

1 ـ أحسب قيم تردد الموجة ν و طول الموجة λ و V_1 سرعة الإنتشار .

2 ـ عند t_0=0s تبدأ الصفيحة المتواجدة عند x=0 في الاهتزاز نحو الأسفل ، علما أن القيمة القصوى لوسع حركتها هو 0,2cm .

2 ـ 1 مثل في مستوى عمودي على سطح الماء ، مظهر سطح الماء عند t=0,04s .

باستعمال السلم : $1cm \leftrightarrow 0,2cm$ (على الورق المليمتري)

2 ـ 2 مثل مظهر سطح الماء عند اللحظات :

t_1=0,08s ـ

t_2=0,05s ـ

3 ـ نضع أمام الموجة السابقة حاجزا ، ذا فتحة عرضها ℓ قابل للضبط . حدد شكل والخصائص (λ, V, ν) للموجة بعد الحاجز في الحالتين :

3 ـ 1 $\ell_1 = 0,3cm$

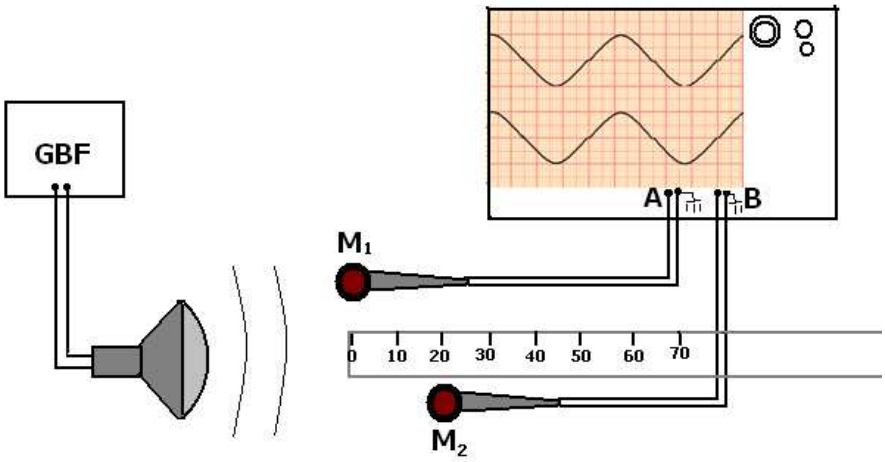
3 ـ 2 $\ell_2 = 1cm$

4 ـ نضبط تردد الوماض على قيمة ν' حيث $(\nu' > \nu)$ فتصبح سرعة الانتشار V'=0,15m/s .

قارن قيم V و V' . ماذا تستنتج ؟

تمرين 5

لقياس سرعة انتشار في الهواء ننجز التركيب التالي :



الصوت المنبعث من مكبر الصوت يلتقطاه ميكروفونين M_1 و M_2 مرتبطين بالمدخلين A و B لراسم التذبذب . نحدد الأفصولين x_1 و x_2 على التوالي للميكروفونين على محور مطابق للمسطرة المدرجة .

1

الأفصول $x_1=x_2=0$.

أحسب تردد الصوت علما أن الحساسية الأفقية هي : 0,1ms/div .

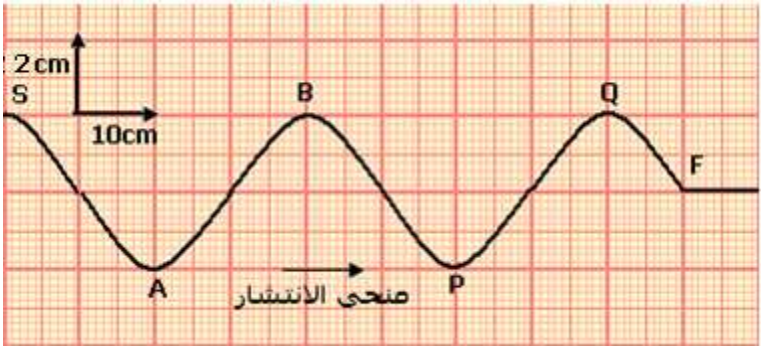
2 ـ نحتفظ بالميكروفون M_1 عند الأفصول $x_1=0$ ، ونحرك M_2 طول المسطرة المدرجة . يلخص الجدول أسفله قيم الأفصول x_2 للميكروفون M_2 ، عندما يظهر الرسمان التذبذبيان على توافق في الطور على الشاشة .

N°	1	2	3	4	5
x_2(cm)	17,0	34,0	51,0	68,0	85,0

2 ـ 1 ما هي قيمة طول الموجة التي يمكن استنتاجها من هذه القياسات ؟

2 ـ 2 استنتج قيمة السرعة المتوسطة للصوت في الهواء .

تمرين 6



تمثل الوثيقة جانبه مظهر حبل في لحظة تاريخها $t_1=45ms$.

1 ـ 1 أعط اسم النقطة F .

1 ـ 2 عين مبيانيا طول الموجة λ

1 ـ 3 أحسب سرعة انتشار الموجة طول الحبل واستنتج دورها .

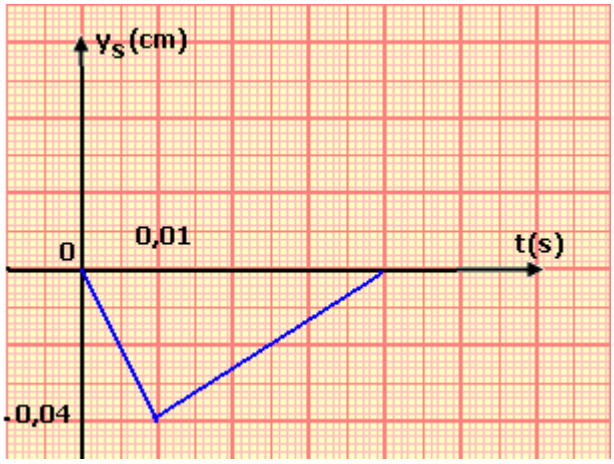
1 ـ 4 حدد منحى S عند أصل التواريخ $t=0$.

2 ـ قارن حركة النقطتين S و P ثم S و Q معللا جوابك .

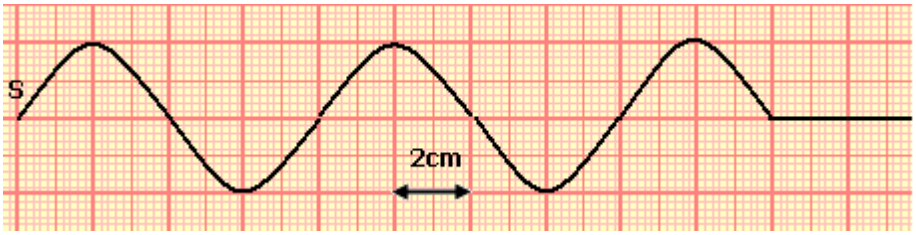
3 ـ مثل في نفس نظمة المحورين تغيرات استطالتي النقطتين S و A .

تمرين 7

I ـ نحدث في لحظة تاريخها $t=0$ ، بالطرف S لحبل مرن إشارة مستعرضة . تنتشر هذه الإشارة طول حبل بسرعة C=m/s . يمثل الشكل (1) تغير الاستطالة y_S للمنبع S بدلالة الزمن



1 ـ عين مدة هذه الإشارة .
2 ـ أحسب طول هذه الإشارة .
3 ـ مثل مبيانيا بدلالة الزمن ، الاستطالة y_M لنقطة M من الحبل تبعد عن الطرف S بمسافة d=32cm .
(نختار نفس السلم المستعمل في الشكل
II ـ نوصل الطرف S للحبل بهزاز يصدر موجات متوالية جيبية ترددها N . تنتشر هذه الموجات طول الحبل بدون إخماد وبدون انعكاس بسرعة C=4m/s
نتخذ اللحظة التي بدأت فيها حركة الهزاز أصلا للتواريخ t=0 .
يمثل الشكل (2) مظهر الحبل عند اللحظة التي تاريخها t_1 .



1 ـ عين طول الموجة λ ، واستنتج قيمة التردد N .
2 ـ حدد التاريخ t_1 .
3 ـ قارن حركتي النقطتين P و Q من الحبل حيث SP=8cm و SQ=20cm . علل جوابك .

تصحيح تمارين السلسلة 2
الموجة الميكانيكية المتوالية الجيبية

تمرين 1

1 ـ مجال تغير طول الموجة الصوتية في الهواء :

$$\nu_1 \le \nu \le \nu_2 \Rightarrow \frac{1}{\nu_2} \le \frac{1}{\nu} \le \frac{1}{\nu_1} \Rightarrow \frac{V}{\nu_2} \le \frac{V}{\nu} \le \frac{V}{\nu_1}$$

$$\lambda_2 \le \lambda \le \lambda_1 \Rightarrow 0,017m \le \lambda \le 17m$$

2 ـ طول موجة المرنان الذي يصدر صوتا يناسب La_3 :

$$\lambda = \frac{V}{\nu} \Rightarrow \lambda = \frac{340}{440} = 0,773m$$

3 ـ ظاهرة الحيود :

الحالة الأولى : $\nu_1 = 3.10^3 Hz$ وعرض الفتحة d=80cm

حساب $\lambda_1 = \frac{340}{3.10^3} = 0,113m$ يلاحظ أن $\lambda_1 \ll d$ أي لايحدث حيود الموجة الصوتية .

الحالة الثانية : $\nu_1 = 100Hz$ وعرض الفتحة d=80cm

حساب $\lambda_2 = \frac{340}{100} = 3,40m$ يلاحظ أن $\lambda_1 \gg d$ أي يحدث حيود الموجة الصوتية .

تمرين 2

1 ـ الموجة على سطح الماء مستعرضة (أنظر الدرس)

2 ـ حساب طول الموجة :

$$\lambda = \frac{V}{\nu} \Rightarrow \lambda = \frac{12}{200} = 0,06m = 6cm$$

3 ـ مقارنة حركتي M_1 و M_2 مع المنبع S :

$\frac{SM_1}{\lambda} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow SM_1 = \frac{3\lambda}{2}$ لنحسب $SM_1 = 9cm$

أي أن M_1 و S يهتزان على تعاكس في الطور .

$\frac{SM_2}{\lambda} = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow SM_2 = 3\lambda$ لنحسب $SM_2 = 18cm$

أي أن M_2 و S يهتزان على توافق في الطور .

4 ـ موضع النقطة M_2 بالنسبة لموضع سكونها :

بما أن M_1 و M_2 يهتزان على تعاكس في الطور في لحظة t تكون استطالة النقطة M_1 عي $y_{M1}(t)=-3mm$ ، في نفس اللحظة تكون استطالة النقطة M_{M2} : $y_{M2}(t)=-y_{M1}(t)$ أي أن النقطة M_2 توجد على مسافة 3mm فوق موضع سكونها

تمرين 3

1 ـ حساب تردد الموجة :

بما أن الحبل يظهر متوقفا عند إضاءته بالوماض حيث دور ومضاته ضبطت على أصغر قيمة θ والذي يساوي دور المنبع S أي أن $T=T_S$. وبالتالي فإن

$$\nu = \frac{1}{T_S} \Rightarrow \nu = 25Hz$$

2 ـ حساب سرعة انتشار الموجة :

نعلم أن $\lambda = \frac{V}{\nu} \Rightarrow V = \lambda.\nu$

نحدد طول الموجة انطلاقا من مظهر الحبل :

$$\lambda = 4 \times 1cm = 4cm = 0,04m$$

وبالتالي فإن سرعة انتشار الموجة :

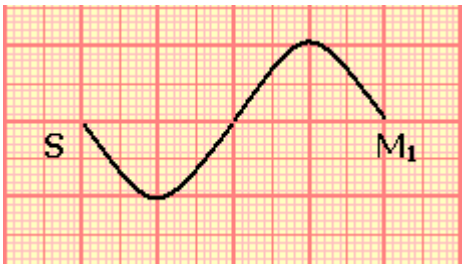
$$V = \lambda.\nu \Rightarrow V = 0,04 \times 25 = 1m/s$$

3 ـ نعتبر أصل التواريخ لحظة بداية اهتزاز المنبع S نحو الأعلى .

مظهر الحبل عند اللحظة $t_1=0,04s$ ، المسافة التي قطعتها الموجة خلال هذه المدة هي :

$$d_1 = V.t_1 \Rightarrow d_1 = 0,04m = 4cm$$

$$\frac{d_1}{\lambda} = 1 \Rightarrow d_1 = \lambda$$

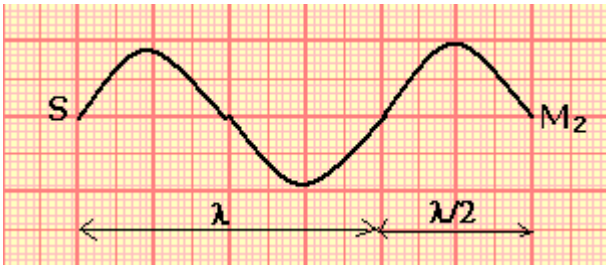


بما أن لحظة بداية اهتزاز المنبع S نحو الأعلى فإن مقدمة الموجة تعيد نفس حركة S بتأخر زمني وستهتز نحو الأعلى وبالتالي سيكون مظهر الحبل في هذه اللحظة .

مظهر الحبل عند اللحظة $t_2=0,06s$:

$$d_2 = V.t_2 \Rightarrow d_2 = 0,06m = 4cm$$

$$\frac{d_2}{\lambda} = 1,5 \Rightarrow d_2 = \lambda + \frac{\lambda}{2}$$



بنفس الطريقة نمثل مظهر الحبل في اللحظة t_2 :

4 ـ الحركة الظاهرية للحبل :

$\nu_{1S} = 26Hz > \nu_S$ فإن الحركة الظاهرية للحبل بطيئة وهي في منحى معاكس للمنحى الحقيقي لانتشار الموجة طول الحبل.

$\nu_{2S} = 24Hz < \nu_S$: نلاحظ حركة ظاهرية بطيئة للحبل بحيث تنتشر الموجة في نفس منحى انتشار الموجة.

تمرين 5 قياس سرعة انتشار الصوت في الهواء .

1 ـ حساب تردد الصوت باعتبار أن الحساسية الأفقية هي : 0,1ms/div لدينا حسب الشكل المحصل على شاشة راسم التذبذب :

$$T = 5 \times 0,1.10^{-3}s = 5.10^{-4}s$$

$$\nu = \frac{1}{T} = 2kHz$$

2 ـ طول الموجة الممكن استنتاجه من جدول القياسات :

حسب جدول القياسات لدينا :

$$d_2 = x_2 - x_1 = 17.0cm$$

$$d_3 = x_3 - x_1 = 34cm$$

.

.

$$d_5 = x_5 - x_1 = 85,0cm$$

في كل حالة يظهر الرسمان على شاشة راسم التذبذب على توافق في الطور أي أن

$$d_i = M_1M_i = k\lambda \quad 1 \le k \le 5$$

$$d_2 = M_1M_2 = \lambda = 17,0cm$$

$$d_3 = M_1M_3 = 2\lambda = 34,0cm$$

وبالتالي فإن $\lambda = 17cm$

3 ـ قيمة السرعة المتوسطة للصوت في الهواء :

$$V = \lambda\nu \Rightarrow V = 0,17 \times 2.10^3 = 340m/s$$

تمرين 6

1 ـ اسم النقطة F

تسمى النقطة F مقدمة الموجة .

2 ـ 1 تعيين طول الموجة :

حسب المبيان $\lambda = 40cm$

3 ـ 1 حساب سرعة انتشار الموجة والدور T :

عند اللحظة t_1 ، قطعت الموجة المسافة SF أي أن $C = \frac{SF}{t_1} = \frac{90.10^{-2}}{45.10^{-3}} = 20m/s$

يعبر عن دور اهتزازت الحبل بالعلاقة التالية :

$$T = \frac{\lambda}{C} \Rightarrow T = 20ms$$

4 ـ 1 منحى حركة S عند أصل التواريخ :

نلاحظ حسب مظهر الحبل أن F مقدمة الموجة تنتقل نحو الأعلى . وبما أن جميع نقط الحبل تعيد نفس حركة المنبع ، نستنتج أن منحى حركة S عند t=0 يكون نحو الأعلى .

2 ـ مقارنة حركتي S و P :

حسب الشكل المبياني لدينا : $SP = \frac{3\lambda}{2}$ أي أنها على شكل : $SP = \frac{(2k+1)\lambda}{2}$

إذن S و P يهتزان على تعاكس في الطور .

مقارنة حركتي S و Q

من خلال الشكل يتبين أن $SQ = 2\lambda$ أي على شكل $SQ = k\lambda$ وباتالي فإن S و Q يهتزان على توافق في الطور .

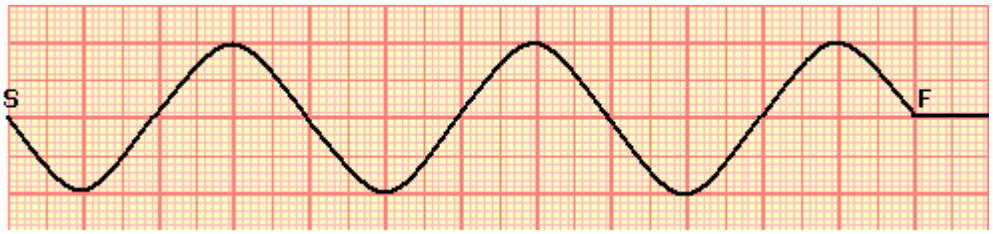
3 ـ تمثيل مظهر الحبل عند اللحظة t_2 :

عند اللحظة t_2 تقطع المقدمة الموجة المسافة

$$SF = C.t_2 = 1,2m = 120cm$$

$$SF = 3\lambda$$

وبالتالي يكون أعداد أطوال الموجة بين S و F هو 3

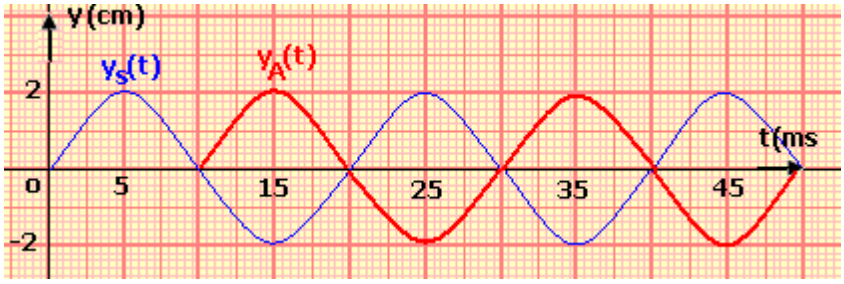


4 ـ تمثيل استطالتي

النقطتين S و A بدلالة الزمن :

يتطلب تمثيل استطالة S بدلالة الزمن معرفة :

- شكل المنحنى : جيبي
- وسع الحركة : مبيانيا a=2cm
- دور الحركة : T=20ms
- تاريخ بداية حركة S : t=0
- منحى انتقال S لحظة بداية حركته : نحو الأعلى .



بالنسبة للنقطة A فإنها تعيد نفس حركة S بعد مرور المدة

$$\theta = \frac{SA}{C} = 10ms$$

أي أن A تعيد نفس حركة S بتأخر زمني 10ms بالنسبة ل S :

A و S يهتزان على تعاكس في الطور .

تمرين 7

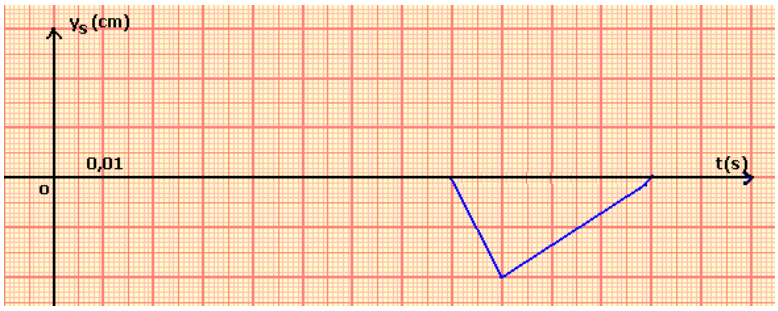
I ـ تعيين مدة الإشارة

حسب الشكل (1) ، المدة الزمنية التي تستغرقها الإشارة هي : $\tau = 0,01 \times 4 = 4.10^{-2} s$

2 ـ حساب طول الإشارة :

لدينا : $\ell = C.\tau$ أي أن $\ell = 1,6.10^{-1} m$

3 ـ تمثيل مبيان y_M بدلالة الزمن :



لدينا أن $y_M(t) = y_S(t-\theta)$ مع أن

$\theta = \frac{d}{C} = 8.10^{-2} s$ وهي تمثل التأخر الزمني .

نترجم هذه العلاقة مبيانيا بإزاحة المنحنى y_S بالتأخر الزمني θ .

II ـ 1 تعيين λ واستنتاج N :

حسب الشكل لدينا $\lambda = 4 \times 2cm = 8.10^{-2} m$

وحسب العلاقة $\lambda = \frac{C}{N} \Rightarrow N = \frac{C}{\lambda}$ وبالتالي فإن N=50Hz

2 ـ تحديد التاريخ t_1 :

حسب الشكل (2) الذي يمثل مظهر الحبل في اللحظة ذات التاريخ t_1 وباعتبار أن اللحظة التي بدأ فيها حركة الهزاز أصلا للتواريخ نلاحظ أن مطلع الإشارة قطع المسافة

$$d = 5.\frac{\lambda}{2} = C.t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{5}{2}.\frac{\lambda}{C} \Rightarrow t_1 = \frac{5}{2N} = 5.10^{-2} s$$

3 ـ مقارنة حركتي P و Q

لمقارنة حركتي P و Q نقارن المسافة الفاصلة بينهما وطول الموجة λ :

لدينا SQ-SP=12cm و $\lambda = 8cm$

بحيث أن $SQ - SP = \frac{3\lambda}{2}$ على شكل $SQ - SP = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ مع k=1 وبالتالي نستنتج أن P و Q تهتزان على تعاكس في الطور .

انتشار موجة ضوئية
Propagation d'une onde lumineux

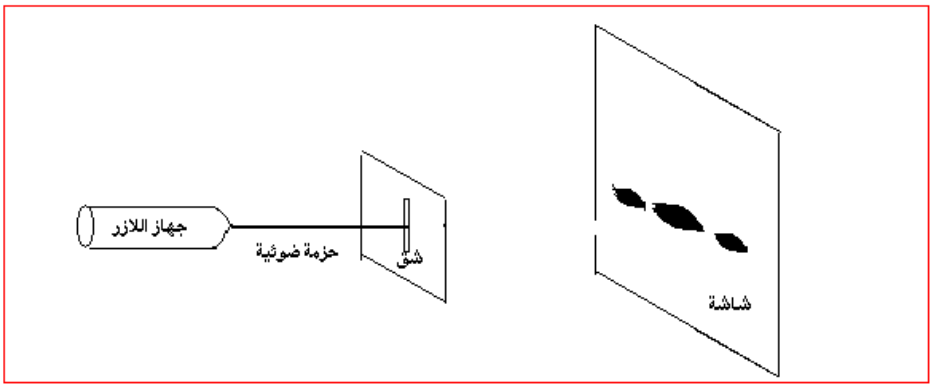
I ـ الإبراز التجريبي لظاهرة حيود الضوء

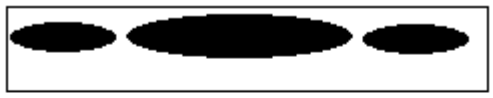
1 ـ تجربة

ننجز التركيب التجريبي جانبه حيث :

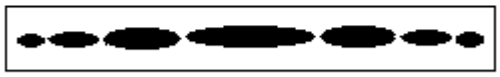
ـ الحزمة الضوئية المنبعثة من جهاز اللازر تقع في وسط الورق الميليمتري .

ـ نضع صفيحة بها شق عرضه a على مسافة D=1,77m من الشاشة ، فنشاهد على هذه الأخيرة الشكل أ .





الشكل ب



الشكل أ

ـ نعوض الصفيحة بأخرى شقها عرضه a/2 فتحصل على الشكل ب

ـ نحتفظ بنفس المسافة D=1,77m ونستعمل صفائح شقوقها مختلفة العرض a . نقيس بالنسبة لكل صفيحة العرض L للبقع المركزية المشاهدة على الشاشة .

ندون في جدول قيم كل من a و L . فنحصل على الجدول التالي :

a(µm)	380	250	110	90	50
L(mm)	5,5	8,5	2,0	2,5	3,0

استثمار

1

الماء

ظاهرة حيود الموجات الميكانيكية تحدث عندما

من طول الموجة الميكانيكية .

نفس الشيء بالنفس للضوء فعند وصوله إلى حاجز ذي فتحة عرضها aصغير جدا يتغير اتجاه انتشار الأشعة الضوئية .

2 ـ ذكر بالمبدأ المستقيمي للضوء . هل يتحقق هذا المبدأ خلال هذه التجربة ؟

ينتشر الضوء في أوساط شفافة ومتجانسة وفق خطوط مستقيمية .

عند وصول الضوء إلى الحاجز ذي الفتحة يتغير اتجاه انتشاره وبالتالي فإن مبدأ انتشار الضوء لايتحقق . لت هذه الأشعة الضوئية يمكنها أن تصل إلى أماكن توجد وراء الحاجز . نقول أن الضوء خضع لظاهرة الحيود

عند حدوث

، وتقل شدة إضاءتها كلما ابتعدنا عن المركز ويتصرف هنا الشق كمنبع ضوئي وهمي

3 ـ ماذا يمكن استخلاصه فيما يخص طبيعة الضوء ؟

مبدأ الإنتشار المستقيمي للضوء لا يمكن من تفسير وصول الضوء لأما

وبالمماثلة مع الموجات الميكانيكية نعتبر الضوء موجة .

خلاصة :

كما هو الشأن بالنسبة لحيود موجة ميكانيكية مستقيمية على سطح الماء في حوض الموجات ، يتم حيود الضوء ، بواسطة فتحات صغيرة : ثقب أو شق رأسي أو سجاف voilage والتي يمكن اعتبارها منابع ضوئية وهمية ، الشيء الذي يثبت الفرضية التالية :

إن الضوء عبارة عن موجات متوالية . ويسمى هذا المظهر الموجي للضوء .

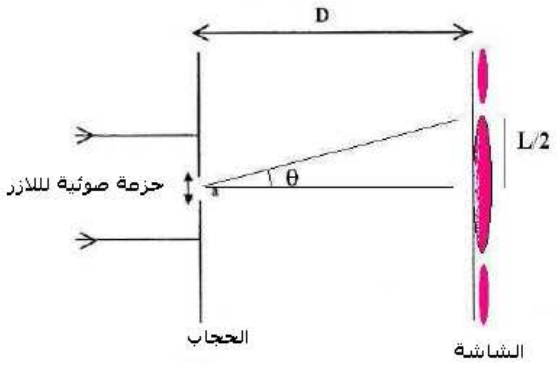
ولقد توصل العالم هويكنس Huygnes إلى هذه الفرضية في منتصف القرن السابع عشر الميلادي وثم إثباتها تجريبيا في بداية القرن التاسع عشر الميلادي من طرف العالم يونغ Young

4 ـ تحديد طول الموجة لموجة ضوئية منبعثة من جهاز اللازر .

ـ يرمز للفرق الزاوي بين وسط البقعة المركزية وأول بقعة مظلمة بالحرف θ .

4 ـ 1 بالنسبة لفرق زاوي صغير ، يمكن كتابة العلاقة tanθ=θ ، حيث يعبر عن θ بالرديان .

أثبت العلاقة : $\theta = \frac{L}{2D}$



نعبر عن الفرق الزاوي θ بالرديان بين وسط الهذب المركزي وأول هذب مظلم

من خلال الشكل لدينا :

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{L}{2D}$$

باعتبار أن θ صغيرة جدا فإن

$$\tan\theta \approx \theta = \frac{L}{2D}$$

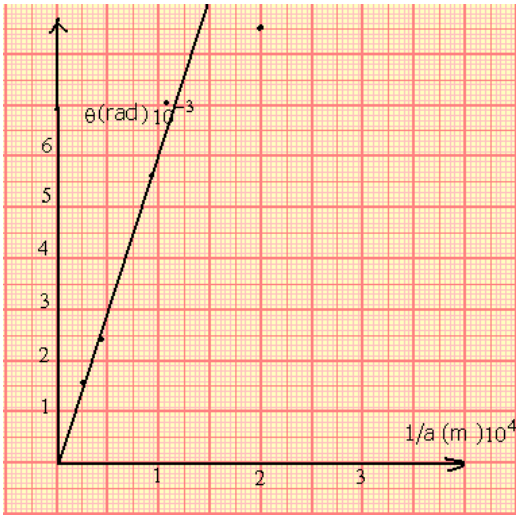
4 ـ 2 مثل المنحنى الممثل لتغيرات θ بدلالة $\frac{1}{a}$

a(µm)	380	250	110	90	50
L(m)	$5,5.10^{-3}$	$8,5.10^{-3}$	$2,0.10^{-2}$	$2,5.10^{-2}$	$3,0.10^{-2}$
$1/a(m^{-1})$	$2,6.10^{3}$	$4,0.10^{3}$	$9,1.10^{3}$	$1,1.10^{4}$	$2,0.10^{4}$
θ(rad)	$1,55.10^{-3}$	$2,40.10^{-3}$	$0,56.10^{-2}$	$0,71.10^{-2}$	$0,85.10^{-2}$

التمثيل المبياني باختيار السلم التالي :

بالنسبة ل 1/a نختار : $1cm \leftrightarrow 0,5.10^{4} m^{-1}$

بالنسبة ل θ نختار : $1cm \leftrightarrow 1.10^{-3} rad$



4 ـ 3 أستنتج العلاقة الرياضية بين θ و (1/a) . ما هو المدلول الفيزيائي للمعامل الموجه للمنحنى المحصل عليه ؟

و من خلال االتحليل البعدي لهذه العلاقة يتبين $\theta = k.\frac{1}{a}$

أن الثابتة k تمثل طول الموجة لأن وحدتها في المعادلة هي المتر . وبالتالي فالعلاقة بين θ و (1/a) هي : $\theta = \frac{\lambda}{a}$

5 ـ ما تأثير عرض الشق a على العرض L للبقعة المركزية ؟

II ـ الموجات الضوئية

1 ـ انتشار الموجات الضوئية

الضوء الطبيعي المنبعث من الشمس

يحتاج لوسط مادي لانتشاره خلافا للموجات الميكانيكية .

تنتشر الموجات الضوئية في الفراغ .

في سنة 1821 نشر فرينل Fresnel فرضيته بالنسبة للإهتزازات الضوئية باعتبارها موجات مستعرضة أي أنها متعامدة مع اتجاه انتشارها . بحيث أن هذه الاشارة هي عبارة عن مجال كهربائي مقرون بمجال مغناطيسي لذا نسميها بالموجات الكهرمغنطيسية .

الموجات الضوئية موجات كهرمغنطيسية .

تنشر في الفراغ بسرعة $c \approx 3.10^8 m/s$.

سرعة انتشار الضوء في الفراغ هي ثابتة عالمية قيمتها c=299 792 458m/s

في وسط مادي شفاف سرعة الضوء أصغر من سرعته غي الفراغ . في الهواء تقارب سرعته في الفراغ .

ـ تحمل الموجات الضوئية طاقة تسمى طاقة الإشعاع .

2 ـ العلاقة بين طول الموجة الضوئية والتردد

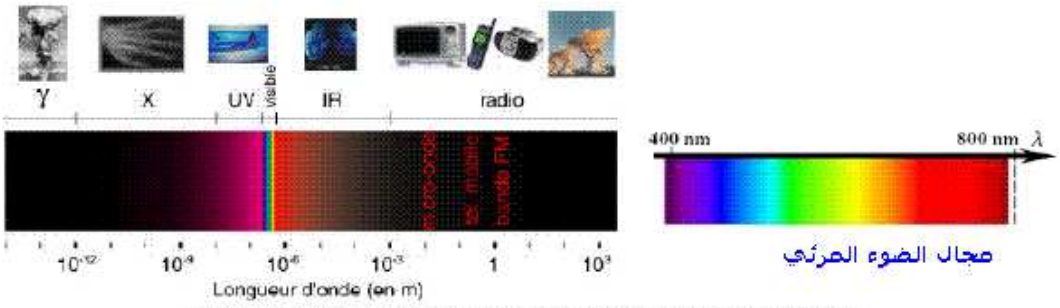
تتميز موجة ضوئية أحادية اللون بترددها ν ، نعبر عنه بالهرتز (Hz) أو بالدور $T = \frac{1}{\nu}$ نعبر عنها بالثانية s .

- تردد موجة ضوئية هي نفسها في جميع الأوساط الشفافة .
- طول الموجة λ في الفراغ يمثل الدورية المكانية و T تعبر عن الدورية الزمنية . هذان المقدران مرتبطان بالعلاقة التالية :

$$\lambda = c.T$$

نعبر عن λ بالمتر (m) و عن c ب (m/s) و ν ب الثانية (s) .

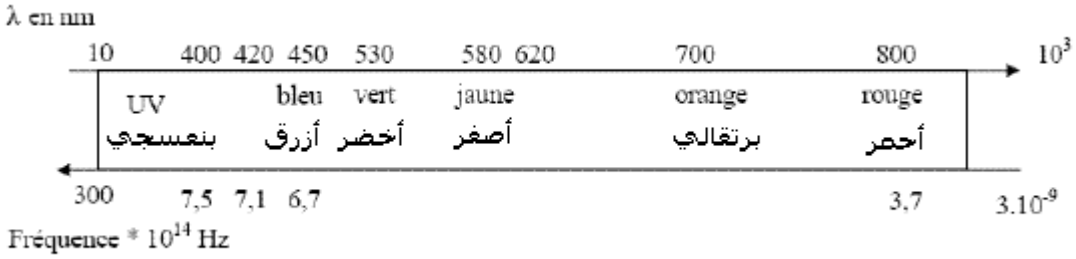
يبين الجدول التالي مجال الترددات وطول الموجة للموجات الضوئية في الفراغ :



Domaine de différentes radiations en fonction de leurs longueurs d'onde

مجال مختلف الاشعاعات بدلالة طول الموجات

مجال الضوء المرئي



III ـ تبدد الضوء La dispersion de la lumière

3 ـ 1 سرعة الانتشار ومعامل الانكسار n

تعريف : معامل انكسار وسط شفاف هو النسبة بين سرعة الانتشار c للضوء في الفراغ وسرعة انتشاره V في هذا الوسط الشفاف .

$$n = \frac{c}{V}$$

معامل الانكسار ليست له وحدة .

في الهواء كل الإشعاعات تنتشر بسرعة V تقارب c وبالتالي فمعامل انكسار الهواء يقارب 1 :

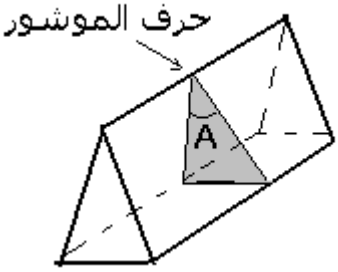
$n_{air} = 1,00$.

في الماء ، تساوي سرعة الضوء تقريبا $2,3.10^8 m/s$ أي أن معامل الانكسار الماء هو :

$n_{eau} = 1,3$

3 ـ 2 معامل الانكسار وطول الموجة

طول الموجة λ لإشعاع تردد ν هو : $\lambda_{vide} = c.T = \frac{c}{\nu}$



في وسط شفاف مبدد معامل انكساره $n = \frac{c}{V}$ ، الإشعاع ذي التردد ν طول موجته λ نعبر عنها بالعلاقة التالية :

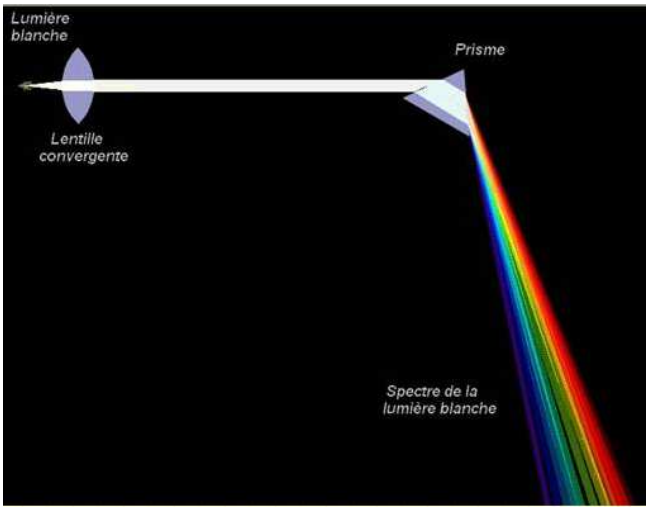
حسب العلاقة السابقة $\lambda = V.T = \frac{c}{n.V}$

$$\lambda = \frac{\lambda_{vide}}{n} \Rightarrow n = \frac{\lambda_{vide}}{\lambda}$$

3 ـ 3 تبدد الضوء بواسطة موشور

تعريف بالموشور :

الموشور وسط شفاف محدود بوجهين مستويين غير متوازيين ، يتقاطعان حسب مستقيم يسمى حرف الموشور



- مستوى المقطع الرأسي هو المستوى المتعامد مع الحرف
- قاعدة الموشور هي الوجه المقابل للحرف
- زاوية الموشور هي الزاوية A المقابلة للقاعدة .

تجربة : تحليل الضوء الأبيض

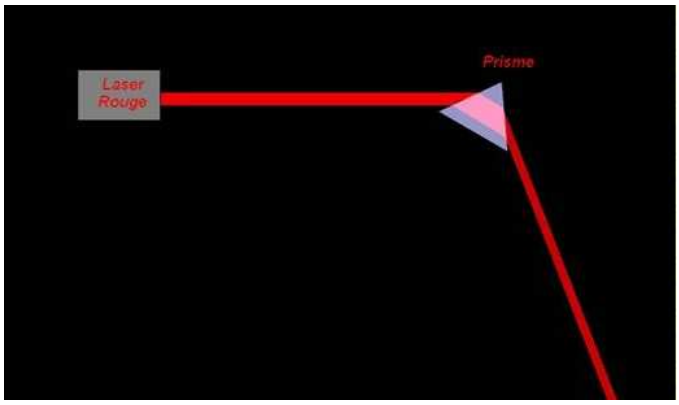
أنظر هذا الرابط بالأنترنيت

http://www.up.univ-mrs.fr/~laugierj/CabriJava/0pjava60.html

نضع أمام منبع ضوئي (S) ، حجابا به شق رقيق جدا ونحقق بواسطة عدسة رقيقة مجمعة ،

على شاشة E ، صورة الشق ، ثم نضع بين العدسة والشاشة ، موشورا من زجاج شفاف .
ملاحظات :

- انحراف الحزمة الضوئية بسبب وجود الموشور الأولى عند دخولها الموشور والثانية عند خروجها منه .
- نلاحظ على الشاشة E بقعة ضوئية ملونة وهذه الألوان مشابهة لألوان قوس قزح ، تسمى هذه البقعة الضوئية الملونة ب**طيف الضوء الأبيض**
- عند استعمال ضوء أحادي اللون (الأحمر) نلاحظ على الشاشة طيف ضوئي يضم حزة واحدة
- يعطي الضوء الأبيض طيف ضوئي مستمر
- الزجاج وسط مبدد للضوء حيث معامل الانكسار يتعلق بتردد الاشعاعات الضوئية



التحليل
أ ـ انحراف الضوء الأحادي اللون :
يرد شعاع ضوئي أحادي اللون ينتمي إلى المقطع الرأسي على وجه الموشور .
1 ـ ما هي الظاهرة التي تحدث عند دخوله الموشور ، ثم عند خروجه منه ؟
ـ تحدث ظاهرة الانكسار مرتين : عنط دخوله في النقطة I ، ثم عند خروجه في النقطة I' .
2 ـ حدد على الشكل زاوية الانحراف D بين SI الشعاع الوارد على الموشور والشعاع المنبعث عند خروجه I'R منه : $D = (\overline{SI}, I'R)$
ـ الشعاعان SI و I'R ليس لهما نفس الاتجاه وبالتالي فغن الموشور قد غير اتجاه الضوء الأحادي اللون / تسمى هذه الظاهرة انحراف الضوء بواسطة موشور .
تعريف : زاوية الانحراف D هي الزاوية التي يكونها اتجاه الشعاع الوارد SI مع اتجاه الشعاع المنبعث I'R أي $D = (\overline{SI}, \overrightarrow{I'R})$
3 ـ أوجد هندسيا وبتطبيق قوانين ديكارت للانكسار صيغ الموشور .

حسب قوانين ديكارت للإنكسار لدينا :

$$\sin i = n \sin r$$

$$n \sin r' = \sin i'$$

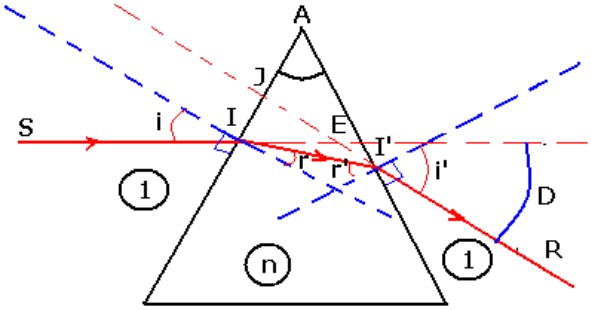
هندسيا لدينا : حسب المثلث AII'

$$\hat{A} + (\frac{\pi}{2} - r) + (\frac{\pi}{2} - r') = \pi \Rightarrow \hat{A} = r + r'$$

نأخذ زاويا المثلث AJI' و IJE

$$\hat{A} + (\frac{\pi}{2} - i') + (\pi - \frac{\pi}{2} - i + D) = \pi \Rightarrow \hat{A} - i' - i + D = 0$$

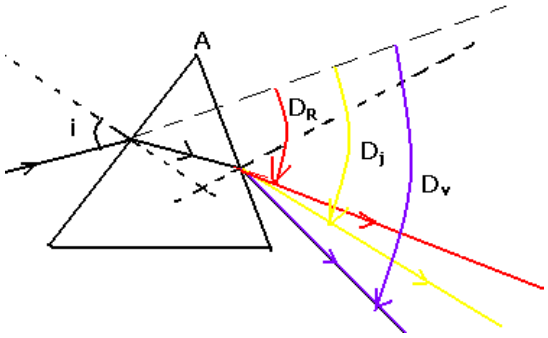
$$D = i + i' - \hat{A}$$



أنظر الربط بالأنترنيت التالي :
http://perso.orange.fr/guy.chaumeton/animations/2dprisme1.htm

3 ـ 4 ظاهرة تبدد الضوء

نرسل حزمة رقيقة من الضوء الأبيض على موشور
كما هو ممثل في الشكل ونعتبر العلاقة :



$$D = i + i' - A$$

نلاحظ :

بالنسبة للإشعاعات التي تكون الضوء الأبيض أن كلا من الزاويتين i و A لهما نفس القيمة ، بينما قيمتا الزاويتين i' و D مرتبطتان بقيمة معامل الانكسار n أي طول موجة الاشعاع أي لون هذا الأخير .

$$\sin i = n \sin r$$

$$n \sin r' = \sin i'$$

مما يبين أن معامل انكسار زجاج الموشور يتعلق بتردد الموجات الضوئية وبما أن $n = \frac{C}{V}$
فإن سرعة انتشار الموجات تتعلق كذلك بتردد الموجات وهذا يبين أن زجاج الموشور مبدد للضوء

بالنسبة لمنحنى الانحراف D ، فإنه يكبر من اللون الأحمر إلى اللون البنفسجي أي الضوء الأحمر أقل انحرافا بينما الضوء البنفسجي أكثر انحرافا . $D_v > D_j > D_R$

خلاصة :

يتعلق معامل انكسار وسط شفاف بتردد الإشعاعات الضوئية ، وهذا ما يسبب ظاهرة تبدد الضوء

ملحوظة :

تتميز الموجة الضوئية بطول موجتها لكون أن طول الموجة يتغير عندما تنتقل من وسط إلى آخر (طول الموجة الضوئية يتعلق بمعامل الانكسار) بينما ، التردد يبقى هو نفسه . فالذي $n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$
يتغير من وسط إلى آخر هو سرعة انتشار الضوء

حسب قانون ديكارت للانكسار $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

السلسلة الرقم 3
السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية
انتشار موجة ضوئية

تمرين 1

تنتشر الموجة الضوئية في الفراغ بسرعة $C=3.10^8 m/s$.

يتميز الضوء المرئي ، بطيف ترددات موجاته بين القيمتين $\nu_1 = 3,75.10^{14} Hz$ و $\nu_2 = 7,5.10^{14} Hz$

1 ـ حدد مجال تغيرات أطوال الموجات للضوء في الفراغ .

2 ـ علما أن معامل الانكسار للزجاج n=1 ,5 حدد مجال تغير أطوال الموجات للضوء المرئي .

تمرين 2

تنتشر الموجة الضوئية في جميع الأوساط الشفافة ذات معامل الانكسار n . أتمم الجدول التالي :

	الفراغ	الماء	الزجاج
طول الموجة λ(nm)	550		
معامل الانكسار n		1,33	
سرعة الانتشار (m/s)	3.10^8		2.10^8
التردد ν ب Hz			
اللون			

تمرين 3 : إنشاء شكل لحيود موجة ضوئية .

نضيء شق عرضه a بواسطة ضوء أحادي اللون الأحمر طول موجته في الفراغ $\lambda_1=633nm$.

على شاشة توجد على مسافة D=3m من الشق نعاين شكل حيود الموجة الضوئية .

1 ـ صف وارسم شكل الحيود المحصل عليه .

2 ـ عرف ، بواسطة تبيانة الفرق الزاوي θ للهذب المركزي للحيود .

3 ـ ما هي العلاقة بين θ والعرض a للشق ؟

4 ـ أوجد العلاقة بين tanθ والمسافة D والعرض L للبقعة المركزية .

5 ـ نفس السؤال إذا اعتبرنا أن tanθ تساوي تقريبا θ والتي نعبر عنها بالرديان .

6 ـ أحسب عرض الفتحة a إذا كان عرض البقعة المركزية للحيود L=12,0cm .

تمرين 4

نضيء شق عرضه a بواسطة ضوء أحادي اللون الأحمر طول موجته في الفراغ $\lambda_1=633nm$ ، ثم بواسطة ضوء أصفر طول موجته λ مجهول .

على شاشة ، توجد على بعد D من الشق ، نعاين بالتتابع أشكال الحيود المحصل عليها :

ـ بالنسبة للضوء الأحمر عرض البقعة المركزية $L_1=8,0cm$ و بالنسبة للضوء الأصفر . عرض البقعة المركزية $L_2=7,5cm$.

1 ـ أعط العلاقة بين طول الموجة λ و الفرق الزاوي θ للبقعة المركزية وعرض الشق a .

2 ـ لنقبل أن $\theta(rad) = \frac{L}{2D}$

2 ـ 1 بين أنه بالنسبة لجهاز تجريبي معين ، النسبة $\frac{\lambda}{L}$ تبقى ثابتة .

2 ـ 2 أحسب طول الموجة λ_2 .

تمرين 5

إشعاعين طول موجتهما في الفراغ $\lambda_R=656,3nm$ (الأحمر)و $\lambda_B=487,6nm$ (الأزرق) .

بالنسبة لهذين الإشعاعين معامل الإنكسار للزجاج هو على التوالي $n_R=1,612$ و $n_B=1,671$.

1 ـ أحسب التردد الموافق لكل إشعاع .

2 ـ أحسب بالنسبة لكل إشعاع :

أ ـ سرعته في الزجاج

ب ـ طول موجته في الزجاج

تمرين 6: تبدد الضوء بواسطة موشور

نعتبر موشورا من الزجاج مقطعه الرأسي مثلث زاويته A=60,00° . نحصر الدراسة بالنسبة لشعاع ضوئي الوارد المنتمي إلى مستوى المقطع الرأسي على وجه الموشور

يرد شعاع ضوئي على وجه موشور بزاوية الورود i=45° . معامل انكسار الموشور بالنسبة للإشعاع الوارد هو n_J=1,660 .

1 ـ بين بطريقة هندسية أن زاوية الانحراف $D = i + i' - A$ و $A = r + r'$

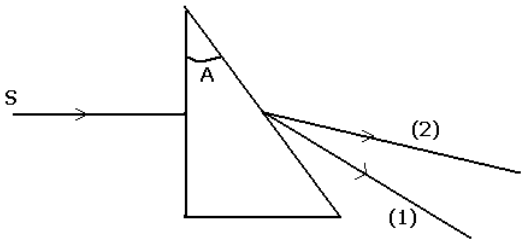
2 ـ بتطبيق قانون ديكارت للإنكسار أحسب D_j, i', r, r'

3 ـ نفس السؤال في حالة الضوئين الأحادي اللون الأزرق (n_B=1,673) والبرتقالي (n_O=1,655)

4 ـ مثل مسارات الأشعة الأحادية اللون قبل وبعد اجتيازها الموشور . اعط اسم الظاهرة .

تمرين 7

ترد حزمة ضوئية مكونة من شعاعين : أحمر وبنفسجي عموديا على أحد أوجه موشور زاويته A (أنظر الشكل أسفله) .



نعطي : $\lambda_V = 0,4\mu m$ و $\lambda_R = 0,6\mu m$

معامل الانكسار : $n_R = 1,65$ و A=30° .

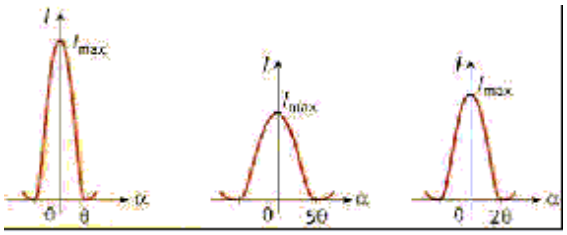
تعبر العلاقة $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$ عن تغير معامل الانكسار للوسط بدلالة طول الموجة λ للموجة الضوئي حيث a و b ثابتتان .

1 ـ ما اسم الظاهرة التي تحدث ؟

2 ـ تعرف مع التعليل على الشعاعين (1) و (2) .

3 ـ أحسب قيمة D_R زاوية انحراف الشعاع الأحمر بالنسبة لاتجاهه البدئي .

4 ـ نضع أمام الشعاعين (1) و (2) عدسة مجمعة L . مسافتها البؤرية الصورة f'=100cm بحيث ينطبق محورها البصري الرئيسي مع الشعاع (1) فتكون المسافة ℓ الفاصلة بين الحزمتين الحمراء والبنفسجية المحصل عليها على الشاشة E المتواجدة في المستوى البؤري الصورة للعدسة L : $\ell = 2,47cm$.



4 ـ 1 أثبت أن $\ell = f' \tan(D_V - D_R)$

4 ـ 2 استنتج قيم :

D_V : زاوية انحراف الشعاع البنفسجي بالنسبة لاتجاهه البدئي .

n_V : معامل انكسار الموشور بالنسبة للشعاع البنفسجي .

5 ـ أحسب قيمتي الثابتتين a و b .

تمرين 8

خلال تجربة الحيود نقيس شدة إضاءة الموجات الضوئية المحيدة باستعمال شقوق عرضها بالتتابع d_1=0,2mm و d_2=0,5mm و d_3=1mm .

تمثل المنحنيات أسفله تغيرات الشدة I بدلالة الفرق الزاوي θ (بدون سلم) . طول موجة الضوء الأحادي اللون في الفراغ هو 633nm ، وسرعة انتشاره في الهواء هي : $C=3.10^8 m/s$

θ نصف طول البقعة المركزية .

1 ـ ما تردد الموجة المحيدة ؟

2 ـ اقرن كل منحنى بالشق الموافق له .

3 ـ ما هو عرض البقعة المركزية للحيود محصل عليه غلى شاشة تبعد بمسافة D=2,5m عن الشق الذي عرضه d_1 ؟

الجواب : $\nu = C/\lambda = 4,74.10^{14} Hz$

الشق 1 المنحنى الموجود في الوسط

الشق 2 المنحنى الموجود على اليمين

الشق 3 المنحنى الموجود على اليسار . 3 ـ $d = 2\lambda D/a = 1,58cm$

تصحيح تمارين السلسلة 2
الموجة الضوئية السلسلة 3

تمرين 1

1 ـ مجال تغير طول موجات الضوء في الفراغ :

$$\nu_1 \le \nu_0 \le \nu_2 \Rightarrow \frac{1}{\nu_2} \le \frac{1}{\nu_0} \le \frac{1}{\nu_1} \Rightarrow \frac{V}{\nu_2} \le \frac{V}{\nu_0} \le \frac{V}{\nu_1}$$

$$\lambda_2 \le \lambda_0 \le \lambda_1 \Rightarrow 0,4\mu m \le \lambda \le 0,8\mu m$$

2 ـ نعرف معامل انكسار وسط بالعلاقة التالية :

$n = \frac{C}{V}$ ونعلم كذلك أن $V = \lambda.\nu$ سرعة الضوء في وسط شفاف . وكذلك سرعته في الفراغ هي :

$C = \lambda_0.\nu$ أي أن $n = \frac{C}{V} = \frac{\lambda}{\lambda_0} \Rightarrow n = \frac{\lambda}{\lambda_0}$ وبالتالي فإن تغير أطوال الموجات للضوء المرئي في الزجاج هي :

$$0,4\mu m \le \lambda_0 \le 0,8\mu m$$

$$\frac{0,4\mu m}{1,5} \le \frac{\lambda_0}{n} \le \frac{0,8\mu m}{1,5}$$

$$0,27\mu m \le \frac{\lambda_0}{n} \le 0,53\mu m$$

تمرين 2

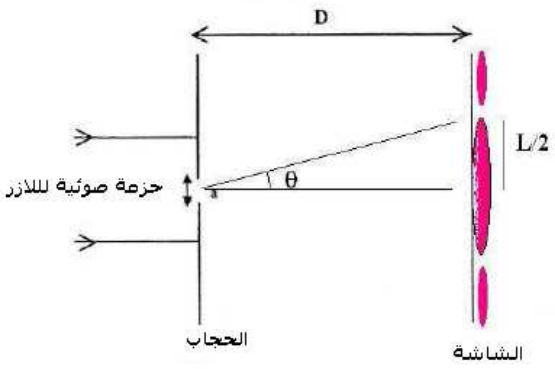
باستعمال العلاقات السابقة وباعتبار أن التردد لايتعلق بوسط الانتشار يمكن ملأ الجدول

	الفراغ	الماء	الزجاج
طول الموجة λ(nm)	550	**414**	**567**
معامل الانكسار n	**1**	1,33	**1,5**
سرعة الانتشار (m/s)	3.10^8	**$2,3.10^8$**	2.10^8
التردد ν ب Hz	**$5,5.10^{14}$**	**$5,5.10^{14}$**	**$5,5.10^{14}$**
اللون	**أخضر**	**أخضر**	**أخضر**

ملاحظة : أن لون كل إشعاع أحادي اللون مرتبط بترددة بما أن التردد لايتغير فاللون لا يتغير

تمرين 3 : إنشاء شكل لحيود موجة ضوئية

1 ـ عندما يجتاز الضوء الأحادي اللون الشق ذي الفتحة عرضها a نلاحظ تكون أهداب ضوئية مضيئة ومظلمة . يتصرف الشق كمنبع ضوئي وهمي . تسمى هذه الظاهرة : حيود الموجة الضوئية .



2 ـ نسمي الفرق الزاوي θ الزاوية المحصورة بين وسط الذب المركزي وأول بقعة مظلمة .

3 ـ العلاقة بين θ والعرض a للشق :

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

4 ـ العلاقة بين tanθ والمسافة D والعرض L للهذب المركزي :

حسب الشكل لذينا :

$$\tan\theta = \frac{L}{2D}$$

5 ـ إذا اعتبرنا أن $\tan\theta \approx \theta \Rightarrow \theta = \frac{L}{2D}$

6 ـ حساب عرض الفتحة :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} \text{ et } \theta = \frac{L}{2D} \Rightarrow \frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$$

$$a = \frac{2D.\lambda}{L} = 31,7\mu m$$

تمرين 4

1 ـ أنظر السؤال 3 في التمرين السابق

2 ـ 1 لنبين أنه بالنسبة لجهاز تجريبي معين النسبة $\frac{\lambda}{L}$ تبقى ثابتة :

حسب العلاقتين السابقتين لدينا :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} \text{ et } \theta = \frac{L}{2D} \Rightarrow \frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$$

$$\frac{\lambda}{L} = \frac{a}{2D}$$

من العلاقة يتبين أن المقادير a عرض و D المسافة الفاصلة بين الحاجز والشاشة يتعلقان بالجهاز

وبالتالي فإن النسبة $\frac{a}{2D}$ تتعلق بالجهاز أي أن $\frac{\lambda}{L}$ ثابتة إذا تم استعمال نفس الجهاز .

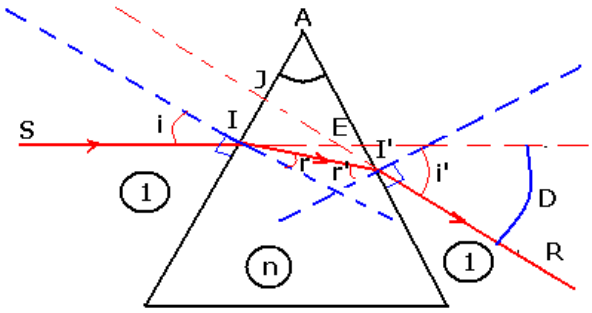
2 ـ 2 حساب λ_2

بما أن $\frac{\lambda}{L}$ ثابتة بالنسبة لنفس الجهاز فإن

$$\frac{\lambda_1}{L_1} = \frac{\lambda_2}{L_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{L_2}{L_1}\lambda_1$$

$$\lambda_2 = 0,937\lambda_1$$

تمرين 6 تبدد الضوء بواسطة موشور :



1 ـ استعمال الطريقة الهندسية (أنظر الدرس)

2 ـ نطبق القانون الثاني للإنكسار :

عند نقطة الورود I لدينا :

$$\sin i = n_j \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n_j} = 0,426$$

$$r = 25°21$$

عند نقطة الورود I′ :

$$A = r + r' \Rightarrow r' = A - r$$

$$r' = 34°79$$

$$n_j \sin r' = \sin i' \Rightarrow \sin i' = 0,947$$

$$i' = 71°26$$

$$D_j = i + i' - A$$

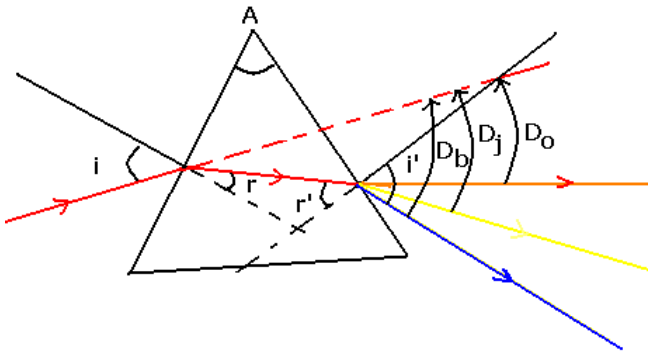
$$D_j = 56°26$$

3 ـ بنفس الطريقة نحسب الزوايا بالنسبة للضوء الأحادي اللون الأزرق :

$$r = 25° \quad r' = 35° \quad i' = 73°67$$

$$D_B = 58°67$$

بالنسبة للضوء الأحادي اللون البرتقالي :



$r = 25°29 \quad r' = 34°70 \quad i' = 70°42$

$D_o = 55°42$

4 ـ مسارات الأشعة أحادية اللون قبل وبعد اجتيازها الموشور

اسم الظاهرة تبدد الضوء بالموشور .

تمرين 7

1 ـ اسم الظاهرة لتي تحدث : ظاهرة تبدد الظوء بواسطة موشور

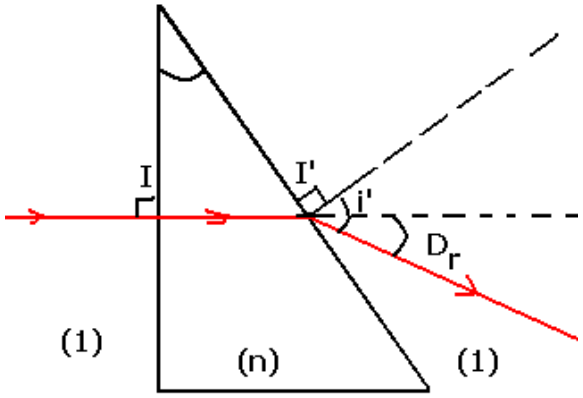
2 ـ تؤدي ظاهرة تبدد الضوء الأبيض بواسطة موشور إلى انبتاق طيف الضوء الأبيض حيث أن الشعاع البنفسجي أكثر انحرافا من الأشعة الأخرى وبالتالي من الشعاع الأحمر إذن حسب الشكل فإن :

(1) يمثل الشعاع البنفسجي

(2) يمثل الشعاع الأحمر .

3 ـ حساب قيمة D_R زاوية انحراف الشعاع الأحمر بالنسبة لاتجاهه البدئي :

حسب قانون ديكارت :



$\sin i = n_R \sin r \qquad i=0$

$\sin r = \dfrac{\sin i}{n_j} = 0$

$r = 0$

$A = r + r' \Rightarrow r' = A = 30°$

$n \sin r' = \sin i' \Rightarrow \sin i' = 0,825$

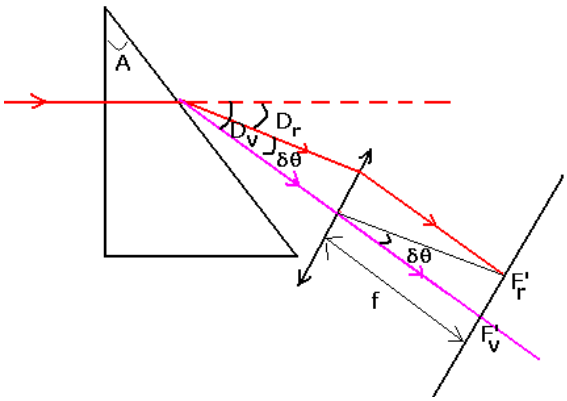
$i' = 55°59$

$D_R = i + i' - A \Rightarrow D_R = 25°59$

4 ـ 1 إثبات العلاقة $\ell = f' \tan(D_v - D_R)$

حسب الشكل I′ نقطة الانكسار الثاني بين الموشور والوسط الهواء متطابقة مع البؤرة الرئيسية الشيء للعدسة المجمعة . الشعاع البنفسجي متطابق مع المحور البصري الرئيسي أي عند اجتيازه العدسة لا ينحرف ، بينما الشعاع الأحمر الوارد من البؤرة الرئيسية الشيء سيجتاز العدسة موازيا للمحور البصري الرئيسي .

ومن خلال الشكل بتبين أن :



$\tan(\delta\theta) = \dfrac{\ell}{f'}$

$\delta\theta = D_v - D_R \Rightarrow \tan(D_v - D_R) = \dfrac{\ell}{f'}$

$\ell = f' \tan(D_v - D_R)$

4 ـ 2

نستنتج قيمة زاوية الانحراف D_v :

$$\ell = f'\tan(D_v - D_R) \Rightarrow D_v - D_R = Arc\tan\left(\frac{\ell}{f'}\right)$$

$$D_v = Arc\tan\left(\frac{\ell}{f'}\right) + D_R$$

$$D_v = 26°99$$

$$D_v = i + i' - A \quad \text{i=0}$$

$$i' = D_v + A = 56°99$$

حسب قانون ديكارت :

$$n_v \sin r' = \sin i'$$

$$A = r + r' = r'$$

$$n_v \sin A = \sin(A + D_v) \Rightarrow n_v = \frac{\sin(A + D_v)}{\sin A} = 1,67$$

5 ـ حساب a و b

حسب الدراسة لدينا :

$$n_R = a + \frac{b}{\lambda_R^2}$$

$$n_v = a + \frac{b}{\lambda_v^2}$$

$$n_v - n_R = b\left(\frac{1}{\lambda_v^2} - \frac{1}{\lambda_R^2}\right) \Rightarrow b = \frac{n_v - n_R}{\left(\frac{1}{\lambda_v^2} - \frac{1}{\lambda_R^2}\right)} = 5,63.10^{-15} m^2$$

$$a = n_v - \frac{b}{\lambda_v^2} = 1,634$$

تمرين 8

1 ـ تردد الموجة المحيدة هو :

$$\lambda_0 = \frac{C}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{C}{\lambda_0} = 4,74.10^{14} Hz$$

2 ـ حسب العلاقة : $\theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{L}{2D} \Rightarrow L.d = 2\lambda D$

أي أن L طول البقعة المركزية وممثل في الشكل ب θ وعرض الشق d يتناسبان عكسيا .

من خلال المعطيات لدينا $d_1 < d_2 < d_3$ أي أن $L_1 > L_2 > L_3$

من خلال الشكل يتبين أن المنحنى الذي يتوفر على أكبر هذب مركزي هو الذي يوجد في الوسط فهو يمثل الشق (1)

المنحنى الذي يتوفر على أصغر هذب مركزي هو الذي يوجد على اليسار فهو يمثل الشق

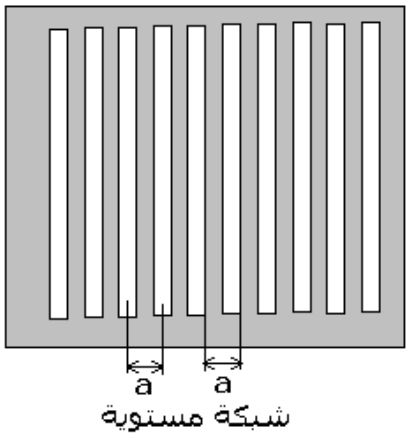
والمنحنى الذي يوجد على اليمين فهو يمثل الشق (2)

3 ـ عرض الهذب المركزي المحصل عليه على شاشة تبعد بمسافة D=2,5m بالنسبة لعرض الشق d_1 :

حسب العلاقة : $\frac{\lambda}{d_1} = \frac{L}{2D} \Rightarrow L = \frac{2\lambda D}{d_1} = 1,58cm$

حيود الضوء بواسطة شبكة
Détraction de la lumière par un réseau

I ـ تعريف



الشبكة مجموعة بصرية تمكن من الحصول على ظاهرة تبدد الضوء الأبيض شأنها شأن الموشور . وهي عبارة عن صفيحة مكونة من عدة شقات دقيقة ومتوازية متساوية المسافة فيما بينها .

تعريف بخطوة الشبكة pas d'un réseau

تسمى المسافة بين شقين متتالين : خطوة الشبكة ويرمز له بالحرف a .

تتميز الشبكة بعدد الشقات في وحدة الطول أي عدد الشقات في متر واحد . ويعبر عن هذا العدد بالعلاقة $n=\frac{1}{a}$

حيث وحدة a هي المتر .

يوجد نوعين من الشبكات :

ـ شبكة ذات مساحة شفافة مثل الستائر وتسمى شبكة بالانتقال .

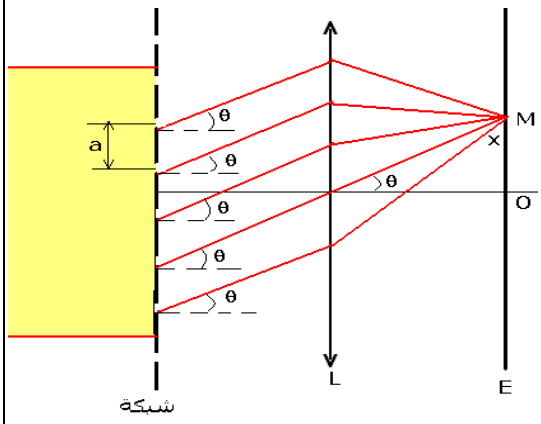
ـ شبكة ذات مساحة عاكسة مثل الأقراص المدمجة ذي القراءة باللازر وتسمى شبكة بالانعكاس

تمرين تطبيقي : تضم شبكة 400 شقا في المتر . احسب خطوة الشبكة a .

شبكة خطوتها $a=10^{-3}mm$. احسب n عدد الشقات في المتر .

II ـ الإبراز التجريبي لحيود الضوء الأحادي اللون بواسطة شبكة .

II ـ 1 ـ تجربة :



نرسل بواسطة جهاز اللازر حزمة ضوئية دقيقة أحادية اللون على شبكة بالانتقال (شبكة ذات مساحة شفافة) توجد أمام عدسة مجمعة .

نضع في المستوى البؤري الصورة للعدسة شاشة .

II ـ 2 ـ استثمار النتائج التجريبية

1 ـ صف ما تشاهده على الشاشة ؟

الشكل الملاحظ على الشاشة

نشاهد سلسلة من بقع ضوئية أحادية اللون متوازية ومتساوية المسافة فيما بينها ومتماثلة بالنسبة للبقعة المركزية .

ما اسم هذه الظاهرة ؟

ظاهرة الحيود . وهي تثبت الطبيعة الموجية للضوء وتتصرف شقوق الشبكة كمنابع ضوئية ثانوية ، تبعث موجات ضوئية في جميع اتجاهات المستوى .

2

ويصطلح على إعطاء الرتبة k=0 لهذه البقعة . وترقم البقع الأخرى انطلاقا من من رتبة البقعة المركزية ,

2 ـ 1 تحقق تجريبيا أن إضاءة البقع تنقص مع تزايد رتبها .

يتضح من خلال الشكل أنه كلما ابتعدنا من البقعة المركزية يتزايد عدد الرتب بينما الإضاءة تنقص

3ـ نعوض الشبكة بواسطة قرص مدمج

3 ـ 1 ماذا تلاحظ ؟

نلاحظ عدة أشعة ذات ألوان مختلفة أحادية أو طيف من الألوان الضوء الأبيض على وجه القرص

3 ـ 2 أين يجب وضع الشاشة للحصول على بقع ضوئية ؟

يجب وضع الشاشة في المكان الذي يوجد فيه الضوء المنعكس بواسطة القرص .

عندما يتبث الملاحظ شعاع على وجه القرص ويغير اتجاهه الزاوي بالنسبة لهذه النقطة يلاحظ عدة أطياف على وجه القرص من الأحمر إلى البنفسجي .

3 ـ 3 هل القرص المدمج شبكة بالانتقال ؟

ليست بشبكة بالانتقال لكن هو شبكة بالإنعكاس .

II ـ 3 ـ تفسير وتعليل : حالة ورود منظمي .

في هذه الحالة يكون اتجاه الحزمة الضوئية الأسطوانية الواردة على الشبكة عموديا وهذا يعني أن كل الشقات (أو الثقب) I و I' ....

جميع اتجاهات المستوى : نقول إن الشبكة سببت في حيود الضوء الأحادي اللون .

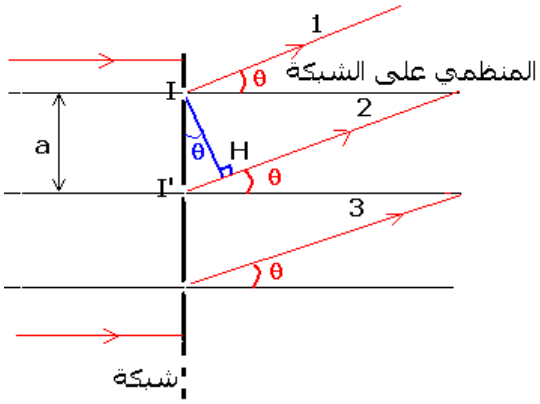
- فرق السير

تعريف : نعتبر الموجتين 1 ، 2 المنبعثتين من الشقين I و I' بحيث تكونان زاوية θ مع الخط المنظمي على الشبكة . نعرف فرق السير المسافة I'H بحيث H الإسقاط العمودي للنقطة I على الموجة 2 حسب الشكل :

بحيث أن d_1 المسافة $\delta = d_2 - d_1 = I'H$

المقطوعة من طرف الموجة 1 و d_2 المسافة لمقطوعة من طرف الموجة 2.

ولدينا $\theta = (\widehat{I'IH})$ إذن



$$\sin\theta = \frac{I'H}{II'} = \frac{I'H}{a} \Rightarrow I'H = a\sin\theta$$

أي أن $\delta = a\sin\theta$

- موضع النقط ذات إضاءة القصوى

كل الموجات الضوئية الأحادية اللون المنتشرة وفق الاتجاهات θ تتراكب فيما بينها ـ في اللانهاية ـ لكي تكوّ δ عددا مضاعفا لطول الموجة λ للموجة الضوئية .

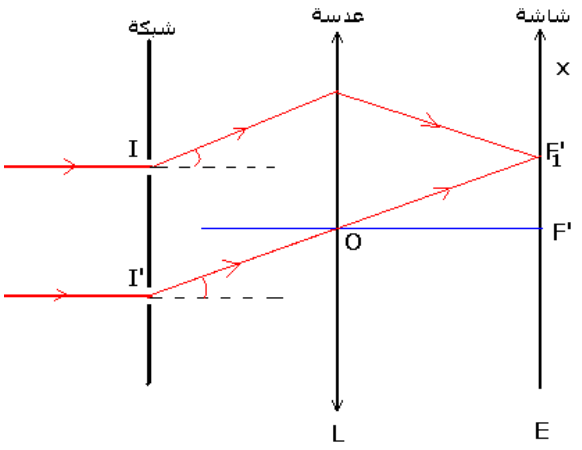
$$\delta = k\lambda \text{ avec } k \in Z$$

أي أن $a\sin\theta = k\lambda$ وبما أنه لدينا $a = \frac{1}{n}$

وبالتالي : $\sin\theta = k\lambda n$ بحيث أن $k \in Z$

هذه العلاقة : $\sin\theta = k\lambda n$ تحدد زوايا انحراف الاتجاهات الموافقة للإضاءة القصوية .

إذا اقتصرت الدراسة على النقط ذات الإضاءة القصوية (البؤر الثانوية الصورة) القريبة من البؤرة الرئيسية الصورة F' للعدسة المجمعة ، فإن زاوية الانحراف θ تكون صغيرة جدا ، فنكتب بتقريب مقبول :



$\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{F'F'_1}{f'}$ حيث f' المسافة البؤرية الصورة للعدسة .

وفي حالة الرتبة k نكتب :

$$\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{F'F'_1}{f'} = \frac{x_k}{f'}$$

وبما أن $\sin\theta = k\lambda n$ نجد أن : $\frac{x_k}{f'} \approx k\lambda n$

إذن : $\frac{x_k}{f'} \approx k\lambda n \Rightarrow x_k = kf'\frac{\lambda}{a}$

وبالتالي فإن النقط ذات الإضاءة القصوية F'_1 ، F'_2 ، F'_3 متساوية المسافة فيمل بينها .

هذه المسافة هي : $i = x_{k+1} - x_k = f'.\frac{\lambda}{a}$

- عدد النقط ذات الإضاءة القصوية .

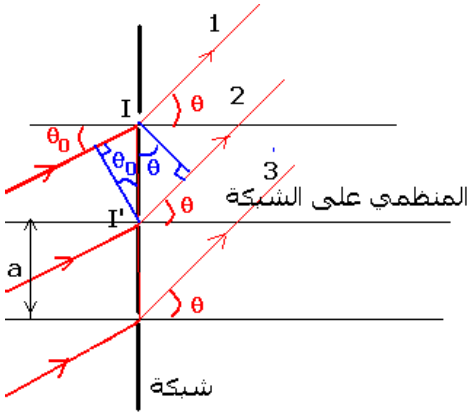
اعتمادا على العلاقة $\sin\theta = k\lambda n$ وعلما أن $|\sin\theta| \le 1$ نكتب $|k\lambda n| \le 1$

فنجد أن : $-\frac{1}{\lambda n} \le k \le \frac{1}{\lambda n}$ حيث $k \in Z$ وهو عدد النقط ذات الإضاءة القصوية .

II ـ 4 ـ تفسير وتعليل حالة ورود غير منظمي

نعتبر θ_0 زاوية ورود الأشعة الضوئية الأحادية اللون على الشبكة . نحسب فرق السير δ .

لدينا



$$\delta = d_2 - d_1 = I'H - IH$$

$$\theta_0 = \widehat{II'H}\ ,\ \theta = \widehat{I'IH}$$

$$\sin\theta = \frac{I'H}{II'} = \frac{I'H}{a} \Rightarrow I'H = a\sin\theta$$

$$\sin\theta_0 = \frac{H'I}{II'} = \frac{H'I}{a} \Rightarrow H'I = a\sin\theta_0$$

$$\delta = a(\sin\theta - \sin\theta_0)$$

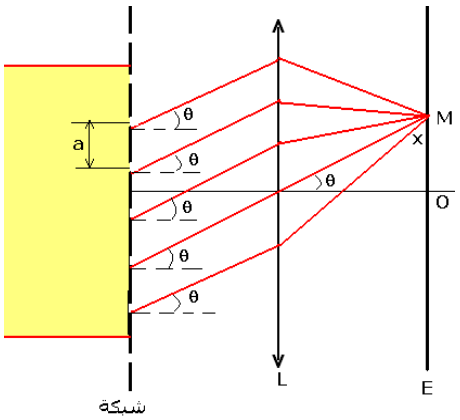
وبما أن التداخلات إنشائية فإن عبارة فرق السير هي : $\delta = k\lambda$ avec $k \in Z$

الشيء الذي يمكن من كتابة :

$$k\lambda = a(\sin\theta - \sin\theta_0)$$

$$\sin\theta = \sin\theta_0 + \frac{k\lambda}{a}$$

$$\sin\theta = \sin\theta_0 + k\lambda n \quad avec \quad k \in Z$$

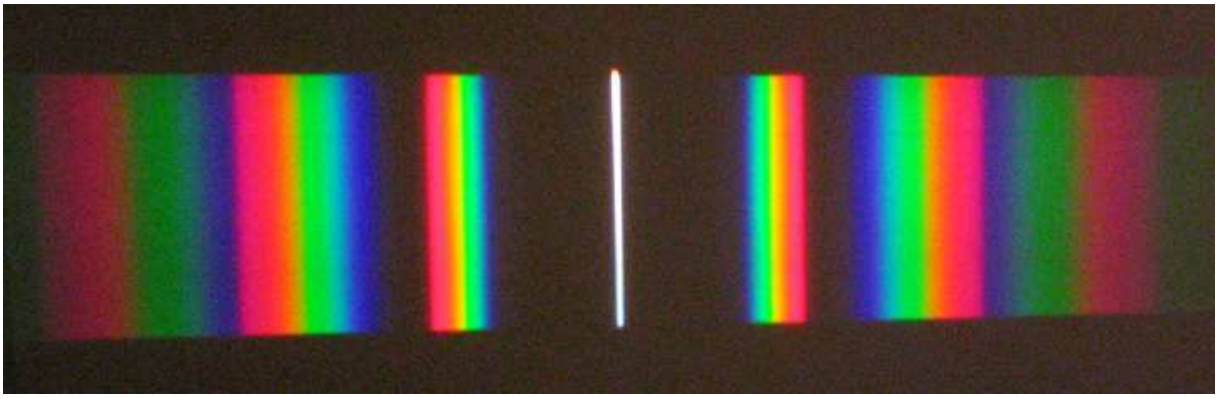


III ـ الإبراز التجريبي لحيود الضوء الأبيض بواسطة شبكة .

1 ـ تجربة .

نرسل حزمة ضوئية أسطوانية من الضوء الأبيض عموديا على شبكة بالإنتقال توجد أمام عدسة مجمعة L_2 .

نضع في المستوى البؤري الصورة للعدسة L_2 شاشة .



1 ـ صف ما تشاهده على الشاشة . ما اسم الظاهرة ؟

نلاحظ على الشاشة ظاهرة تبدد الضوء الأبيض حيث نشاهد سلسلة من أطياف الضوء الأبيض ما عدا البقعة المركزية بيضاء.

تسمى هذه الظاهرة بحيود الضوء الأبيض بواسطة شبكة .

2 ـ فسر لماذا تكون البقعة المركزية بيضاء اللون ؟

تتراكب جميع الأشعة الضوئية الأحادية اللون لتعطي بقعة مركزية بيضاء اللون (تراكب الضوء الأبيض)

3 ـ بالنسبة للطيف ذي الرتبة k=1 :

ـ ما الضوء الأكثر انحرافا الأحمر أم البنفسجي ؟

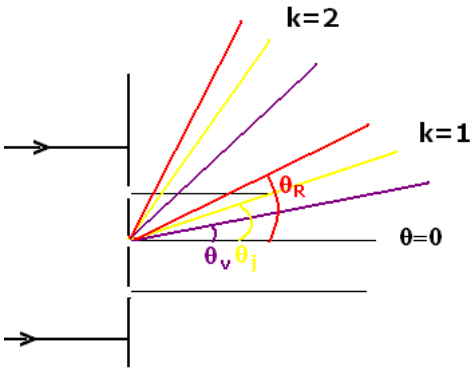
ـ انحراف الضوء الأحمر يكون أكبر من انحراف الضوء البنفسجي

4 ـ هل يتوافق هذا مع ما تمت ملاحظته بالنسبة لموشور ؟

لا يتوافق مع ما تمت ملاحظته بالنسبة للموشور (الضوء البنفسجي أكبر انحراف من الضوء الأحمر) تمكن الشبكة من حيود وتبدد الضوء الأبيض .

نستنتج أن : **زاوية انحراف الضوء الأحادي اللون (θ) الناتج عن تبدد الضوء بشبكة دالة تصاعدية لطول الموجة λ للموجة الضوئية .**

III ـ 2 زوايا الانحراف θ



حالة ورود منظمي :

نعتبر الحالة التي يكون فيها ورود الضوء الأبيض منظميا على الشبكة $\theta_0=0$ فتصبح العلاقة التي تعبر عن الإضاءة القصوية هي :

$$\sin\theta = \sin 0 + k\lambda n$$

$$\theta_0 = 0 \Rightarrow \sin\theta = k\lambda n$$

$$k \in Z$$

بالنسبة لزاوية θ صغيرة جدا تصبح هذه العلاقة :

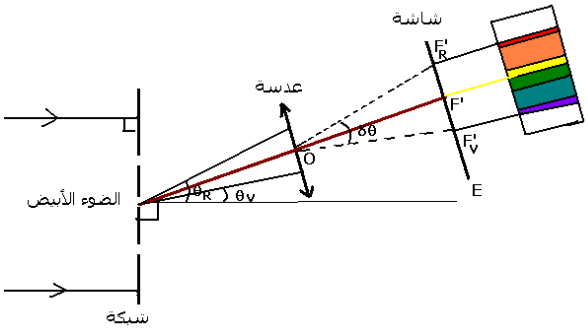
$$\theta_{rad} = k\frac{\lambda}{a} = k\lambda n$$

بما أن الضوء الأبيض يتكون من عدة أشعة أحادية اللون لها طول الموجة ينتمي إلى المجال $400nm \le \lambda \le 800nm$ فإن زاوية الانحراف تتعلق بقيمة λ أي بلون الإشعاع الأحادي اللون .

وجدول التالي يعطي عبارات sinθ بالنسبة للضوء الأحمر والأصفر والبنفسجي الموافقة للرتب k=0 و k=1 و k=2 للأطياف .

k=0	k=1	k=2
$\sin\theta = 0 \Rightarrow \theta = 0$ لايتبدد الضوء الأبيض الوارد على الشبكة فتكون البقعة المركزية بيضاء اللون .	$\sin\theta_R = 2\lambda_R n$ $\sin\theta_J = 2\lambda_J n$ $\sin\theta_V = 2\lambda_V n$	$\sin\theta'_R = 2\lambda_R n$ $\sin\theta'_J = 2\lambda_J n$ $\sin\theta'_V = 2\lambda_V n$

وكما هو الشأن بالنسبة للنقط ذات الإضاءة القصوية بالنسبة للضوء الأحادي اللون فإنه يمكن وضع عدسة رقيقة مجمعة لالونية وراء الشبكة حيث ينطبق مثلا محورها البصري الرئيسي مع اتجاه الضوء الأصفر للطيف ذي الرتبة (k=1) فيتكون طيف الضوء في المستوى البؤري الصورة لهذه العدسة .



III ـ 3 ـ عرض الطيف

يعبر عن عرض الطيف الضوء المرئي ذي الرتبة k=1 المحصل بواسطة الشبكة ب : $x_{1R} - x_{1V}$ حيث $x_{1R} = f'\lambda_R n$ أفصول البقعة الحمراء من الطيف انطلاقا من البقعة المركزية و $x_{1V} = f'\lambda_V n$ أفصول البقعة البنفسجية من نفس الطيف بالنسبة للبقعة المركزية البيضاء (k=0,x=0)

وبالتالي فإن $x_{1R} - x_{1V} = f'n(\lambda_R - \lambda_V)$

تعميم : عرض طيف الضوء المرئي ذي الرتبة k هو : $x_{kR} - x_{kV} = kf'n(\lambda_R - \lambda_V)$

من خلال هذه العلاقة يتبين أن عرض الطيف ذي الرتبة k=1 يزداد كلما صغرت خطوة الشبكة a ، أي كبر n عدد الشقوق في المتر ، وهذا يتوافق مع العلاقة الأخيرة . وتبين هذه العلاقة أنه للحصول على عرض كبير للطيف ، يجب اختيار عدسة ذات مسافة بؤرية f' كبيرة وشبكة عدد شقوقها في المتر كبير أيضا .

تمارين في الفيزياء السلسلة 4
حيود الضوء بواسطة شبكة
2008-2007

تمرين 1

نرسل حزمة ضوئية أحادية اللون ، طول موجتها $\lambda=540nm$ ، عموديا على شبكة الانتقال خطوتها $a=4\mu m$ توجد أمام عدسة مجمعة L مسافتها البؤرية $f'=25cm$. نضع في المستوى البؤري للعدسة شاشة .

1 ـ تمثل θ_k زاوية الانحراف الأشعة التي تؤدي إلى تكون البقعة الضوئية ذات الرتبة k .

1 ـ 1 أوجد تعبير θ_k بدلالة a و λ و k حيث k تنتمي إلى Z .

1 ـ 2 احسب قيمة الزاوية θ_1 الموافقة للبقعة الضوئية ذات الرتبة k=1 .

1 ـ 3 هل يمكن الحصول على بقعة ضوئية رتبة قدرها k=8 ؟ علل الجواب .

2 ـ لتكن x_1 المسافة الفاصلة بين مركزي البقعة المركزية F'_1 والبقعة ذات الرتبة k=1 . أثبت العلاقة : $x_1 = f'\frac{\lambda}{a}$. أحسب x_1 .

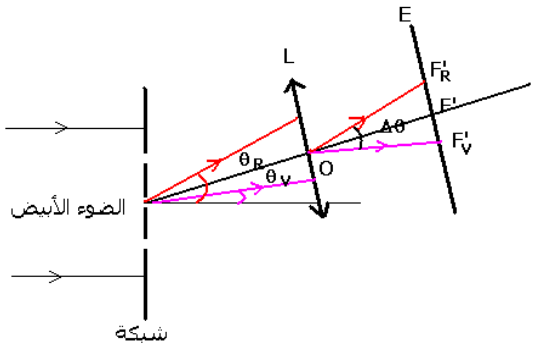
3 ـ نميل الحزمة الضوئية الواردة بزاوية θ_0 بالنسبة للمنظمي على الشبكة ، فيصبح موضع مركز البقعة الضوئية ذات الرتبة k=4 هو F'_1 . استنتج قيمة زاوية الورود θ_0

تمرين2

نضيء بواسطة ضوء أبيض شبكة تضم 4.10^5 شقا في المتر (1m) . إذا كان ورود الحزمة الضوئية الأسطوانية منظميا على الشبكة ، أوجد :

1 ـ قيمة زاوية الانحراف θ الموافقة للضوء الأحمر $\lambda_R=0,8\mu m$ ثم الضوء البنفسجي $\lambda_V=0,4\mu m$ بالنسبة للطيف ذي الرتبة k=1 .

2 ـ الفرق $\Delta\theta=\theta_R-\theta_V$ بين الإشعاعين السابقين واستنتج عرض الطيف ذي الرتبة k=1 في حالة استعمال عدسة رقيقة مجمعة لا لونية مسافتها البؤرية $f'=30cm$ وراء الشبكة (أنظر الشكل)



تمرين 3

ترد حزمة ضوئية أسطوانية منبعثة من مصباح بخار الزئبق عموديا على شبكة تضم 400 شقا في المليمتر .

1 ـ يكون اتجاه انتشار الإشعاع الأحادي اللون الأصفر الذي ينتمي إلى الطيف ذي الرتبة 1 زاوية الانحراف $\theta=13°22'$ مع المنظمي على الشبكة .

احسب طول الموجة للضوء الأصفر λ_J .

2 ـ أوجد قيم الزوايا الانحراف θ الأخرى التي توافق اتجاهات الضوء الأصفر بالنسبة لباقي الأطياف .

3 ـ أوجد قيم زوايا الانحراف θ التي توافق اتجاهات الإضاءات القصوية بالنسبة للضوء الأزرق ذي طول الموجة $\lambda_B=0,436\mu m$.

تمرين 4

ترد حزمة ضوئية أسطوانية منبعثة من مصباح بخار الصوديوم عموديا على شبكة تضم 6 شقا في المتر .

1 ـ ماذا نشاهد في الاتجاه $\theta=0$ ؟.

2 ـ يتكون الطيف ذو الرتبة 1 من ثلاث حزات من بينها حزة صفراء وحزتان حمراء وخضراء أقل إضاءة من الحزة الصفراء . نعطي طول الموجة للإشعاعات الموافقة :

$\lambda_R = 0,615\,\mu m$ ، $\lambda_J = 0,589\,\mu m$ ، $\lambda_V = 0,568\,\mu m$

أحسب قيم زوايا الانحراف θ_V و θ_J و θ_R الموافقة للإضاءات القصوية للإشعاعات السابقة .

3 ـ بين أنه لا يمكن الحصول على طيف رتبته k=2 .

4 ـ نضع وراء الشبكة عدسة رقيقة مجمعة لالونية مسافتها البؤرية الصورة f'=30cm ومحورها البصري الرئيسي مطابق لاتجاه انتشار الضوء الأصفر .

4 ـ 1 حدد موضع الشاشة بالنسبة للعدسة للحصول على طيف الضوء المنبعث من ا

4 ـ 2 أحسب عرض الطيف .

تمرين 5

نضيء شبكة بواسطة حزمة ضوئية أسطوانية أحادية اللون طول موجتها λ=528µm وفق زاوية الورود θ_0=0

k=2 هي θ=25° .

1 ـ احسب خطوة الشبكة وعدد الشقات في الميليمتر .

2

k=1 و k=3 .

تمرين 6

نضيء شبكة خطوتها $a=10^{-3}$mm بواسطة حزة ضوئية طبيعية . نضع وراء الشبكة عدسة رقيقة مجمعة لا لونية مسافتها البؤرية الصورة f'=1,20m محورها البصري مطابق مع اتجاه الضوء الأصفر وشاشة توجد في المستوى البؤري الصورة للعدسة .

نعطي : طول موجة الضوء الأحمر λ_R=750mm

طول موجة الضوء البنفسجي λ_V=390mm

1 ـ أحسب عرض الطيف ذي الرتبة k=1 .

2 ـ أوجد موضع النقط ذات إضاءة القصوية للضوئين الأحمر والبنفسجي في حالة k=1 و k=2

3 ـ قارن الموضعين x_{2V} و x_{1R}

تصحيح تمارين الفيزياء السلسلة 4
حيد الضوء بواسطة شبكة

تمرين 1

1 ـ 1 تعبير θ_K بدلالة λ و a و K حيث $k \in \mathbb{Z}$:

نحسب فرق السير بين الشعاعين (1) و (2) بالعلاقة التالية : $\delta = a \sin\theta_K$

هذان الشعاعان يعطيان تداخلات إنشائية إذا كانت $\delta = k\lambda$ أي أن

$$k\lambda = a \sin\theta_k \Rightarrow \sin\theta_k = \frac{k\lambda}{a}$$

1 ـ 2 حساب θ_1 (k=1)

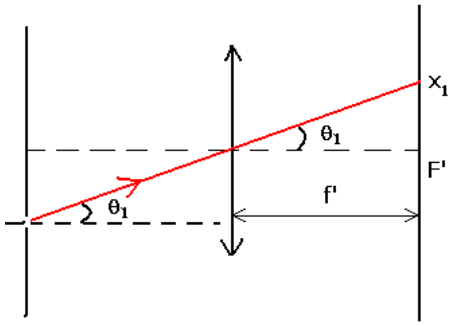
$$\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{a} = 0,135$$

$$\theta_1 = 7°76$$

1 ـ 3 حالة K=8

نحسب $\sin\theta_8 = 1,08 > 1$ إذن من غير الممكن الحصول على بقعة ضوئية من الرتبة 8 ز

2 ـ العلاقة $x_1 = f'_1 \frac{\lambda}{a}$



حسب الشكل

$$\tan\theta_1 = \frac{x_1}{f'} \Rightarrow x_1 = f' \tan\theta_1$$

$$\tan\theta_1 \approx \sin\theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$

$$x_1 = f' \frac{\lambda}{a}$$

تطبيق عددي : $x_1 = 3,37cm$

3 ـ قيمة زاوية الورود θ_0 :

نحسب فرق السير δ :

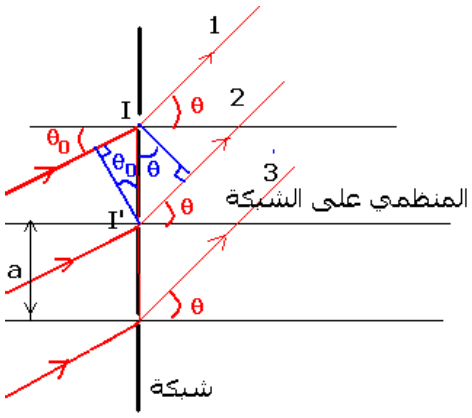
$$\delta = k\lambda = a(\sin\theta_K - \sin\theta_0)$$

$$\theta_K = \theta_4 = 0$$

$$\sin\theta_4 = \sin\theta_0 + \frac{k\lambda}{a} = 0$$

$$\sin\theta_0 = -4\frac{\lambda}{a}$$

$$\theta_0 = -32°7$$



تمرين 2

1 ـ نطبق العلاقة التالية : $\sin\theta=k\lambda n$ حيث k=1 إذن $\sin\theta_R=n\lambda_R$ أي أن $\theta_R=18,7°$

نفس الشيء بالنسبة للضوء البنفسجي : $\sin\theta_V=n\lambda_V$ أي أن $\theta_V=9,2°$.

2 ـ قيمة الفرق : $\Delta\theta=\theta_R-\theta_V=9,5°$

حساب عرض الطيف هناك طريقتين لحسابه :

الطريقة الأولى :

من خلال الشكل يتبين أن عرض الطيف هو $F'_RF'_V$. وبما أن $\Delta\theta$ صغيرة فإنه يمكن أن نكتب بتقريب مقبول : $F'_RF'_V=f'.\Delta\theta$ ($l=R.\theta$) حيث f' المسافة البؤرية للعدسة و $\Delta\theta$ بالرديان rad .

$$F'_RF'_V = 30.10^{-2}.\frac{9,2.\pi}{180} = 4,8cm$$

الطريقة الثانية :

نطبق العلاقة التالية :

$x_{1R}-x_{1V}=k.f'n\left(\lambda_R-\lambda_V\right)$ حيث k=1 فنحصل على :

$$x_{1R}-x_{1V}=f'n\left(\lambda_R-\lambda_V\right)=30.10^{-2}4.10^5.(0,8-0,4).10^{-6}$$

$$x_{1R}-x_{1V}=4,8cm$$

تمرين 3

1 ـ حساب طول الموجة للضوء الأصفر λ_R .

$$\sin\theta = k\lambda_J n \quad avec\ k=1\ et\ n=4.10^5$$

$$\lambda_J=\frac{\sin\theta}{n}=0,572\mu m$$

2 ـ لحساب الزاوية التي توافق اتجاهات الضوء الأصفر :

لدينا العلاقة التالية : $|\sin\theta|\le 1$

وحسب العلاقة السابقة :

$$|\sin\theta|\le 1$$

$$-1\le\sin\theta\le+1\Rightarrow-1\le k.\lambda_J.n\le+1$$

$$-\frac{1}{\lambda_J.n}\le k\le+\frac{1}{\lambda_J.n}$$

تطبيق عددي : $-4,370\le k\le+4,370$

أي أن قيم زوايا الانحراف هي :

$k=\pm1$ $\quad\theta=\pm13°22$

$k=\pm2$ $\quad\theta=\pm27°54$

$k=\pm3$ $\quad\theta=\pm43°34$

$k=\pm4$ $\quad\theta=\pm66°23$

3 ـ قيم زوايا الانحراف θ التي توافق اتجاهات الإضاءات القصوية بالنسبة للضوء الأزرق :

بنفس الطريقة السابقة نتوصل إلى النتائج التالية :

$$-1 \le \sin\theta \le +1 \Rightarrow -1 \le k.\lambda_B.n \le +1$$

$$-\frac{1}{\lambda_B.n} \le k \le +\frac{1}{\lambda_B.n}$$

$$-5,733 \le k \le +5,733$$

$k = \pm 1 \qquad \theta = \pm 10°04$

$k = \pm 2 \qquad \theta = \pm 20°41$

$k = \pm 3 \qquad \theta = \pm 31°55$

$k = \pm 4 \qquad \theta = \pm 44°23$

$k = \pm 5 \qquad \theta = \pm 60°69$

تمرين 4

1 ـ في الاتجاه $\theta=0$ ليس هناك تبدد للضوء على الشبكة وبالتالي تكون البقعة المركزية صفراء اللون .

2 ـ بالنسبة للرتبة k=1 نحسب قيم زوايا الانحراف الموافقة للإضاءات القصوية للإشعاعات السابقة بتطبيق العلاقة التالية : $\sin\theta = \lambda n$

بالنسبة للإشعاعات السابقة :

$$\sin\theta_R = \lambda_R n \Rightarrow \theta_R = 37°95$$

$$\sin\theta_J = \lambda_J n \Rightarrow \theta_J = 36°08$$

$$\sin\theta_V = \lambda_V n \Rightarrow \theta_V = 34°61$$

3 ـ لنبين أنه لا يمكن الحصول على طيف رتبته k=2

نطبق العلاقة $\sin\theta = 2\lambda n$ يلاحظ من خلال هذه العلاقة أنه بالنسبة للإشعاعات السابقة لدينا : $2\lambda n > 1 \Rightarrow \sin\theta > 1$ وبالتالي هذا غير ممكن إذن لا يمكن الحصول على طيف رتبته 2

4 ـ 1

أن الشعاع نعتبره منبعث من الا نهاية فإنها تمر من المستوى البؤري الصورة .

$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ وبما أن الشيء في الا نهاية

$$\overline{OA} = \infty \Rightarrow \overline{OA'} = f'$$

4 ـ 2 حساب عرض الطيف :

نطبق العلاقة :

$$x_{1R} - x_{1V} = f'n\left(\lambda_R - \lambda_V\right) = 30.10^{-2}.10^6.(0,615 - 0,568).10^{-6}$$

$$x_{1R} - x_{1V} = 1,41.10^{-2}\, m = 14,1mm$$

تمرين 5

1 ـ حساب خطوة الشبكة a :

$$\sin\theta = \frac{2\lambda}{a} \Rightarrow a = \frac{2\lambda}{\sin\theta} = 2,5.\mu m$$

عدد الشقات في الميليمتر :

$$n = \frac{1}{a} = 0,4.10^6 \ / \ m = 0,4.10^3 \ / \ mm$$

2

k=1 : $\sin\theta_1 = \lambda n \Rightarrow \theta_1 = 12°19$

$\sin\theta_2 = 3\lambda n \Rightarrow \theta_2 = 39°32$: k=2

تمرين 6

1 ـ عرض الطيف ذي الرتبة k=1 :

$$x_{1R} - x_{1V} = f'n(\lambda_R - \lambda_V) = 1,2.10^6.(0,750 - 0,390).10^{-6}$$

$$x_{1R} - x_{1V} = 0,432m = 432mm$$

2 ـ موضع النقط ذات الإضاءة القصوية للضوء الأحمر في حالة k=1 :

$$\tan\theta_R = \frac{x_{1R}}{f'} \Rightarrow x_{1R} = f'\tan\theta_R$$

$$\tan\theta_{1R} \approx \sin\theta_{1R} = k\lambda_R n$$

$$x_{1R} = f'.k.\lambda_R.n = 0,90m$$

موضع النقط ذات الإضاءة القصوية للضوء البنفسجي في حالة k=1 :

$$x_{1V} = f'.k.\lambda_V.n = 0,468m$$

بالنسبة ل k=2

$$x_{2R} = f'.k.\lambda_R.n = 1,80m$$

$$x_{2V} = f'.k.\lambda_V.n = 0,936m$$

3 ـ مقارنة الموضعين x_{1R} و x_{2V} :

$$\frac{x_{2V}}{x_{1R}} \approx 1 \Rightarrow x_{2V} \approx x_{1R}$$

تمرين الفرض المنزلي :

1 ـ طبيعة العدسة L :

نعلم أنه بالنسبة لعدسة رقيقة لدينا العلاقة التالية : $C = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{1}{C} = 0,2m > 0$

وبالتالي فإن العدسة رقيقة مجمعة .

2 ـ قيم زوايا الانحراف الموافقة للاتجاهات القصوية :

بما أن الحزمة الضوئية ترد عموديا على الشبكة وللحصول على زوايا الانحراف الموافقة للاتجاهات القصوية يجب عليها تحقيق العلاقة التالية :

$$\sin\theta = k\lambda n \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin\theta = k \times 568.10^{-9} \times 6.10^5 = 0,341k$$

$k = 2$ θ=43°

k=-2 θ=-43°

k=1 θ=19°9

k=-1 θ=-19°9

k=0 θ=0

3 ـ موضع الشاشة بالنسبة للعدسة : لكي نشاهد الأهذاب الضوئية المضيئة أي الموافقة للإضائة القصوية ، الناتجة عن ظاهرة الحيود يجب أن تكون الشاشة في المستوى البؤري الصورة للعدسة بالنسبة لكل زاوية θ من زوايا الجدول ترد على العدسة أشعة ضوئية متوازية فيما بينها فتجتاز العدسة لتتجمع في نقطة من المستوى البؤري الصورة لتعطي نقطة ذات إضاءة قصوية .

4 ـ 1 المشاهدة في الاتجاه θ=0 :

في الاتجاه $\theta=0$ يكون عندنا $\sin\theta=0$ أي $k\lambda n=0$ أي أن $k=0$ كيف ما كانت n و λ . وبالتالي فإن كل ضوء أحادي اللون من طيف الضوء الأبيض يعطي هذب ذي إضاءة قصوية في نفس الموضع وينتج عن هذا تراكب هذه الأهذاب ضوء أبيض أي هذب أبيض .

4 ـ 2 عرض الطيف ذي الرتبة k=1 :

بالنسبة للطيف ذي الرتبة k=1

$\sin\theta=\lambda n$

$$\lambda_R \le \lambda \le \lambda_v$$

$$n\lambda_R \le \sin\theta \le n\lambda_v$$

$$0,234 \le \sin\theta \le 0,45$$

$$13,5° \le \theta \le 26,7°$$

حساب عرض الطيف $\Delta x=X_R-X_v$

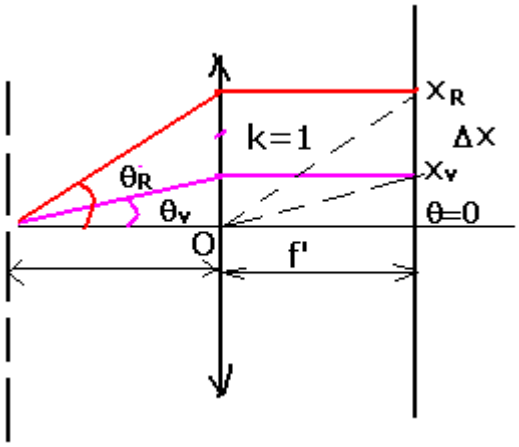
$$x_R = f'\tan\theta_R$$

$$x_v = f'\tan\theta_v$$

حسب الشكل :

$$\Delta x = f'(\tan\theta_R - \tan\theta_v)$$

$\Delta x=5,3cm$



التناقص الإشعاعي
Décrissance radioactive

I ـ الذرة (تذكير)

1 ـ نموذج الذرة

تتكون الذرة من نواة وإلكترونات تدور حول هذه الأخيرة .
تتكون النواة من دقائق تسمى بالنويات nucléon البروتونات (p) والنوترونات (n) .

2 ـ خاصيات نواة الذرة .

نمثل نواة ذرة لعنصر كيميائي X بالرمز ${}^{A}_{Z}X$.

X : رمز العنصر الكيميائي
Z : عدد البروتونات و A عدد الكتلة .
عدد النوترونات هو N=A-Z .

مثال : أحسب عدد البروتونات وعدد النوترونات لنواة الكلور ${}^{35}_{17}C\ell$

3 ـ النويدات nucléides

في الفيزياء الذرية يطلق اسم النويدة على مجموعة من النوى تتميز بعدد معين من البروتونات ومن النوترونات .
نعرف نويدة بإعطاء Z و A . مثلا ${}^{12}_{6}C$ و ${}^{14}_{6}C$ نويدتان لعنصر الكربون .

4 ـ النظائرية

النظائر ، نويدات تحتوي على نفس عدد البروتونات وتختلف من حيث عدد النوترونات
مثال : ${}^{35}_{17}C\ell$ و ${}^{37}_{17}C\ell$ نظيرين لعنصر الكلور .

- **الوفارة الطبيعية** : بالنسبة لخليط طبيعي كتلته m يتكون من نظائر عنصر ما ، نعرف الوفارة الطبيعية θ_i لنظير i كتلته m_i في هذا الخليط بالعلاقة : $m=\sum m_i\theta_i$ ، ويعبر عنها بالنسبة المائوية .

مثال : الوفارة الطبيعية للأورانيوم : ${}^{234}_{92}U$: 0,006% ، ${}^{235}_{92}U$: 0,718 ، ${}^{238}_{92}U$: 99,276 .

5 ـ كثافة المادة النووية

تبين التجارب النووية أنه يمكن نمذجة نواة بكرية شعاعها r يتعلق بعدد الكتلة A وفق العلاقة : $r=r_0A^{1/3}$ حيث أن $r_0=1,2.10^{-15}m$ شعاع ذرة الهيدروجين .

يمكن استنتاج القيمة التقريبية للكتلة الحجمية للنواة : $\rho=\dfrac{mA}{\frac{4}{3}\pi r^3}=\dfrac{3m}{4\pi r_0^3}$

الكتلة التقريبية للنواة : $m=1,67.10^{-27}kg$ تكون الكتلة الحجمية التقريبية : $\rho\approx 2.10^{17}\,kg/m^3$ مما يدل على أن النواة أو **<u>المادة النووية شديدة الكثافة</u>** .

II ـ النشاط الإشعاعي

نص وثائقي :

في سنة 1986 م اكتشف العالم الفيزيائي الفرنسي بيكريل Hernie Becquerel النشاط الإشعاعي عن طريق الصدفة حينما كان يقوم بأبحاث علمية على أشعة X الحديثة الاكتشاف أنداك وذلك بتعريض أملاح الأورانيوم لأشعة الشمس ، في 26 فبراير 1896 م كان يوما غائما ، فتعذر عليه تعريض هذه الأملاح لأشعة الشمس ، فوضعها في درج مكتبه مع صفائح فوتوغرافية مكسوة بغشاء من ورق سميك أسود ومعتم .
وفي أول مارس من نفس السنة قام بيكريل بتحميض الصفائح الفوتوغرافية فلاحظ بانبهار كبير أنها متأثرة ، رغم عدم تعرضها للأشعة الشمسية .
على صفائح فوتوغرافية .
وسنتان بعد ذلك لاحظ الفيزيائيان بيير كوري وزوجته ما
اكتشفها بيكريل .
كانت هذه الاكتشافات الخطوة الأساسية لانطلاق أبحاث أخرى أدت إلى التعرف وتصنيف الأشعة المنبعثة من المواد المشعة ، حيث تم التعرف على الأشعة المنبعثة من ألأورانيوم من طرف العالمان الإنجليزيان

فريديريك سودي ، مبينا أنها عبارة عن نوى الهيليوم المتأينة ، وسميت أشعة α , ويعبر عن هذا الانبعاث بالمعادلة :

$$^{238}_{92}U \rightarrow ^{234}_{90}Th + ^{4}_{2}He$$

في سنة 1900 م تعرف بكيريل على نوع آخر من الإشعاعات النووية وهو الإشعاع β^- . وهو عبارة عن انبعاث إلكترونات $^{0}_{-1}e$ من نوى الطوريوم Th وفق المعادلة التالية : $^{234}_{90}Th \rightarrow ^{234}_{91}Pa + ^{0}_{-1}e$

وبعد ذلك أبرز العالم الفرنسي بول فيلار وجود الأشعة γ وهي عبارة عن موجات كهرومغناطيسية غير مرئية .

استثمار :

1 ـ ما هي طبيعة الأشعة X ؟ ما رتبة قدر طول موجتها µm أو nm ؟

طبيعة الإشعاعات X هي إشعاعات غير مرئية . رتبة قدر طول موجتها nm

$$0,001nm \leq \lambda \leq 10nm$$

2 ـ كيف اكتشف بيكريل أن أملاح الأورنيوم تبعث أشعة غير مرئية ؟

عند وضعه أملاح الأورانيوم داخل درج مع صفائح فوتوغرافية وبعد يومين تبين له أن الصفائح تأثرت بأشعة شبيهة بالأشعة X أي غير مرئية .

3

لقد كان هذا الاكتشاف بالصدفة .

4 ـ ما هو النشاط الإشعاعي ؟ كيف يمكن الكشف عن مادة مشعة ؟

النشاط الإشعاعي هو تحول طبيعي تلقائي لنواة مشعة أي غير مستقرة إلى نواة أخرى وذلك بانبعاث إشعاعات نشيطة .

يمكن الكشف عن مادة مشعة

5 ـ أذكر النواتين المشعتين التي تم التعرف عليهما إلى حدود سنة 1898م .

الطوريوم $^{234}_{90}Th$ و الأورانيوم $^{238}_{92}U$

6 ـ أذكر أنواع الإشعاعات النووية الواردة في النص وحدد طبيعتها .

أشعة α وهي نوى الهيليوم $^{4}_{2}He$ والإشعاع β^- وهي عبارة عن انبعاث إلكترونات $^{0}_{-1}e$ والإشعاع γ عبارة عن موجات كهرومغناطيسية ..

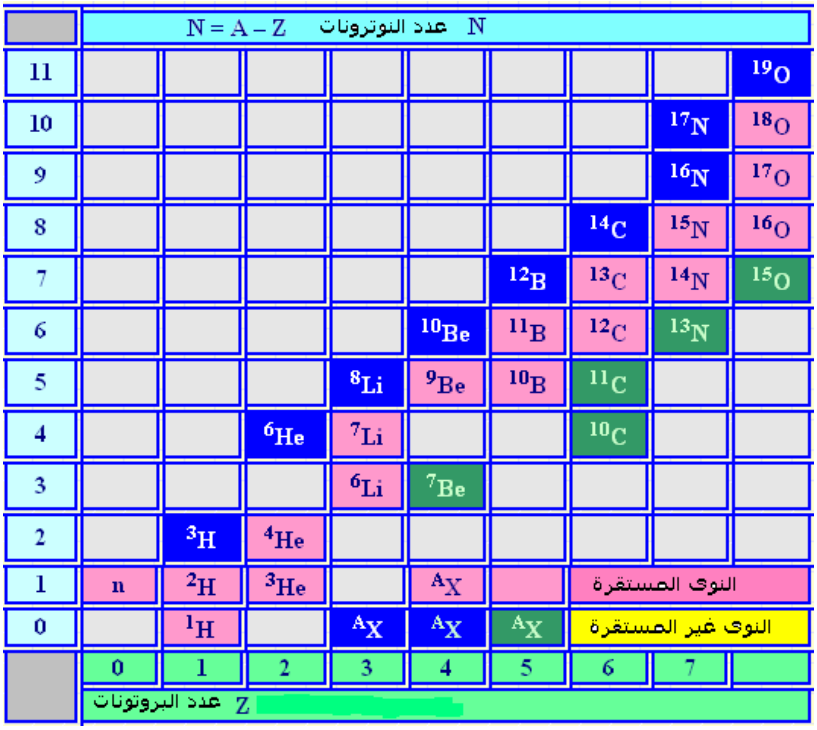
تحقق من انحفاظ كل من عدد الكتلة وعدد الشحنة في معادلتي التحولين الواردين في النص

1 ـ تعريف النشاط الإشعاعي .

النشاط الإشعاعي تحول طبيعي وتلقائي يسمى كذلك باستحالة نووية، وغير مرتقب في الزمن ، تتحول خلاله نواة غير مستقرة تسمى نواة الأصل إلى نواة أخرى تسمى بنواة متولدة أو إلى حالة إثارة أقل طاقة .

وتسمى النواة غير المستقرة **بالنواة المشعة** أو **نواة إشعاعية النشاط** والدقائق المنبعثة **بإشعاعات نشيطة .**

2 ـ مخطط سيغري ، مخطط (N,Z) .



النشاط الوثائقي 2

يفسر تماسك النواة بوجود قوى جاذبية بين النويات . لهذه القوى شدة كبيرة جدا وتسمى قوى التأثيرات البينية النووية . وهي أكبر بكثير من التأثيرات البينية الكهرساكنة وقوى التجاذب الكوني وهذا ما يجعل أن النوى مستقرة ومع ذلك توجد نويدات غير مستقرة أي تتحول تلقائيا إلى نوى أخرى بعد بعثها إشعاعات نشيطة .

كيف يمكن التنبؤ باستقرار نواة ؟

بواسطة مخطط سيغري يمكن تحديد النوى المستقرة والنوى المشعة ، حيث تمثّل كل نواة بمربع صغير أفصوله Z عدد برتونات النواة وأرتبه N عدد نوترونات النواة . ويسمى المجال الذي يحتوي على النوة المستقرة (المربعات الحمراء) بمنطقة الاستقرار ويحاديه من كل جهة النوى غير المستقرة .

استثمار :

1 ـ ذكر بمدلول الحرف A و Z في التمثيل ${}^{A}_{Z}X$ ، واعط العلاقة بين A و Z و N .

2 ـ حدد موضع النوى المستقرة بالنسبة ل Z<20 (النوى الخفيفة). بماذا تتميز هذه النوى ؟ واستنتج أن $\frac{A}{Z}$ تساوي 2 تقريبا .

النويدات المستقرة توجد قريبة من المستقيم N=Z فهي تتميز بكون أن عدد البرتونات يساوي عدد النوترونات . ويحقق عدد الكتلة A العلاقة التالية : A=2Z تقريبا .

3 ـ بالنسبة ل Z>20 أين توجد هذه النوى بالنسبة للمستقيم N=Z ؟ بماذا تتميز هذه النوى ؟ ما هو استنتاجك ؟

بالنسبة ل Z>20 تكون منطقة الاستقرار فوق المستقيم ذي المعادلة Z=N وتتميز هذه النوى بأن عدد النوترونات أكبر من عدد البروتونات . نستنتج أن استقرار النواة في هذه الحالة لا يمكن أن يحصل إلا إذا كان عدد النوترونات أكبر من عدد البروتونات .

4ـ كيف تصبح النسبة $\frac{A}{Z}$ بالنسبة للنوى الثقيلة المستقرة أي بالنسبة ل Z>70 ؟

$\frac{A}{Z} \approx 2,5$ بالنسبة للنوى الثقيلة .

5 ـ النواة ${}^{137}_{56}Ba$ هل هي مستقرة ؟ هل هي نشيطة إشعاعيا ؟

نفس السؤال بالنسبة ل ${}^{131}_{56}Ba$ و ${}^{144}_{56}Ba$

${}^{137}_{56}Ba$ و ${}^{144}_{56}Ba$ و ${}^{131}_{56}Ba$ توجد هذه النوى في منطقة الاستقرار , فهي نوى مستقرة .

6 ـ في بحض الحالات ، وخلال تحول نووي تلقائي ، تتفتت نوترون داخل نواة إلى بروتون . في أي مجال من المخطط توجد هذه النوى التي تخضع لهذا التحول ؟

يحصل هذا التحول بالنسبى للنوى غير المستقرة وعدد نوتروناتها أكبر من عدد البروتونات .

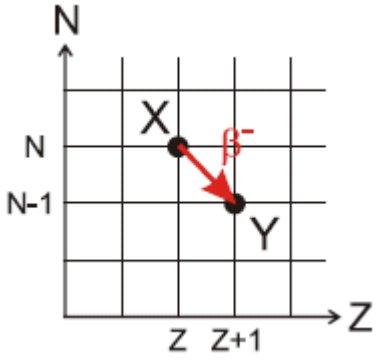
خلاصة :

منطقة الاستقرار : بالنسبة ل Z<20 هي المتطابقة مع المستقيم ذي المعادلة Z=N أي أن عدد البروتونات مساو لعدد النوتورونات .

بالنسبة ل Z>20 تتموضع منطقة الاستقرار فوق المستقيم N=Z ويكون في هذه الحالة عدد النوترونات أكبر من عدد البروتونات .

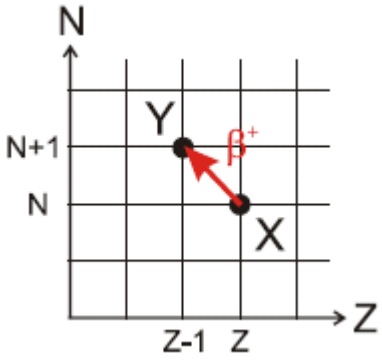
النوى غير المستقرة :

هناك ثلاث حالات :



- **النواة الأصل ${}^{A}_{Z}X$ توجد فوق منطقة الاستقرار .**

عدد النوترونات أكبر من عدد البرتونات في هذه الحالة تكون عندنا استحالة نووية تلقائية حيث تتحول البرتونات إلى نوترونات ويصاحب هذا التحول انبعاث إلكترونات ${}^{0}_{-1}e$ تسمى دقائق β^- حيث نحصل على نواة متولدة ${}^{A}_{Z+1}Y$ والتي تقترب من مجال الاستقرار .



- **النواة الأصل ${}^{A}_{Z}X$ توجد تحت منطقة الاستقرار .**

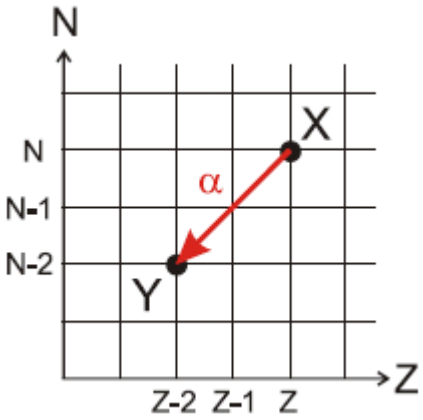
تتوفر نواة الأصل على أكبر عدد من البرتونات مقارنة مع النوترونات أي أن هناك استحالة نووية تلقائية حيث تتحول البرتونات إلى نوترونات مع انبعاث بوزترونات ${}^{0}_{+1}e$ تسمى دقائق β^+ حيث نحصل على نواة متولدة ${}^{A}_{Z-1}Y$ والتي تقترب إلى منطقة الاستقرار .

- **حالة النوى الثقيلة (N , Z) كبيران جدا**

A>170 لكي تقترب من منطقة الاستقرار تتفتت باعثة نوى الهيليوم ${}^{4}_{2}He$ تسمى بالدقائق α . ونحصل على نواة متولدة ${}^{A-4}_{Z-2}Y$.

في غالب الأحيان يصاحب هذا التحولات انبعاث إشعاعات مهرمغناطيسية γ وهذا يلاحظ عندما تكون النواة الأصلية في حالة مثارة حيث تتوفر على وفرة من الطاقة .

III ـ قوانين الانحفاظ والمعادلات النووية للأنشطة الإشعاعية α,β;γ .



يمكن نمذجة الأنشطة الإشعاعية بمعادلات نووية تخضع لقانون صودي .

نص القانون : خلال تحول نووي تنحفظ الشحنة الكهربائية Z ةكذلك العدد الإجمالي للنويات A .

1 ـ معادلة النشاط الإشعاعي α

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$$

يلاحظ أنه خلال هذا التحول يتحقق قانون صودي .

2 ـ معادلة النشاط الإشعاعي β^-

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e$$

$$^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}Th + {}^{0}_{-1}e$$

3 ـ معادلة النشاط β^+ .

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e$$

$$^{19}_{10}Ne \rightarrow {}^{19}_{9}F + {}^{0}_{+1}e$$

4 ـ معادلة النشاط الإشعاعي γ

الإشعاع γ , α و β^- و β^+ ،

حيث تكون النواة المتولدة في حالة إثارة ولفقدان إثارتها تفقد الطاقة وذلك ببعث إشعاعاتγ

معادلة الإشعاع γ تكتب على الشكل التالي :

$$^{A}_{Z}Y^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + \gamma$$

$$^{16}_{7}N \rightarrow {}^{16}_{8}O^{*} + {}^{0}_{-1}e$$

$$^{16}_{8}O^{*} \rightarrow {}^{16}_{8}O + \gamma$$

$^{16}_{8}O^{*}$ نواة متولدة في حالة مثارة

$^{16}_{8}O$ نواة متولدة في حالتها الأساسية .

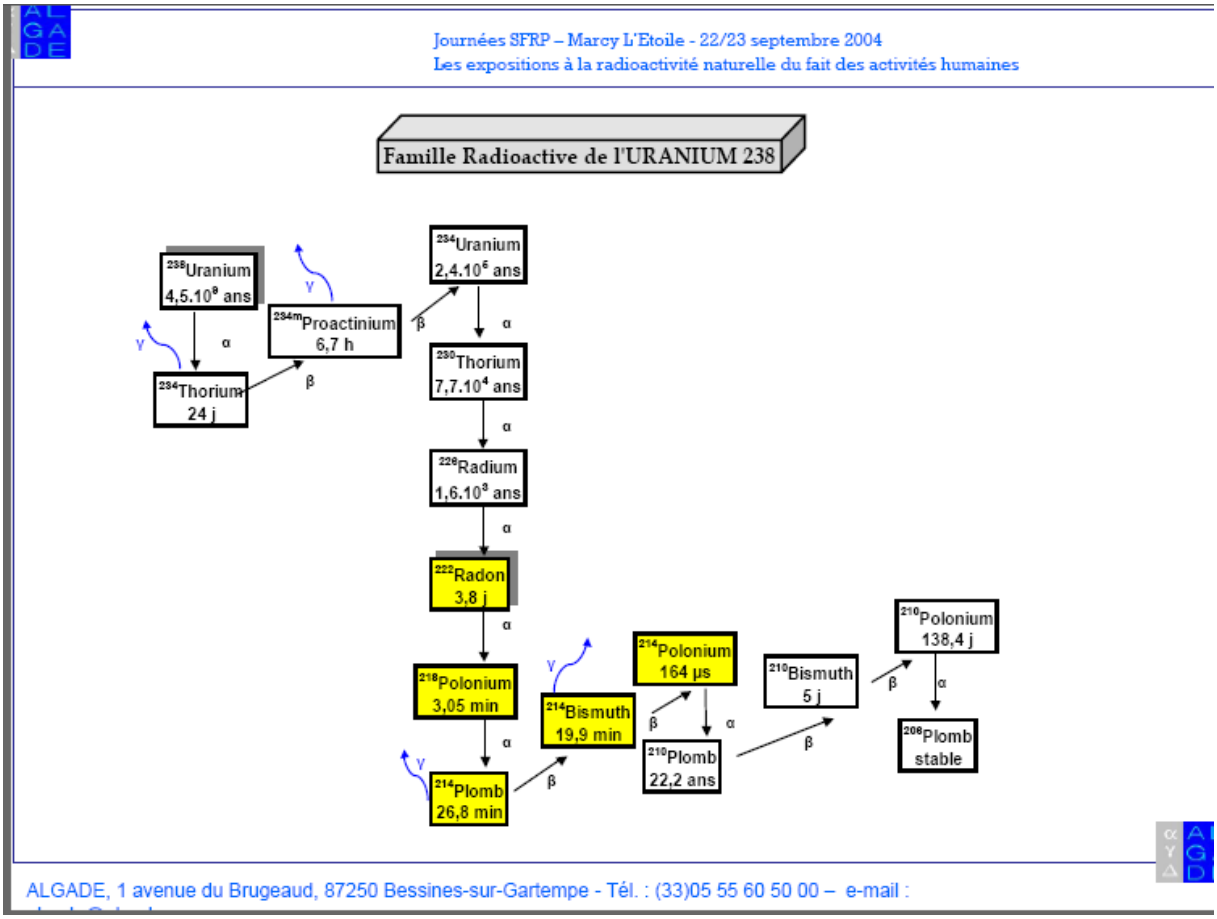
5 ـ الفصيلة المشعة .

تتحول نواة أصلية غير مستقرة إلى نواة أخرى , إذا كانت هذه الأخيرة غير مستقرة ، فإنها بدورها تتحول إلى نواة أخرى ، وهكذا إلى أن نحصل على نواة مستقرة وغير مشعة . نسمي مجموع النوى الناتجة عن نفس النواة الأصلية فصيلة مشعة / famille radioactive

توجد أربع فصائل مشعة طبيعية تنحدر من النوى التالية :

$^{232}_{90}Th$, $^{237}_{93}Np$, $^{235}_{92}U$, $^{238}_{92}U$

مثال فصيلة الأورانيوم 238 :



VI ـ التناقص الإشعاعي

1 ـ الصبغة العشوائية للنشاط الإشعاعي

النشاط الإشعاعي ظاهرة عشوائية تحدث تلقائيا ، إذ لا يمكن التنبؤ باللحظة التي يحدث فيها التفتت ولا يمكن تغيير خاصيات هذه الظاهرة .

النشاط التجريبي 3

تفتت نواة ظاهرة عشوائية غير مرتقبة في الزمن ، ذلك أنه لا يمكن التنبؤ بحدوث نشاط إشعاعي لنواة في لحظة معينة . غير أنه يمكن معرفة احتمال وقوعه خلال مدة زمنية معينة Δt .

نفس الشيء

مثلا ، بل يمكن فقط معرفة احتمال ظهور الوجه (6) وهو $p = \frac{1}{6}$.

يمكن مماثلة نواة مشعة بنرد ، والحصول على منحنى يوافق قانون التناقص الإشعاعي وذلك بتحديد عدد الرميات التي يظهر فيها الوجه (6)

يمكن لهذا الغرض استعمال برنم محاكات رمي الرند

ننبث عدد النردات N_0=100 . نقوم بالرمية الأولى فيسجل لنا عدد النردات التي يظهر فيها الوجه (6) فهذا العدد يمثل عدد النوى المفتتة خلال الثانية الأولى نزيل هذا العدد من N_0 فنحصل على العدد N_1 عدد النوى المتبقية بدون تفتت . نقوم بالرمية الثانية فيسجل لنا عدد النردات التي يظهر فيها الوجه (6) . يمثل هذا العدد النوى المفتتة خلال الثانية الموالية . نزيل العدد N_2 من بين العدد N_1 الخ

نعيد نفس العملية بواسطة برنم المحاكة . ندون النتائج في الجدول التالي :

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
عدد النردات التي ظهر فيها الوجه (6)																					
عدد النردات المتبقية	100	85	73	61	54	42	38	35	27	24	21	19	14	14	11	10	8	6	5	4	4

استثمار النتائج

1 ـ مثل المنحنى N(t) عدد النردات المتبقية بدلالة الزمن .

2 ـ حدد المدة الزمنية $t_{1/2}$ التي تقلص خلالها عدد النردات المتبقية إلى النصف . نسمي $t_{1/2}$ عمر النصف .

3 ـ أدخل نتائج التجربة في برنم يعالج المعطيات (ريغريسي)

4 ـ أحسب النسبة $\frac{t_{1/2}}{\tau}$ وقارنها مع ln2 . ماذا تستنتج ؟

2 ـ قانون التناقص الإشعاعي

ـ نعتبر عينة تحتوي على N_0 من نوى المشعة في اللحظة t=0 . ونعتبر N(t) عدد النوى المتبقية في اللحظة t أي التي لم تتفتت بعد .

$N(t)+dN(t)$ عدد النوى المتبقية في اللحظة $t+dt$ بما N(t) تتناقص إذن dN(t)<0 . أي أن عدد النوى المتفتتة بين اللحظتين t و t+dt هو $N(t)-\left(N(t)+dN(t)\right)=-dN(t)$

تبين الدراسة الإحصائية لعينة أن عدد النوى المتفتتة - dN(t) يتناسب مع N(t) عدد النوى المتبقية في العينة و dt المدة الزمنية

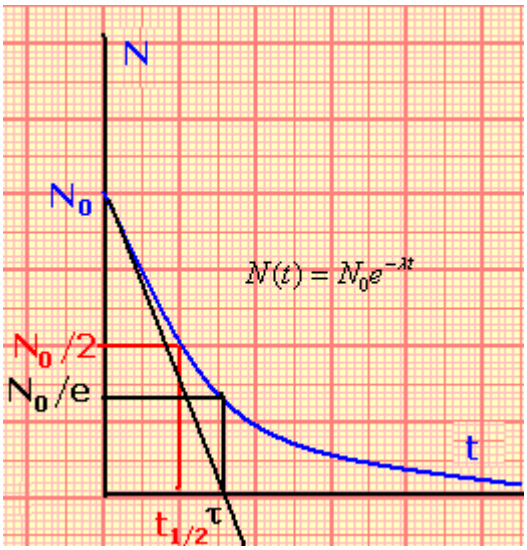
ويعبر عن هذا رياضيا بالعلاقة :

$$-dN(t)=\lambda N(t).dt \Rightarrow \frac{dN(t)}{N(t)}=-\lambda dt$$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها يكتب على الشكل التالي :

$N(t)=Ke^{-\lambda t}$ تحدد الثابتة K حسب الشروط البدئية :

$N(t=0)=N_0=K$



الجداء λt لا بعد له أي أن $\left([\lambda]=\frac{1}{[t]}=s^{-1}\right)$ وبالتالي فإن وحدة λ هي s^{-1}

يخضع عدد النوى N(t) المتبقية في عينة مشعة لقانون التناقص الإشعاعي التالي : $N(t)=N_0e^{-\lambda t}$ ، حيث :

λ تسمى ثابتة النشاط الإشعاعي أو ثابتة التفتت . وهي تميز طبيعة النويدة المشعة و N_0 عدد النوى في اللحظة t=0 .

3 ـ ثابتة الزمن ـ عمر النصف

أ ـ ثابتة الزمن τ

تمكن ثابتة النشاط الإشعاعي λ من تعرف زمن مميز لنويدة مشعة معينة ، يسمى ثابتة الزمن رمزها τ وتعرف بالعلاقة : $\tau=\frac{1}{\lambda}$

τ تميز طبيعة النويدة المشعة . وحدة τ هي s (الثانية)

يصبح قانون التناقص الإشعاعي كالتالي :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

عند اللحظة t=τ نأخذ N(t) القيمة :

$$N(\tau) = N_0 e^{-1} \Rightarrow N(\tau) = 0,37 N_0$$

وهو ما يمثل نقصانا في عدد النوى البدئية N_0 بنسبة 63% .

وتجدر الإشارة إلى أن المماس للمنحنى الأسي عند اللحظة t=0 يقع محور الأفاصيل عند التاريخ t=τ .

ب ـ عمر النصف $t_{1/2}$ لنويدة مشعة .

يسمى عمر النصف $t_{1/2}$ المدة الزمنية اللازمة لتفتت نصف عدد نوى عينة .

عند $t=t_{1/2}$ لدينا $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$ أي أن

$$N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2} \Rightarrow e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$Ln\left(e^{-\lambda t_{1/2}}\right) = -Ln2 \Rightarrow \lambda t_{1/2} = Ln2$$

$$t_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda} = \tau Ln2$$

مثال : نويدة الأورانيوم 238 عمرها النصف هو $t_{1/2}=4,5.10^9$ ans

نويدة الكربون 14 عمرها النصف هو 5600ans

نويدة سيزيوم 137 عمرها النصف 30ans

ويدة بولونيوم 212 عمرها النصف 3.10^{-7}s

4 ـ نشاط عينة مشعة activité radioactive

أ ـ تعريف

نشاط عينة a(t) تحتوي على عدد N(t) من النوى المشعة هو عدد النوى المفتتة في وحدة الزمن . تعبيره :

$$a(t) = \frac{-dN(t)}{dt}$$

وحدة a(t) هي بيكريل (Bq)

1Bq يمثل تفتتا واحدا في الثانية .

من العلاقة $-dN(t) = \lambda N(t)dt \Rightarrow a(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t)$

بتعويض N(t) في العلاقة $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ نجد :

$a(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow a(t) = a_0 e^{-\lambda t}$ بحيث ان $a_0 = \lambda N_0$

يقاس النشاط الإشعاعي بواسطة عدادات . مثلا عداد جيجر Geigre

ب ـ أمثلة لنشاط مصادر مشعة

رجل كتلته 70kg نشاطه 7000Bq

لتر من ماء معدني نشاطه 10Bq

1kg من السمك نشاطه 100Bq

1kg من البلوتونيوم نشاطه الإشعاعي 2.10^{12}Bq

مصدر طبي مشع نشاطه الإشعاعي 10^{14}Bq .

V ـ التأريخ بالنشاط الإشعاعي

يستعمل الجيولوجيون وعلماء الآثار تقنيات مختلفة لتحديد أعمار الحفريات والصخور التي تعتمد على النشاط الإشعاعي .

تحتوي الصخور والحفريات على نويدات مشعة حيث يتناقص عددها مع مرور الزمن

نشاط عينة أخرى مرجعية يمكن تأريخها .

كلما كان عمر العينة المراد تأريخها كبيرا جدا وجب استعمال طريقة تعتمد نويدات ذات عمر نصف أكبر

1 ـ التأريخ بالكربون 14

نعلم أن عنصر الكربون يتوفر أساسا على نظيرين ، الكربون 12 وهو مستقر والكربون 14 وهو إشعاعي النشاط b^- موجود بكميات ضئيلة بسبب ضعف وفارته الطبيعية (0,0001%) حيث يوجد بهذه الوفارة في كل تركيب كيميائي يحتوي على الكربون . مثلا ثائي أوكسيد الكربون يحتوي على هذه النسبة .
وجود هذا النظير هو نتيجة تفاعل نوى الأزوت مع نوترونات الأشعة الكونية وفق المعادلة التالية

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}H$$

كيف يتم التأريخ بالكربون 14 ؟
نفترض أنه خلال 40000سنة نسبة الكربون 14 في الفضاء ثابتة مع مرور الزمن .
نعلم كذلك أن جميع الكائنات الحية تتبادل الكربون مع الجو من خلال التنفس التركيب الضوئي و التغذية ، أي أن هذه النسبة الثابتة توجد في كل الكائنات الحية . وعند موتها تتناقص هذه النسبة بسبب تفتت نوى الكربون 14 وفق المعادلة التالية : $^{14}_{6}C \rightarrow ^{14}_{7}N + ^{0}_{-1}e$

وبتطبيق قانون التناقص الإشعاعي : $a(t) = a_0 e^{-\lambda t}$

علما أن $t_{1/2}$=5600ans نحسب $\lambda = \frac{Ln2}{t_{1/2}}$

$$a(t) = a_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{a(t)}{a_0} = e^{-\lambda t}$$

$$Ln\frac{a(t)}{a_0} = -\lambda t \Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} Ln\frac{a(t)}{a_0}$$

$$t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} Ln\frac{a(t)}{a_0}$$

يقاس نشاط a(t) لكتلة معروفة من عينة (1g مثلا)
يقاس النشاط a_0 لنفس الكتلة من عينة شاهدة حالية .
ملحوظة : تستعمل هذه الطريقة ، التأريخ بالكربون 14 ، فقط بالنسبة لعينات عمرها أقل من 40000 سنة . وهذا راجع لكون العينات الأطول عمرا تحتوي على كمية ضئيلة من الكربون 14 ولا يمكن قياس نشاطها .

2 ـ التأريخ بطرق أخرى

توجد طرق أخرى للتاريخ تستعمل فيها نويدات مشعة عمر نصفها كبير جدا . وتمكن من تأريخ عينات أكثر قدما .
مثلا ، لتأريخ عينات قديمة جدا كالصخور ، يستعمل الأورانيوم 238 . لأن عمر نصفه كبير جدا واستعمال هذا النظير قد مكن من تقدير عمر الكرة الأرضية وهو حوالي 4,55 مليار سنة وعمر نصف هذا النظير $t_{1/2}=4,468.10^9$ans .

تمرين تطبيقي : أعطى قياس النشاط الإشعاعي لعينة من الفحم كتلتها غرام واحد ، أخذت من موقد نار يرجع إلى ما قبل التاريخ ، القيمة $a(t)=4,0.10^{-2}$Bq .
أحسب عمر الموقد ما قبل التاريخ ، علما أن نشاط غرام من الفحم الموجود في الوقت الحاضر a_0=0,23Bq
عمر النصف للكربون 14 هو $t_{1/2}$=5600ans

الجواب :

عمر الموقد هو :
وبتطبيق قانون التناقص الإشعاعي : $a(t) = a_0 e^{-\lambda t}$

علما أن $t_{1/2}$=5600ans لدينا $\lambda = \frac{Ln2}{t_{1/2}}$

$$a(t) = a_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{a(t)}{a_0} = e^{-\lambda t}$$

$$Ln\frac{a(t)}{a_0} = -\lambda t \Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} Ln\frac{a(t)}{a_0}$$

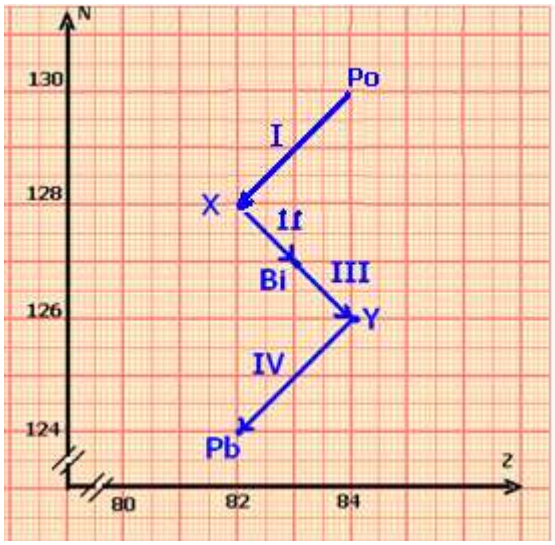
$$t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} Ln\frac{a(t)}{a_0}$$

تطبيق عددي :

$$t = -\frac{5600}{Ln2}.Ln\left(\frac{4.10^{-2}}{0,23}\right) = 14132\,Bq$$

الفيزياء النووية
السلسلة 1 : التناقص الإشعاعي
الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية

تمرين 1



يعطي المخطط الممثل في الشكل جانبه النوى الأخيرة من الفصيلة المشعة للأورانيوم 238 .

1 ـ حدد اعتمادا على المخطط الرمزين التامين للنواتين ${}^{A}_{Z}X$ و ${}^{A'}_{Z'}Y$.

2 ـ أكتب معادلتي التفتتين III و IV ، واستنتج نوع النشاط الإشعاعي بالنسبة لكل تفتت .

تمرين 2

1 ـ ذكر بقانون صودي .

2 ـ نعتبر التفاعل النووي التالي : ${}^{12}_{7}N \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{a}_{z}x$

أ ـ ما طبيعة الدقيقة X المنبعثة ؟

ب ـ ما طبيعة النشاط الإشعاعي للنواة ${}^{12}_{7}N$ ؟

ج ـ ماذا يحدث إذا كانت نواة الكربون المتولدة في حالة إثارة ؟ واكتب معادلة التفاعل النووي في هذه الحالة .

تمرين 3

يمثل الجدول التالي نتائج سلسلة من القي أحد ${}^{19}_{8}O$ نظائر عنصر الأوكسيجين .

t(s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
a(Bq)	1489	1231	1018	843	695	570	475	395	330

1 ـ باستعمال حاسبة أو مجدول ، أحسب عند كل لحظة t تغير النشاط بالنسبة لوحدة الزمن :

$$\left(\frac{\Delta a}{\Delta t}\right)_{t_i} = \frac{a(t_{i+1}) - a(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

2 ـ 2 ـ 1 مثل مبيانيا $-\left(\frac{\Delta a}{\Delta t}\right)_{t_i}$ بدلالة a .

2 ـ 2 بين أن معادلة المنحنى المحصل عليه تكتب على الشكل التالي :

$$\left(\frac{\Delta a}{\Delta t}\right)_{t_i} = -\lambda a$$

أعط القيمة العددية ل λ ووحدتها .

3 ـ تعرف الدالة المشتقة بالنسبة للزمن $\frac{da}{dt}$ للنشاط a بالعلاقة التالية : $\frac{da}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta a}{\Delta t}\right)$

ما العلاقة بين a ودالته المشتقة $\frac{da}{dt}$ ؟

4

عن دالة أسية وبالتالي فإن التعبير النظري للنشاط a يكتب : $a_{th} = a_0 e^{-\lambda t}$.

4 ـ 1 ما مدلول الثابتة a_0 ؟ حدد قيمتها ووحدتها .

4 ـ 2 أرسم التمثيل المبياني ل a_{th} باستعمال قيمة λ المحصل عليها في السؤال 2 ـ 2 .

4 ـ 3 أرسم على نفس المبيان السابق المنحنى $a_{exp}(t)$ اعتمادا على النتائج المدونة في الجدول
استنتج مدى صلاحية النموذج المستعمل لتقريب قانون التناقص الإشعاعي : $a_{th} = a_0 e^{-\lambda t}$.

5 ـ أوجد مبيانيا $t_{1/2}$ عمر النصف لنويدة الأوكسيجين 19 .

6 ـ أثبت العلاقة $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$ ، ثم احسب من جديد $t_{1/2}$ قارن واستنتج .

<u>تمرين 4</u>

البلونيوم 210 ($^{210}_{84}Po$) إشعاعي النشاط α ينتج عن تفتته نظير الرصاص $^{A}_{Z}Pb$. عمر النصف للبولونيم 210 هو $t_{1/2}$=138jours .

1 ـ أكتب معادلة النشاط الإشعاعي ، ثم حدد A و Z للنواة المتولدة .

2 ـ أحسب الثابتة الإشعاعية λ .

3 ـ نشاط عينة من البولونيوم 210 ، عند اللحظة t=0 هو : $a_0=10^{10}$Bq .
أحسب N_0 عدد نويدات البولونيوم 210 الموجودة في العينة .

4 ـ ما المدة الزمنية اللازمة ليصبح نشاط العينة $\frac{a_0}{4}$ ؟

5 ـ أعط العلاقة بين a_0 و a(t) النشاط الاشعاعي عند اللحظة t .

عبر عن التناقص النسبي للنشاط $r = \frac{a_0 - a(t)}{a_0}$ بدلالة $t_{1/2}$ و t ,

أحسب r عند t=1jour؟

<u>تمرين 5</u>

الكربون $^{14}_{6}C$ نظير إشعاعي النشاط β^- ,

1 ـ أكتب معادلة التحول النووي لنويدة الكربون .

2 ـ تبقى نسبة الكربون 14 في الفضاء ثابتة مع مرور الزمن (ذرة واحدة من الكربون 14 في 10^6 ذرة كربون طبيعي) .
توجد هذه النسبة في كل الكائنات الحية ، في حين أن هذه النسبة تتناقص في جسم تفتت النوى $^{14}_{6}C$.

عمر النصف للكربون 14 هو $t_{1/2}$=5600ans

نسمي $\frac{a(t)}{a_0}$ نسبة الكربون 14 المتبقية عند تأريخ كائن " ميت " في اللحظة t .

أ ـ أنقل الجدول التالي وأتممه .

t(année)	0	2800	5600	8400	11200	14000	16800
$\frac{a(t)}{a_0}$		0,71		0,35		0,81	

ب ـ خط المنحنى الممثل ل $\frac{a(t)}{a_0}$ بدلالة t .

السلم : محور الأفاصيل : $100ans \leftrightarrow 1cm$
محور الأراتيب : $1 \leftrightarrow 1cm$

3 ـ أثناء ثوران بركان ، اختفت غابة مجاورة له تحت الأنقاض . تمكن الجيولوجيون من إيجاد قيمة نسبة الكربون 14 في كربون خشب الأحفوري $\frac{a(t)}{a_0} = 0,49$

متى حدث هذا ابركان ؟

الفيزياء النووية
التناقص الإشعاعي
تصحيح تمارين السلسلة 1

تمرين 1

ـ بما أن X وPb لهما نفس Z إذن X نظير ل Pb وبالتالي رمز X هو Pb

ـ بما أن Y و Po لهما نفس Z إذن Y نظير ل Po وبالتالي رمز Y هو Po .

معادلة التفتت واستنتاج نوع النشاط الإشعاعي :

من خلال المخطط نستنتج أن :

$$^{210}_{83}Bi \rightarrow {}^{210}_{84}Po + {}^{0}_{-1}e$$

نوع النشاط β^- .

من خلال المخطط كذلك نستنتج أن :

$$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb \rightarrow + {}^{4}_{2}He$$

نوع النشاط الإشعاعي α .

تمرين 2

1 ـ قانون صودي : خلال تحول نووي ينحفظ عدد النويات وعدد البرتونات Z .

2 ـ نطبق قانون صودي نحصل على النتيجة التالية : a=0 و z=1 أي أن الدقيقة عبارة عن بوزترون . وتسمى أيضا الدقيقة β^+ .

3 ـ طبيعة النشاط الإشعاعي لنواة الأزوت 12 هو : النشاط الإشعاعي β^+ .

ج ـ إذا كانت النواة المتولدة في حالة إثارة فإنها تنتقل إلى حالتها الأساسية بانبعاث إشعاع γ حيث طاقة هذا الإشعاع هي الفرق بين مستوى الإثارة والمستوى الأساسي .

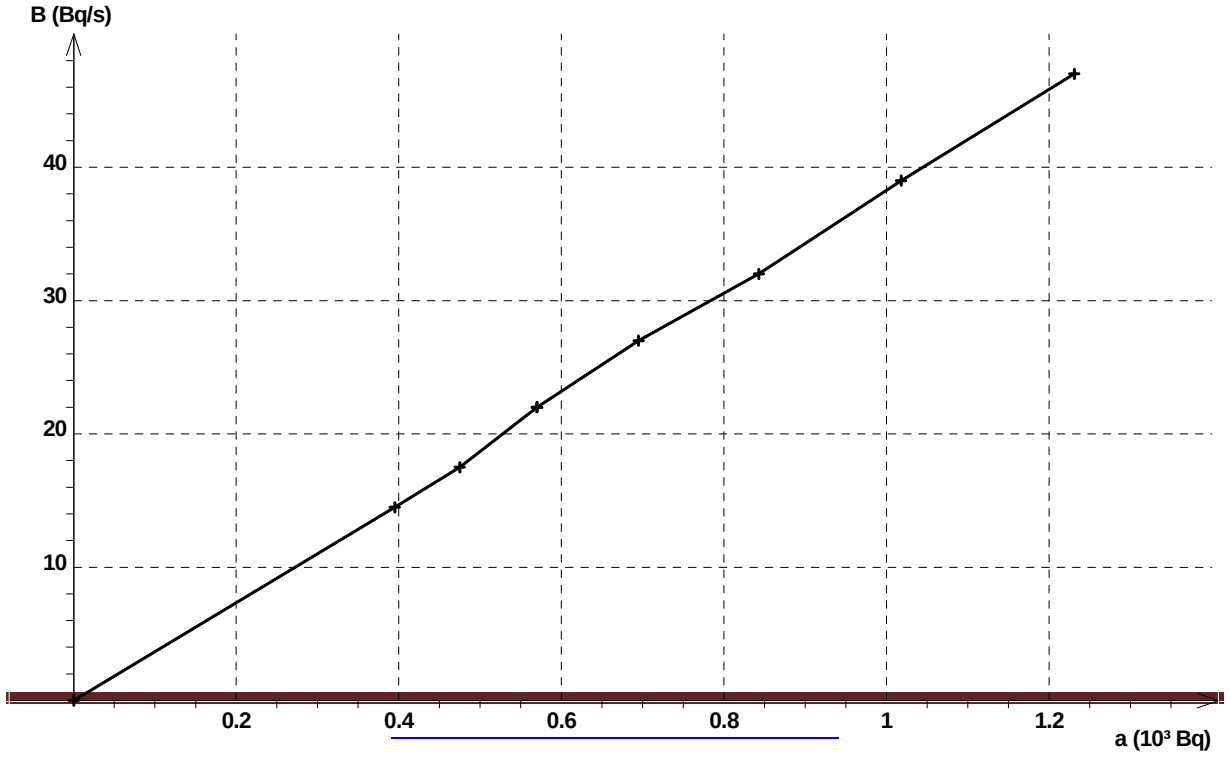
معادلة هذا التفتت هي : $^{12}_{6}C^* \rightarrow {}^{12}_{6}C \rightarrow \gamma$

تمرين 3

1 ـ نملأ الجدول باستعمال آلة حاسبة :

t(s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
a(Bq)	1489	1231	1018	843	695	570	475	395	330
$\frac{\Delta a}{\Delta t}$		-47	-39	-32	-27	-22	-17.5	-14.5	

2 التمثيل المبياني نستعمل برنم ريغريسي :



المبيان عبارة عن مستقيم يمر من أصل المعلم إذن فالدالة $-\frac{\Delta a}{\Delta t}=f(a)$ دالة خطية تكتب على الشكل التالي : $-\frac{\Delta a}{\Delta t}=\lambda a$

حيث λ قيمتها هي : $\lambda=3,8.10^{-2}s^{-1}$ وهي تمثل الثابتة الإشعاعية

3 ــ رياضيا نعلم أن :

$\frac{da}{dt}=-\lambda a$ أي أن $\frac{da}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta a}{\Delta t}=-\lambda a$

4 ــ 1 تمثل a_0 في التعبير $a_{th}=a_0e^{-\lambda t}$ قيمة النشاط الإشعاعي في اللحظة t=0 .

من الجدول نستنتج أن a_0=1489Bq .

4 ــ 2 باستعمال قيمة λ وقيمة a_0 نحصل على :

$$a_{th}=1489\times e^{-3.8.10^{-2}t}\Rightarrow\frac{da_{th}}{dt}=-56.58e^{-3.8.10^{-2}t}$$

بتطبيق هذه العلاقة نملأ الجدول ونمثل $-\frac{\Delta a_{th}}{\Delta t}=f(a_{th})$

4 ــ 3

$a_{th}=a_0e^{-\lambda t}$ يتلاءم مع النتائج التجريبية .

5 ــ مبيانيا $t_{1/2}$ يوافقها $a_{1/2}=a_0/2$ =744Bq

6 ــ نطبق العلاقة النظرية للتناقص الإشعاعي :

لدينا $a_{th}=a_0e^{-\lambda t}$ عند $t_{1/2}$

$$a_{th}(t_{1/2})=a_0/2=a_0e^{-\lambda t_{1/2}}$$

$$\ln 2=\lambda t_{1/2}\Rightarrow t_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}\simeq 18s$$

تمرين 4

1 ــ معادلة النشاط الإشعاعي للبولونيوم : $^{210}_{84}Po\rightarrow{}^{206}_{82}Pb\rightarrow+{}^{4}_{2}He$

أنظر التمرين 1

2 ــ حساب الثابتة الإشعاعية :

$$t_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}=5,81.10^{-8}s^{-1}$$

3 ــ حساب نشاط العينة a_0 :

نعلم أن : $a_0=\lambda N_0\Rightarrow N_0=\frac{a_0}{\lambda}=1,72.10^{18}$

4 ــ حسب العلاقة : $a=a_0e^{-\lambda t}$ لدينا

$$\frac{a_0}{4}=a_0e^{-\lambda t}\Rightarrow\ln 4=\lambda t$$

$$t=2t_{1/2}=276jours$$

5 ــ

$$r = \frac{a_0 - a}{a_0} \Rightarrow r = \frac{a_0 - a_0 e^{-\lambda t}}{a_0} \Rightarrow r = 1 - e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}}$$

$$r = 1 - 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}}$$

عند t=1jours لدينا r=0,5% .

تمرين 5

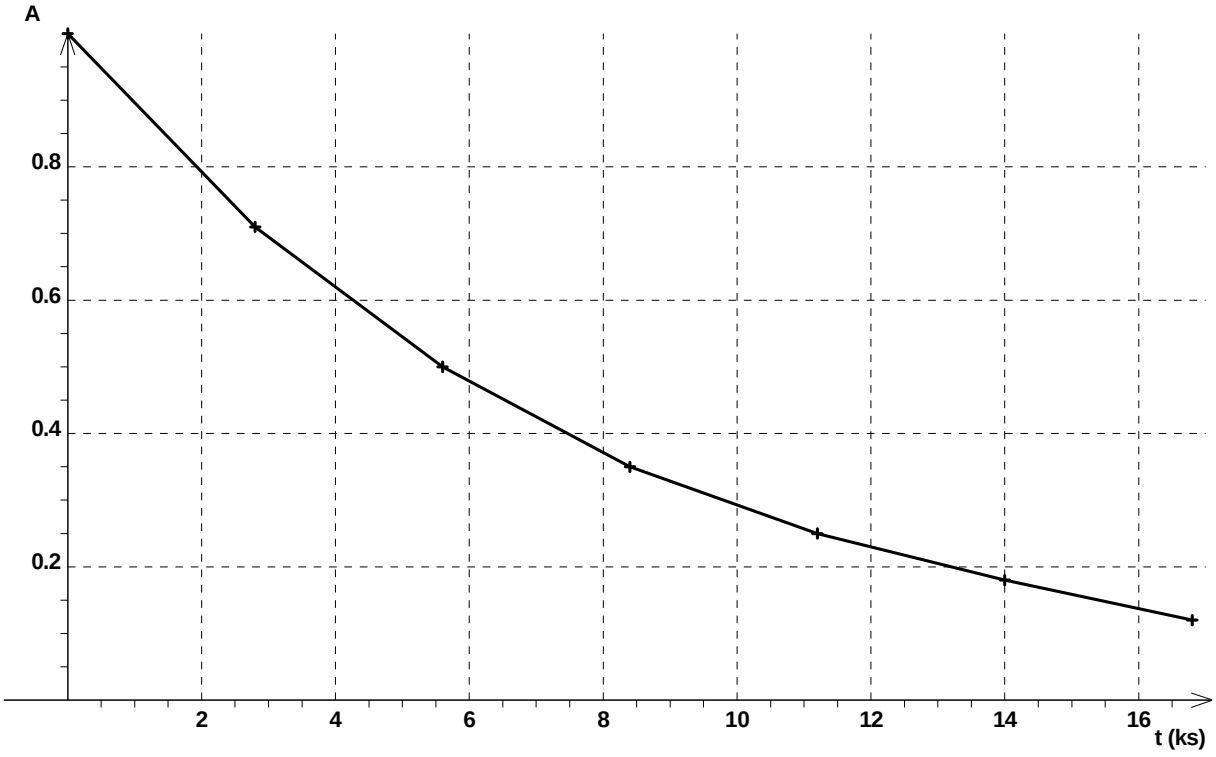
1 ـ معادلة تحول النووي لنويدة الكربون :

$$^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$$

2 ـ أ

t(année)	0	2800	5600	8400	11200	14000	16800
$\frac{a(t)}{a_0}$	1	0,71	0,50	0,35	0.25	0,18	0.12

ب ـ خط المنحنى الممثل ل $\frac{a(t)}{a_0}$ بدلالة t .



النوى ، الكتلة والطاقة
Noyau ,masse et énergie

I ـ التكافؤ "كتلة ـ طاقة"

1 ـ علاقة إنشتاين

توصل العالم إنشتاين من خلال الميكانيك النسبوية الخاصة سنة 1905م إلى أن هناك تكافؤ بين الكتلة والطاقة .

تمتلك كل مجموعة كتلتها m ، في حالة سكون ، طاقة E تسمى طاقة الكتلة تعبيرها هو :

$$E = m.c^2$$

$c \simeq 3.10^8 m/s$ سرعة الضوء

m كتلة المجموعة نعبر عنها ب kg

E طاقة المجموعة نعبر عنها بالجول .

عندما تتغير كتلة المجموعة ب Δm خلال تحول ما ، يكون تغير الطاقة الكتلية لهذه المجموعة هو :

$$\Delta E = \Delta m.c^2$$

$\Delta m<0$ (تنقص كتلة مجموعة في سكون) ، طاقتها الكتلية تنقص كذلك $\Delta E<0$: **تحرر المجموعة في هذه الحالة طاقة تمنحها للوسط الخارجي . (Q>0)**

$\Delta m>0$ (تزداد كتلة مجموعة في سكون) ، طاقتها الكتلية تزداد كذلك $\Delta E>0$: **تكتسب المجموعة في هذه الحالة طاقة من الوسط الخارجي . (Q<0)**

2 ـ وحدة الكتلة والطاقة

أ ـ وحدة الكتلة الذرية

في الفيزياء النووية ، تكون كتل النوى والدقائق صغيرة جدا ، لذا يعبر عنها بوحدة ملائمة تسمى وحدة الكتلة الذرية ونرمز لها بu

1u يساوي $\frac{1}{12}$ من كتلة ذرة الكربون 12

نعلم أن كتلة مول واحد من ذرات الكربون 12 تساوي 12.10^{-3}kg ويحتوي 1 مول على $N=6,02.10^{23}$ ذرة أي أن :

$1u = \frac{1}{12}\frac{12.10^{3}}{6.03.10^{23}} = 1,66.10^{-27} kg$ **وبالتالي 1u=1,66.10^{-27}kg**

مثال : كتلة البروتون

$$m_p = 1,6725.10^{-27}\,kg$$

$$m_p = \frac{1,6725.10^{-27}}{1,66.10^{-27}} = 1,0073u$$

ب ـ وحدة الطاقة : الإلكترون ـ فولط

في الفيزياء النووية الجول وحدة غير ملائمة للطاقة ، لذلك يفضل استعمال الإلكترون ـ فولط ومضاعفاته كالميغا إلكترون ـ فولط (MeV) .

$$1eV = 1,602177 \times 10^{-19} J$$

$$1MeV = 10^6 eV = 1,602177 \times 10^{--13} J$$

ج ـ الطاقة المكافئة لوحدة الكتلة الذرية u .

حسب علاقة انشتاين الطاقة التي تكافئ 1u هي :

$$E = 1,66054\times\left(299792458\right)^2 = 1492,42\times10^{-13}\,J$$

$$E = \frac{1492,42\times10^{-13}}{1,602177\times10^{-13}} = 931MeV$$

$$1u = 931,5MeV/c^2$$

مثال : حساب طاقة الإلكترون : $E=mc^2$ بحيث أن $m_e=9,1.10^{-31}kg$

$E=9,1.10^{-31}.9.10^{16}J=81,9.10^{-15}J$ وبما أن $1eV=1,6.10^{-19}J$ فإن $E=0,512Mev$

نستنتج أن كتلة الإلكترون بوحدة الطاقة الكتلية : $m_e=0,512Mev/c^2$.

II ـ طاقة الربط Energie de liaison

2 ـ 1 النقص الكتلي .

تبين قياسات دقيقة أنجزت بواسطة معيار الكتلة أن كتلة النواة تكون دائما أقل من مجموع كتل الدقائق التي تكونها .

مثال : كتلة نواة الدوتريوم ^2_1H : $m\left(^2_1H\right)=2,0109u$

الدقائق المكونة لنواة الدوتريوم Z=1 و N=1

مجموع كتل الدقائق : $m_p+m_n=2,0199u$

وبالتالي

$$\Delta m = \left(m_p+m_n\right)-m\left(^2_1H\right)$$
$$= 0,0050u$$

نسمي Δm بالنقص الكتلي للنواة .

بصفة عامة : **نسمي النقص الكتلي لنواة Δm الفرق بين مجموع كتل النويات وكتلة النواة وهو مقدار دائما موجب .**

$$\Delta m = \left(Zm_p+Nm_n\right)-m\left(^A_ZX\right)$$

2 ـ 2 طاقة الربط

النواة مكونة من بروتونات ذات شحنة موجبة و n نوترونات ذات شحنة منعدمة . يفسر تماسك النواة بوجود قوى نووية ذات شدة كبيرة تسمى بقوى التأثيرات البينية القوية .

لفصل نويات النواة يجب إعطاؤها طاقة ، تسمى بطاقة الربط E_ℓ .

وحسب علاقة التكافؤ بين الكتلة والطاقة لأنشتاين فإن النقص الكتلي لنواة يكافئ الطاقة اللازمة إعطاؤها لفصل نوياتها :

$$Zm_p+(A-Z)m_n = m(^A_ZX)+E_\ell$$

$$E_\ell = \Delta m.c^2 = \left(Zm_p+(A-Z)m_n-m(^A_ZX)\right).c^2$$

2 ـ 3 طاقة الربط بالنسبة لنوية

$$\mathcal{E} = \frac{E\ell}{A}$$

وحدة $\mathcal{E}$ هي Mev/nucléon

وهي تمثل طاقة الربط المتوسطة لنوية .

- للحكم على مدى استقرار نويدة يجب اعتبار طاقة الربط بالنسبة للنوية .
- تكون نويدة أكثر استقرارا كلما كانت طاقة الربط بالنسبة للنوية كبيرة .

تمرين تطبيقي :

نعتبر نويدة الراديوم $^{226}_{88}Ra$

أحسب طاقة الربط لنويدة الراديوم واستنتج طاقة الربط بالنسبة لكل نوية .

نعطي : $m(Ra)=225,977u$ و $m_p=1,00728u$ و $m_n=1,00867u$ و $1u=1,66.10^{-27}kg$ و

$c=3.10^8m/c^2$

الجواب : طاقة الربط اللازمة هي الطاقة اللازمة لفصل نويات موجودة في حالة سكون .

$$E_\ell = \Delta m.c^2 = \left[(Zm_p + Nm_n) - m\left({}^{A}_{Z}X\right)\right]c^2$$

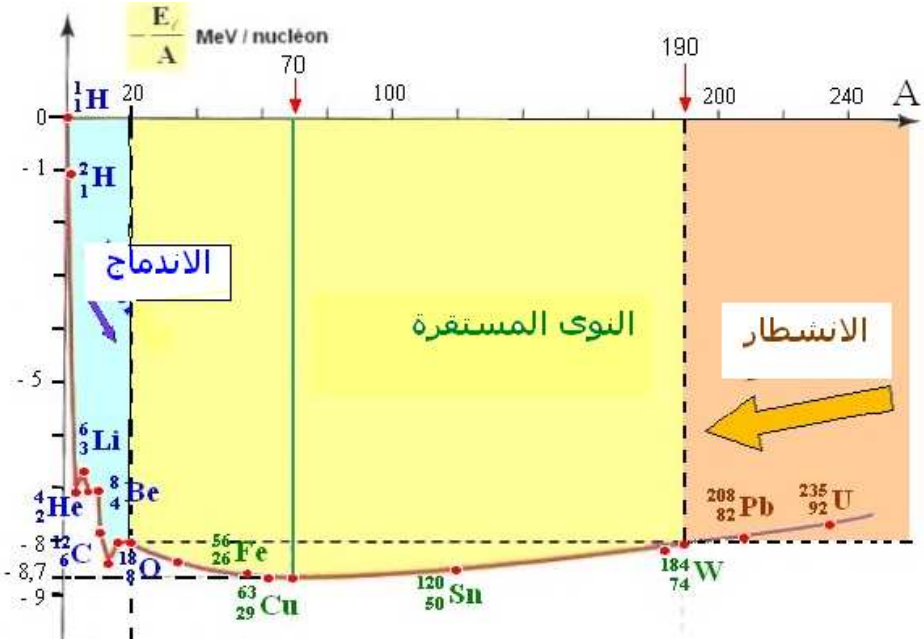
Z=88 و N=226 ومنه فإن

$$E_\ell = (88.1,00728 + 138.1,00867 - 225,977).9.10^{16} = 2,779.10^{-10}\,J = 1736,90MeV$$

طاقة الربط بالنسبة لكل نوية $\mathcal{E} = \frac{E\ell}{A}$ وبالتالي $\mathcal{E} = \frac{1736,90}{226} = 7,68MeV/c^2$

2 ـ 4 منحنى أسطون Aston

يمكن مقارنة استقرار مختلف النويدات باستعمال منحنى أسطون ، حيث يمثل تغيرات مقابل طاقة الربط بالنسبة لنويدة $\left(\frac{E_\ell}{A}\right)$ بدلالة عدد النويات A . أنظر الشكل .



من خلال المنحنى نلاحظ :

- 20<A<195 :

$\left(\frac{E_\ell}{A}\right)$ لها قيم دنيا تقارب قيمتها المطلقة $8MeV/c^2$. هذه المنطقة تظم النوى الأكثر استقرارا (مثال الحديد Fe هو النوى الأكثر استقرارا لذا يوجد بوفرة في الطبيعة .

- A<20 و A>195

$\left(\frac{E_\ell}{A}\right)$ كبيرة أي أن $\left(\frac{E_\ell}{A}\right)$ صغيرة جدا وبالتالي فطاقة الربط بالنسبة لنوية ضعيفة الشيء الذي يبين أن هذه النوى غير مستقرة يمكنها أن تتحول إلى نوى أكثر استقرارا .

يمكن لهذه أن تتحول وفق نوعين من التفاعلات النووية :

-- A>19 ـ النوى الثقيلة غير المستقرة تنشطر إلى نواتين خفيفتين . وتسمى هذه **الظاهرة الانشطار النووي .**

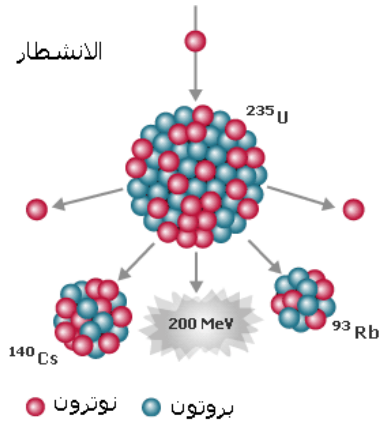
ـ A<20 ـ النوى الخفيفة تتحد فيما بينها لتعطي نواة أكثر ثقلا وتسمى هذه **الظاهرة الاندماج النووي** .

ملحوظة . الاندماج والانشطار تفاعلان محرّضان .

III ـ الانشطار والاندماج النوويان Fusion et fission nucléaire

1 ـ الانشطار النووي :

يمكن لنواة ثقيلة كالأورانيوم أو البلوتونيوم مثلا أن تنقسم ، بعد قدفها بنترون بطيء (طاقته الحركية أقل من 0,1MeV)إلى نواتين خفيفتين . يسمى هذا التحول الانشطار النووي ، وتسمى النوى الثقيلة النوى **الشطورة fissile** والنترون القديفة **: النوترون الحراري .**



أ ـ تعريف

الانشطار النووي تفاعل نووي تنقسم خلاله نواة ثقيلة شطورة ، بعد التقافها لنترون حراري إلى نواتين خفيفتين .

أمثلة :

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{140}_{55}Cs + ^{93}_{37}Rb + 3\,^{1}_{0}n$$
$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{94}_{38}Sr + ^{139}_{54}Xe + 3\,^{1}_{0}n + \gamma$$

ب ـ تفاعل متسلسل

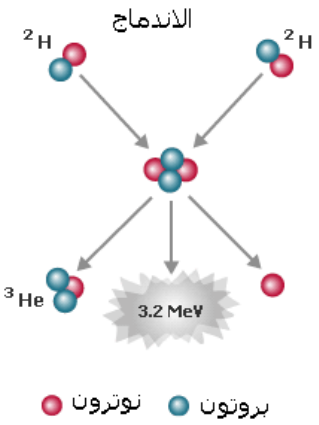
يمكن لنوترونات الناتجة عن الانشطار النووي أن :

ـ تفلت من وسط التفاعل .

ـ أو تلتقفها نوى غير شطورة .

أو تتسبب في انشطار نوى أخرى ، مساهمة في حدوث تفاعل متسلسل قد يتم بكيفية تفجيرية ، إذا كان غير متحكم فيه ، وهذا ما يحدث في القنبلة النووية . ويمكن التحكم فيه وضبطه وهذا ما يحدث في المفاعلات النووية حيث ينتج الطاقة بكيفية منتظمة .

ويتحكم في التفاعل التسلسل في المفاعلات النووية عن طريف امتصاص النوترونات بواسطة قضبان من الكاديوم .



2 ـ الاندماج النووي .

أ ـ تعريف

الاندماج النووي تفاعل يتم خلاله انضمام نواتين خفيفتين لتكوين نواة أكثر ثقلا .

أمثلة : تقع تفاعلات الاندماج داخل الشمس حيث يتم خلالها تكون الهيليوم انطلاقا من الهيدروجين ، وفق ثلاث مراحل :

$$^{1}_{1}H + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{2}_{1}H + ^{0}_{1}e$$
$$^{2}_{1}H + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He$$
$$^{3}_{2}He + ^{3}_{2}He \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{1}H + ^{1}_{1}H$$

ب ـ شروط تحقيق الاندماج النووي

لا يتحقق الاندماج النووي إلا إذا كان للنواتين الخفيفتين طاقة تمكنها من التغلب على قوى التأثيرات البينية التنافرية . ويتطلب توفير هذه الطاقة درجة حرارة عالية . ولهذا السبب ينعت الاندماج **بالتفاعل النووي الحراري .**

VI ـ الحصيلة الكتلية والطاقية لتفاعل نووي .

1 ـ الحالة العامة :

نعتبر تفاعلا نوويا معبرا عنه بالمعادلة التالية :

$$^{A_1}_{Z_1}X_1 + ^{A_2}_{Z_2}X_2 \rightarrow ^{A_3}_{Z_3}X_3 + ^{A_4}_{Z_4}X_4$$

X_i تدل على نوى عناصر كيميائية أو دقائق .

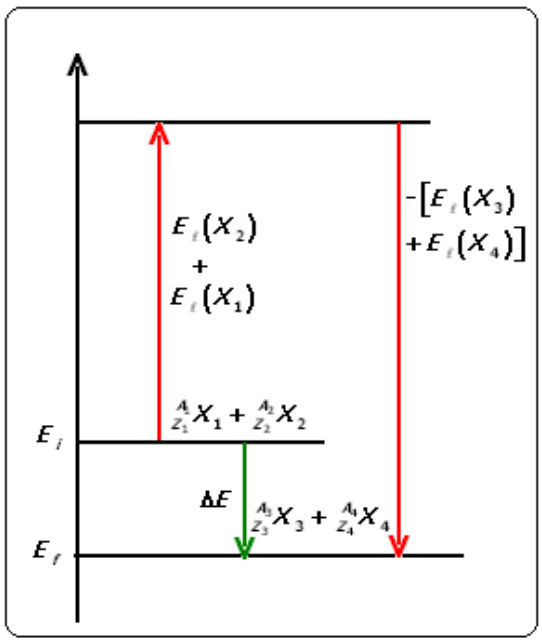
الحصيلة الطاقية المقرونة بهذا لتفاعل هي :

$$\left[E_\ell(X_1) + E_\ell(X_2)\right] = \left[E_\ell(X_3) + E_\ell(X_4)\right] + \Delta E$$
$$\Delta E = \left[E_\ell(X_1) + E_\ell(X_2)\right] - \left[E_\ell(X_3) + E_\ell(X_4)\right]$$

حيث $E_\ell(X_i)$ طاقة الربط للنواة أو الدقيقة X_i . و ΔE طاقة التفاعل .

حسب تعبير طاقة الربط E_ℓ لدينا :

$$\Delta E = \left[m(X_3) + m(X_4)\right].c^2 - \left[m(X_1) + m(X_2)\right].c^2$$
$$\Delta E = \left[m(X_3) + m(X_4) - m(X_1) - m(X_2)\right].c^2$$
$$\Delta E = \Delta m.c^2 = \left[m(produit) - m(reactifs)\right].c^2$$



<u>ملحوظة : مخطط الطاقة لتفاعل نووي عام :</u>

E_i : الطاقة البدئية للمجموعة

E_f : الطاقة النهائية للمجموعة .

$E_\ell(X_1)+E_\ell(X_2)$ الطاقة التي تكتسبها المجموعة لتفكيك النواتين .

$-\left[E_\ell(X_3)+E_\ell(X_4)\right]$ الطاقة التي تحررها المجموعة عند تكون النواتين X_3 و X_4 .

ΔE الطاقة الكلية لهذا التفاعل النووي وبذلك تصبح أكثر استقرارا .

ملحوظة : الطاقة المحررة خلال تفاعل ناشر للطاقة هي $Q = -\Delta E > 0$

2 ـ تطبيقات على الانشطار ولاندماج النوويين

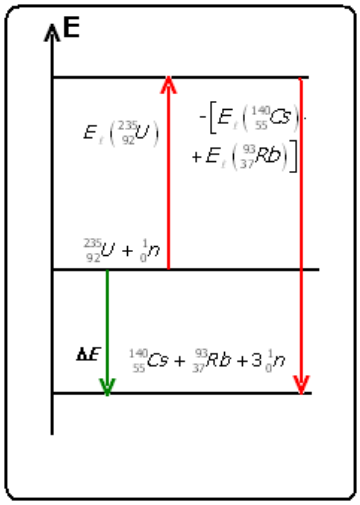
أ ـ الانشطار النووي :

نعتبر معادلة الانشطار النووي التالية :

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{140}_{55}Cs + ^{93}_{37}Rb + 3\,^{1}_{0}n$$

نعطي كتل النوى المتدخلة في هذا التفاعل النووي .

$^{235}_{92}U$	$^{140}_{55}Cs$	$^{93}_{37}Rb$	$^{1}_{0}n$
234,99346 u	139,88711 u	92,90174 u	1,00866 u



أحسب الطاقة المحررة من طرف نواة واحدة من الأورانيوم .

لدينا حسب تعبير تغير الطاقة : $\Delta E = \Delta m.c^2$

بحيث أن

$$\Delta m = m_f - m_i$$

$$= \left[m\left(^{140}_{55}Cs\right) + m\left(^{93}_{37}Rb\right) + 3m\left(^{1}_{0}n\right)\right] - \left[m\left(^{235}_{92}U\right) + m\left(^{1}_{0}n\right)\right]$$

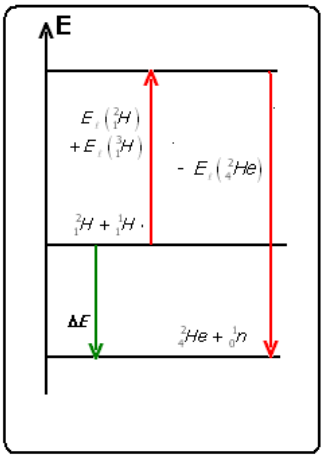
$$= \left[m\left(^{140}_{55}Cs\right) + m\left(^{93}_{37}Rb\right) + 2m\left(^{1}_{0}n\right) - m\left(^{235}_{92}U\right)\right]$$

$$= -0{,}18729\text{u} = -3{,}1100\times10^{-28}kg$$

$$\Delta E = \Delta m.c^2 = -2{,}7995\times10^{-11}J = -174{,}699MeV$$

أي أن انشطار نواة واحدة من الأورانيوم تحرر طاقة $Q=-\Delta E$ تساوي 174,699MeV .

مخطط الطاقة لتفاعل الانشطار : أنظر الشكل



ب ـ الاندماج النووي

نعتبر تفاعل الاندماج التالي :

$$^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{2}_{4}He + ^{1}_{0}n$$

$$\Delta E = \Delta m.c^2$$

$$\Delta m = m_f - m_i = \left[m\left(^{2}_{4}He\right) + m\left(^{1}_{0}n\right)\right] - \left[m\left(^{2}_{1}H\right) + m\left(^{3}_{1}H\right)\right]$$

$$= -0{,}18729\text{u} = -3{,}1100\times10^{-28}kg$$

$$\Delta E = \Delta m.c^2 \simeq -17{,}585MeV$$

$^{2}_{1}H$	$^{3}_{1}H$	$^{2}_{4}He$	$^{1}_{0}n$
2,01355	3,01550	4,00150	1,00866

تفاعل الاندماج يحرر طاقة تقارب 18MeV ، بينما تفاعل الانشطار يحرر طاقة تقارب 200MeV تقريبا .

فالبنسبة لعدد النويات بالنسبة للاندماج النووي 5 نويات وبالنسبة للانشطار النووي 236 نوية أي أنه بالنسبة لنوية واحدة الطاقة المحررة بالاندماج أكبر بخمس مرات

سلسلة التمارين 2)

3 ـ تطبيقات على التحولات النووية التلقائية .

ملحوظة مهمة :

$\Delta E < 0$ تكون المجموعة ناشرة للطاقة أي أنها تحرر الطاقة يكتسبها المحيط الخارجي (Q=-ΔE>0).

$\Delta E > 0$ تكون المجموعة ماصة للطاقة (تكتسب طاقة من المحيط الخارجي (Q=ΔE <0)

بالنسبة للتفاعلات النووية التلقائية تكون دائما $\Delta E < 0$ ونرمز لها بالحرف E وتظهر هذه الطاقة على شكل طاقة حركية تكتسبها على الخصوص الدقائق المنبعثة خلال التفتت .

ا ـ النشاط الاشعاعي α

معادلة التفتت α هي :

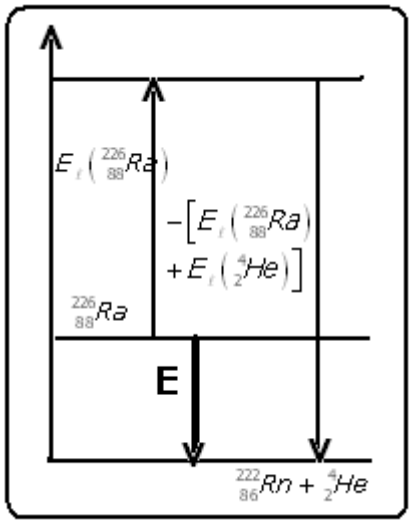
$$^{Z}_{A}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + \alpha$$

الطاقة المتحررة خلال النشاط الإشعاعي α :

$$E = \left[m(\alpha) + m\left({}^{A-4}_{Z-2}Y\right) - m\left({}^{Z}_{A}X\right) \right].c^2$$

تطبيق : أحسب الطاقة الناتجة عن تفتت نواة واحدة من الراديوم 226 . نواة الراديوم إشعاعية النشاط α نعطي :

$^{226}_{88}Ra$	$^{222}_{86}Rn$	$^{4}_{2}He$
225,977u	221,9702	4,0015



$$^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

ننجز الحصيلة الطاقية لهذا التفاعل :

$$E = \left[m\left({}^{222}_{86}Rn\right) + m\left({}^{4}_{2}He\right) - m\left({}^{226}_{88}Ra\right) \right].c^2$$

$$= \left[-5,3.10^{-3}u \right].c^2$$

نعلم أن $1u=931,5MeV/c^2$ وبالتالي فإن :

$$E = -5,3.10^{-3} \times 931,6 \frac{MeV}{c^2}.c^2 = -4,94MeV$$

وبالتالي الطاقة المحررة عن هذا التفاعل هي : $Q = -E = E_C(\alpha) = 4,94MeV$ وهي تظهر على شكل طاقة حركية تكتسبها على الخصوص الدقيقة α .

ب ـ النشاط الإشعاعي β^- .

معادلة التفتت للنشاط الإشعاعي β^-

$$^{Z}_{A}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e$$

الحصيلة الطاقية للنشاط الإشعاعي β^- :

$$E = \left[m\left({}^{A}_{Z+1}Y\right) + m\left({}^{0}_{-1}e\right) - m\left({}^{Z}_{A}X\right) \right].c^2$$

ج ـ النشاط الإشعاعي β^+

معادلة التفتت للنشاط الإشعاعي β^+

$$^{Z}_{A}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e$$

الحصيلة الطاقية للنشاط الإشعاعي :

$$E = \left[m\left({}^{A}_{Z-1}Y\right) + m\left({}^{0}_{+1}e\right) - m\left({}^{Z}_{A}X\right) \right].c^2$$

ملحوظة :

تتحول الطاقة المحررة خلال التفاعلات النووية إلى طاقة حركية للنوى والدقائق الناتجة عن هذا التحول وكذلك إلى طاقة كهرمغناطيسية للإشعاعات γ .

$$Q = -\Delta E = \sum E_C\left({}^{A}_{Z}Y\right)$$

$^{A}_{Z}Y$: **النوى والدقائق الناتجة عن التحول**

٧ ـ التأثيرات البيولوجية للنشاط الإشعاعي .

للإشعاعات النووية تأثير على جسم الإنسان وذلك حسب الكمية التي يمتصها الجسم وبطبيعة الأشعة

- الإشعاعات α
  الجلد .
- الإشعاعات β أكثر نفاذية من α ، ويلزم عددة مليمترات لإيقافها . تستعمل هذه الإشعاعات لمعالجة الخلايا السرطانية .
- الإشعاعات γ نافدة بقدر كبير ، ولإيقافها يلزم عدة سنتيمترات من الرصاص ، وتستعمل في تشخيص الأمراض بالصور .

تستعمل الإشعاعات النووية في الطب بكميات ضئيلة جدا كعنصر لاستشفاء ولتشخيص الأمراض أو لمعالجتها .

كيف تؤثر الإشعاعات النووية على الإنسان ؟

تتفاعل الإشعاعات النووية ذات الطاقة العالية مع المادة المكونة لجسم الإنسان ، إذ يمكنها انتزاع إلكترونات ذرات خلايا بعض الأعضاء محدثة بعض التشوهات بيوكميائية .

الفيزياء النووية
سلسلة التمارين 2 : النوى ، الطاقة والكتلة
الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية

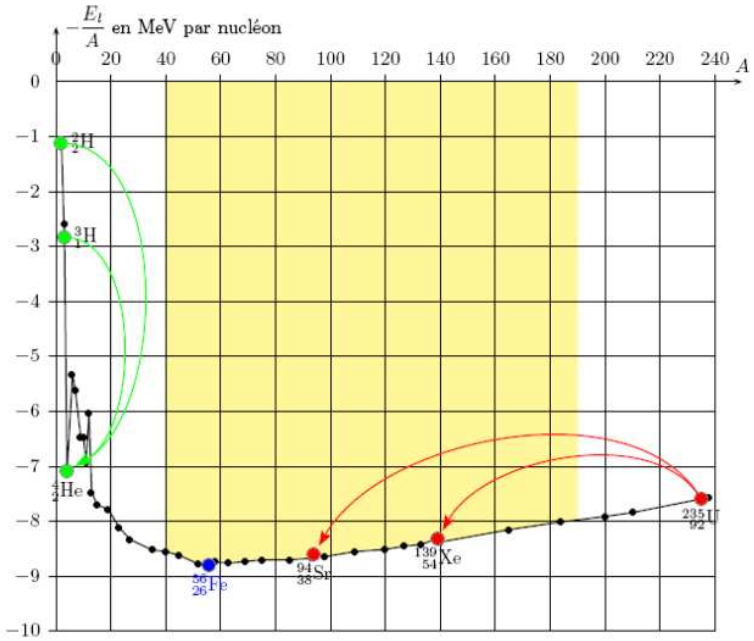
في جميع التمارين نأخذ :

$m_n = 1,00866u,\ m_p = 1,00728u$

$m(\alpha) = 4,00150u,\ m(e) = 0,00055u$

$1u = 1,6605.10^{-27}kg,\ 1eV = 1,602.10^{-19}J$

$c = 2,9979.10^{8}m/s,\ 1u = 931,5MeV/c^2$



<u>تمرين 1</u>

1 ـ عرف النقص الكتلي للنواة $^{Z}_{A}X$.

2 ـ عرف طاقة الربط لنواة E_ℓ

3 ـ أكتب العلاقة التي تمكن من حساب طاقة الربط لنواة $^{Z}_{A}X$.

تمرين 2 . منحنى أسطون

1 ـ ماذا يمثل منحنى أسطون ؟

2 ـ عين على هذا المنحنى مجال النوى المستقرة .

3 ـ أين توجد النوى على المنحنى القابلة للانشطار والنوى القابلة للاندماج ؟ علل جوابك .

<u>تمرين 2</u>

من بين نظائر الكربون هناك : $\left(^{12}_{6}C\right)$ و $\left(^{14}_{6}C\right)$

1 ـ أحسب بالنسبة لنواة $\left(^{14}_{6}C\right)$

أ ـ النقص الكتلي Δm .

ب ـ طاقة الربط E_ℓ .

ج ـ طاقة الربط بالنسبة لنوية $\mathcal{E}$ بMeV /nucleon ثم بالجول .

2 ـ طاقة الربط بالنسبة لنوية للنواة $\left(^{12}_{6}C\right)$ هي $\mathcal{E}' = 7,68MeV/nucleon$.

استنتج النواة الأكثر استقرارا من بين $\left(^{12}_{6}C\right)$ و $\left(^{14}_{6}C\right)$.

معطيات :

$m\left(^{12}_{6}C\right) = 11,99674u, m\left(^{14}_{6}C\right) = 13,9999u$

<u>تمرين 3</u>

يتنبأ علماء الذرة حاليا أن وقود المفاعلات النووية المستقبلية في تفاعلات الاندماج وهو خليط مكون من الدوتوريوم (d) نواته $\left(^{2}_{1}H\right)$ والتريسيوم (t) نواته $\left(^{3}_{1}H\right)$. المعادلة النووية للاندماج هي كالتالي :

$$^{3}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$$

1 ـ أحسب تغير الكتلة Δm الناتج عن التفاعل النووي .

2 ـ أحسب الطاقة الناتجة عن التفاعل النووي .

3 ـ أحسب الطاقة الناتجة بالجول خلال تكوّن 1mol من الهيليوم $^{4}_{2}He$

4 ـ مثل الحصيلة الطاقية باستعمال مخطط الطاقة.

نعطي :

$$m\left({}_{1}^{2}H\right)=2,01355u, m\left({}_{1}^{3}H\right)=3,01550u$$

$$m\left({}_{0}^{1}n\right)=1,00866u, m\left({}_{2}^{4}He\right)=4,00150$$

<u>تمرين 4</u>

نعبر عن تفاعل انشطار نواة الأورانيوم 235 ، عند قدفها بنترون ، بالمعادلة التالية :

$${}_{92}^{235}U+{}_{0}^{1}n\rightarrow {}_{54}^{140}Xe+{}_{38}^{94}Sr+3{}_{0}^{1}n$$

1 ـ أحسب تغير الكتلة Δm الناتج عن التفاعل النووي .

2 ـ استنتج الطاقة الناتجة عن التفاعل . هل هذا التفاعل ناشر للحرارة أم ماص للحرارة ؟ علل الجواب .

3 ـ مثل الحصيلة الطاقية باستعمال مخطط الطاقة .

نعطي :

$$m\left({}_{92}^{235}U\right)=234,99332u, m\left({}_{38}^{94}Sr\right)=93,89446u$$

$$m\left({}_{0}^{1}n\right)=1,00866u, m\left({}_{54}^{139}Xe\right)=138,89194u$$

<u>تمرين 5</u>

باستغلال النتائج المحصلة في التمرين 4 والتمرين 5 ، بين أن الطاقة الناتجة خلال الاندماج جد مهمة بالنسبة للطاقة الناتجة خلال الانشطار .

<u>تمرين6</u>

نواة الكوبالط $\left({}_{27}^{60}Co\right)$ إشعاعية النشاط β^{-}.

1 ـ أكتب معادلة التفاعل النووي لتفتت نواة الكوبالط . فسر ميكانيزم النشاط الإشعاعي β^{-} .

2 ـ أحسب طاقة الربط للنواة $\left({}_{27}^{60}Co\right)$.

3 ـ أحسب الطاقة الناتجة عن تفتت 1g من الكوبالط 60 .

نعطي :

$$m\left({}_{28}^{60}Ni\right)=59,91544u, m\left({}_{27}^{60}Co\right)=59,91901u$$

$$N_A=56,02.10^{23}mol^{-1}$$

<u>تمرين7</u>

يتكون الكربون 14 في الطبقات العليا للغلاف الجوي بعد اصطدام نوترون بنواة الأزوت حسب المعادلة التالية : ${}_{7}^{14}N+{}_{0}^{1}n\rightarrow {}_{6}^{14}C+{}_{1}^{1}H$

1 ـ أحسب طاقة هذا التفاعل .

2 ـ الكربون 14 إشعاعي النشاط β^{-}

2 ـ 1 أكتب معادلة تفتت الكربون 14 .

2 ـ 2 أحسب الطاقة الناتجة خلال هذا التفاعل .

3 ـ مثل الحصيلة الطاقية باستعمال مخطط الطاقة . هل هذا التفاعل ناشر للحرارة أم ماص للحرارة ؟ علل الجواب .

نعطي : $m\left({}_{6}^{12}C\right)=11,99674u, m\left({}_{6}^{14}C\right)=13,9999$

تصحيح السلسلة 2
النواى والطاقة والكتلة .
السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية

تمرين 1

1 ـ النقص الكتلي هو الفرق بين كتلة النويات عندما تكون منفصلة وكتلة النواة . نعبر عنه بالعلاقة التالية بالنسبة لنواة ${}^{A}_{Z}X$: $\Delta m = \left(Zm_p + (A-Z)m_n\right) - m\left({}^{A}_{Z}X\right)$

2 ـ طاقة الربط E_ℓ : هي الطاقة اللازم إعطاؤها للنواة لفصل نوياتها .

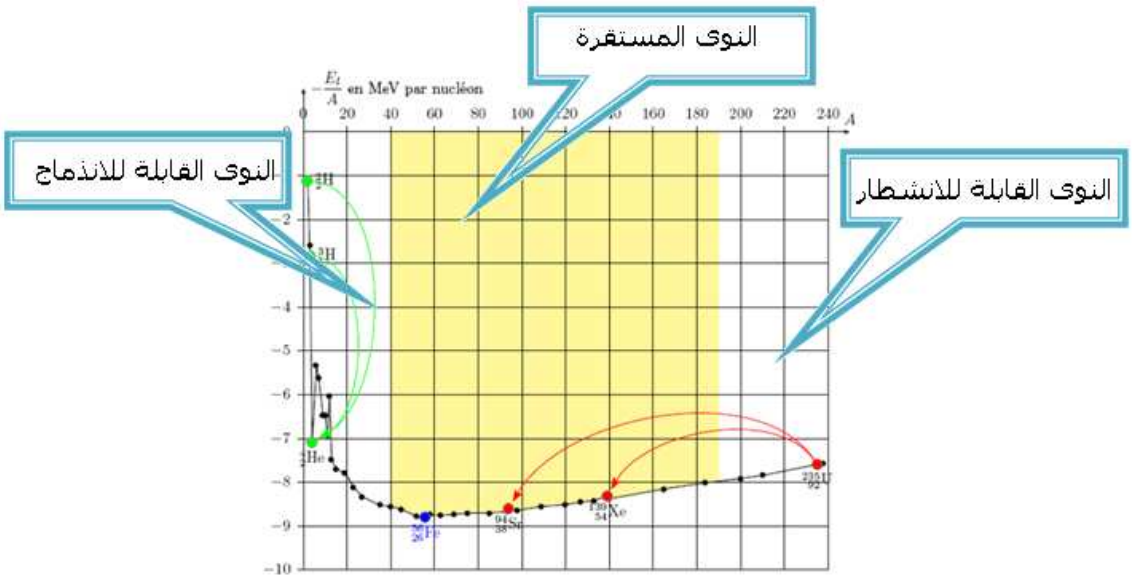
3 ـ العلاقة التي تمكن من حساب طاقة الربط : $E_\ell = \Delta m.c^2$

تمرين 2

يمثل منحنى أسطون تغيرات مقابل طاقة الربط بالنسبة لنوية بدلالة عدد الكتلة A :

$$\left(-\frac{E_\ell}{A}\right) = f(A)$$

أنظر المنحنى :



تمرين 3

1 ـ أ حساب النقص الكتلي :

$$\Delta m = \left(6m_p + 8m_n\right) - m\left({}^{14}_{6}C\right)$$

$$= 6,04368 + 8,06928 - 13,9999 = 0,11306u$$

ب ـ طاقة الربط للنواة :

$$E_\ell = \Delta m.c^2 = 0,11306u$$

$$1u = 931,5MeV/c^2$$

$$E_\ell = 0,11306u = 0,11306 \times 931,5MeV = 105,32MeV$$

ج ـ طاقة الربط بالنسبة لنوية :

$$\mathcal{E} = \frac{E_\ell}{A} = \frac{105,32MeV}{14} = 7,52MeV/nucleon$$

$\mathcal{E}' > \mathcal{E}$

بالتالي فإن الكربون 12 الأكثر استقرار من الكربون 14 .

تمرين 4

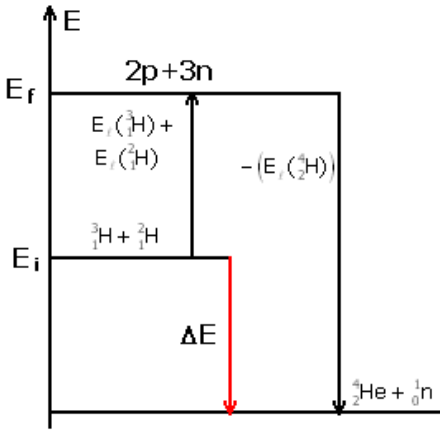
1 ـ حساب تغير الكتلة Δm الناتج عن التفاعل النووي :

$$\Delta m = m(^4_2He) + m(n) - m(^3_1H) - m(^2_1H)$$

$$\Delta m = 4,00150 + 1,00866 - 3,01550 - 2,01355$$

$$\Delta m = -0,01889u$$

$$\Delta m = -17,596MeV/c^2$$



2 ـ حساب الطاقة الناتجة عن التفاعل النووي :

نحسب طاقة التفاعل النووي : $\Delta E = \Delta m.c^2 = -17,5960MeV$

الطاقة الناتجة عن التفاعل هي Q=17,5960MeV خلال تكون نواة واحدة من الهيليوم .

بالجول ، $Q = 17,5960 \times 1,602.10^{-13} J = 28,189.10^{-13} J$

3 ـ عند تكون 1mol والذي يحتوي على N_A نواة من الهيليوم تكون الطاقة الناتجة هي :

$$Q' = N_A.Q = 169,965.10^{10} J$$

4 ـ الحصيلة الطاقية باستعمال مخطط الطاقة :

تمرين 5

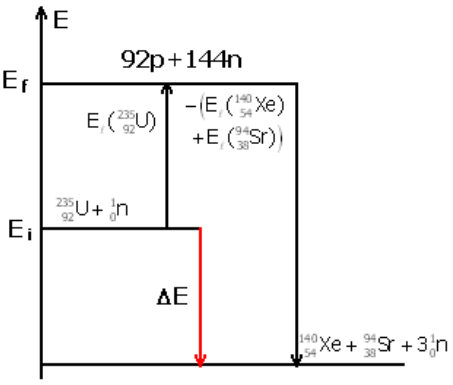
1 ـ حساب تغير الكتلة Δm :

$$\Delta m = m(^{140}_{54}Xe) + m(^{94}_{38}Sr) + 2m(n) - m(^{235}_{92}U)$$

$$\Delta m = 138,89194 + 93,89446 + 2 \times 1,00866 - 234,99332$$

$$\Delta m = -0,1896u$$

$$\Delta m = -176,612MeV/c^2$$



2 ـ نستنتج الطاقة الناتجة عن التفاعل :

نحسب طاقة التفاعل : $\Delta E = \Delta m.c^2 = -176,612MeV$

الطاقة الناتجة عن التفاعل هي $Q = -\Delta E = 176,612MeV$ بما أن $\Delta E < 0$ فإن التفاعل ناشر للحرارة

3 ـ مخطط الطاقة أنظر المخطط جانبه .

تمرين 6

حسب التمرينين :

خلال الانذماج يتبين أن 5 نويات تنتج أو تحرر طاقة تكافئ 17,596MeV أي أن نوية واحدة تحرر 3,5192MeV

خلال الانشطار أن 236 نوية تحرر طاقة تكافئ 176,612MeV أي أن نوية واحد تحرر ما قيمته 0,748MeV

مما يبين أن الطاقة المحررة خلال الاندماج أكبر بكثير من الطاقة المحررة خلال الانشطار

تمرين 7

1 ـ معادلة التفاعل النووي لتفتت نواة الكوبالط .

$$^{60}_{27}Co \rightarrow ^{60}_{28}Ni + ^0_{-1}e$$

تفسير ميكانيزم النشاط الإشعاعي β^-

النشاط الإشعاعي β^- هو استحالة نووية حيث تتحول داخل النواة نوترون إلى بروتون :

$$^1_0n \rightarrow ^1_1p + ^0_{-1}e$$

2 ـ حساب طاقة الربط لنواة الكوبالط :

$$\Delta m = \left(27m_p + 33m_n\right) - m\left(^{60}_{27}Co\right) = 0,56333u$$

طاقة الربط هي

$$\Delta m = 0,56333 \times 931,5 = 524,47 MeV / c^2$$

$$\Delta E = 24,74 MeV$$

3 ـ الطاقة الناتجة عن تفتت 1g من الكوبالط :

ـ نحسب طاقة التفاعل :

$$\Delta E = \Delta m.c^2 = m(Ni) + m(e) - m\left(^{60}_{27}Co\right) = -0,00301 \times 931, MeV / c^2$$

$$\Delta E = \Delta m.c^2 = -2,804 MeV$$

الطاقة الناتجة عن تفتت نواة واحدة من الكوبالط هي $Q = -\Delta E = 2,804 MeV$

بالنسبة ل 1g ، نحسب عدد النويدات في 1g من الكوبالط : $\frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} \Rightarrow N = N_A . \frac{m}{M}$

$$Q' = N_A . \frac{m}{M} \times Q$$

$$Q' = 6,02.10^{23} \times \frac{1}{59,5} \times 2,804 \times 1,602.10^{-13} J = 0,4545.10^{10} J$$

تمارين حول التناقص الإشعاعي والنوى والكتلة والطاقة .
السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية

تمرين 1

يلاحظ النشاط الإشعاعي β^+ بصفة عامة بالنسبة لنوى الاصطناعية . مثلا النيون 19 يتفتت حسب المعادلة النووية التالية :

$$^{19}_{10}Ne \rightarrow ^{19}_{9}F^* + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\nu$$

$$^{19}_{9}F^* \rightarrow ^{19}_{9}F + \gamma$$

بحيث أن $^{0}_{0}\nu$ دقيقة ، تسمى بالنوترينو neutrino تنقل الطاقة .

1

2 ـ ما هو نوع الطاقة المحررة خلال هذا التفاعل ؟ (طاقة وضع ـ طاقة ميكانيكية ـ طاقة حركية .. الخ)

3 ـ الإشعاع γ عند انبعاثه طاقته تساوي 551KeV ، الطاقة الحركية للبوزترون قيمتها 0,822KeV ، نهمل الطاقة الحركية للنواة المتولدة .

3 ـ 1 أحسب طاقة النوترونو $^{0}_{0}\nu$ المنبعثة خلال التفاعل .

3 ـ 2 ما هي خاصيات هذه الدقيقة ؟

نعطي : $m(^{19}_{10}Ne) = 18,99639u, m(^{19}_{9}F) = 18,99346u$

تمرين 2

نعتبر النويدتين $^{226}_{88}Ra$ و $^{A}_{Z}Rn$ من فصيلة الأورانيوم 238 $^{238}_{92}U$

1 ـ أعط تعريف فصيلة مشعة .

2 ـ نويدة الراديوم 226 مشعة تتحول إلى نويدة الرادون Rn ببعث دقائق α .

2 ـ 1 أكتب معادلة هذا التفتت .

2 ـ 2 أحسب الطاقة الناتجة عن التفتت α لنواة الرادون 226 ب MeV .

2 ـ 3 أوجد تعبير $E_{C\alpha}$ الطاقة الحركية للدقيقة α المنبعثة خلال التفتت السابق بدلالة m_α كتلة الدقيقة α و m_{Rn} كتلة النويدة المتولدة و ΔE الطاقة الناتجة عن التفتت ، علما أن النويدة الأصل تبقى في حالة سكون وأن النويدة المتولدة في حالتها الأساسية (غير مثارة)

2 ـ 4 بين أن E_{CRn} الطاقة الحركية للنويدة المتولدة تمثل تقريبا 1,8% من الطاقة التي يحررها التفاعل واستنتج .

3 ـ نويدة ألأورانيوم 238 غير مستقرة تتحول عبر سلسلة من الانبعاثات من نوع α و β^- لتعطي نويدة الرصاص $^{206}_{82}Pb$.

3 ـ 1 حدد عدد الانبعاثات α وعدد الانبعاثات β^- اللذين يؤديان معا تحول $^{238}_{92}U$ إلى $^{206}_{82}Pb$.

3 ـ 2 علل سبب استقرار النويدة $^{206}_{82}Pb$ بالنسبة للنويدة $^{238}_{92}U$.

نعطي : $m(^{226}Ra) = 255,977u, m(^{A}Rn) = 221,970$

تمرين3

تتحول نويدة الأورانيوم 238 $^{238}_{92}U$ إلى نويدة $^{206}_{82}Pb$ على إثر سلسلة من تفتتات تلقائية ومتتالية من طراز α و β^- حسب المعادلة الحصيلة :

$$^{238}_{92}U \rightarrow ^{206}_{82}Pb + x\alpha + y\beta^-$$

1 ـ تعرف على الدقيقتين α و β^- ثم حدد المعاملين x و y .

2 ـ في لحظة t ، تحتوي صخرة معدنية قديمة على 1g من الأورانيوم -238 و10mg من الرصاص -206 ، نفترض أن كل مادة الرصاص -206 المتواجدة في الصخرة هي نتيجة تفتت الأورانيوم -238 مع مرور الزمن ابتداء من لحظة t=0 نفترضها لحظة تكون الصخرة المعدنية .

أوجد بالسنين عمر هذه الصخرة علما أن الدور الإشعاعي للأورانيوم -238 : $t_{1/2}=4,5.10^9 ans$.

نعطي: M(Pb)=206g/mol, M(U)=238g/mol

تمرين4

يستعمل خليط من الأورانيوم الشطور $^{235}_{92}U$ والاورانيوم الخصب $^{238}_{92}U$ كوقود لمفاعل غواصة نووية .

1 ـ تنتج الطاقة المستهلكة من طرف الغواصة من انشطار نووى الأورانيوم الشطور $^{235}_{92}U$ إثر تصادمها بنوترونات ، وذلك حسب معادلة التفاعل النووي التالي :

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{139}_{54}Xe + ^{95}_{X}Sr + y\,^{1}_{0}n$$

1 ـ 1 أحسب قيمتي x و y .

1 ـ 2 أحسب الطاقة المتولدة عن انشطار نواة الأورانيوم $^{235}_{92}U$

1 ـ 3 أوجد المدة الزمنية التي يستهلك خلالها كتلة m=1g من الأورانيوم $^{235}_{92}U$ من طرف المفاعل النووي للغواصة علما أن قدرته هي 15MW .

2 ـ يمكن للنوترونات المنبعثة عن انشطار الأورانيوم $^{235}_{92}U$ ، والتي لم تخفف سرعتها ، أن تحول الأورانيوم الخصب $^{238}_{92}U$ إلى أورانيوم $^{239}_{92}U$ ، الإشعاعي النشاط ، حسب المعادلة التالية :

$$^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{239}_{92}U$$

بعد دراسة النشاط الإشعاعي للأورانيوم 239 ، نجد أن قيمته تصبح 1/8 قيمته البدئية بعد مرور 69 دقيقة عن بداية تفتته .

أحسب زمن النصف للأورانيوم 239 .

3 ـ يتحول الأورانيوم $^{239}_{92}U$ إلى النبتونيوم $^{239}_{93}Np$ الذي يتحول بدوره إلى البلوتونيوم $^{239}_{94}Pu$. ويعتبر هذا الأخير شطورا هو الآخر ، كالأورانيوم 235 حسب معادلة التفاعل النووي التالي :

$$^{239}_{94}Pu + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{102}_{42}Mo + ^{135}_{52}Te + 3\,^{1}_{0}n$$

3 ـ 1 أوجدا لمعادلة الحصيلة لتحول الأورانيوم 239 إلى البلوتونيوم $^{239}_{94}Pu$ مبينا طبيعة الدقائق المنبعثة

3 ـ 2

$^{238}_{92}U$ أكبر بكثير من نسبة الأورانيوم الشطور $^{235}_{92}U$.

$^{239}_{94}Pu$	$^{95}_{X}Sr$	$^{139}_{54}Xe$	$^{235}_{92}U$
239,1344u	94,9450u	138,9550u	235,1240u

تمرين5

تتفتت نويدة الأورانيوم 238 لتعطي دقيقة α ونويدة الثوريوم Th .

1 ـ أكتب معادلة هذا التفاعل النووي

2

الأخرى في حالتها الأساسية ، كما نلاحظ أن فئة من الدقائق α تنبعث بطاقة حركية $E_{C1}(\alpha) = 4,148MeV$ وفئة أخرى تنبعث بطاقة قصوية $E_{Cmax}(\alpha) = 4,195MeV$.

نرمز ب E للطاقة الناتجة عن تفتت نواة واحدة من الأورانيوم ، ونرمز ب E' للطاقة إثارة نواة الثوريوم المتولدة ، ونرمز ب $E_C(\alpha)$ للطاقة الحركية للدقيقة α .

1 ـ 1 بين أن $E - E' = E_C(\alpha)\left[1 + \frac{m(\alpha)}{m(Th)}\right]$ حيث $m(\alpha)$ كتلة الدقيقة α و $m(Th)$ كتلة نويدة الثوريوم المتولدة . نعتبر أن نواة ألأورانيوم توجد في حالة سكون .

1 ـ 2 حدد القيمة Δm لتغير الكتلة الناتج عن هذا التفتت نعطي: $c=3.10^8\ m/s$ و $m(Th)=58,8m(\alpha)$ و $1MeV=1,6.10^{-19}J$.

تصحيح التمارين التوليفية
الفيزياء النووية

تمرين 1

1 ـ أنظر الدرس

2 ـ 1 معادلة التفتت لنويدة الراديوم 226 :

$$^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

2 ـ 2 طاقة التفاعل لتفتت نويدة الرادون 226

$$\Delta E = \Delta m.c^2$$

$$= \left(m\left({}^{222}_{86}Rn\right) + m(\alpha) - m\left({}^{226}_{88}Ra\right)\right).c^2$$

$$= (221,970 + 4,00150 - 225,977).c^2$$

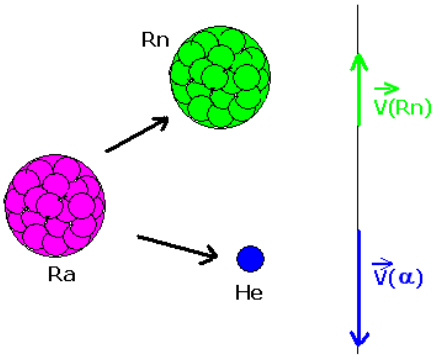
$$= -0,0055 \times 931,5MeV$$

$$= -5,12MeV$$

بما أن التفاعل ناشر للحرارة فالطاقة الناتجة عن التفاعل هي $Q = -\Delta E$ أو نأخذ $|\Delta E|$ الطاقة الناتجة عن التفاعل .

2 ـ 3

انحفاظ كمية حركة المجموعة قبل التفاعل وبعد التفاعل . وأن الطاقة الناتجة تتحول إلى طاقة حركية بعد التفاعل يكتبها كل من الدقائق α ونويدة الرادون



انحفاظ كمية الحركة لدينا :

$$\vec{p}(Ra) = \vec{p}(Rn) + \vec{p}(\alpha)$$

$$\vec{p}(Ra) = \vec{0} \Rightarrow m(Rn).\vec{V}(Rn) + m(\alpha).\vec{V}(\alpha) = \vec{0}$$

نسقط هذه العلاقة على المحور Oz موجه نحو الأعلى :

$$m(Rn).V(Rn) - m(\alpha).V(\alpha) = 0 \Rightarrow V(Rn) = \frac{m(\alpha)}{m(Rn)}V_\alpha$$

كل الطاقة الناتجة تحولت كطاقة حركية للنواة المتولدة الرادون والدقيقة α :

$$|\Delta E| = E_C(\alpha) + E_C(Rn)$$

$$|\Delta E| = E_C(\alpha) + \frac{1}{2}m_{Rn}.V_{Rn}^2$$

$$V_{Rn}^2 = \frac{m(\alpha)^2}{m(Rn)^2}V_\alpha^2$$

$$|\Delta E| = E_C(\alpha) + \frac{1}{2}m_{Rn}.\frac{m(\alpha)^2}{m(Rn)^2}V_\alpha^2$$

$$|\Delta E| = E_C(\alpha) + \frac{m(\alpha)}{m(Rn)}\frac{1}{2}.m(\alpha)V_\alpha^2$$

$$|\Delta E| = E_C(\alpha)\left(1 + \frac{m(\alpha)}{m(Rn)}\right) \Rightarrow E_C(\alpha) = \frac{|\Delta E|}{\left(1 + \frac{m(\alpha)}{m(Rn)}\right)}$$

2 ـ 4 نحسب النسبة $\left(1+\frac{m(\alpha)}{m(Rn)}\right)$ فنجد أن 1,02 أي أن

$$E_C(\alpha)=0,980|\Delta E| \Rightarrow |\Delta E|-E_C(Rn)=0,980|\Delta E|$$

$$E_C(Rn)=|\Delta E|(1-0,980)=0,02|\Delta E| \simeq 2\%|\Delta E|$$

3 ـ 1 عدد الانبعاثات α وعدد الانبعاثات β^-

لتكن x و y عدد الانبعاثات α وعدد الانبعاثات β^- :

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{4}_{2}He + y\,{}^{0}_{-1}e$$

$$238=206+4x \Rightarrow x=8$$

$$92=82+2\times 8-y \Rightarrow y=6$$

وبالتالي ستكون عندنا 6 تفتتات α و 8 تفتتات β^-

3 ـ 2 تعليل سبب استقرار النويدة Pb بالنسبة للنويدة U :

نقارن النسبة $\frac{N}{Z}$ بالنسبة لكل نويدة :

بالنسبة لنويدة الرصاص 206 لدينا : $\frac{N}{Z}=\frac{124}{82}=1,51$

بالنسبة لنويدة الأورانيوم 238 لدينا : $\frac{N}{Z}=\frac{146}{92}=1,59$

يتبن أن $\frac{N}{Z}\left({}^{206}_{82}Pb\right) < \frac{N}{Z}\left({}^{238}_{92}U\right)$ أي ان النويدة $^{206}_{82}Pb$ أكثر استقرارا من النويدة $^{238}_{92}U$

تمرين 2

1 ـ التعرف على الدقيقتين α و β : α : دقيقة الهيليوم $^{4}_{2}He$

β^- إلكترون : $^{0}_{-1}e$

حسب قانون سودي :

$$238=206+4x+0 \Rightarrow x=8$$

$$92=82+2x-y \Rightarrow y=6$$

2 ـ عمر الصخرة بالسنين :

حسب المعادلة الحصيلة للتفاعل أنه في اللحظة تحتوي الصخرة على 1g من الأورانيوم وهذه الكتلة تمثل نوى الأورانيوم المتبقية عند اللحظة t . أي أن $N=\frac{N_A}{M(U)}.m$ وتحتوي على 10mg من الرصاص 206 ، هذه الكتلة تمثل N′ النوى المتكونة خلال اللحظة t أي أن $N'=\frac{N_A}{M(Pb)}.m'$ وبالتالي فإن عدد النوى الموجودة في اللحظة t=o هي :

$$N_0=\frac{N_A}{M(U)}.m+\frac{N_A}{M(Pb)}.m'$$

$$N_0=N_A\left(\frac{m}{M(U)}+\frac{m'}{M(Pb)}\right)$$

بالسبة للأورانيوم 238 المتبقي نطبق قانون التناقص الإشعاعي :

$$N(t)=N_0e^{-\lambda t}\Rightarrow N(t)=\left(\frac{N_A}{M(U)}.m+\frac{N_A}{M(Pb)}.m'\right)e^{-\lambda t}$$

$$N_A\frac{m}{M(U)}=N_A\left(\frac{m}{M(U)}+\frac{m'}{M(Pb)}\right)e^{-\lambda t}$$

$$\frac{m}{M(U)}=\left(\frac{m}{M(U)}+\frac{m'}{M(Pb)}\right)e^{-\lambda t}$$

$$\lambda=\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\Rightarrow\frac{m}{M(U)}=\left(\frac{m}{M(U)}+\frac{m'}{M(Pb)}\right)e^{-\left(\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\right)t}$$

$$\frac{\frac{m}{M(U)}}{\left(\frac{m}{M(U)}+\frac{m'}{M(Pb)}\right)}=e^{-\left(\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\right)t}\Rightarrow\ln\frac{\frac{m}{M(U)}}{\left(\frac{m}{M(U)}+\frac{m'}{M(Pb)}\right)}=-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t$$

$$t=\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\times\left(\ln\frac{\left(\frac{m}{M(U)}+\frac{m'}{M(Pb)}\right)}{\frac{m}{M(U)}}\right)\Rightarrow t=\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\times\left(\ln\left(1+\frac{m'}{m}\frac{M(U)}{M(Pb}\right)\right)$$

تطبق عددي :

. $t=7,45.10^7 ans$

تمرين 3

1 ـ 1 نطبق قانون صودي فنحصل على : x=38 و y=2 .

1 ـ 2 حساب الطاقة المتولدة عن هذا الانشطار :

$$^{235}_{92}U+^{1}_{0}n\rightarrow{}^{139}_{54}Xe+{}^{95}_{38}Sr+2\,^{1}_{0}n$$

$$\Delta E=\left(m(Xe)+m(Sr)+m_n-m(U)\right).c^2$$

$$\Delta E=-200,6MeV=-3,21.10^{-11}J$$

1 ـ 3 حساب المدة الزمنية التي يستهلك خلالها كتلة 1g من الأورانيوم 235 :

نعلم أن : $\mathcal{P}=\frac{W}{\Delta t}$ بحيث أن W الطاقة التي ينتجها 1g من ألأورانيوم وهي :

نعلم أن نويدة واحدة تنتج ما قيمته $Q=-\Delta E=200,5MeV=3,21.10^{-11}J$ ونعلم كذلك أن 1g

يحتوي على N نويدة من الأورانيوم بحيث أن $N=N_A.\frac{m}{M(U)}$ إذن $W=N_A.\frac{m}{M(U)}|\Delta E|$

وبالتالي : $\Delta t=N_A\frac{m}{M(U).\mathcal{P}}|\Delta E|=62jours16h$

2 ـ حساب عمر النصف لنويدة الأورانيوم 239 :

حسب قانون النشاط الإشعاعي لدينا :

$N = N_0 e^{-\lambda t}$ بحيث أن N هو عدد النوى المتبقية من الأورانيوم عند اللحظة t وحسب المعطيات

$N(t) = \frac{N_0}{8}$ و t=69min أي أن :

$$\frac{N_0}{8} = N_0.e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln 8 = \lambda t$$

$$3\ln 2 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} t \Rightarrow t_{1/2} = \frac{t}{3} = 23\min$$

تمرين 4

1 ـ معادلة التفاعل النووي :

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{A}_{Z}Th + {}^{4}_{2}He$$

$$A = 234$$

$$Z = 90$$

$$^{A}_{Z}Th \equiv {}^{234}_{90}Th$$

2 ـ 1 لنبين العلاقة المطلوبة :

الطاقة الناتجة عن تفتت نواة واحدة من الأورانيوم 238تتحول إلى طاقة حركية تكتسبها النواة المتولدة والدقيقة α

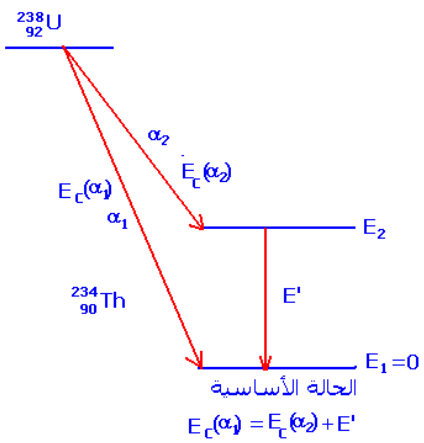
من الدقائق α تنبعث بطاقة حركية أصغر من الطاقة الحركية القصوية للدقائق α التي يمكنها أن تجعل نويدة التوريوم في حالتها الأساسية (أنظر مخطط الطاقة) وستكون الحصيلة الطاقية لهذا التفاعل النووي على الشكل التالي :

$$|\Delta E| = E_C(\alpha) + E' + E_C(Th)$$

انحفاظ كمية الحركة خلال التفاعل النووي : $\vec{0} = m_{Th}.\vec{V}_{Th} + m_{\alpha}.\vec{V}_{\alpha}$

نسقط العلاقة على محور موجه (نواة التوريوم ونواة الهيليوم سيكون منحياهما متعاكسان) أي أن

$$0 = m_{Th}.V_{Th} - m_{\alpha}.V_{\alpha} \Rightarrow m_{Th}V_{Th} = m_{\alpha}.V_{\alpha}$$



$$E_C(Th) = \frac{1}{2}m_{Th}V_{Th}^2 = \frac{1}{2}m_{Th}\left(\frac{m_{\alpha}.V_{\alpha}}{m_{Th}}\right)^2$$

$$E_C(Th) = \frac{m_{\alpha}}{m_{Th}}E_C(\alpha)$$

في العلاقة السابقة :

$$|\Delta E| = E_C(\alpha) + E' + \frac{m(\alpha)}{m(Th)}E_C(\alpha)$$

$$|\Delta E| = E \Rightarrow E - E' = E_C(\alpha)\left(1 + \frac{m(\alpha)}{m(Th)}\right)$$

2 ـ 2 تحديد قيمة Δm حسب مخطط الطاقة لدينا

$$E' = E_{C\max}(\alpha) - E_{C1}(\alpha) = 0,047MeV$$

$$E = \Delta m.c^2 = E_{C\max}(\alpha)\left(1 + \frac{m(\alpha)}{m(Th)}\right) + E'$$

$$= 1,017 \times 4,195 + 0,047 = 4,313MeV$$

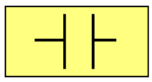
$$\Delta m = 4,313MeV/c^2 = 1,150.10^{-29}kg$$

ثـــــــــــــنائي القطب RC
Dipole RC

I ـ المكثف Condensateur

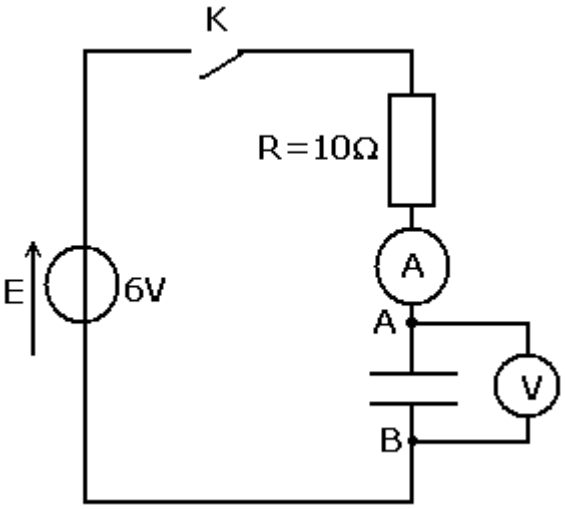
تعريف ورمز المكثف .

المكثف ثنائي قطب ، يتكون من موصلين متقابلين ، نسميهما لبوسين ، يفصل بينهما عازل استقطابي

نرمز للمكثف ب 

1 ـ شحنتا اللبوسين ـ شحنة المكثف

دراسة تجريبية



النشاط التجريبي 1 : العلاقة بين شحنتي لبوسي المكثف .

ننجز التركيب الممثل في الشكل جانبه .

نغلق قاطع التيار بعد أن تم إفراغ المكثف بوصل مربطيه بمربطي موصل أومي مناسب لمدة ثانية واحدة على الأقل .

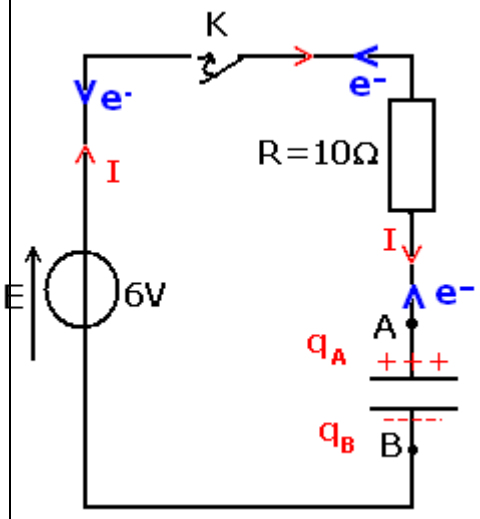
استثمار :

1 ـ كيف يتغير التوتر بين مربطي المكثف وشدة التيار المار في الدارة ؟

عند غلق قاطع التيار نلاحظ ظهور تيار كهربائي في الدارة وأن التوتر U_{AB} يزداد إلى أن تصبح $U_{AB}=E$.

2 ـ أ ـ مثل على تركيب الشكل 2 منحى التيار الكهربائي ومنحى انتقال الإلكترونات .

ب ـ استنتج إشارتي q_A و q_B شحنتي اللبوسين A و B للمكثف .



عند غلق قاطع التيار تتحرك الإلكترونات من اللبوس A نحو اللبوس B وبوجود عازل استقطابي تتراكم على اللبوسين حيث يشحن اللبوس A بشحنة موجبة q_A واللبوس B بشحنة سالبة q_B

3 ـ علما أن الشحنة الكهربائية تنحفظ ، ما العلاقة التي تربط بين الشحنتين q_A و q_B عند كل لحظة ؟

بما أن الشحنة تنحفظ فإن $q_A+q_B=0$ أي أن $q_A=-q_B$

خلاصة : تحقق q_A و q_B شحنتا لبوسي المكثف ، في كل لحظة العلاقة : $q_A=-q_B$.

تعريف :

شحنة المكثف أو كمية الكهرباء المخزونة في مكثف هي شحنة اللبوس الموجب للمكثف . ونرمز لها ب Q ووحدتها الكولوم (C)

$$Q=+q_A=-q_B$$

2 ـ العلاقة بين الشحنة وشدة التيار .

نختار منحى موجبا لشدة التيار حيث يدخل من اللبوس A :

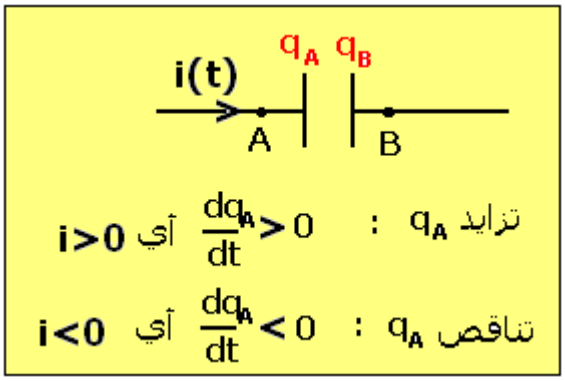
ـ عندما يمر التيار في المنحى المختار فإن $i>0$

ـ عندما يمر التيار في المنحى المعاكس فإن $i<0$

إن كمية الكهرباء تتغير في اللبوسين بنفس المقدار وبإشارتين مختلفتين . إذن خلال مدة زمنية جزئية أي متناهية في الصغر dt تتغير شحنة اللبوس A ب dq_A وشحنة اللبوس B ب dq_B بحيث أن $dq_A=-dq_B$.

نعرف شدة التيار i(t) هي كمية الكهرباء dq_A التي ازدادت في اللبوس A على المدة الزمنية dt :

$$i(t)=\frac{dq_A}{dt}$$



i(t) موجهة نحو اللبوس A

الوحدات :

q_A بالكولوم (C) ، t بالثانية (s) و i(t) بالأمبير (A) .

<u>ملحوظة : حالة التيار المستمر</u> : في حالة شحن المكثف بواسطة مولدمؤمثل للتيار (I=Cte) تصبح العلاقة بين شدة التيار وشحنة المكثف هي : $q_A = I.\Delta t$

3 ـ العلاقة بين الشحنة والتوتر : السعة .

النشاط التجريبي 2

نستعمل في هذه التجربة مولد مؤمثل للتيار يمكنه أن يمنح للدارة تيار ثابت .

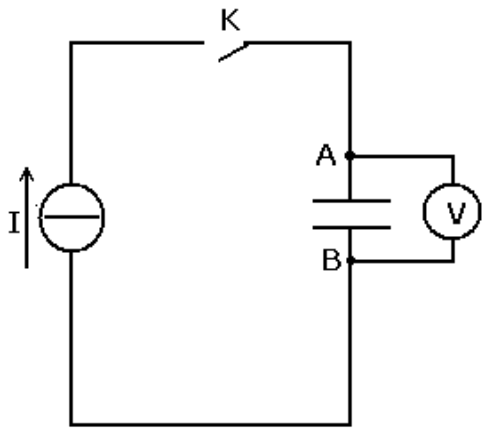
نضبط شدة التيار التي يمنحها المولد على القيمة I=100µA

نفرغ المكثف بوصل مربطيه بمربطي موصل أومي مناسب لمدة ثانية واحدة على الأقل .

ننجز التركيب الممثل في الشكل جانبه .

نغلق قاطع التيار ونشغل الميقت .

نقيس التوتر بين مربطي المكثف بعد كل 10ثوان ، وندون النتائج في الجدول التالي :



u_{AB}(V)	0	2	4	6	8	10
t(s)	0	4,3	8,6	12,9	17,1	21,4
q_A(C)	0	0,0043	0,0086	0,0129	0,0171	0,0214

استثمار :

1 ـ ما العلاقة بين q_A شحنة المكثف والزمن t ؟ أتمم ملأ الجدول اعلاه .

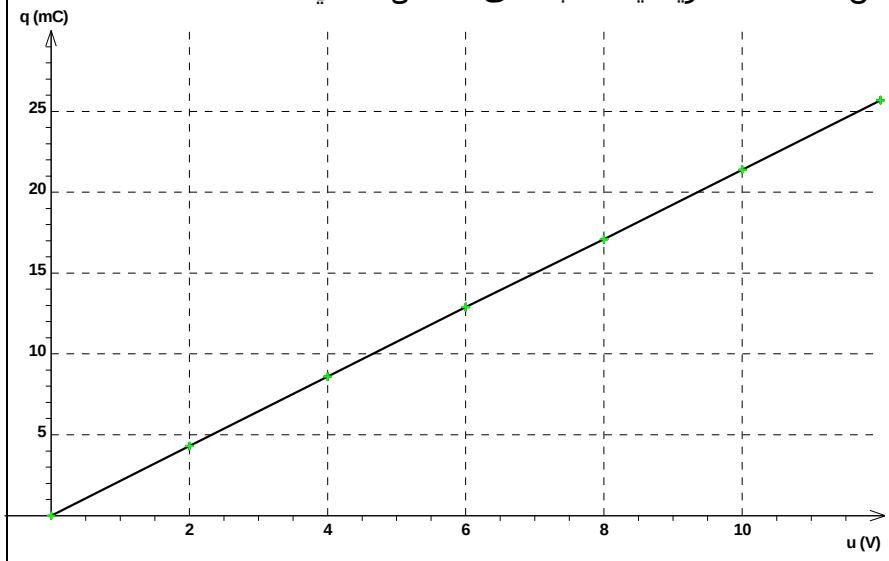
$q_A=I.t$ من خلال القيم المتوفرة بالجدول يمكن حساب q_A .

2 ـ مثل المنحنى $q_A=f(u_{AB})$ باختيار سلم ملائم .

3 ـ ما هو شكل المنحنى المحصل عليه ؟ أكتب معادلته الرياضية .

ما هو المدلول الفيزيائي للمعامل الموجه لهذا المنحنى ؟ ما هي وحدته في النظام العالمي للوحدات ؟

شكل النحنى عبارة عن مستقيم يمر من O معادلته الرياضية تكتب على الشكل التالي :



$q_A=K.u_{AB}$ ، K المعامل الموجه للمستقيم قيمته هي : K=2,14mF

المدلول الفيزيائي للمعامل الموجه يمثل سعة المكثف ونرمز لها ب C

أي أن العلاقة الرياضية تصبح :

$q_A=C.u_{AB}$

وحدة C في النظام العالمي للوحدات هي : الفاراد F

أجزاء الفاراد :

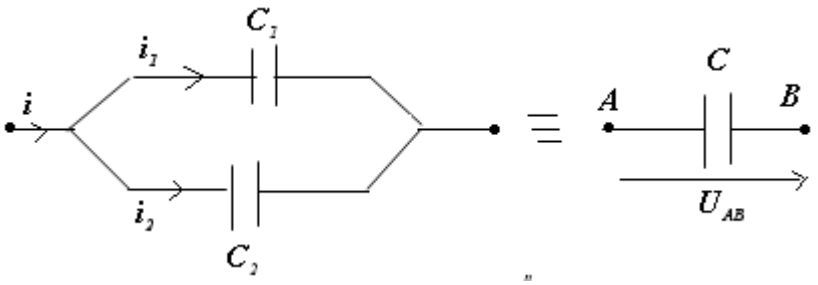
$mF=10^{-3}F$

$\mu F=10^{-6}F$

$nF=10^{-9}F$

II ـ تجميع المكثفات .

1 ـ التركيب على التوازي



$$q = q_A + q_B \Leftrightarrow i = i_1 + i_2$$

$$q = C_1U_{AB} + C_2U_{AB}$$

$$q = C.U_{AB}$$

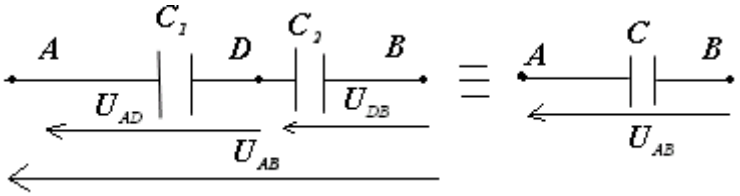
$$C = C_1 + C_2$$

وتعمم هذه النتيجة بالنسبة لمكثفات مركبة على التوازي مهما كان عددها : $C = \sum_{i=1}^{n} C_i$

فائدة التركيب على التوازي : تضخيم السعة عند تطبيق توتر ضعيف . وكذلك يمكن ، بتطبيق توتر ضعيف ، من الحصول على شحنة كهربائية كبيرة قد لا يوفرها كل مكثف على حدة .

2 ـ التركيب على التوالي

نطبق قانون إضافية التوترات بين A و B



$$U_{AB} = U_{AD} + U_{DB}$$

$$U_{AB} = \frac{Q}{C} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

تعمم هذه النتيجة بالنسبة لمكثفات مركبة على التوالي مهما كان عددها : $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$

فائدة التركيب على التوالي : يمكن من الحصول على سعة قيمتها صغيرة جدا ، مع تطبيق توترا جد عالي قد لا يتحمله كل مكثف على حدة ، بينما يبقى التوتر المطبق بين كل مكثف معتدلا.

III ـ استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر .

1 ـ تعاريف

ثنائي قطب RC هو تجميع على التوالي لموصل أومي مقاومته R ومكثف سعته C .

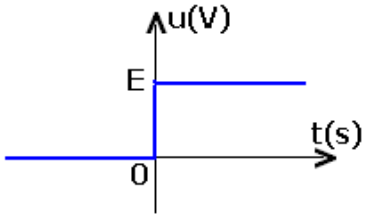
رتبة توتر هي إشارة كهربائية u(t) ونميز بين :

ـ رتبة صاعدة للتوتر ومعادلتها هي :

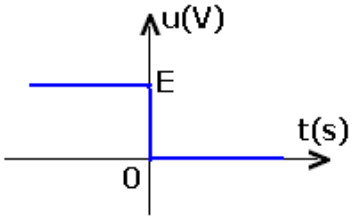
بالنسبة لـ t≤0 : u(t)=0 وبالنسبة لـ t>0 : u(t)=E الشكل 1

ـ رتبة نازلة للتوتر ومعادلتها هي :

بالنسبة لـ t≤0 : u(t)=0 وبالنسبة لـ t>0 : u(t)=-E الشكل 2



الشكل 1

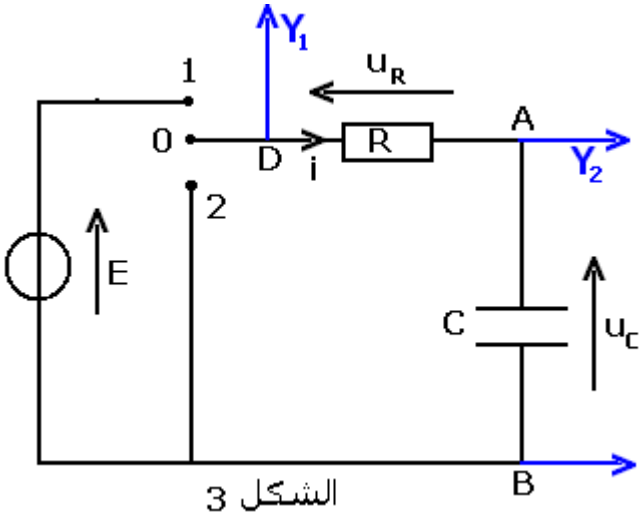


الشكل 2

2 ـ الدراسة التجريبية :

ننجز التركيب الممثل في الشكل 3 . المدخلين Y_1 و Y_2 مرتبطين بمدخلي راسم التذبذب . نضع قاطع التيار في الموضع 1 . ثم نضع مرة أخرى في الموضع 2 . ونلاحظ في كل حالة شكل المنحنى المحصل عليه .

استثمار :



الشكل 3

I ـ نضع قاطع التيار في الموضع 1

1 ـ ما هو التوتر المعاين في المدخل Y_1 لراسم التذبذب ؟ أكتب معادلته .

في المدخل Y_1 نعاين التوتر بين مربطي المولد المؤمثل للتواتر $u_{DB}=E$

2 ـ المعادلة التفاضلية :

ما هو التوتر المعاين في المدخل Y_2 لراسم التذبذب ؟

في المدخل Y_2 نعاين التوتر u_C ، التوتر بين مربطي المكثف

عند غلق الدارة ، يكون المكثف غير مشحون ، أي أن التوتر بين مربطيه منعدما .

نغلق الدارة في اللحظة t=0 تعتبر كأصلا للتواريخ

فنحصل على الدارة الممثلة في الشكل 4

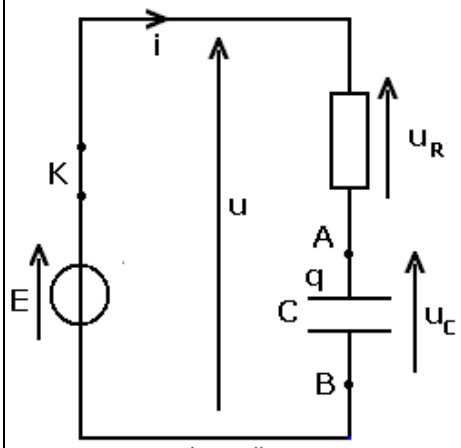
2 ـ 1 بتطبيق قانون إضافية التوترات بين أن :

$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=E$$

والتي تمثل المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف في كل لحظة t في الدارة RC خاضعة لرتبة توتر صاعدة .

حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

$u_R+u_C=u$ بحيث أن $u=E$.



الشكل 4

لدينا $u_R(t)=Ri(t)$ حسب قانون أوم ، ولدينا كذلك : $i(t)=\frac{dq}{dt}$

و $q(t)=C.u_C(t)$ أي أن $i(t)=C\frac{du_C(t)}{dt}$

وبالتالي تصبح المعادلة السابقة :

$$Ri(t)+u_C(t)=E\Rightarrow RC\frac{du_C}{dt}+u_C=E$$

2 ـ 2 حل المعادلة التفاضلية

حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي :

$u_C(t)=Ae^{-xt}+B$ بحيث أن A و B و x ثوابت يمكن تحديدها .

بتعويض هذا الحل في المعادلة التفاضلية ، حدد الثابتة x والثابتة B .

نعوض هذا الحل في المعادلة التفاضلية :

$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=E\Rightarrow RC.(-Axe^{-xt})+Ae^{-xt}+B=E$$

$$RC.x=1\Rightarrow x=\frac{1}{RC}=\frac{1}{\tau}$$

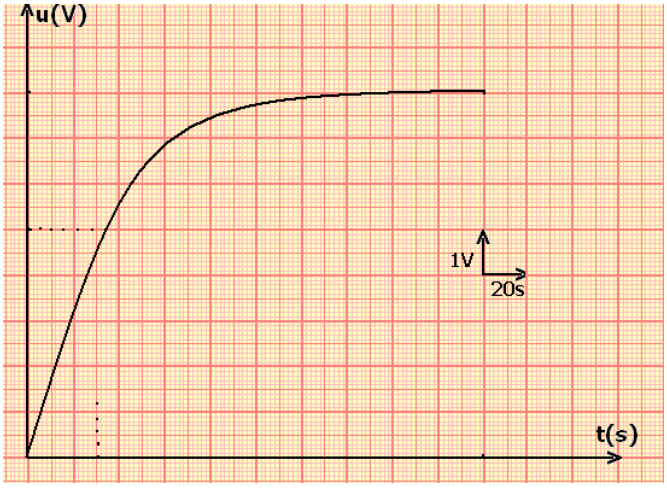
$$E-B=0\Rightarrow B=E$$

وبالتالي يكون حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $u_C(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}+E$

وباعتبار الشروط البدئية $u_C(0)=0$ حدد الثابتة A . واستنتج المعادلة $u_C(t)$ بدلالة الزمن t .
باعتبار الشروط البدئية أعلاه لدينا$u_C(0)=0$ ، وهذا لكون الدالة متصلة في أي لحظة t من لحظات تشغيل المكثف بما فيها اللحظة t=0 . $u_C(t=0^+)=u_C(t=0^-)=0$

$$u_C(0) = A + E = 0 \Rightarrow A = -E$$

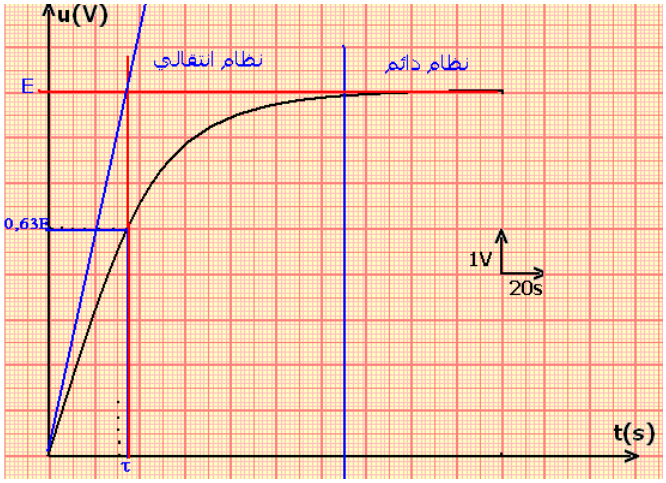
$$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$



3 ـ المنحنى المحصل عليه خلال التجربة (أنظر الشكل 4 ب) يمثل المعادلة الرياضية التي تم التوصل إليها ، حل المعادلة التفاضلية السابقة

$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$: وهي على الشكل التالي.

3 ـ 1 يبرز المنحنى وجود نظامين :
نظام انتقالي : يتغير خلاله التوتر $u_C(t)$
نظام دائم : يصل خلاله التوتر إلى قيمة حدية ثابتة .
حدد على المبيان هذين النظامين .



3 ـ 2 عين $u_C(0)$ و $u_C(\infty)$ قيمة $u_C(t)$ عندما تؤول t
4 ـ تسمى τ ثابتة الزمن لثنائي القطب RC ، وبينت الدراسة النظرية أن $\tau = R.C$.
4 ـ 1 باستعمال معادلة الأبعاد بين أن τ عبارة عن زمن .

ثابتة الزمن τ=RC

حسب معادلة الأبعاد بالنسبة للمكثف :

$$i = C\frac{du}{dt} \Leftrightarrow C = \frac{[I][t]}{[V]}$$

بالنسبة للموصل الأومي :

$$u = Ri \Leftrightarrow R = \frac{[U]}{[i]}$$

وبالتالي لدينا $R.C = \frac{[I][t]}{[U]}.\frac{[U]}{[i]} = [t]$

المقدار τ له بعد زمني . يسميه بالثابتة الزمن لثنائي القطب RC ، وحدته هي : الثانية s .
4 ـ 2 تحقق من أن قيمة الجداء R.C تساوي τ .
عند حساب RC=33s وحسب المبيان فإن τ=33s .
5 ـ نعتبر الدالة التي تمثل المنحنى $u_C(t)$.
5 ـ 1 عبر عن $u_C(t=\tau)$ بدلالة E.

$$u_C(\tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$$

5 ـ 2 استنتج طريقة مبيانية تمكن من تحديد τ .
أن τ هو الأفصول الذي يوافق الأرثوب 0,63E .

5 ـ 3 عبر عن الاشتقاق $\left(\frac{du_C}{dt}\right)$ عند t=0 بدلالة τ و E ، ثم استنتج طريقة مبيانية ثانية تمكن من تحديد τ .

$\left(\frac{du_c}{dt}\right)_{t=0}$ تمثل المعامل الموجه للمماس للمنحنى $u_C(t)$ في الأفصول $t=0$ $\left(\frac{du_c}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{\tau}t$

يقطع مماس المنحنى $u_C(t)$ عند اللحظة $t=o$ المقارب $u_C=E$ ، في اللحظة $t=\tau$.

6 ـ تعبير شدة تيار الشحن .

بين أن شدة التيار الكهربائي المار في دارة RC خاضعة لرتبة صاعدة للتوتر هي :

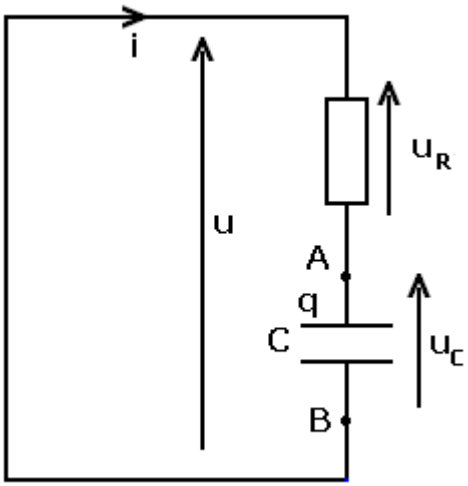
$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

تعبير شدة التيار الكهربائي المار في ثنائي القطب RC

نعلم أن

وبما أن : $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$ مع $u_C(t) = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ فإن : $\tau = RC$

$$i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt} = CE(0 - \left(-\frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$



الشكل 5

II ـ نضع قاطع التيار في الموضع 2

1 ـ ما هو التوتر المعاين في المدخل Y_1 لراسم التذبذب ؟ أكتب معادلته .

حسب قانون أوم : $u_R = Ri$

2 ـ ما هو التوتر المعاين في المدخل Y_2 لراسم التذبذب ؟

في المدخل Y_2 نعاين التوتر u_C ، التوتر بين مربطي المكثف

نعتبر اللحظة التي تم فيها وضع قاطع التيار في الموضع 2 كأصل للتواريخ $(t=0)$ فنحصل على دارة الشكل 5 حيث يكون المكثف في هذه الحالة مشحونا $(u_C(0)=E)$.

2 ـ 1 بتطبيق قانون إضافية التوترات بين أن :

$$\tau\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

والتي تمثل المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف في كل لحظة t في الدارة RC خلال تفريغه في RC .

حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

$$u_R + u_C = 0 \Rightarrow Ri + u_C = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i = C\frac{du_C}{dt}$$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

2 ـ 2 حل المعادلة التفاضلية

حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي : $u_C(t) = Ae^{-xt} + B$ بحيث أن A و B و x ثوابت يمكن تحديدها .

بتعويض هذا الحل في المعادلة التفاضلية ، حدد الثابتة x والثابتة B .

نعوض هذا الحل في المعادلة التفاضلية :

$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=0\Rightarrow RC.(-Axe^{-xt})+Ae^{-xt}+B=0$$

$$RC.x=1\Rightarrow x=\frac{1}{RC}=\frac{1}{\tau}$$

$$B=0$$

وبالتالي يكون حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $u_C(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

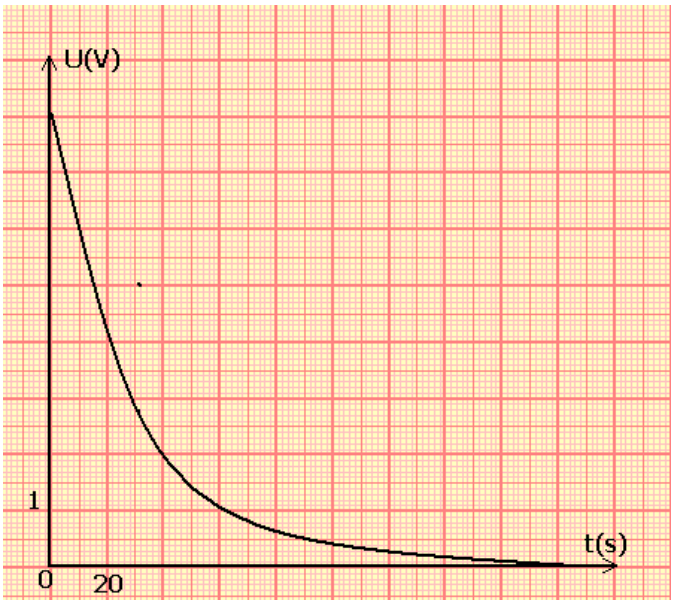
وباعتبار الشروط البدئية $u_C(0)=E$ حدد الثابتة A . واستنتج المعادلة $u_C(t)$ بدلالة الزمن t .

باعتبار الشروط البدئية أعلاه لدينا $u_C(0)=0$ ، وهذا لكون الدالة متصلة في أي لحظة t من لحظات تشغيل المكثف بما فيها اللحظة t=0 . $u_C(t=0^+)=u_C(t=0^-)=E$

$$u_C(0)=A=E\Rightarrow A=E$$

$$u_C(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

ـ المنحنى المحصل عليه خلال التجربة معادلته الرياضية هي على الشكل التالي : $u_C(t)=k'e^{-\frac{t}{\tau'}}$



حدد قيمتي الثابتتين k' و τ' .

3 ـ تعرف النظام الانتقالي والنظام الدائم ، من خلال المنحنى المحصل عليه على شاشة راسم التذبذب . ثم عين :

$u_C(0)$- و $u_C(\infty)$ قيمة $u_C(t)$ عندما تؤول t إلى ما لا نهاية .

$u_C(0)=E$ ، عندما تؤول t إلى ما لا نهاية تؤول u_C إلى الصفر

ـ تعرف على الثابتة k' .

الثابتة k'=E

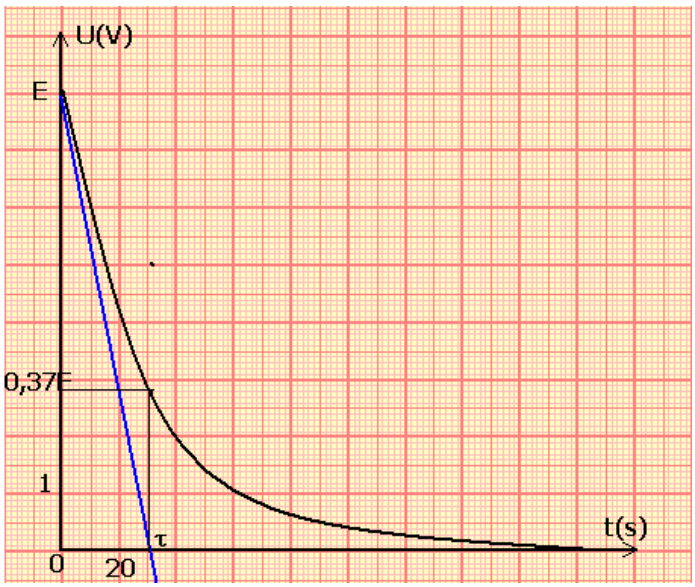
4 ـ ماذا تمثل الثابتة τ' ؟

τ تمثل تابتة الزمن

5 ـ عين مبيانيا الثابتة τ' بطريقتين مختلفتين .

بواسطة المماس عند اللحظة t=0 أو بالأفصول الذي يوافق الأرثوب 0,37E .

6 ـ أحسب $u_C(t)$ في اللحظة t=5τ' ، ثم عبر عن القسمة $\frac{u_C(5\tau')}{u_C(0)}$ بالنسبة المائوية . ماذا تستنتج ؟

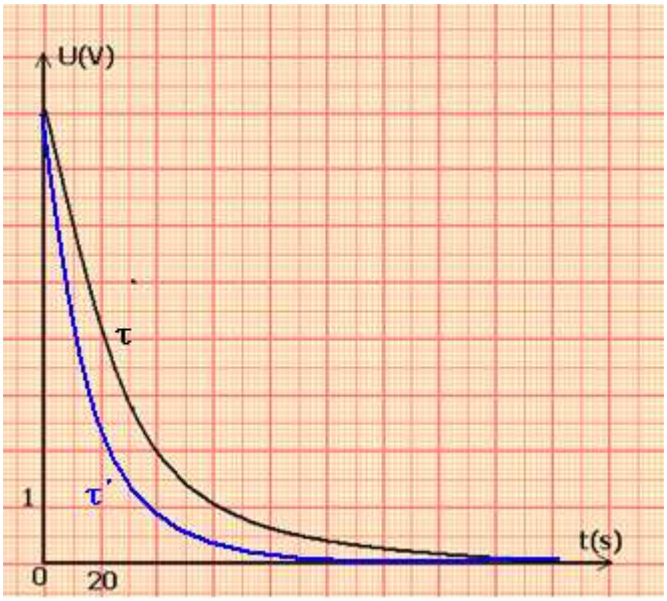


$$\frac{u_C(5\tau')}{u_C(0)}=6,73.10^{-3}=0,67\%$$

أي أنه عند t=5τ ينعدم التوتر .

7 ـ نغير $\tau'_1<\tau'$ فنحصل على التمثيل الشكل 3 . ما تأثير τ' على تفريغ المكثف في الدارة RC ؟

كلما كانت τ أصغر كلما كان تفريغ المكثف أسرع .



8 ـ بين أن شدة التيار الكهربائي خلال تفريغ مكثف في موصل أومي هي : $i(t)=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

نعلم أن $i=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du_C}{dt}$ وبما أن : $u_C(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ مع $\tau=RC$ فإن :

$$i=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du_C}{dt}=-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

شدة التيار الكهربائي خلال تفريغ مكثف في موصل أومي هي : $i(t)=-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

IV ـ الطاقة المخزونة في المكثف .

1 ـ الإبراز التجريبي

نعتبر التركيب التجريبي الممثل في الشكل جانبه :

نقوم بشحن المكثف بواسطة مولد التوتر المستمر .

نِرجح قاطع التيار K إلى الموضع 2 :

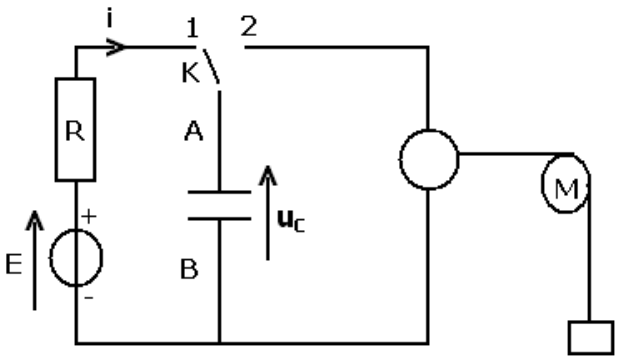
ماذا نلاحظ ؟

نلاحظ أشتغال المحرك وصعود الكتلة المعلمة المعلقة بواسطة خيط ملفوف حول مرود المحرك .

كيف نفسر هذه الملاحظة ؟

يفسر صعود الكتلة المعلمة واكتسابها طاقة وضع ثقالية إلى الطاقة الكهربائية التي اختزنها المكثف أثناء شحنه .

نستنتج أن المكثف يمكّن من تخزين طاقة كهربائية قصد استعمالها عند الحاجة .



2 ـ تعبير الطاقة المخزونة في المكثف .

القدرة الكهربائية الممنوحة للمكثف هي : $\mathcal{P}=u_C.i$ بحيث أن $i=\frac{dq}{dt}=C\frac{du_C}{dt}$ وبالتالي فإن :

$$\mathcal{P}=C.u_C\frac{du_c}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Cu_C^2\right)$$

ونعلم أن القدرة

$$\mathcal{P}=\frac{d\xi_e}{dt}\Rightarrow\xi_e=\frac{1}{2}Cu_C^2+K$$

باعتبار أن $\xi_e(0)=0$ عندما يكون المكثف غير مشحون $u_C(0)=0$ فإن K=0

وبالتالي تكون الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف هي :

$$\xi_e=\frac{1}{2}Cu_C^2$$

خاصية تخزين الطاقة الكهربائية بواسطة مكثف وإمكانية استرجاعها عند الحاجة تمكن من استعماله في عدة أجهزة كمثلا الذاكرة المتطايرة الدينامية RAM للحاسوب ، التغذية الكهربائية المستمرة والمثبتة ، الأجهزة الفوتوغرافية حيث تمكن الطاقة المخزونة في المكثف من تشغيل مص

تمارين الكهرباء
الدارة RC
السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية

المكثفات

تمرين 1

نطبق توترا U=300V بين مربطي مجموعة مكونة من مكثفين مركبين على التوالي ، سعة كل منهما $C_1=1\mu F$ و $C_2=2\mu F$.

1 ـ حدد التوترين U_1 و U_2 .

2 ـ ما شحنة كل المكثفين Q_1 و Q_2 .

تمرين 2

نشحن مكثفا سعته $C_1=2\mu F$ تحت توتر U=100V ثم نربطه بقطبي مكثف آخر غير مشحون ، سعته $C_2=0,5\mu F$.

1 ـ عين الشحنة الابتدائية Q للمكثف الذي سعته C_1 .

2 ـ احسب التوتر بين مربطي كل من المكثفين بعد ربطهما .

أجوبة :1 ـ $Q=2.10^{-4}C$ 2 ـ $U_1=U_2=80V$

تمرين3

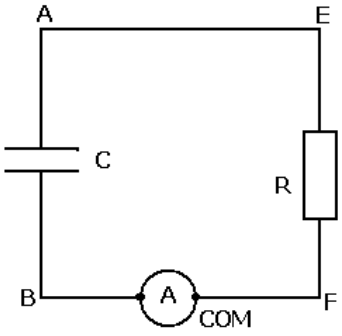
نعتبر مكثفات مماثلة حيث سعة كل واحد هي : 100µF .

1 ـ كم ، وكيف يمكن تجميعها للحصول على مكثف مكافئ سعته 5mF ؟

2 ـ نشحن هذا التجميع تحت توتر قيمته 40V . ما شحنة هذا التجميع وما شحنة كل مكثف ؟

ثنائي القطب RC

تمرين 1



نعتبر تفريغ مكثف سعته C في موصل أومي مقاومته R . علما أن الأمبيرمتر يشير إلى قيمة موجبة خلال هذه التجربة .

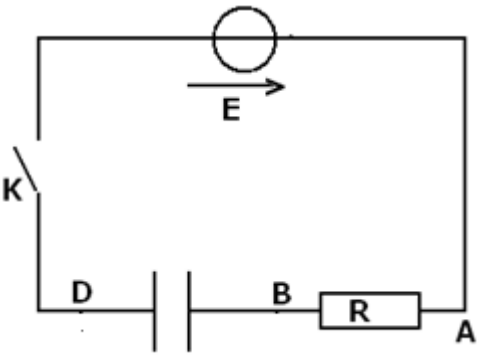
1 ـ وجه الدارة وحدد منحى التيار الكهربائي المار بها .

2 ـ حدد الاصطلاح المستعمل بالنسبة للمكثف والموصل الأومي ، واكتب تعبير التوتر بين مربطي كل منهما .

3 ـ أكتب العلاقة بين i (شدة التيار) و u_{AB} (التوتر بين مربطي المكثف) .

4 ـ بتطبيق قانون إضافية التوترات حدد العلاقة بين u_{AB} و u_{FE} ثم استنتج المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_{AB} .

تمرين 2 شحن مكثف



نشحن مكثفا سعته C=10µF من خلال التركيب التالي :
تغذية المولد مستقرة ، يزود الدارة بتوتر E=12,0V . مقاومة الموصل الأومي $R=10k\Omega$.
عند اللحظة t=0 المكثف غير مشحون ونغلق قاطع التيار K .

1 ـ لتكن $q_B=q$ شحنة اللبوس B للمكثف . نضع $i=\frac{dq}{dt}$ ، وجه على الدارة التيار i(t) .

2 ـ نضع $u_{BD}=u$ ، أكتب تعبير u_{AB} بدلالة u و عناصر الدارة .

3 ـ أكتب المعادلة التفاضلية التي تحقق u(t) .

4 ـ حل المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي : $u(t)=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

4 ـ 1 حدد التعابير الحرفية لـ A و τ وأحسب قيمها .

4 ـ 2 عبر عن تيار الشحن i(t)

5 ـ عبر حرفيا ، عند اللحظة t=0 ، ثم أحسب قيم :

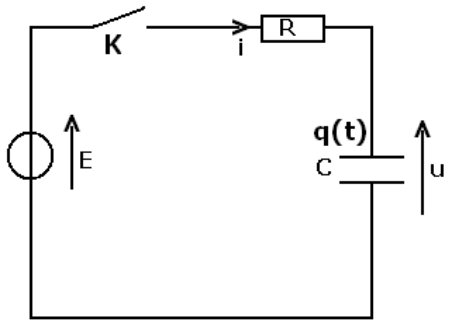
ـ u ، $\frac{du}{dt}$ ، i و $\frac{di}{dt}$

6 ـ 1 حدد عند $t_{1/2}$ اللحظة التي يصل فيها التوتر u(t) إلى القيمة $\frac{E}{2}$. ثم قارنها مع ثابتة الزمن τ .

6 ـ 2 في أية لحظة تكون عندنا $\frac{E}{4}$ ثم $\frac{E}{8}$ ؟

تمرين 3

نركب في الدارة الكهربائية مكثفا سعته C غير مشحون على التوالي مع موصل أومي مقاومته R ثم نغلق قاطع التيار K عند اللحظة t=0 .



1 ـ أوجد المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن .

2 ـ حل المعادلة التفاضلية هو : $q(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$. حيث $\tau=RC$ ثابتة الزمن و A و B ثابتتان .

2 ـ 1 عندما يؤول $t \to \infty$ ، يمكن اعتبار الدارة في النظام الدائم . ما شحنة المكثف $q(\infty)$ في هذه الحالة ؟ استنتج الثابتة B .

2 ـ 2 باستعمال الشروط البدئية ، حدد الثابتة A واستنتج تعبير q(t) .

تمرين 4 الطاقة في المكثف

نعتبر دارة كهربائية تضم على التوالي مولد للتيار المستمر I=0,2mA ، ومكثفا سعته C=400µF وقاطعا للتيار K وموصلا أوميا مقاومته R=1kΩ . المكثف مفرغ بدئيا ، نغلق K في اللحظة t=0 .

1 ـ حدد عند اللحظة t=0 ، التوترات $u_C(0)$ و $u_R(0)$ و $u_G(0)$ بالتتابع بين مربطي المكثف والموصل الأومي ومولد التيار المستمر .

2 ـ نوقف الشحن عند اللحظة $t_1=10s$ وذلك بفتح قاطع التيار . أحسب في هذه اللحظة :

2 ـ 1 الشحنة $q(t_1)$ للمكثف .

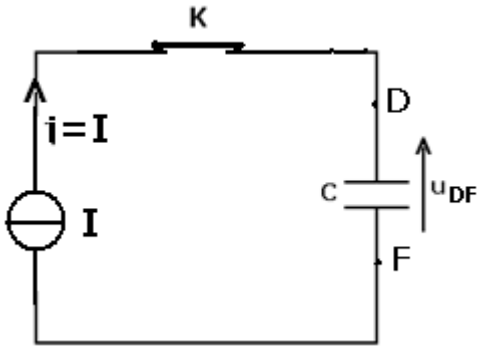
2 ـ 2 التوتر $u_C(t_1)$.

2 ـ 3 الطاقة $\xi_\varepsilon(t)$ المخزونة في المكثف .

3 ـ 1 أحسب الطاقة الحرارية E' المبددة في الموصل الأومي خلال المدة $\Delta t=t_1-t_0$.

3 ـ 2 أحسب r خارج قسمة الكلية المخزونة في المكثف على الطاقة الكلية E التي يمنحها المولد خلال مدة الشحن Δt . ماذا تستنتج ؟

3 ـ 3 ماذا يحدث إذا تم الاستمرار في شحن المكثف دون توقف ؟



تمرين 6

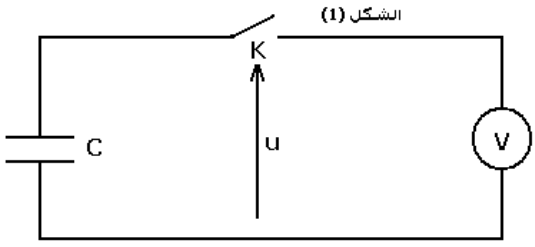
نشحن مكثف سعته C=22µF ، بواسطة مولد مؤمثل للتيار يعطي تيارا شدته I=2µA .

1 ـ عبر عن q_D شحنة اللبوس D للمكثف بدلالة I و t .

2 ـ أحسب q_D ، إذا كانت مدة الشحن تساوي 20 ثانية .

3 ـ احسب في هذه الحالة التوتر U_{DF} .

4 ـ ما المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثف كليا ؟ التوتر الأقصى الذي يتحمله المكثف هو 63V .



تمارين توليفية حول RC

تمرين 1 : تفريغ مكثف في فولطمتر

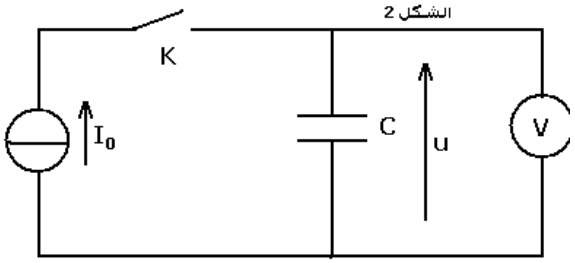
I ـ نشحن مكثفا سعته C=8µF بواسطة مولد قوته الكهرمحركة E=9,0V خلال مدة كافية لبلوغ التوتر بين مربطي المكثف القيمة U=E.

نربط المكثف السابق على التوالي مع فولطمتر ذي إبرة والذي يتصرف كموصل أومي مقاومته R_V .
باستعمال كاميرا رقمية ومعالجة الصور الملتقطة للفولطمتر نحصل على النتائج التالية

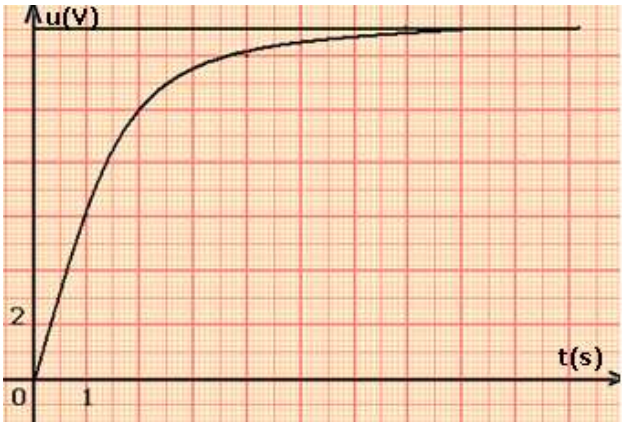
t(s)	0	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
u(V)	9.00	6.58	4.82	3.52	2.58	1.89	1.38	1.01	0.74	0.54	0.40

1 ـ لماذا تم استعمال كاميرا رقمية لتتبع تطور إشارة الفولطمتر ؟
2 ـ أكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u بين مربطي المكثف .
3 ـ مثل مبيانيا تغير التوتر . أوجد مبيانيا الثابتة الزمنية للدارة ثم استنتج R_V .
II ـ في تجربة أخرى نستعمل مولدا مؤمثلا
$I=65.0\mu A$. الشكل (2) ونستعمل نفس الطريقة السابقة لتسجيل تغيير التوتر فنحصل على مبيان الشكل (3) .

الشكل 2



1 ـ أوجد العلاقة بين الشدة i(t) والتوتر u بين مربطي المكثف .
2 ـ أوجد العلاقة بين $i_1(t)$ شدة التيار المار في الفولطمتر والتوتر u بين مربطيه .
3 ـ باستعمال قانون العقد أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u بين مربطي المكثف .
4 ـ بين أن الشحن يتم كأنه تم بواسطة مولد قوته الكهرمحركة $E=R_V.I$ عبر موصل أومي مقاومته R_V .
5 ـ تأكد من هذه النتائج باستعمال مبيان الشكل (3)



تصحيح تمارين الكهرباء
الدارة RL و RC و RLC
السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية

المكثفات

تمرين 1

1 ـ حساب التوترين U_1 و U_2

بما أن المكثفين مركبين على التوالي فإن التوتر بين مربطيهما هو : $U=U_1+U_2$

ونعلم أن $U_1=\frac{Q_1}{C_1}$ و $U_2=\frac{Q_2}{C_2}$ و $U=\frac{Q}{C}$

أي أن $U=\frac{Q_1}{C_1}+\frac{Q_2}{C_2}$ وبما أن التيار المار في الدارة متوالية هو نفسه في جميع نقط الدارة .

$Q=Q_1=Q_2$ أي أن $U=Q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\Rightarrow Q=\frac{U}{\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)}$

وبالتالي :

$$U_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{Q}{C_1}$$

$$U_1=\frac{\frac{U}{\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)}}{C_1}=\frac{U}{C_1.\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)}$$

$$U_1=\frac{C_2.U}{C_1+C_2}=200V$$

$$U_2=\frac{C_1.U}{C_1+C_2}=100V$$

2 ـ من خلال السؤال السابق لدينا :

$$Q_1=Q_2=C_1U_1=2.10^{-4}C$$

تمرين 2

نشحن مكثفا سعته $C_1=2\mu F$ تحت توتر $U=100V$ ثم نربطه بقطبي مكثف آخر غير مشحون ، سعته $C_2=0,5\mu F$.

1 ـ عين الشحنة الابتدائية Q للمكثف الذي سعته C_1 .

2 ـ احسب التوتر بين مربطي كل من المكثفين بعد ربطهما .

أجوبة :1 ـ $Q=2.10^{-4}C$ 2 ـ $U_1=U_2=80V$

تمرين3

من خلال المعطيات أننا نريد الحصول على مكثف مكافئ سعته أكبر بالنسبة لكل مكثف أي يجب أن نركب المكثفات على التوازي .

بما أن لها نفس السعة :

$$C=\sum_{i=1}^{n}C_i=n.C_1\Rightarrow n=\frac{C}{C_1}$$

$$n=50$$

2 ـ شحنة هذا التجميع :

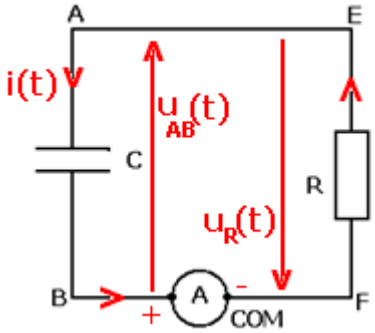
$$Q=C.U=0,20C$$

ـ شحنة كل مكثف هي :

$$Q_1=C_1.U=4.10^{-3}C$$

الدارة RC

تمرين 1



1 ـ توجيه الدارة وتحديد منحى التيار الكهربائي المار في الدارة :

نعلم أن طريقة طريقة تركيب الأومبيرمتري المربط المشترك Com (يعتبر كقطب سالب) هي أن التيار يخرج من القطب السالب ويدخل من القطب الموجب بالنسبة للمكثف فهو يدخل من اللبوس A أي يوافق المنحى الاصطلاحي .

شحنة اللبوس A هي q بحيث أن q دالة تزايدية إذن $i=\frac{dq}{dt}>0$

2 ـ الاصطلاح المستعمل هو : اصطلاح مستقبل بالنسبة للمكثف وبالنسبة للموصل الأومي .

تعبير التوتر بين مربطيهما هو :

$$u_{AB}=\frac{q_A}{C}=-u_R=-Ri(t)$$

$$u_{AB}=-R.i(t)$$

4 ـ نطبق قانون إضافية التوترات :

$$u_{AB}=-u_R\Rightarrow u_{AB}+u_R=0$$

$$u_{AB}+Ri(t)=0 \quad (1)$$

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=C\frac{du_{AB}}{dt}$$

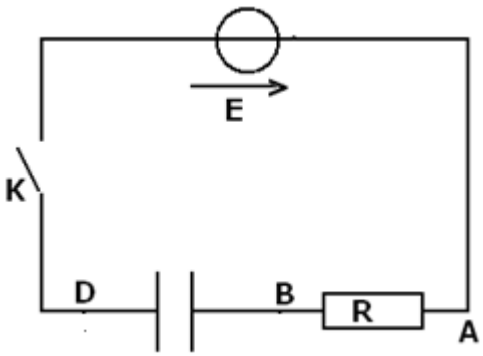
$$(1)\Leftrightarrow u_{AB}+RC\frac{du_{AB}}{dt}=0$$

تمرين 2 شحن مكثف

نشحن مكثفا سعته C=10μF من خلال التركيب التالي :

تغذية المولد مستقرة ، يزود الدارة بتوتر E=12,0V . مقاومة الموصل الأومي R=10kΩ .

عند اللحظة t=0 المكثف غير مشحون ونغلق قاطع التيار K .



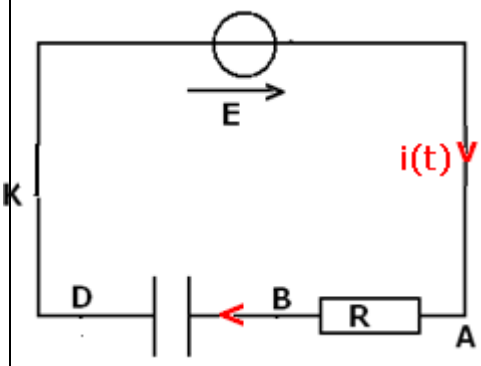
1 ـ لتكن $q_B=q$ شحنة اللبوس B للمكثف . نضع $i=\frac{dq}{dt}$ ، وجه على الدارة التيار i(t) .

2 ـ نضع $u_{BD}=u$ ، أكتب تعبير u_{AB} بدلالة u و عناصر الدارة .

$$u_{BD}=u$$

$$u=u_{BD}=\frac{q_B}{C}$$

ولدينا كذلك :



$$i(t)=\frac{dq}{dt}, u_{AB}=Ri(t)$$

$$u_{AB}=R.\frac{dq}{dt}=RC\frac{du}{dt}$$

نطبق قانون إضافية التوترات بين A و D :

$$u_{AD}=u_{AB}+u_{BD}$$

$$E=RC.\frac{du}{dt}+u$$

3 ـ أكتب المعادلة التفاضلية التي تحقق u(t) .

المعادلة التفاضلية التي تحقق u(t) هي :

$$E=RC.\frac{du}{dt}+u$$

4 ـ حل المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي : $u(t)=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

4 ـ 1 حدد التعابير الحرفية لـ A و τ وأحسب قيمها .

نعوض في المعادلة التفاضلية الحل $u(t)=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$E=RCA.\left(0+\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}\right)+A\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

$$\left(\frac{RC}{\tau}-1\right)=0\Rightarrow RC=\tau$$

$$A=E$$

$$u(t)=10\left(1-exp\left(-t/0,1\right)\right)$$

A قيمة القوة الكهرمحركة للمولد و ثابتة الزمن τ تساوي RC

$$\tau=RC$$

تطبيق عددي :

$\tau=RC=0,1s$ و A=10V

4 ـ 2 عبر عن تيار الشحن i(t)

تعبير تيار الشحن i(t) :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}\Rightarrow i(t)=C\frac{du}{dt}\Rightarrow i(t)=\frac{E}{\tau}exp\left(-t/\tau\right)$$

$$u=10\left(1-exp\left(-t/0,1\right)\right)\Rightarrow i(t)=10^2\,exp\left(-t/0,1\right)$$

5 ـ عبر حرفيا ، عند اللحظة t=0 ، ثم أحسب قيم :

ـ u ، $\frac{du}{dt}$ ، i و $\frac{di}{dt}$

عند t=0 لدينا :

$$\left(\frac{du}{dt}\right)_{t=0}=\frac{E}{\tau}=10^2\,V/s$$

$$i(0)=\frac{E}{\tau}=10^2\,V/s$$

$$\frac{di}{dt}=-\frac{E}{\tau^2}\,exp(-t/\tau)\Rightarrow\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0}=-\frac{E}{\tau^2}$$

$$u(0)=0$$

6 ـ 1 حدد عند $t_{1/2}$ اللحظة التي يصل فيها التوتر u(t) إلى القيمة $\frac{E}{2}$. ثم قارنها مع ثابتة الزمن τ .

$$u(t_{1/2})=E(1-exp(-t_{1/2}/\tau))$$

عند $t_{1/2}$ تكون

$$u(t_{1/2})=\frac{E}{2}=E\,exp(-t_{1/2}/\tau)$$

$$ln\,2=\frac{t_{1/2}}{\tau}\Rightarrow t_{1/2}=\tau.ln\,2$$

6 ـ 2 في أية لحظة تكون عندنا $\frac{E}{4}$ ثم $\frac{E}{8}$ ؟

بنفس الطريقة نحصل بالنسبة ل $\frac{E}{4}$ على :

$$t'=2\tau\ln 2$$

بالنسبة ل $\frac{E}{8}$

$$t'=3\tau\ln 2$$

تمرين 3

1 ـ المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن :

عند غلق قاطع التيار K ، حسب قانون لإضافية التوترات لدينا :

$$E=u_R(t)+u(t)\Rightarrow E=Ri(t)+\frac{q}{C}$$

$$i(t)=\frac{dq}{dt}\Rightarrow E=R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}$$

$$EC=RC\frac{dq}{dt}+q$$

2 ـ حل المعادلة التفاضلية هو $q(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}+B$

2 ـ 1 شحنة المكثف $q(\infty)$

$$q(t)=A\,exp(-t/\tau)+B$$

$$q(\infty)=B$$

في النظام الدائم شحنة المكثف $q(\infty)=C.u(\infty)$.

عندما تؤول $t\to\infty$ فإن u(t) تؤول إلى E أي أن $q(\infty)=C.E$ ، وبالتالي فإن $B=CE$

2 ـ 2 الشروط البدئية :

عند اللحظة t=0 لدينا $q(0)=0$ أي أن $q(0)=A+CE=0\Rightarrow A=-CE$

وبالتالي فتعبير q(t) هو على الشكل التالي :

$$q(t)=C.E\left(1-exp\left(-t/\tau\right)\right)$$

تمرين 4 الطاقة في المكثف

1 ـ عند اللحظة t=0 لدينا :

$q(0)=0$ أي أن $q(0)=C.u(0)=0\Rightarrow u(0)=0$

بما أنه لدينا مولد مؤمثل للتيار فهو يزود الدارة بتيار مستمر ثابت I_0=0 ,2mA فإن

$$u_R(0)=R.i(0)=R.I_0=0,2V$$

حسب قانون إضافية التوترات فإن $u_G(0)=u_C(0)+u_R(0)$

$t=0, u_C(0)=0\Rightarrow u_G(0)=u_R(0)=0,2V$

2 ـ نوقف الشحن عند اللحظة t=10s

2 ـ 1 حساب الشحنة $q(t_1)$ للمكثف :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I_0=\frac{dq}{dt}\Rightarrow dq=I_0dt$$

$$\int_0^{q_1}dq=I_0\int_0^{t_1}dt\Rightarrow q_1=I_0.t_1=2.10^{-3}C$$

2 ـ 2 التوتر $u_C(t)$

$$q_1=C.u_C(t)\Rightarrow u_C(t)=\frac{q_1}{C}=5V$$

2 ـ 3 الطاقة $\xi_e(t)$ المخزونة في المكثف :

$$\xi_e(t_1)=\frac{1}{2}C.u_C(t_1)^2=5.10^{-3}J$$

3 ـ 1 الطاقة المبددة بمفعول جول في الموصل الأومي :

$$E'=RI_0^2\Delta t=4.10^{-4}J$$

3 ـ 2 مردود المولد r :

$$r=\frac{\xi_e(t_1)}{\xi_e(t_1)+E'}=93\%$$

أن شحن المكثف يتم بشكل جيد لأن ضياع الطاقة بفعول جول ضعيف لا يمثل سوى

4 ـ في حالة ما تم استمرار في شحن المكثف دون توقف سيتلف هذا الأخير .

تمرين 6

1 ـ تعبير q_D بدلالة I و t :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I=\frac{dq}{dt}\Rightarrow dq=Idt$$

$$\int_0^{q_D}dq=I\int_0^{t}dt\Rightarrow q_D=I.t$$

2 ـ حساب q_D إذا كانت مدة الشحن 20ثانية :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I_0 = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q_D = I_0 \Delta t = 4.10^{-5} C$$

3 ـ حساب التوتر U_{DF} :

$$q_D = C.u_{DF} \Rightarrow u_{DF} = \frac{q_D}{C} = \frac{I_0.\Delta t}{C} = 1,82V$$

4 ـ المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثف كليا هي :

$$q_D = I_0.\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{q_D}{I_0} = \frac{C.u_{DFmax}}{I_0} = 692s$$

تمارين توليفية حول RC

1

العين المجردة أي أن الإبرة لا تستقر على قيمة معينة .

2 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف :

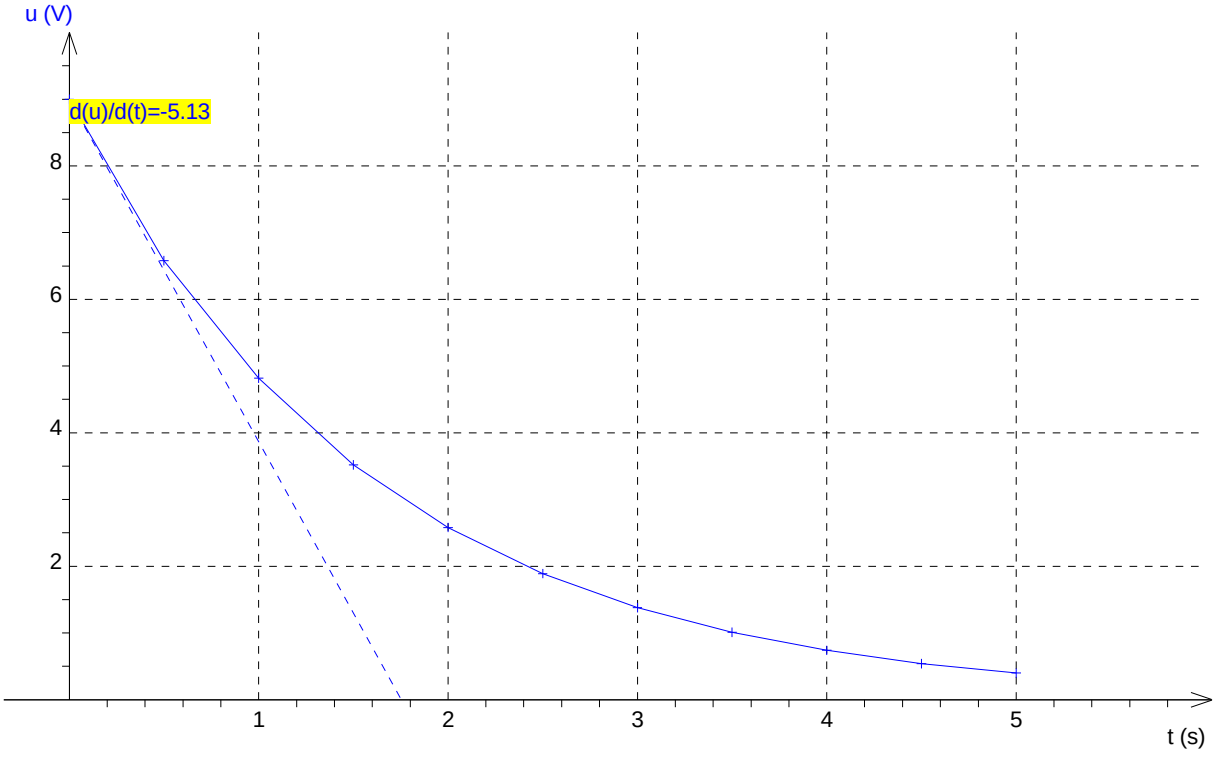
عند غلق قاطع التيار وحسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C + u_V = 0 \Rightarrow u_C + R_V.i(t) = 0$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$$

$$u_C + R_V.C\frac{du_C}{dt} = 0$$

3 ـ التمثيل المبياني للتوتر u بدلالة الزمن t :



من خلال المنحنى يتبين أن $\tau = 1,8s$

نستنتج R_V :

$$\tau = R_V.C \Rightarrow R_V = \frac{\tau}{C} = 225k\Omega$$

II ـ 1 العلاقة بين الشدة i(t) والتوتر u بين مربطي المكثف :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du}{dt}$$

2 ـ العلاقة بين شدة التيار الكهربائي $i_1(t)$ المار في الفولطمتر و التوتر u بين مربطيه :

$$u=R_V.i_1(t)\Rightarrow i_1(t)=\frac{u}{R_V}$$

حسب قانون أوم لدينا :

3 ـ نطبق قانون العقد لدينا :

$$I=i(t)+i_1(t)\Rightarrow I=C.\frac{du}{dt}+\frac{u}{R_V}$$

$$u+R_V.C\frac{du}{dt}=R_V.I$$

4 ـ نضع $E=R_V.I$ و $\tau=R_V.C$ تصبح المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$u+\tau\frac{du}{dt}=E$$

ونعلم أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي : $u=E\left(1-exp\left(-t/\tau\right)\right)$

مما يبين أن الشحن تم كأنه بواسطة مولد قوته الكهرمحركة E بحيث أن $E=R_V.I$.

5 ـ التأكد من هذه النتيجة ، نقوم بحساب $E=R_V.I=14,625V$

وهذا لايتوافق مع التمثيل المبياني ، من الممكن أن يكون الشكل غير صحيح .

ثنائي القطب RL

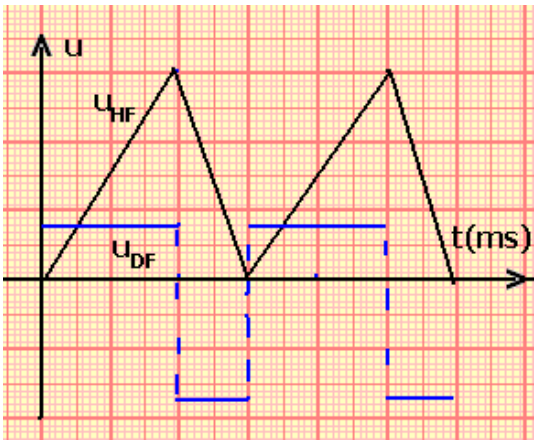
تمرين 1

1 ـ التوترات المعاينة على شاشة راسم التذبذب :

$u_R(t)$ و $u_L(t)$.

2 ـ تعبير التوتر $u_{DF}(t)$ بدلالة L و i(t) :

$$u_{DF}(t)=L.\frac{di}{dt}$$



نستنتج تعبير $u_{DF}(t)$ بدلالة الزمن في المجال [0ms,6ms] :

حسب الشكل وفي المجال [0ms,6ms] i(t) لها معادلتين :

في المجال [0ms,4ms] لدينا $i_1(t)=a_1t$ بحيث أن a_1 المعامل الموجه للجزء من المستقيم المار من أصل النظمة :

$a_1=\frac{\Delta i}{\Delta t}=\frac{0,7}{4.10^{-3}}=175A/s$ وبالتالي فإن $i_1(t)=175t$ أي أن

$u_{DF}(t)=100.10^{-3}.175=17,5V$ في المدخل Y_A و

$$u_R(t)=1750t$$

في المجال [4ms,6ms] لدينا $i_2(t)=a_2t+b$

$$a_2=\frac{\Delta i}{\Delta t}=-\frac{0,7}{2.10^{-3}}=-350A/s$$

$$i_2(t)=-350t+b\Rightarrow 0=-350\times 6.10^{-3}+b$$

$$b=2,10A$$

$i_2(t)=-350t+2,10$ أي أن $u_{DF}(t)=-100.10^{-3}.350=-35V$ في المدخل Y_A و

$$u_2(t)=-3500t+21,0$$

تمرين 2

1 ـ قيمة التوتر u_L بين مربطي الوشيعة عندما يمر بها تيار كهربائي شدته i=1,20A :

$$u_L = ri + L\frac{di}{dt} \qquad \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_L = r.i = 10,2V$$ بما أن شدة التيار ثابتة

2 ـ أ قيمة التوتر بين مربطي الوشيعة عند اللحظة t=0 :

نحسب التوتر بين مربطي الوشيعة في اللحظة t :

$$u_L = ri + L\frac{di}{dt} = 8,5(1,50 - 200t) + 42,2.10^{-3}(-200)$$

$$u_L = 12,75 - 1700t - 8,440 = 4,31 - 1700t$$

$$t = 0 \Rightarrow u_L = 4,31V$$

ب ـ اللحظة التي ينعدم فيها التوتر u_L :

$$u_L = 4,31 - 1700t$$

$$u_L = 0 \Rightarrow t = 2,5ms$$

تمرين 3

1 ـ حساب شدة التيار المار بالوشيعة في النظام الدائم :

النظام الدائم هو عندما تصبح شدة التيار ثابتة أي أن $\frac{di}{dt} = 0$

لدينا حسب قانون إضافية التوترات : $E = R.i + L.\frac{di}{dt} = Ri$ وبالتالي فإن $E = Ri \Rightarrow i = \frac{E}{R} = 60mA$

2 ـ في حالة عدم إهمال مقاومة الوشيعة :

2 ـ 1 الطاقة المختزنة في الوشيعة في النظام الدائم :

في هذه الحالة ستكون شدة التيار في النظام الدائم هي : $E = (R + r)i \Rightarrow i = \frac{E}{R + r}$

الطاقة المختزنة في الوشيعة هي :

$$\xi_m = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R + r}\right)^2 = 1,4.10^{-4}J$$

2 ـ 2 لماذا يتألق الصمام :

عند فتح الدارة فالوشيعة تزود الدارة عبر الصمام بالطاقة المغنطيسية المختزنة في الوشيعة الصمام مركب في المنحى المباشر وهو منحى التيار الكهربائي وبالتالي سيتألق هذا الأخير

أشكال الطاقة التي ستتحول إليها الطاقة المغنطيسية :

ـ طاقة حرارية بمفعول جول في كل من الموصل الأومي والوشيعة .

ـ طاقة ضوئية في الصمام .

تمرين 4

1 ـ تعبير الطاقة المخزونة في الوشيعة عند اللحظة t :

$$\xi_m = \frac{1}{2}Li^2$$

2 ـ ξ_m بدلالة E و r و r′ و L :

$$\xi_m = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r + r'}\right)^2 exp(-2t/\tau)$$

3 ـ حساب ξ_m عند اللحظات :

$t = \frac{\tau}{2}$:

$$\xi_m\left(\frac{\tau}{2}\right)=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e}\right)=1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e}\right)$$

$$\xi_m(\tau)=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e^2}\right)=1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e^2}\right)$$

$$\xi_m(5\tau)=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e^{10}}\right)=1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e^{10}}\right)\to 0$$

تمرين5

1 ـ اسم الجهاز الذي يمكننا من قياس مقاومة الموصل الأومي هو الأوممتر .

2 ـ التعبير عن التوتر u_{AM} : $u_{AM}(t)=-u_1(t)=-R.i(t)$

التعبير عن u_{BM} : $u_{BM}(t)=u_2(t)=ri+L\frac{di}{dt}$

التعبير على u_S : $u_S(t)=u_1(t)+u_2(t)=(r-R).i(t)+L\frac{di}{dt}$

3 ـ عند ضبط المقاومة R=r لدينا حسب التعبير السابق : $u_S(t)=L\frac{di}{dt}$

ولدينا التوتر بين مربطي الموصل الأومي R هو : $u_R=-Ri\Rightarrow i=-\frac{1}{R}u_R$

وبالتالي فإن $u_S(t)=-\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}$

4 ـ حسب الشكل وفي المجال [0ms,15ms] لدينا :

$$u_R(t)=at+b\Rightarrow u_R(t)=-9,33t+b$$

$$\frac{du_R}{dt}=-9,33V$$

لدينا كذلك : $u_S(t)=1V$

$$u_S(t)=-\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}\Rightarrow L=\frac{R\times u_s}{\frac{du_R}{dt}}=\frac{8\times 1}{9,33}=0,86H$$

<u>تمارين تولفيفة حول RL</u>

تمرين 1 مولد لتوترات مربعية .

1 ـ في المجال $t\in\left[0;\frac{T}{2}\right[$ ، لدينا $e(t)=E$ أي أن المولد يتصرف كمولد للتوتر ثابت وهي رتبة صاعدة للتوتر t>0 وبالتالي سيكون هناك في هذه الحالة شحن المكثف .

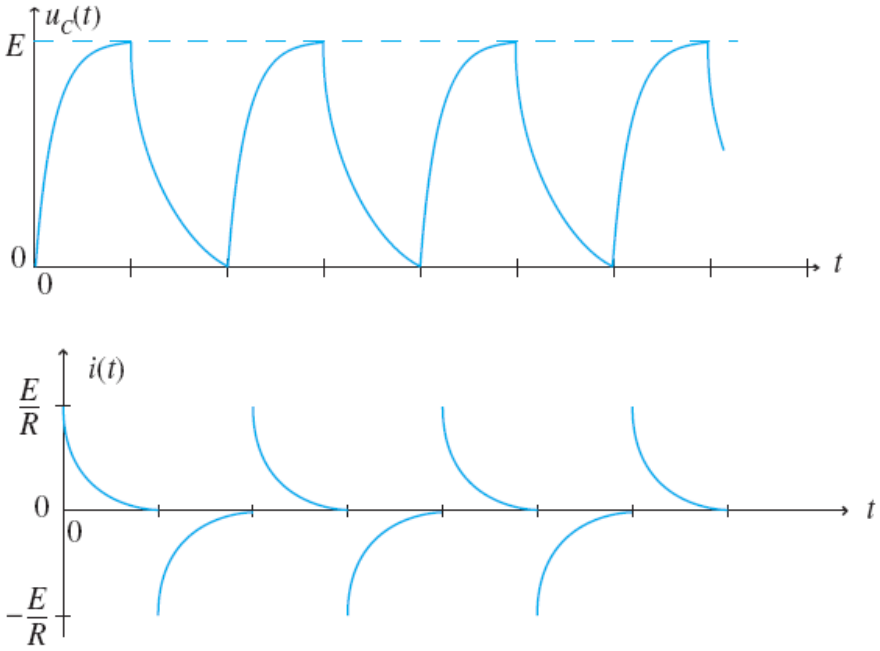
للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq\frac{T}{2}\Rightarrow T\geq 10\tau=10.RC$ وبالتالي

فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي : $T_{\min}=10.R.C\approx 10s$

2 ـ في المجال $t\in\left[\frac{T}{2};T\right[$ ، لدينا $e(t)=0$ أي أن المولد يتصرف كقاطع التيار وهي رتبة نازلة للتوتر t>0 وبالتالي سيكون هناك في هذه الحالة تفريغ المكثف .

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq T\Rightarrow T\geq 5\tau=5.RC$ وبالتالي فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي : $T_{\min}=5.R.C\approx 5s$

3 ـ التمثيل النبياني :



II ـ

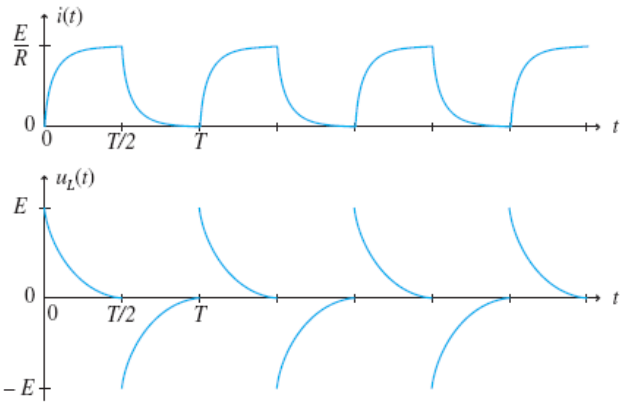
1 ـ في المجال $t\in\left[0;\frac{T}{2}\right[$ ، لدينا $e(t)=E$ أي أن المولد يتصرف كمولد للتوتر ثابت للتوتر t>0 وتعتبر كإقامة التيار في الوشيعة والموصل الأومي.

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq\frac{T}{2}\Rightarrow T\geq 10\tau=10.\frac{L}{R}$ وبالتالي فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي : $T_{\min}=10.\frac{L}{R}\approx 0,05s$

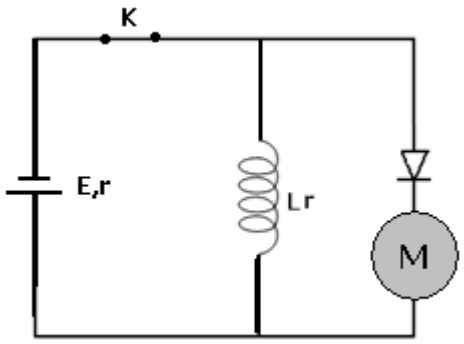
2 ـ في المجال $t\in\left[\frac{T}{2};T\right[$ ، لدينا $e(t)=0$ أي أن المولد يتصرف كقاطع التيار وهي رتبة نازلة للتوتر t>0 وبالتالي سيكون هناك انعدام التيار في الدارة RL .

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq T\Rightarrow T\geq 5\tau=5.\frac{L}{R}$ وبالتالي فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي :

$T_{\min}=5.\frac{L}{R}\approx 0,025s$



تمرين 2 الطاقة المخزونة في وشيعة



1 ـ

أ ـ عندما تصبح قيمة I ثابتة سيكون النظام الدائم وبالتالي فإن

$$I = \frac{E}{R} = 0,1A$$

ب ـ الصمام مركب في المنحى غير المباشر وبالتالي فلا يسمح بمرور التيار الكهربائي في المحرك .

ج ـ الطاقة المخزونة في الوشيعة :

$$\xi_m = \frac{1}{2}LI^2 = 0,5.10^{-2}J$$

2

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} - \Delta E_C$$

$$\Delta E_C = 0\left(v_i = v_f = 0\right)$$

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} = mgh \Rightarrow h = \frac{\xi_m}{mg} = 0,102m = 10,2cm$$

4 ـ هناك ضياع الطاقة المغنطيسية في الدارة بمفعول جول في الموصلات الأومية .

الطاقة المستهلكة من طرف المحرك هي : $\Delta E' = mgh = 0,343.10^{-2}J$

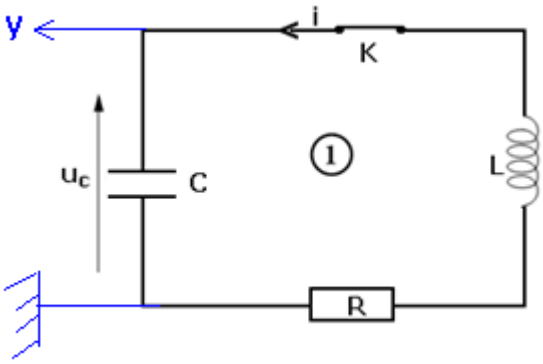
مردود المحرك هو :

$$\rho = \frac{\Delta E'}{\Delta E} = \frac{0,343.10^{-2}}{0,5.10^{-2}} = 67\%$$

التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية .

تمرين 1

1 ـ الكيفية التي سيتم بها ربط كاشف التذبذب لمعاينة $u_C(t)$:



أنظر الشكل جانبه

2 ـ نظام التذبذبات شبه دوري لأن الوسع يتناقص خلال الزمن t .

3 ـ تحديد شبه الدور من الشكل :

T=4ms

4 ـ تحديد معامل التحريض الذاتي L للوشيعة :

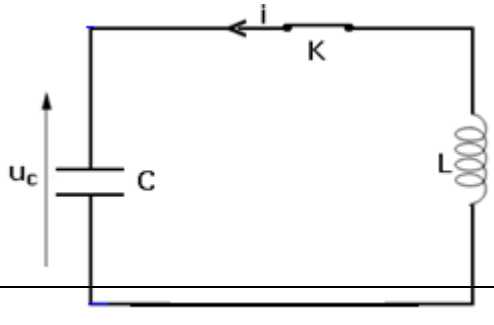
لدينا أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للتذبذبات T_0

$$T = T_0 \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{L.C}$$

$$T^2 = 4\pi^2 L.C \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2.C} = 0,40H$$

تمرين 2

1 ـ تبيانة التركيب التجريبي :



أنظر الشكل

2 ـ تعبير i(t) :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=-\frac{2\pi}{T}Q_0\,sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

3 ـ الطاقة الكلية للدارة في اللحظة t بطريقتين :

الطريقة الأولى : بما أن الدارة مثالية فإن الطاقة الكلية للدارة في كل لحظة هي مجمع الطاقة الكهربائية في المكثف والطاقة المغنطيسية في الوشيعة أي أن :

$$\xi_t=\xi_e+\xi_m=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}+\frac{1}{2}Li^2$$

الطريقة الثانية :

الطاقة الكلية للدارة هي الطاقة القصوية المخزونة في المكثف أي أن :

$$\xi_t=\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}$$

تمرين 3

1 ـ التمثيل على التبيانة لكل من u_C و u_L :

2 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$

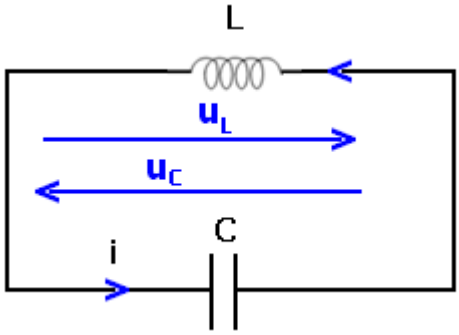
حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C+u_L=0$$

$$u_L=L\frac{di}{dt},i=\frac{dq}{dt},q=u_C.C$$

$$u_L=LC\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2q}{dt^2}+u_C=0\Rightarrow\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$$



3 ـ حل المعادلة التفاضلية هو $u_C(t)=U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$.

تحديد U_m و T_0 :

تحديد U_m :

عند اللحظة t=0 المكثف مشحون التوتر بين مربطيه قصوي أي أن $u_C(o)=U_0=U_m\cos 0$

وبالتالي فإن $U_m=U_0$

تحديد الدور الخاص T_0 :

نعوض الحل في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$$

$$u_C(t)=U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)\Rightarrow\frac{d^2u_C}{dt^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)+\frac{1}{L.C}U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=0$$

$$\left(\frac{1}{L.C}-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\right)U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=0\Rightarrow\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{1}{L.C}$$

$$T_0=2\pi\sqrt{L.C}=0,34ms$$

تمرين 4

1 ـ نظام الذبذبات الملاحظ هي شبه دورية لأن الموسع يتناقص مع الزمن t .

2 ـ تفسير خمود الذبذبات :

يفسر خمود الذبذبات إلى تناقص الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة r للوشيعة والتي تتحول فيها الطاقة الكلية المتناقصة إلى طاقة حرارية بمفعول جول .

3 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

4 ـ تعيين شبه الدور T للذبذبات هو : T=1ms .

5 ـ نعتبر المقاومة r للوشيعة منعدمة :

5 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

5 ـ 2 حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $u_c(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

تعبير U_m :

عند اللحظة t=0 لدينا : $u_c(0) = E = U_m \cos(\varphi) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{E}{U_m}$

في اللحظة t=0 تكون شدة التيار في الوشيعة منعدمة :

$$u_c(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = -C.\omega U_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow i(0) = -C.\omega U_m \sin(\varphi) = 0$$

$$\sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \quad ou \quad \varphi = \pi$$

$$\cos\varphi > 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

وبالتالي ستكون $\cos\varphi = 1 = \frac{U_m}{E} \Rightarrow U_m = E$

تحديد ω

من خلال السؤال السابق أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للدارة المثالية LC : $T_0 = T = 1ms$

وبالتالي ستكون المعادلة الزمنية على الشكل التالي :

$$u(t) = 6\cos\left(2.10^3\pi t\right)$$

5 ـ 3 تعبير q(t) :

نعلم أن

$$q(t)=C.u_c(t)=1,5.10^{-6}\cos(2000\pi t)$$

تعبير i(t) :

$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt}=-3\pi.10^{-3}\sin(2000\pi t)$$

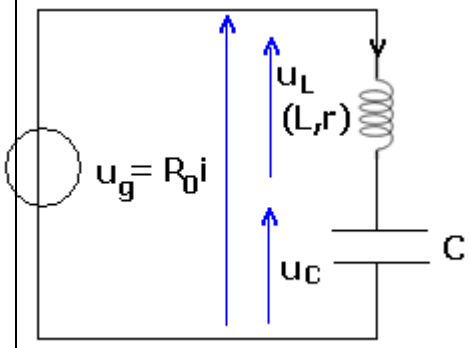
5 ـ 3 تعبير الدور الخاص للذبذبات :

$$T_0=2\pi\sqrt{L.C}$$

6 ـ حساب قيمة معامل التحريض الذاتي L للوشيعة علما أن شبه الدور يساوي الدور الخاص T_0 :

$$T=T_0=2\pi\sqrt{L.C}\Rightarrow T_0^2=4\pi^2L.C$$

$$L=\frac{T_0^2}{4\pi^2.C}=0,1H$$



7 ـ قيمة المقاومة R_0 للحصول على ذبذبات جيبية :

$$u_g=ri+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}\Rightarrow R_0i=ri+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}$$

$$(r-R_0)i+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0$$

للحصول على ذبذبات جيبية يجب أن تكون المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$(r-R_0)i+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0\Rightarrow R_0=r\Rightarrow L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0$$

تمرين 5

1 ـ في حالة مقاومة الوشيعة مهملة :

1 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$:

$$u_L+u_C=0\Rightarrow L\frac{di}{dt}+u_C=0$$

$$i(t)=C\frac{du_C}{dt},\frac{di}{dt}=C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2}+u_C=0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_C=0$$

1 ـ 2 تعبير الطاقة الكلية ξ_t :

$$\xi_t = \frac{1}{2}Li(t)^2 + \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$u_C(t) = E\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt} = -C\frac{2\pi E}{T}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}LC^2\frac{4\pi^2E^2}{T^2}\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2}CE^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$T^2 = 4\pi^2L.C \Rightarrow L.C = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2}CE^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2\left(\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2$$

2 ـ في حالة مقاومة الوشيعة غير مهملة :

2 ـ 1 المعادلة التي يحققها التوتر u_C :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

2 ـ باستعمال المعادلة التفاضلية نبين أن $\frac{d\xi_t}{dt} = -ri^2$

$$\xi_t = \frac{1}{2}Li(t)^2 + \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = Li(t)\frac{di}{dt} + Cu_C\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{d\xi_t}{dt} = LC^2\frac{du_C}{dt}\frac{d^2u_c}{dt^2} + Cu_C\frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = LC^2\frac{du_C}{dt}\left(\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C\right)$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \Rightarrow \frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = -\frac{r}{L}\frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = -\frac{r}{L}LC^2\left(\frac{du_C}{dt}\right)^2 = -ri^2$$

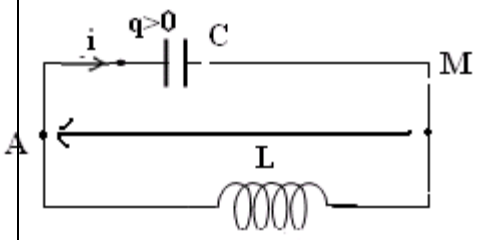
تمرين 6

1 ـ المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة :

$u_{AM} = \frac{q}{C}$ وبين مربطي الوشيعة لدينا $u_{AM} = -L\frac{di}{dt}$

وبما أن التوتر بين الوشيعة هو التوتر بين المكثف :

$$\frac{q}{C} = -L\frac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$



2 ـ المعادلة الزمنية q(t) :

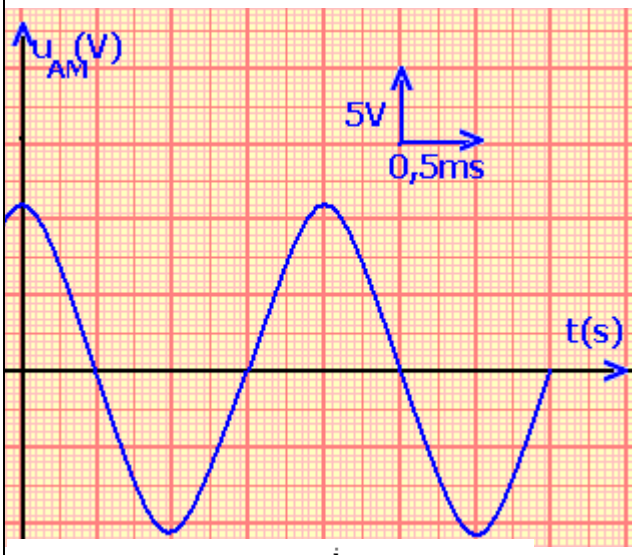
في اللحظة t=0 لدينا $q(t) = Q_0\cos(\omega_0 t + \varphi)$

إذن $\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ يعني أن $q(t) = Q_0 = CU_0 = 1{,}2.10^{-6}\,C$

$$q(t) = 1{,}2.10^{-6}\cos(3162t)$$

3 ـ حساب الدور الخاص $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ تطبيق عددي :

$$T_0 = 2ms$$



تمثيل التوتر u_{AM} . نعلم أن $u_{AM} = \frac{q}{C} = 12\cos(3162t)$

4 ـ 1 اسم المركبة (1) في التركيب : المضخم العملياتي

حسب الشكل أسفله :

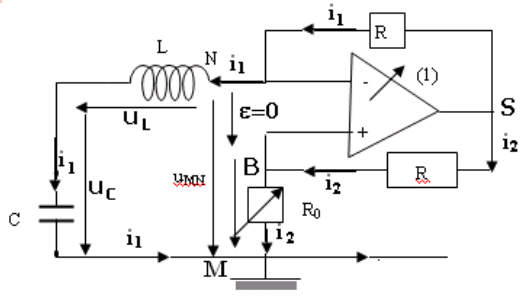
$$u_{MN} = \varepsilon - R_0 i_2 = -R_0 i_2$$

من جهة أخرى $u_{NS} = u_{NB} + u_{BS}$ أي أن

$$-Ri_1 = 0 - Ri_2$$

وبالتالي $i_1 = i_2 = i$

أي أن $u_{MN} = -R_0 i$



القيمة الدنوية للحصول على التذبذبات مصانة هي :

حسب قانون إضافية التوترات بين M و N :

$$u_{MN} = u_L + u_C = -L\frac{di}{dt} - ri - \frac{q}{C}$$

$$-R_0 i = -L\frac{di}{dt} - \frac{q}{C} - ri$$

$$L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + (r - R_0)i = 0$$

لكي تكون هناك تذبذبات مصانة : $r - R_0 = 0 \Rightarrow R_0 = r = 350\Omega$

ثنائي القطب RL
Dipôle RL

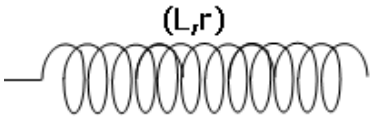
I ـ الوشيعة : la bobine

1 ـ التعريف

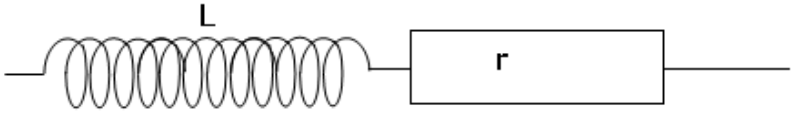
الوشيعة ثنائي قطب يتكون من لفات ، من سلك من النحاس ، غير متصلة فيما بينها لكونها مطلية ببرنيق عازل كهربائي .

رمز الوشيعة :

لتمثيل لوشيعة نستعمل أحد الرمزين التاليين :



الشكل 1



الشكل 2

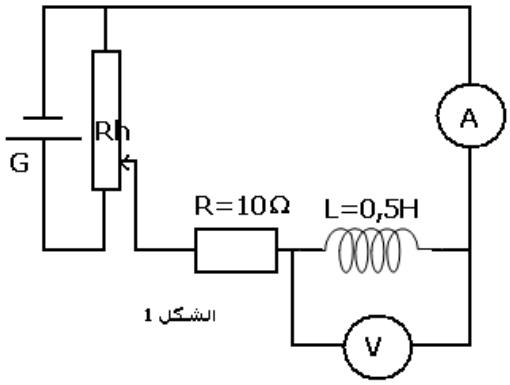
حيث r مقاومة الوشيعة و L معامل يميز الوشيعة يسمى معامل التحريض الذاتي . وحدته في النظام العالمي للوحدات هي الهنري Henry (H) .

وتقاس L بوسطة جهاز مقياس معامل التحريض الذاتي .

2 ـ التوتر بين مربطي وشيعة .

النشاط التجريبي 1

I ـ ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل (1) والذي يتكون من مولد التوتر المستمر ومعدلة ووشيعة دون نواة الحديد معامل تحريضها الذاتي L=10mH ومقاومتها صغيرة ، وموصل أومي مقاومته R=100Ω وأمبيرمتر لقياس التيار الكهربائي المار في الدارة



الشكل 1

نضع فولطمتر لقياس التوتر بين مربطي الوشيعة ونغلق قاطع التيار K .

نغير قيم التوتر بواسطة المعدلة وفي كل مرة نقيس التوتر u_L بين مربطي الوشيعة وكذلك شدة التيار I المار في الدارة .

فنحصل على النتائج التالية :

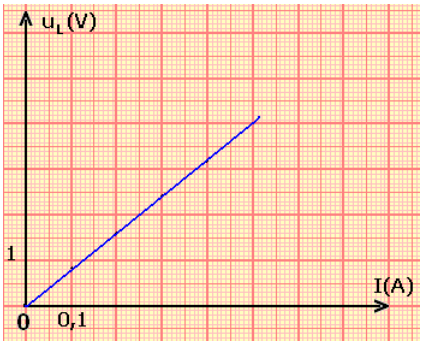
u_L(V)	0	0,8	1,6	2,4	3,2
I(A)	0	0,1	0,2	0,3	0,4

استثمار النتائج :

1 ـ مثل المنحنى u_L بدلالة الشدة I .

2 ـ بين أن الوشيعة تتصرف كموصل أومي .

حسب المنحنى المحصل عليه أن التوتر بين مربطي الوشيعة يتناسب اطرادا مع شدة التيار المار فيها ، مما يبين أن الوشيعة تتصرف كموصل أومي مقاومته r



3 ـ حدد r مقاومة الوشيعة وقارنها بالقيمة التي يشير إليها الصانع .

r المعامل الموجه للمنحنى : $r = \frac{\Delta U_L}{\Delta I} = \frac{2,4-0,8}{0,3-0.1} = 8\Omega$

4 ـ استنتج العلاقة بين u_L و r و I .

$$U_L = rI$$

II

منخفضة GBF ، حيث يعطي تيارا مثلثيا تردده f=400Hz ، وتوتره الأقصى 5V . نستعمل برنم إلكتروني

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل (2)

نرسم على ورق مليمتري الرسم التذبذبي المحصل عليه .

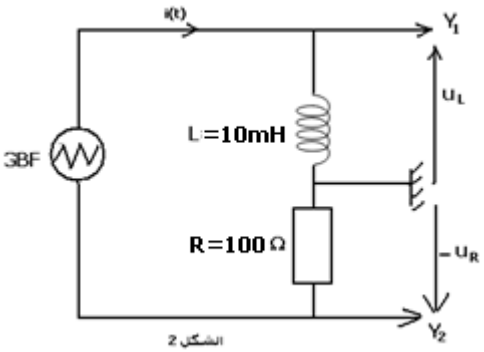
استثمار

1 ـ لماذا يمكن المدخل Y_2 لكاشف التذبذب من معاينة تغيرات شدة التيار الكهربائي المار في الدارة ؟

Y_2 تعاين التوتر بين مربطي الموصل الأومي : $u_R = -Ri$ أي أن u_R و i يتناسبان اطرادا ، المنحنى المحصل عليه له نفس شكل المنحنى لتغيرات شدة التيار الكهربائي i(t) المار في الدارة

2

2 ـ 1 حدد قيمة المعامل a ، ما وحدته ؟



الشكل 2

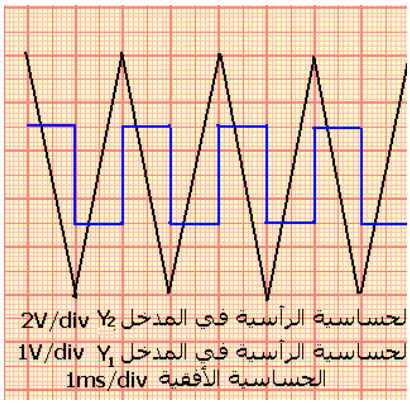
$$i(t) = \frac{-u_R}{R} = \frac{a't + b'}{R} = at + b$$

$$a = \frac{a'}{R} = \frac{\Delta u}{R.\Delta t} = \frac{-10}{100.10^{-3}} = -100A/s$$

$$b = \frac{5}{100} = 5.10^{-2}A$$

$$i(t) = -100t + 5.10^{-2}$$

2 ـ 2 عين ، بالنسبة للنصف الأول من الدور ، قيمة التوتر $u_L(t)$ بين مربطي الوشيعة ، ثم استنتج النسبة $\frac{u_L(t)}{\frac{di}{dt}}$.



حسب المعاينة على شاشة راسم التذبذب لدينا $u_L = 1V$

$$\frac{u_L}{\frac{di}{dt}} = \frac{1}{100} = 10^{-2}H = 10mH$$

$$\frac{u_L}{\frac{di}{dt}} = L \Rightarrow u_L = L\frac{di}{dt}$$

2 ـ 3 قارن هذه النسبة مع L معامل التحريض الذاتي للوشيعة المستعملة .

استنتج العلاقة بين u_L و L و $\frac{di}{dt}$.

3

التجربة لم تؤخذ هذه المقاومة بعين الاعتبار لكون تأثيرها مهملا .

اقترح علاقة عامة للتوتر u_L بين مربطي الوشيعة تضم r و i(t) و L و $\frac{di}{dt}$.

$$\mathbf{u_L(t) = r.i(t) + L.\frac{di}{dt}}$$

خلاصة :

بالنسبة لوشيعة دون نواة حديد ، وفي الاصطلاح مستقبل يعبر عن التوتر u_L بين مربطي وشيعة بالعلاقة :

$$\mathbf{u_L(t) = r.i(t) + L.\frac{di}{dt}}$$

$u_L(t)$ بالفولط (V) ، i(t) بالأمبير ، r بالأوم ، L بالهنري .

النشاط التجريبي 2 : تأثير الوشيعة على دارة كهربائية .

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل (3)

نغلق قاطع التيار K .

استثمار :

1

1 ـ 1 هل يتألق المصبحان L_1 و L_2 مباشرة بعد إغلاق الدارة ؟

نعم يتألق المصبحان L_1 و L_2 ونلاحظ أن المصباح L_1 يتألق قبل المصباح L_2

1 ـ 2 كيف تتغير شدة التيار المار في كل من L_1 و L_2 ؟

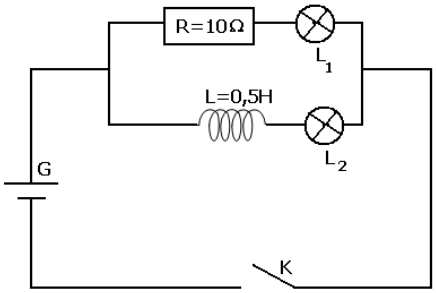
تتغير شدة التيار في المصباح L_1 لحظيا بينما في المصباح L_2 تتغير تدريجيا متأخرة بلحظات عن تألق L_1

2 ـ ما تأثير الوشيعة على إقامة التيار ؟

الوشيعة تؤخر إقامة التيار

3 ـ ماذا يحدث عند فتح الدارة ؟ ما تأثير الوشيعة ، عند انعدام التيار ؟

نفس الملاحظة أن الوشيعة تؤخر انعدام التيار في الفرع الذي يضمها .



خلاصة :

في دارة كهربائية تحتوي على وشيعة ، تؤخر هذه الأخيرة إقامة التيار أو انعدام التيار في هذه الدارة أي بصفة عامة فالوشيعة تقاوم تغير شدة التيار الذي يمر فيها . وهذا ناتج عن تأثير الجداء $L.\frac{di}{dt}$.

3 ـ استغلال تعبير التوتر بين مربطي وشيعة .

عند إهمال مقاومة الوشيعة ، يصبح التوتر $u_L(t)$ بين مربطي الوشيعة كالتالي :

$$u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

* $u_L(t)>0$ فإن $i(t)$ تزايدية

* إذا كان تغير شدة التيار الكهربائي سريع جدا (dt صغيرة جدا بينما di كبيرة جدا أي أن الإشتقاق له قيمة كبيرة جدا) وبالتالي $u_L(t)$ تأخذ قيمة كبيرة جدا مما يؤدي إلى ظهور **فرط التوتر** بين مربطي الوشيعة

II ـ ثنائي القطب RL

يتكون ثنائي القطب RL من موصل أومي مقاومته R مركب على التوالي مع وشيعة مقاومتها r ومعامل تحريضها L .

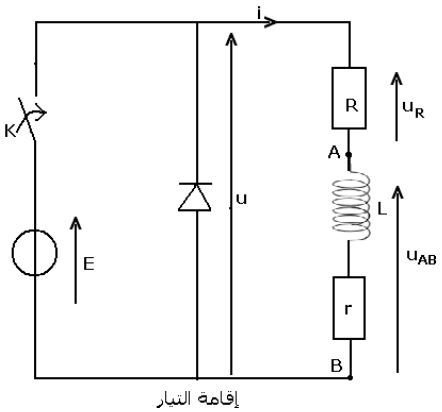
نسمي المقاومة الكلية لثنائي القطب هذا $R_t=R+r$.

1 ـ استجابة ثنائي القطب RL لرتبة صاعدة للتوتر .

1 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار المار في الدارة RL .

نعتبر الدارة RL الممثلة في الشكل جانبه .

نغلق قاطع التيار K في اللحظة t=0 . يأخذ التوتر بين مربطي الدارة RL لحظيا القيمة E (رتبة صاعدة للتوتر) . $i(t)$ شدة التيار الذي يمر في الدارة عند **إقامة التيار** استجابة لرتبة توتر صاعدة .



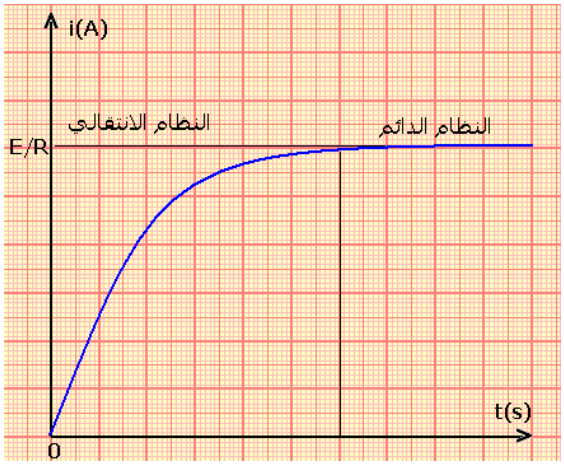
حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

$$u = u_{AB} + u_R$$

بحيث أن $u = E$ و $u_R = Ri(t)$ و $u_{AB} = ri + L\frac{di}{dt}$ أي أن

$$E = L\frac{di}{dt} + (R + r)i$$

بما أن $R+r=R_t$ فإن $L\frac{di}{dt} + R_t i = E \Rightarrow \frac{L}{R_t}\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$



نضع $\frac{L}{R_t} = \tau$ فتصبح المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i(t) المار في الدارة RL هي :

$$\tau\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$$

1 ـ 2 حل المعادلة التفاضلية .

يكتب المعادلة التفاضلية التالية : $\tau\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$

على الشكل التالي : $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ حيث A و B و α ثابت يجب تحديدها .

نعوض الحل في المعادلة التفاضلية :

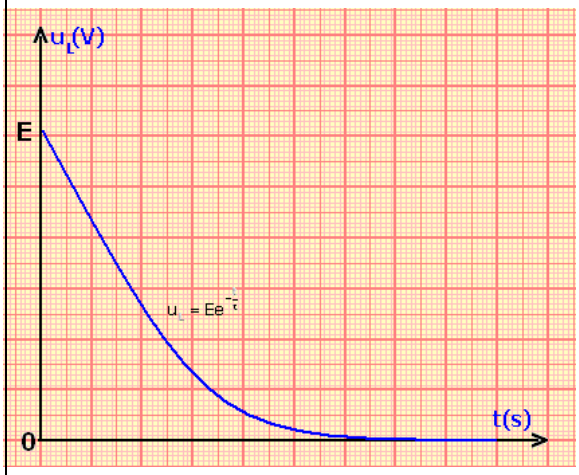
$$\tau\left(-\alpha Ae^{-\alpha t}\right) + Ae^{-\alpha t} + B = \frac{E}{R_t} \Rightarrow (1 - \alpha\tau)Ae^{-\alpha t} + B = \frac{E}{R_t}$$

$$1 - \alpha\tau = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\tau}$$

$$B = \frac{E}{R_t}$$

وبالتالي سيكون حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $i(t) = Ae^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{E}{R_t}$

تحديد الثابتة A حسب الشروط البدئية : i(0)=0 وهي ناتجة عن كون i(t) دالة متصلة في أي لحظة من لحظات تشغيل الوشيعة بما في ذلك اللحظة t=0 حيث يمكن أن نكتب $i(t) = i(t+\varepsilon) = i(t-\varepsilon)$ بحيث أن ε عدد موجب قريب من الصفر .



حسب حل المعادلة لدينا i(0)=A+B=0 أي أن $A = -\frac{E}{R_t}$

نضع $I_0 = \frac{E}{R_t}$ فيكون حل المعادلة التفاضلية هو :

$$i(t) = I_0\left(1 + e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$$

2 ـ تعبير التوتر بين مربطي وشيعة .

حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

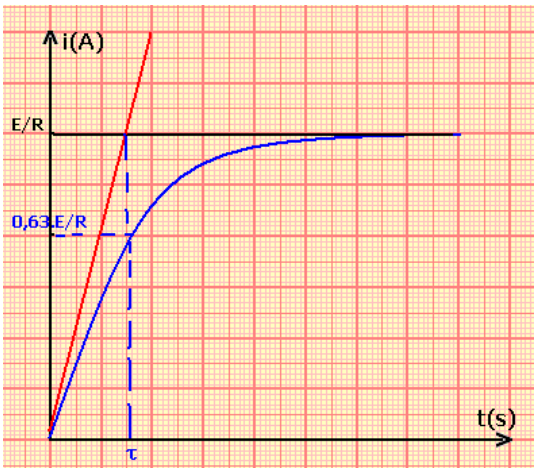
أي أن $u = u_{AB} + Ri(t)$

$$u_L = u - Ri(t) \Rightarrow u_L = E - R.\frac{E}{R_t}\left(1 + e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$$

نهمل مقاومة الوشيعة أمام المقاومة R فتصبح $R_t=R$ وبالتالي :

$$u_L = E\left(1-\left(1+e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right) \Rightarrow u_L = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

3 ـ ثابتة الزمن τ



3 ـ 1 معادلة الأبعاد لثابتة الزمن

$$\tau = \frac{E}{R_t}$$

نعلم أن $\left[\frac{L}{R_t}\right]=\frac{[L]}{[R]}$ ولدينا كذلك : $L=\frac{u_L}{\frac{di}{dt}} \Rightarrow [L]=\frac{[V][s]}{[A]}$

أي أن : $[R]=\frac{[V]}{[A]}$

أي أن $\left[\frac{L}{R_t}\right]=[s]$ أي $\left[\frac{L}{R_t}\right]=\frac{[V][s]}{[A]}\times\frac{[A]}{[V]}$

أي أن القيمة $\tau=\frac{E}{R_t}$ لها بعد زمني تسمى ثابتة الزمن وتميز ثنائي القطب RL .

3 ـ 2 كيفية تحديد τ

هناك طريقتين :

ـ الطريقة الأولى وهي : حساب $i(\tau)$ ونحدد أفصولها على المنحنى i(t) .

ـ الطريقة الثانية : استعمال المماس في اللحظة t=0 ونحدد نقطة تقاطعه مع E/R . أنظر الشكل جانبه .

4 ـ انعدام التيار في دارة تضم ثنائي قطب RL .

عند فتح قاطع التيار ، يتغير التوتر من القيمة E إلى القيمة الصفر (رتبة توتر نازلة) نقول أن هناك انعدام التيار في الدارة RL .

نطبق قانون إضافية التوترات نتوصل إلى العلاقة التالية :

$$L\frac{di}{dt}+(R+r)i=0 \quad \text{أي} \quad \tau\frac{di}{dt}+i=0 \quad \text{بحيث أن}$$

$$\tau=\frac{L}{R+r}=\frac{L}{R_t} .$$

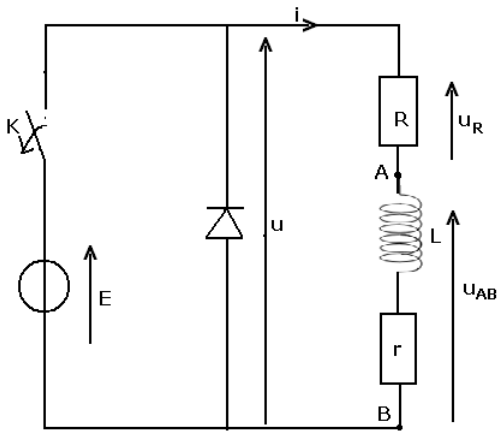
حل هذه المعادلة التفاضلية هو :

$$i(t)=I_0e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{بحيث أن} \quad \tau=\frac{L}{R_t} \quad \text{و} \quad I_0=\frac{E}{R_t} \quad \text{باعتبار أن} \quad i(0)=I_0 .$$

في هذه الحالة نحدد مبيانيا ثابتة الزمن بتطبيق العلاقة : $i(\tau)=0,37I_0$

ملحوظة : كلما كانت τ صغيرة كلما كانت مدة إقامة وانعدام التيار صغيرة كذلك .

نستعمل في التركيب التجريبي الصمام من أجل حماية الدارة RL من فرط التوتر الذي يحدث بين مربطيها عند فتح قاطع التيار K .



انعدام التيار

III ـ الطاقة المخزونة في وشيعة

1 ـ الإبراز التجريبي .

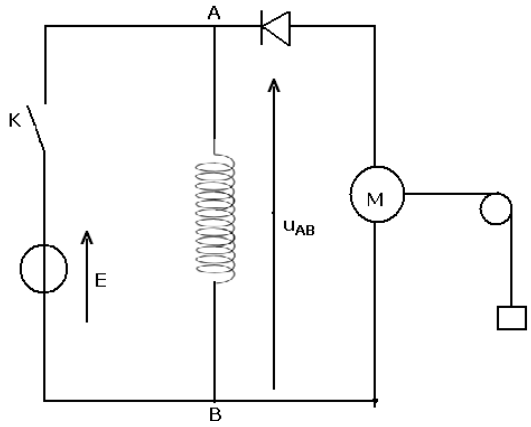
نعتبر التركيب الممثل في الشكل جانبه .

عند غلق قاطع التيار K يمر تيار كهربائي في الوشيعة . يمنع الصمام الثنائي المركب في المنحى الحاجز مرور تيار كهربائي في المحرك .

عند فاح قاطع التيار K يشتغل المحرك فيرتفع الجسم S .

فسر هذه الظاهرة .

يتيبن أن الوشيعة اختزنت ، أثناء إغلاق الدارة الكهربائية طاقة مغنطيسية في الفضاء المحيط بها ، ثم حررت هذه الطاقة عند فتح الدارة .



2 ـ تعبير الطاقة المخزونة في وشيعة

عند إغلاق الدارة تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$E = Ri + L\frac{di}{dt} \Rightarrow E.i = Ri^2 + L\frac{di}{dt}.i$$

$$Eidt = Ri^2dt + d(\frac{1}{2}Li^2)$$

من خلال هذه المعادلة نلاحظ :

$Eidt$ تمثل الطاقة الممنوحة من المولد للوشيعة خلال المدة dt .

Ri^2dt الطاقة المبددة بمفعول جول في الوشيعة .

$d(\frac{1}{2}Li^2)$ الطاقة التي تختزنها الوشيعة .

نعرف الطاقة المخزونة في الوشيعة بين لحظتين 0 و t هي :

$$\xi_m = \int_0^t d(\frac{1}{2}Li^2) = \frac{1}{2}Li^2$$

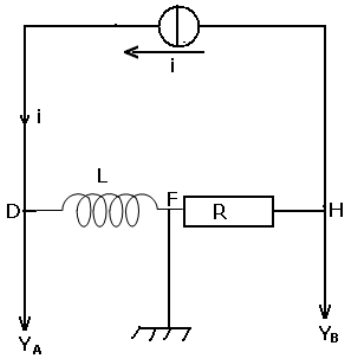
خلاصة :

تتناسب الطاقة المخزونة في وشيعة ، معامل تحريضها L ، مع مربع شدة التيار الكهربائي المار فيها :

$$\xi_m = \frac{1}{2}Li^2$$

ثنائي القطب RL
السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية

تمرين 1



يتكون التركيب جانبه من :

- وشيعة معامل تحريضها L=100mH ومقاومتها مهملة .

ـ موصل أومي مقاومته R=10Ω .

- راسم التذبذب تم ضبطه كما يلي :

ـ الحساسية الأفقية 1ms/div

الحساسية الرأسية 10V/div بالنسبة للمدخل A و 2V/div بالنسبة للمدخل B .

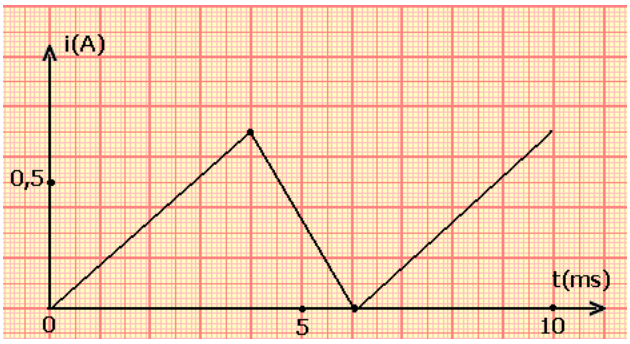
- مولد للتيار يزود الدارة بتيار تتغير شدته مع الزمن كما يبين المبيان جانبه :

1 ـ ما التوترات التي نعاينها على شاشة راسم التذبذب ؟

2 ـ أثبت تعبير التوتر $u_{DF}(t)$ بدلالة L و i(t) ثم استنتج تعبير u_{DF} بدلالة الزمن في المجال [0ms,6ms]

3 ـ مثل شكل الرسمين التذبذبيين المحصل عليهما .

تمرين 2



نعتبر وشيعة معامل تحريضها L=42,2mH ومقاومتها r=8,5Ω .

1 ـ أحسب قيمة التوتر بين مربطي الوشيعة عندما يجتازها تيار كهربائي شدته i=1,20A .

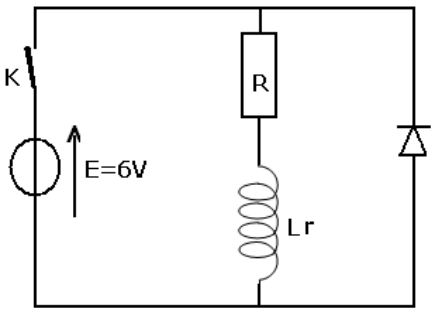
2 ـ يمر في الوشيعة تيار كهربائي متغير i=1,50-200t (A)

أ ـ ما قيمة التوتر بين مربطي الوشيعة عند اللحظة t=0 ؟

ب ـ في أي لحظة t_1 ينعدم التوتر بين مربطي الوشيعة ؟

تمرين 3

ننجز التركيب الكهربائي الممثل في الشكل جانبه باستعمال مولد قوته الكهرمحركة



أومي مقاومته R=100Ω ووشيعة معامل تحريضها L=100mH وصمام متألق كهربائيا . نغلق الدارة عند اللحظة t=0 .

1 ـ عند إهمال مقاومة الوشيعة ، أحسب شدة التيار المار بالوشيعة في النظام الدائم .

2 ـ في حالة عدم إهمال مقاومة الوشيعة r=15,0Ω .

2 ـ 1 ما قيمة الطاقة المخزونة في الوشيعة عند تحقق النظام الدائم ؟

2 ـ 2 نفتح قاطع التيار K فنلاحظ تألق الصمام ، فسر ذلك . ما الأشكال الطاقية التي تتحول إليها الطاقة المخزونة في الوشيعة .

تمرين 4

تحتوي دارة كهربائية متوالية على مولد قوته الكهرمحركة E=6V ، وموصل أومي مقاومته r'=300Ω ووشيعة معامل تحريضها L=1H ومقاومتها r=10Ω ، وقاطع التيار K . تعبير شدة التيار المار في الدارة عند فتح قاطع التيار هو : $i = \frac{E}{r+r'}e^{-t/\tau}$

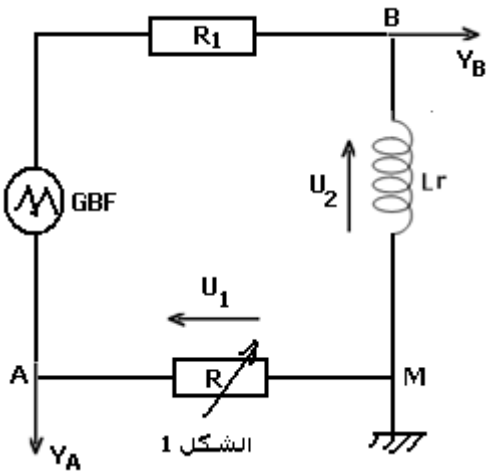
1 ـ ما تعبير الطاقة المخزونة في الوشيعة عند اللحظة t ؟

2 ـ عبر عن ξ_m بدلالة E و r و r' و L .

3 ـ أحسب ξ_m عند اللحظات : $t=\frac{\tau}{2}$ و $t=\tau$ و $t=5\tau$. ماذا تستنتج ؟

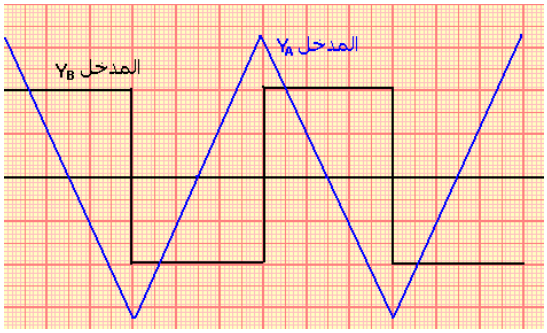
تمرين5

نريد تحديد معامل التحريض L لوشيعة مقاومتها r .
نقيس مقاومة الوشيعة فنجد r=8Ω .
ننجز التركيب الممثل في الشكل أسفله بعد ضبط مقاومة المعدلة على القيمة R=1KΩ .
يزود GBF الدارة بتوتر مثلثي .
نضغط على الزر ADD لكاشف التذبذب لمعاينة التوتر $u_S=u_1+u_2$ في المدخل Y_B .



الشكل 1

1 ـ ما اسم الجهاز الذي يمكننا من قياس r مقاومة الوشيعة ؟
2 ـ عبر بدلالة i و r و R و L عن التوترات u_{AM} و u_{BM} و u_S .
3 ـ عند ضبط مقاومة المعدلة على القيمة R=r نحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الشكل أسفله . نعطي : الحساسية الرأسية 5ms/div ، المدخل Y_A :
0,5V/div : Y_B المدخل ، 20mV/div .



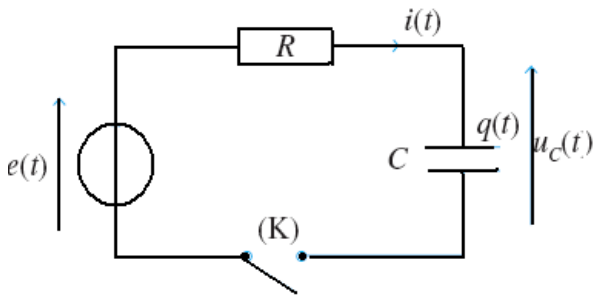
بين أن في هذه الحالة $u_S = -\frac{L}{R}\frac{du_1}{dt}$

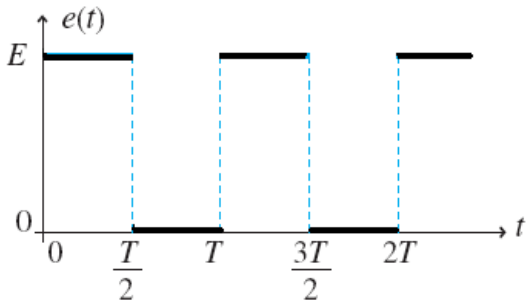
4 ـ حدد L باستعمال الرسم التذبذبي .

تمارين توليفية حول RL

تمرين 1 مولد لتوترات مربعية .

I ـ نغذي دارة كهربائية تتوفر على مكثف سعته C=0,33mF مركب على التوالي مع موصل أومي مقاومته R=3,0Ω بواسطة مولد ذي توترات مربعية دورها T و E=6,0V .

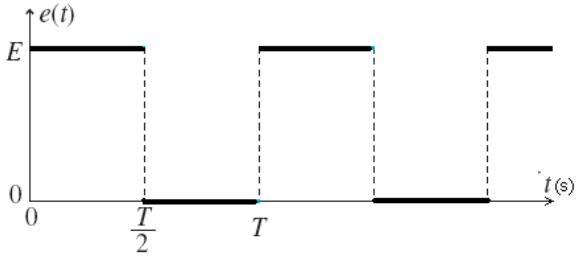


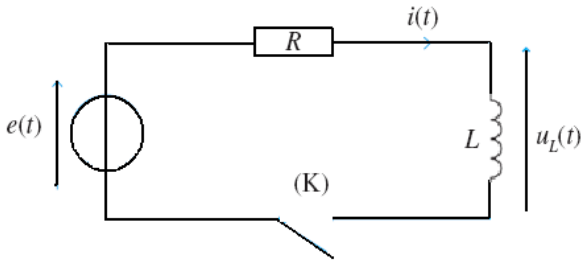


عند اللحظة t=0 قاطع التيار مغلق و يكون المكثف بدئيا مفرغا .

1 ـ بالنسبة ل $t\in\left[0;\frac{T}{2}\right[$ ، فسر لماذا أن دراسة التوتر $u_C(t)$ تعتبر كدراسة شحن مكثف عند استجابة ثنائي قطب RC لرتبة صاعدة للتوتر .
احسب القيمة الدنوية التقريبية ل T حيث يحصل النظام الدائم خلال نهايتها .
2 ـ بالنسبة ل $t\in\left[\frac{T}{2};T\right[$ ، أجب على نفس السؤال السابق باعتبار أن المكثف يفرغ .
3 ـ مثل في هذه الحالة $u_C(t)$ و i(t) في المجال $t\in[0;3T]$

II ـ في التركيب السابق نعوض المكثف بوشيعة معامل تحريضها L =250mH ومقاومتها مهملة بحيث أن مقاومة الموصل الأومي R=50,0Ω و E=6,0V .





في اللحظة t=0 نغلق قاطع التيار ونعتبر أن الوشيعة بدئيا لا يمر فيها أي تيار كهربائي .

1 ـ بالنسبة ل $t \in \left[0;\frac{T}{2}\right[$ ، فسر لماذا أن دراسة التوتر i(t) تعتبر كدراسة إقامة التيار في الدارة RL عند استجابjihلرتبة صاعدة للتوتر .

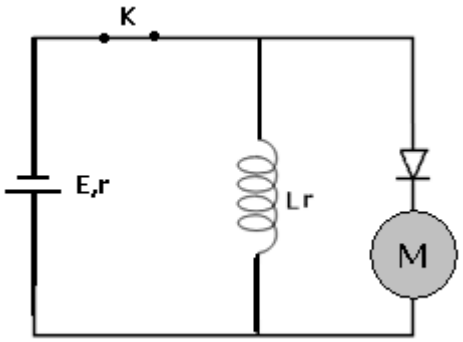
احسب القيمة الدنوية التقريبية ل T حيث يحصل النظام الدائم خلال نهايتها .

2 ـ بالنسبة ل $t \in \left[\frac{T}{2};T\right[$ ، أجب على نفس السؤال السابق باعتبار أن الدارة تخضع لانعدام التيار .

3 ـ مثل في هذه الحالة $u_C(t)$ و i(t) في المجال $t \in [0;3T]$ إذا اعتبرنا أن T=0,10s .

تمرين 2 الطاقة المخزونة في وشيعة

نركب مولدا قوته الكهرمحركة E ، ومقاومته الداخلية r ، بين مربطي وشيعة معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها الداخلية r′ ، مركبة على التوازي مع صمام ثنائي ، ومحرك كما في الشكل أسفله .



نعطي E=9,0V ، R=r+r′=90Ω ، و L=1,0H .

1 ـ عند غلق قاطع التيار K ، تأخذ شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بعد مدة زمنية قيمة ثابتة I .

أ ـ أحسب I .

ب ـ هل يشتغل المحرك ؟ لماذا ؟

ج ـ أحسب الطاقة المخزونة في الوشيعة .

2 ـ نفتح قاطع التيار K ، فيشتغل المحرك ، ترتفع كتلة معلمة m=5,0g معلقة بحبل ملفوف حول مرود المحرك . أحسب الارتفاع h للكتلة المعلمة . نأخذ g=9,8N/kg .

4 ـ في الحقيقة ارتفاع الكتلة المعلمة هو h′=7,0cm .

أ ـ فسر لماذا ؟

ب ـ أحسب مردود المحرك .

تصحيح تمارين الكهرباء
الدارة RL و RC و RLC
السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية

المكثفات

تمرين 1

1 ـ حساب التوترين U_1 و U_2

بما أن المكثفين مركبين على التوالي فإن التوتر بين مربطيهما هو : $U=U_1+U_2$

ونعلم أن $U_1=\frac{Q_1}{C_1}$ و $U_2=\frac{Q_2}{C_2}$ و $U=\frac{Q}{C}$

أي أن $U=\frac{Q_1}{C_1}+\frac{Q_2}{C_2}$ وبما أن التيار المار في الدارة متوالية هو نفسه في جميع نقط الدارة .

$Q=Q_1=Q_2$ أي أن $U=Q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\Rightarrow Q=\frac{U}{\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)}$

وبالتالي :

$$U_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{Q}{C_1}$$

$$U_1=\frac{\frac{U}{\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)}}{C_1}=\frac{U}{C_1.\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)}$$

$$U_1=\frac{C_2.U}{C_1+C_2}=200V$$

$$U_2=\frac{C_1.U}{C_1+C_2}=100V$$

2 ـ من خلال السؤال السابق لدينا :

$$Q_1=Q_2=C_1U_1=2.10^{-4}C$$

تمرين 2

نشحن مكثفا سعته $C_1=2\mu F$ تحت توتر $U=100V$ ثم نربطه بقطبي مكثف آخر غير مشحون ، سعته $C_2=0,5\mu F$.

1 ـ عين الشحنة الابتدائية Q للمكثف الذي سعته C_1 .

2 ـ احسب التوتر بين مربطي كل من المكثفين بعد ربطهما .

أجوبة :1 ـ $Q=2.10^{-4}C$ 2 ـ $U_1=U_2=80V$

تمرين3

من خلال المعطيات أننا نريد الحصول على مكثف مكافئ سعته أكبر بالنسبة لكل مكثف أي يجب أن نركب المكثفات على التوازي .

بما أن لها نفس السعة :

$$C=\sum_{i=1}^{n}C_i=n.C_1\Rightarrow n=\frac{C}{C_1}$$

$$n=50$$

2 ـ شحنة هذا التجميع :

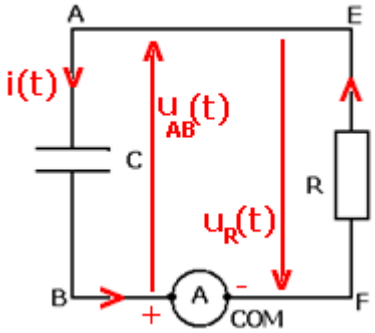
$$Q=C.U=0,20C$$

ـ شحنة كل مكثف هي :

$$Q_1=C_1.U=4.10^{-3}C$$

الدارة RC

تمرين 1



1 ـ توجيه الدارة وتحديد منحى التيار الكهربائي المار في الدارة :

نعلم أن طريقة طريقة تركيب الأومبيرمتري المربط المشترك Com (يعتبر كقطب سالب) هي أن التيار يخرج من القطب السالب ويدخل من القطب الموجب بالنسبة للمكثف فهو يدخل من اللبوس A أي يوافق المنحى الاصطلاحي .

شحنة اللبوس A هي q بحيث أن q دالة تزايدية إذن $i=\frac{dq}{dt}>0$

2 ـ الاصطلاح المستعمل هو : اصطلاح مستقبل بالنسبة للمكثف وبالنسبة للموصل الأومي .

تعبير التوتر بين مربطيهما هو :

$$u_{AB}=\frac{q_A}{C}=-u_R=-Ri(t)$$

$$u_{AB}=-R.i(t)$$

4 ـ نطبق قانون إضافية التوترات :

$$u_{AB}=-u_R\Rightarrow u_{AB}+u_R=0$$

$$u_{AB}+Ri(t)=0 \quad (1)$$

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=C\frac{du_{AB}}{dt}$$

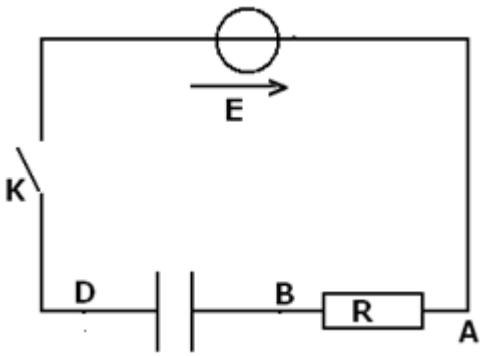
$$(1)\Leftrightarrow u_{AB}+RC\frac{du_{AB}}{dt}=0$$

تمرين 2 شحن مكثف

نشحن مكثفا سعته C=10μF من خلال التركيب التالي :

تغذية المولد مستقرة ، يزود الدارة بتوتر E=12,0V . مقاومة الموصل الأومي R=10kΩ .

عند اللحظة t=0 المكثف غير مشحون ونغلق قاطع التيار K .



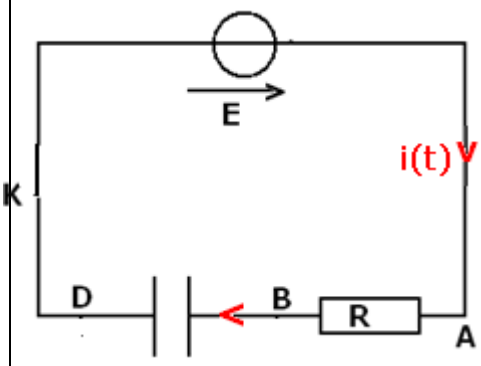
1 ـ لتكن $q_B=q$ شحنة اللبوس B للمكثف . نضع $i=\frac{dq}{dt}$ ، وجه على الدارة التيار i(t) .

2 ـ نضع $u_{BD}=u$ ، أكتب تعبير u_{AB} بدلالة u و عناصر الدارة .

$$u_{BD}=u$$

$$u=u_{BD}=\frac{q_B}{C}$$

ولدينا كذلك :



$$i(t)=\frac{dq}{dt}, u_{AB}=Ri(t)$$

$$u_{AB}=R.\frac{dq}{dt}=RC\frac{du}{dt}$$

نطبق قانون إضافية التوترات بين A و D :

$$u_{AD}=u_{AB}+u_{BD}$$

$$E=RC.\frac{du}{dt}+u$$

3 ـ أكتب المعادلة التفاضلية التي تحقق u(t) .

المعادلة التفاضلية التي تحقق u(t) هي :

$$E=RC.\frac{du}{dt}+u$$

4 ـ حل المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي : $u(t)=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

4 ـ 1 حدد التعابير الحرفية لـ A و τ وأحسب قيمها .

نعوض في المعادلة التفاضلية الحل $u(t)=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$E=RCA.\left(0+\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}\right)+A\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

$$\left(\frac{RC}{\tau}-1\right)=0\Rightarrow RC=\tau$$

$$A=E$$

$$u(t)=10\left(1-exp\left(-t/0,1\right)\right)$$

A قيمة القوة الكهرمحركة للمولد و ثابتة الزمن τ تساوي RC

$$\tau=RC$$

تطبيق عددي :

$\tau=RC=0,1s$ و A=10V

4 ـ 2 عبر عن تيار الشحن i(t)

تعبير تيار الشحن i(t) :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}\Rightarrow i(t)=C\frac{du}{dt}\Rightarrow i(t)=\frac{E}{\tau}exp\left(-t/\tau\right)$$

$$u=10\left(1-exp\left(-t/0,1\right)\right)\Rightarrow i(t)=10^2\,exp\left(-t/0,1\right)$$

5 ـ عبر حرفيا ، عند اللحظة t=0 ، ثم أحسب قيم :

ـ u ، $\frac{du}{dt}$ ، i و $\frac{di}{dt}$

عند t=0 لدينا :

$$\left(\frac{du}{dt}\right)_{t=0}=\frac{E}{\tau}=10^2\,V/s$$

$$i(0)=\frac{E}{\tau}=10^2\,V/s$$

$$\frac{di}{dt}=-\frac{E}{\tau^2}\,exp(-t/\tau)\Rightarrow\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0}=-\frac{E}{\tau^2}$$

$$u(0)=0$$

6 ـ 1 حدد عند $t_{1/2}$ اللحظة التي يصل فيها التوتر u(t) إلى القيمة $\frac{E}{2}$. ثم قارنها مع ثابتة الزمن τ .

$$u(t_{1/2})=E(1-exp(-t_{1/2}/\tau))$$

عند $t_{1/2}$ تكون

$$u(t_{1/2})=\frac{E}{2}=E\,exp(-t_{1/2}/\tau)$$

$$ln\,2=\frac{t_{1/2}}{\tau}\Rightarrow t_{1/2}=\tau.ln\,2$$

6 ـ 2 في أية لحظة تكون عندنا $\frac{E}{4}$ ثم $\frac{E}{8}$ ؟

بنفس الطريقة نحصل بالنسبة ل $\frac{E}{4}$ على :

$$t'=2\tau\ln 2$$

بالنسبة ل $\frac{E}{8}$

$$t'=3\tau\ln 2$$

تمرين 3

1 ـ المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن :

عند غلق قاطع التيار K ، حسب قانون لإضافية التوترات لدينا :

$$E=u_R(t)+u(t)\Rightarrow E=Ri(t)+\frac{q}{C}$$

$$i(t)=\frac{dq}{dt}\Rightarrow E=R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}$$

$$EC=RC\frac{dq}{dt}+q$$

2 ـ حل المعادلة التفاضلية هو $q(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}+B$

2 ـ 1 شحنة المكثف $q(\infty)$

$$q(t)=A\,exp(-t/\tau)+B$$

$$q(\infty)=B$$

في النظام الدائم شحنة المكثف $q(\infty)=C.u(\infty)$.

عندما تؤول $t\to\infty$ فإن u(t) تؤول إلى E أي أن $q(\infty)=C.E$ ، وبالتالي فإن $B=CE$

2 ـ 2 الشروط البدئية :

عند اللحظة t=0 لدينا $q(0)=0$ أي أن $q(0)=A+CE=0\Rightarrow A=-CE$

وبالتالي فتعبير q(t) هو على الشكل التالي :

$$q(t)=C.E\left(1-exp\left(-t/\tau\right)\right)$$

تمرين 4 الطاقة في المكثف

1 ـ عند اللحظة t=0 لدينا :

$q(0)=0$ أي أن $q(0)=C.u(0)=0\Rightarrow u(0)=0$

بما أنه لدينا مولد مؤمثل للتيار فهو يزود الدارة بتيار مستمر ثابت I_0=0 ,2mA فإن

$$u_R(0)=R.i(0)=R.I_0=0,2V$$

حسب قانون إضافية التوترات فإن $u_G(0)=u_C(0)+u_R(0)$

$t=0, u_C(0)=0\Rightarrow u_G(0)=u_R(0)=0,2V$

2 ـ نوقف الشحن عند اللحظة t=10s

2 ـ 1 حساب الشحنة $q(t_1)$ للمكثف :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I_0=\frac{dq}{dt}\Rightarrow dq=I_0dt$$

$$\int_0^{q_1}dq=I_0\int_0^{t_1}dt\Rightarrow q_1=I_0.t_1=2.10^{-3}C$$

2 ـ 2 التوتر $u_C(t)$

$$q_1=C.u_C(t)\Rightarrow u_C(t)=\frac{q_1}{C}=5V$$

2 ـ 3 الطاقة $\xi_e(t)$ المخزونة في المكثف :

$$\xi_e(t_1)=\frac{1}{2}C.u_C(t_1)^2=5.10^{-3}J$$

3 ـ 1 الطاقة المبددة بمفعول جول في الموصل الأومي :

$$E'=RI_0^2\Delta t=4.10^{-4}J$$

3 ـ 2 مردود المولد r :

$$r=\frac{\xi_e(t_1)}{\xi_e(t_1)+E'}=93\%$$

أن شحن المكثف يتم بشكل جيد لأن ضياع الطاقة بفعول جول ضعيف لا يمثل سوى

4 ـ في حالة ما تم استمرار في شحن المكثف دون توقف سيتلف هذا الأخير .

تمرين 6

1 ـ تعبير q_D بدلالة I و t :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I=\frac{dq}{dt}\Rightarrow dq=Idt$$

$$\int_0^{q_D}dq=I\int_0^{t}dt\Rightarrow q_D=I.t$$

2 ـ حساب q_D إذا كانت مدة الشحن 20ثانية :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I_0 = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q_D = I_0 \Delta t = 4.10^{-5} C$$

3 ـ حساب التوتر U_{DF} :

$$q_D = C.u_{DF} \Rightarrow u_{DF} = \frac{q_D}{C} = \frac{I_0.\Delta t}{C} = 1,82V$$

4 ـ المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثف كليا هي :

$$q_D = I_0.\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{q_D}{I_0} = \frac{C.u_{DFmax}}{I_0} = 692s$$

تمارين توليفية حول RC

1

العين المجردة أي أن الإبرة لا تستقر على قيمة معينة .

2 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف :

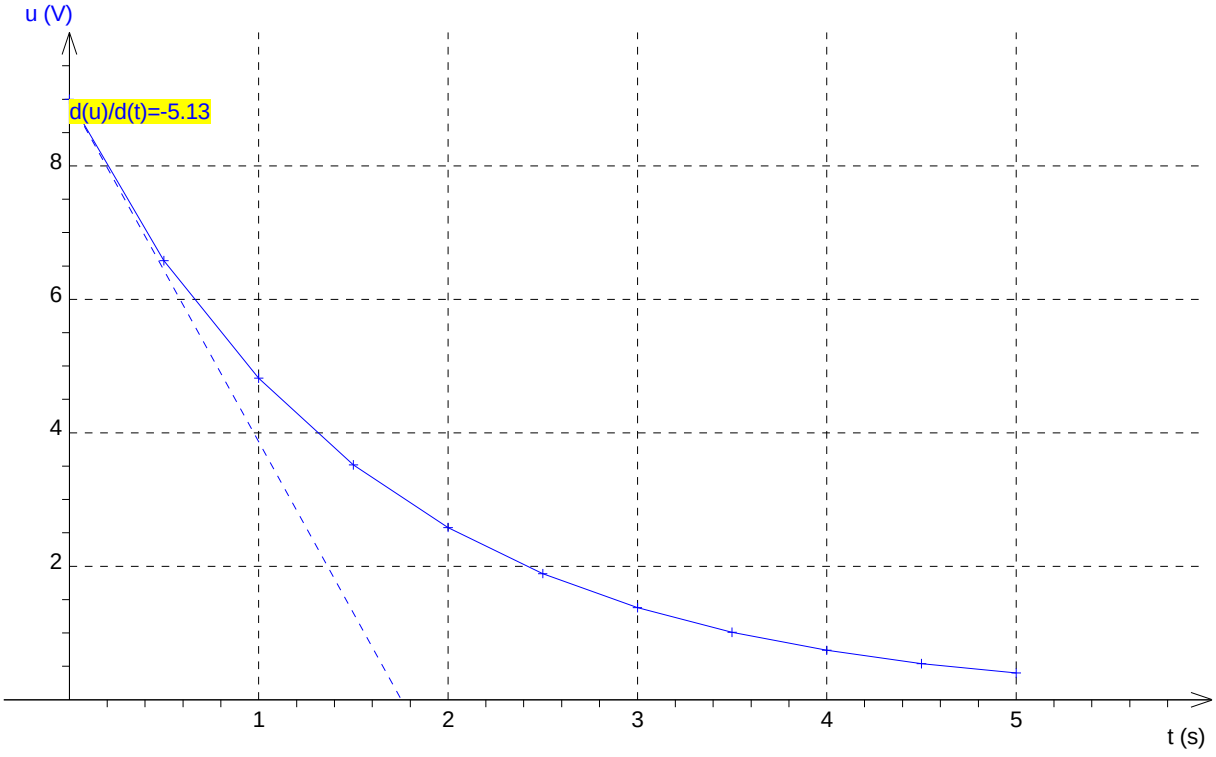
عند غلق قاطع التيار وحسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C + u_V = 0 \Rightarrow u_C + R_V.i(t) = 0$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$$

$$u_C + R_V.C\frac{du_C}{dt} = 0$$

3 ـ التمثيل المبياني للتوتر u بدلالة الزمن t :



من خلال المنحنى يتبين أن $\tau = 1,8s$

نستنتج R_V :

$$\tau = R_V.C \Rightarrow R_V = \frac{\tau}{C} = 225k\Omega$$

II ـ 1 العلاقة بين الشدة i(t) والتوتر u بين مربطي المكثف :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du}{dt}$$

2 ـ العلاقة بين شدة التيار الكهربائي $i_1(t)$ المار في الفولطمتر و التوتر u بين مربطيه :

$$u=R_V.i_1(t)\Rightarrow i_1(t)=\frac{u}{R_V}$$

حسب قانون أوم لدينا :

3 ـ نطبق قانون العقد لدينا :

$$I=i(t)+i_1(t)\Rightarrow I=C.\frac{du}{dt}+\frac{u}{R_V}$$

$$u+R_V.C\frac{du}{dt}=R_V.I$$

4 ـ نضع $E=R_V.I$ و $\tau=R_V.C$ تصبح المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$u+\tau\frac{du}{dt}=E$$

ونعلم أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي : $u=E\left(1-exp\left(-t/\tau\right)\right)$

مما يبين أن الشحن تم كأنه بواسطة مولد قوته الكهرمحركة E بحيث أن $E=R_V.I$.

5 ـ التأكد من هذه النتيجة ، نقوم بحساب $E=R_V.I=14,625V$

وهذا لايتوافق مع التمثيل المبياني ، من الممكن أن يكون الشكل غير صحيح .

ثنائي القطب RL

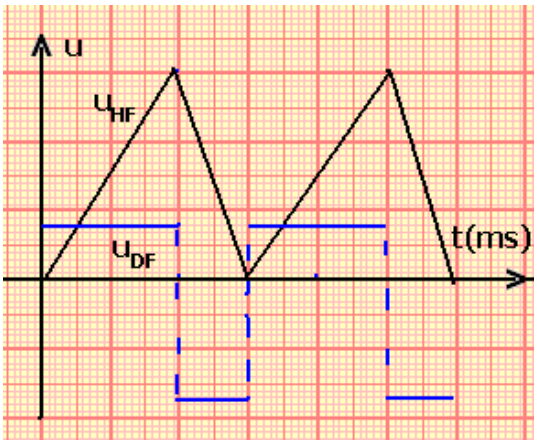
تمرين 1

1 ـ التوترات المعاينة على شاشة راسم التذبذب :

$u_R(t)$ و $u_L(t)$.

2 ـ تعبير التوتر $u_{DF}(t)$ بدلالة L و i(t) :

$$u_{DF}(t)=L.\frac{di}{dt}$$



نستنتج تعبير $u_{DF}(t)$ بدلالة الزمن في المجال [0ms,6ms] :

حسب الشكل وفي المجال [0ms,6ms] i(t) لها معادلتين :

في المجال [0ms,4ms] لدينا $i_1(t)=a_1t$ بحيث أن a_1 المعامل الموجه للجزء من المستقيم المار من أصل النظمة :

$a_1=\frac{\Delta i}{\Delta t}=\frac{0,7}{4.10^{-3}}=175A/s$ وبالتالي فإن $i_1(t)=175t$ أي أن

$u_{DF}(t)=100.10^{-3}.175=17,5V$ في المدخل Y_A و

$$u_R(t)=1750t$$

في المجال [4ms,6ms] لدينا $i_2(t)=a_2t+b$

$$a_2=\frac{\Delta i}{\Delta t}=-\frac{0,7}{2.10^{-3}}=-350A/s$$

$$i_2(t)=-350t+b\Rightarrow 0=-350\times 6.10^{-3}+b$$

$$b=2,10A$$

$i_2(t)=-350t+2,10$ أي أن $u_{DF}(t)=-100.10^{-3}.350=-35V$ في المدخل Y_A و

$$u_2(t)=-3500t+21,0$$

تمرين 2

1 ـ قيمة التوتر u_L بين مربطي الوشيعة عندما يمر بها تيار كهربائي شدته i=1,20A :

$$u_L = ri + L\frac{di}{dt} \qquad \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_L = r.i = 10,2V$$ بما أن شدة التيار ثابتة

2 ـ أ قيمة التوتر بين مربطي الوشيعة عند اللحظة t=0 :

نحسب التوتر بين مربطي الوشيعة في اللحظة t :

$$u_L = ri + L\frac{di}{dt} = 8,5(1,50 - 200t) + 42,2.10^{-3}(-200)$$

$$u_L = 12,75 - 1700t - 8,440 = 4,31 - 1700t$$

$$t = 0 \Rightarrow u_L = 4,31V$$

ب ـ اللحظة التي ينعدم فيها التوتر u_L :

$$u_L = 4,31 - 1700t$$

$$u_L = 0 \Rightarrow t = 2,5ms$$

تمرين 3

1 ـ حساب شدة التيار المار بالوشيعة في النظام الدائم :

النظام الدائم هو عندما تصبح شدة التيار ثابتة أي أن $\frac{di}{dt} = 0$

لدينا حسب قانون إضافية التوترات : $E = R.i + L.\frac{di}{dt} = Ri$ وبالتالي فإن $E = Ri \Rightarrow i = \frac{E}{R} = 60mA$

2 ـ في حالة عدم إهمال مقاومة الوشيعة :

2 ـ 1 الطاقة المختزنة في الوشيعة في النظام الدائم :

في هذه الحالة ستكون شدة التيار في النظام الدائم هي : $E = (R + r)i \Rightarrow i = \frac{E}{R + r}$

الطاقة المختزنة في الوشيعة هي :

$$\xi_m = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R + r}\right)^2 = 1,4.10^{-4}J$$

2 ـ 2 لماذا يتألق الصمام :

عند فتح الدارة فالوشيعة تزود الدارة عبر الصمام بالطاقة المغنطيسية المختزنة في الوشيعة الصمام مركب في المنحى المباشر وهو منحى التيار الكهربائي وبالتالي سيتألق هذا الأخير

أشكال الطاقة التي ستتحول إليها الطاقة المغنطيسية :

ـ طاقة حرارية بمفعول جول في كل من الموصل الأومي والوشيعة .

ـ طاقة ضوئية في الصمام .

تمرين 4

1 ـ تعبير الطاقة المخزونة في الوشيعة عند اللحظة t :

$$\xi_m = \frac{1}{2}Li^2$$

2 ـ ξ_m بدلالة E و r و r′ و L :

$$\xi_m = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r + r'}\right)^2 exp(-2t/\tau)$$

3 ـ حساب ξ_m عند اللحظات :

$t = \frac{\tau}{2}$:

$$\xi_m\left(\frac{\tau}{2}\right)=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e}\right)=1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e}\right)$$

$$\xi_m(\tau)=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e^2}\right)=1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e^2}\right)$$

$$\xi_m(5\tau)=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e^{10}}\right)=1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e^{10}}\right)\to 0$$

تمرين5

1 ـ اسم الجهاز الذي يمكننا من قياس مقاومة الموصل الأومي هو الأوممتر .

2 ـ التعبير عن التوتر u_{AM} : $u_{AM}(t)=-u_1(t)=-R.i(t)$

التعبير عن u_{BM} : $u_{BM}(t)=u_2(t)=ri+L\frac{di}{dt}$

التعبير على u_S : $u_S(t)=u_1(t)+u_2(t)=(r-R).i(t)+L\frac{di}{dt}$

3 ـ عند ضبط المقاومة R=r لدينا حسب التعبير السابق : $u_S(t)=L\frac{di}{dt}$

ولدينا التوتر بين مربطي الموصل الأومي R هو : $u_R=-Ri\Rightarrow i=-\frac{1}{R}u_R$

وبالتالي فإن $u_S(t)=-\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}$

4 ـ حسب الشكل وفي المجال [0ms,15ms] لدينا :

$$u_R(t)=at+b\Rightarrow u_R(t)=-9,33t+b$$

$$\frac{du_R}{dt}=-9,33V$$

لدينا كذلك : $u_S(t)=1V$

$$u_S(t)=-\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}\Rightarrow L=\frac{R\times u_s}{\frac{du_R}{dt}}=\frac{8\times 1}{9,33}=0,86H$$

<u>تمارين تولفيفة حول RL</u>

تمرين 1 مولد لتوترات مربعية .

1 ـ في المجال $t\in\left[0;\frac{T}{2}\right[$ ، لدينا $e(t)=E$ أي أن المولد يتصرف كمولد للتوتر ثابت وهي رتبة صاعدة للتوتر t>0 وبالتالي سيكون هناك في هذه الحالة شحن المكثف .

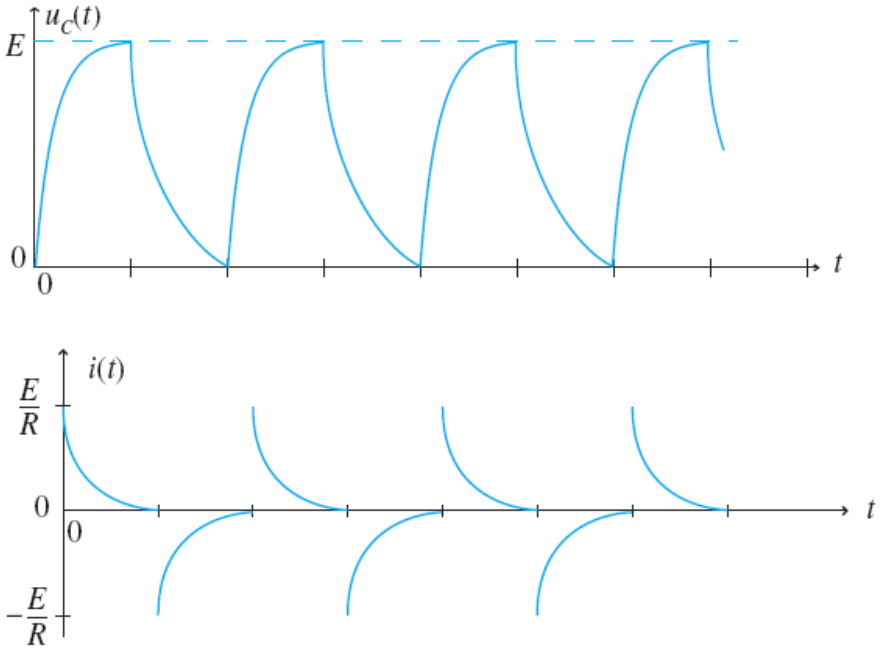
للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq\frac{T}{2}\Rightarrow T\geq 10\tau=10.RC$ وبالتالي

فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي : $T_{\min}=10.R.C\approx 10s$

2 ـ في المجال $t\in\left[\frac{T}{2};T\right[$ ، لدينا $e(t)=0$ أي أن المولد يتصرف كقاطع التيار وهي رتبة نازلة للتوتر t>0 وبالتالي سيكون هناك في هذه الحالة تفريغ المكثف .

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq T\Rightarrow T\geq 5\tau=5.RC$ وبالتالي فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي : $T_{\min}=5.R.C\approx 5s$

3 ـ التمثيل النبياني :



II ـ

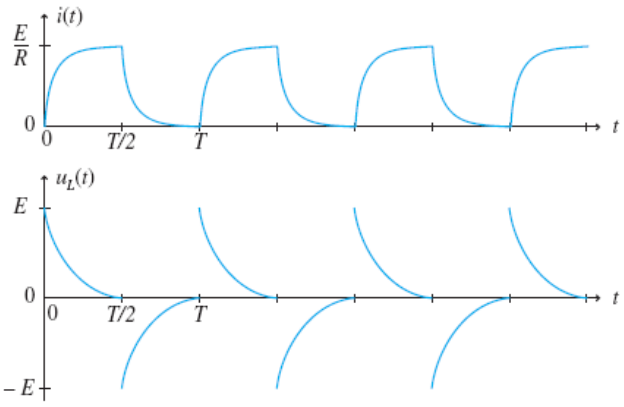
1 ـ في المجال $t\in\left[0;\frac{T}{2}\right[$ ، لدينا $e(t)=E$ أي أن المولد يتصرف كمولد للتوتر ثابت للتوتر t>0 وتعتبر كإقامة التيار في الوشيعة والموصل الأومي.

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq\frac{T}{2}\Rightarrow T\geq 10\tau=10.\frac{L}{R}$ وبالتالي فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي : $T_{\min}=10.\frac{L}{R}\approx 0,05s$

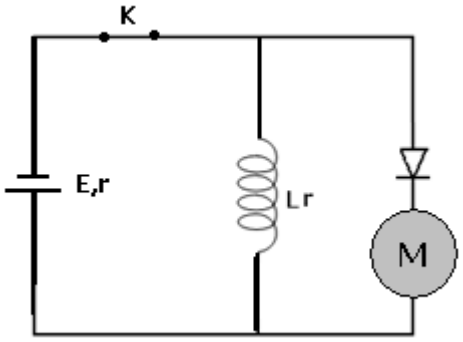
2 ـ في المجال $t\in\left[\frac{T}{2};T\right[$ ، لدينا $e(t)=0$ أي أن المولد يتصرف كقاطع التيار وهي رتبة نازلة للتوتر t>0 وبالتالي سيكون هناك انعدام التيار في الدارة RL .

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq T\Rightarrow T\geq 5\tau=5.\frac{L}{R}$ وبالتالي فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي :

$T_{\min}=5.\frac{L}{R}\approx 0,025s$



تمرين 2 الطاقة المخزونة في وشيعة



1 ـ

أ ـ عندما تصبح قيمة I ثابتة سيكون النظام الدائم وبالتالي فإن

$$I = \frac{E}{R} = 0,1A$$

ب ـ الصمام مركب في المنحى غير المباشر وبالتالي فلا يسمح بمرور التيار الكهربائي في المحرك .

ج ـ الطاقة المخزونة في الوشيعة :

$$\xi_m = \frac{1}{2}LI^2 = 0,5.10^{-2}J$$

2

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} - \Delta E_C$$

$$\Delta E_C = 0\left(v_i = v_f = 0\right)$$

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} = mgh \Rightarrow h = \frac{\xi_m}{mg} = 0,102m = 10,2cm$$

4 ـ هناك ضياع الطاقة المغنطيسية في الدارة بمفعول جول في الموصلات الأومية .

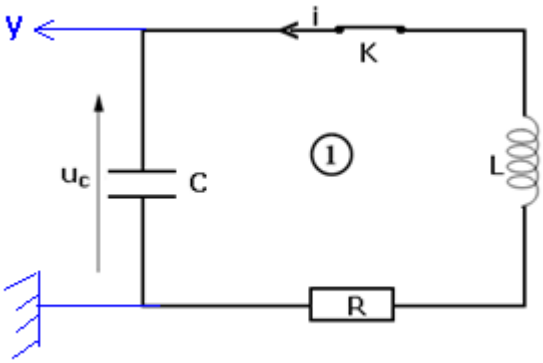
الطاقة المستهلكة من طرف المحرك هي : $\Delta E' = mgh = 0,343.10^{-2}J$

مردود المحرك هو :

$$\rho = \frac{\Delta E'}{\Delta E} = \frac{0,343.10^{-2}}{0,5.10^{-2}} = 67\%$$

التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية .

تمرين 1



1 ـ الكيفية التي سيتم بها ربط كاشف التذبذب لمعاينة $u_C(t)$:

أنظر الشكل جانبه

2 ـ نظام التذبذبات شبه دوري لأن الوسع يتناقص خلال الزمن t .

3 ـ تحديد شبه الدور من الشكل :

T=4ms

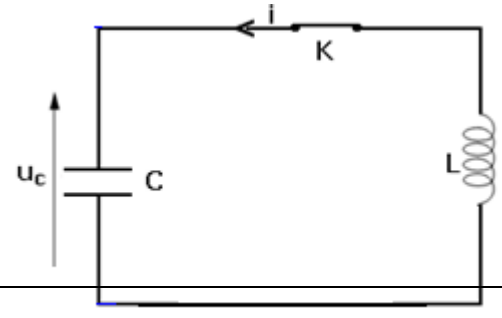
4 ـ تحديد معامل التحريض الذاتي L للوشيعة :

لدينا أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للتذبذبات T_0

$$T = T_0 \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{L.C}$$

$$T^2 = 4\pi^2 L.C \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2.C} = 0,40H$$

تمرين 2



1 ـ تبيانة التركيب التجريبي :

أنظر الشكل

2 ـ تعبير i(t) :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=-\frac{2\pi}{T}Q_0\,sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

3 ـ الطاقة الكلية للدارة في اللحظة t بطريقتين :

الطريقة الأولى : بما أن الدارة مثالية فإن الطاقة الكلية للدارة في كل لحظة هي مجمع الطاقة الكهربائية في المكثف والطاقة المغنطيسية في الوشيعة أي أن :

$$\xi_t=\xi_e+\xi_m=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}+\frac{1}{2}Li^2$$

الطريقة الثانية :

الطاقة الكلية للدارة هي الطاقة القصوية المخزونة في المكثف أي أن :

$$\xi_t=\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}$$

تمرين 3

1 ـ التمثيل على التبيانة لكل من u_C و u_L :

2 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$

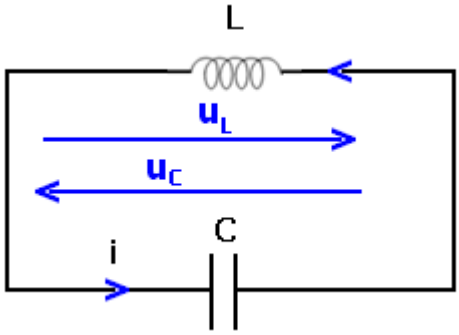
حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C+u_L=0$$

$$u_L=L\frac{di}{dt},i=\frac{dq}{dt},q=u_C.C$$

$$u_L=LC\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2q}{dt^2}+u_C=0\Rightarrow\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$$



3 ـ حل المعادلة التفاضلية هو $u_C(t)=U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$.

تحديد U_m و T_0 :

تحديد U_m :

عند اللحظة t=0 المكثف مشحون التوتر بين مربطيه قصوي أي أن $u_C(o)=U_0=U_m\cos 0$

وبالتالي فإن $U_m=U_0$

تحديد الدور الخاص T_0 :

نعوض الحل في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$$

$$u_C(t)=U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)\Rightarrow\frac{d^2u_C}{dt^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)+\frac{1}{L.C}U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=0$$

$$\left(\frac{1}{L.C}-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\right)U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=0\Rightarrow\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{1}{L.C}$$

$$T_0=2\pi\sqrt{L.C}=0,34ms$$

تمرين 4

1 ـ نظام الذبذبات الملاحظ هي شبه دورية لأن الموسع يتناقص مع الزمن t .

2 ـ تفسير خمود الذبذبات :

يفسر خمود الذبذبات إلى تناقص الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة r للوشيعة والتي تتحول فيها الطاقة الكلية المتناقصة إلى طاقة حرارية بمفعول جول .

3 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

4 ـ تعيين شبه الدور T للذبذبات هو : T=1ms .

5 ـ نعتبر المقاومة r للوشيعة منعدمة :

5 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

5 ـ 2 حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $u_c(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

تعبير U_m :

عند اللحظة t=0 لدينا : $u_c(0) = E = U_m \cos(\varphi) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{E}{U_m}$

في اللحظة t=0 تكون شدة التيار في الوشيعة منعدمة :

$$u_c(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = -C.\omega U_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow i(0) = -C.\omega U_m \sin(\varphi) = 0$$

$$\sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \quad ou \quad \varphi = \pi$$

$$\cos\varphi > 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

وبالتالي ستكون $\cos\varphi = 1 = \frac{U_m}{E} \Rightarrow U_m = E$

تحديد ω

من خلال السؤال السابق أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للدارة المثالية LC : $T_0 = T = 1ms$

وبالتالي ستكون المعادلة الزمنية على الشكل التالي :

$$u(t) = 6\cos\left(2.10^3 \pi t\right)$$

5 ـ 3 تعبير q(t) :

نعلم أن

$$q(t)=C.u_c(t)=1,5.10^{-6}\cos(2000\pi t)$$

تعبير i(t) :

$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt}=-3\pi.10^{-3}\sin(2000\pi t)$$

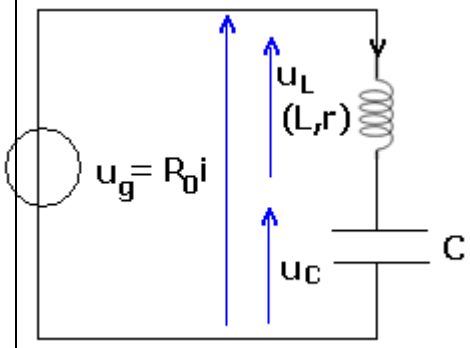
5 ـ 3 تعبير الدور الخاص للذبذبات :

$$T_0=2\pi\sqrt{L.C}$$

6 ـ حساب قيمة معامل التحريض الذاتي L للوشيعة علما أن شبه الدور يساوي الدور الخاص T_0 :

$$T=T_0=2\pi\sqrt{L.C}\Rightarrow T_0^2=4\pi^2L.C$$

$$L=\frac{T_0^2}{4\pi^2.C}=0,1H$$



7 ـ قيمة المقاومة R_0 للحصول على ذبذبات جيبية :

$$u_g=ri+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}\Rightarrow R_0i=ri+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}$$

$$(r-R_0)i+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0$$

للحصول على ذبذبات جيبية يجب أن تكون المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$(r-R_0)i+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0\Rightarrow R_0=r\Rightarrow L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0$$

تمرين 5

1 ـ في حالة مقاومة الوشيعة مهملة :

1 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$:

$$u_L+u_C=0\Rightarrow L\frac{di}{dt}+u_C=0$$

$$i(t)=C\frac{du_C}{dt},\frac{di}{dt}=C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2}+u_C=0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_C=0$$

1 ـ 2 تعبير الطاقة الكلية ξ_t :

$$\xi_t = \frac{1}{2}Li(t)^2 + \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$u_C(t) = E\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt} = -C\frac{2\pi E}{T}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}LC^2\frac{4\pi^2E^2}{T^2}\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2}CE^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$T^2 = 4\pi^2L.C \Rightarrow L.C = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2}CE^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2\left(\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2$$

2 ـ في حالة مقاومة الوشيعة غير مهملة :

2 ـ 1 المعادلة التي يحققها التوتر u_C :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

2 ـ باستعمال المعادلة التفاضلية نبين أن $\frac{d\xi_t}{dt} = -ri^2$

$$\xi_t = \frac{1}{2}Li(t)^2 + \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = Li(t)\frac{di}{dt} + Cu_C\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{d\xi_t}{dt} = LC^2\frac{du_C}{dt}\frac{d^2u_c}{dt^2} + Cu_C\frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = LC^2\frac{du_C}{dt}\left(\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C\right)$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \Rightarrow \frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = -\frac{r}{L}\frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = -\frac{r}{L}LC^2\left(\frac{du_C}{dt}\right)^2 = -ri^2$$

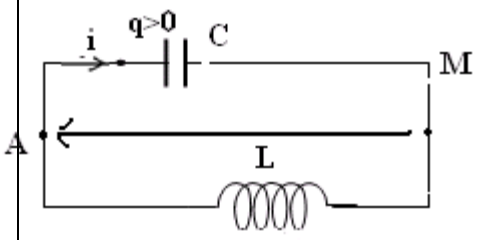
تمرين 6

1 ـ المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة :

$u_{AM} = \frac{q}{C}$ وبين مربطي الوشيعة لدينا $u_{AM} = -L\frac{di}{dt}$

وبما أن التوتر بين الوشيعة هو التوتر بين المكثف :

$$\frac{q}{C} = -L\frac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$



2 ـ المعادلة الزمنية q(t) :

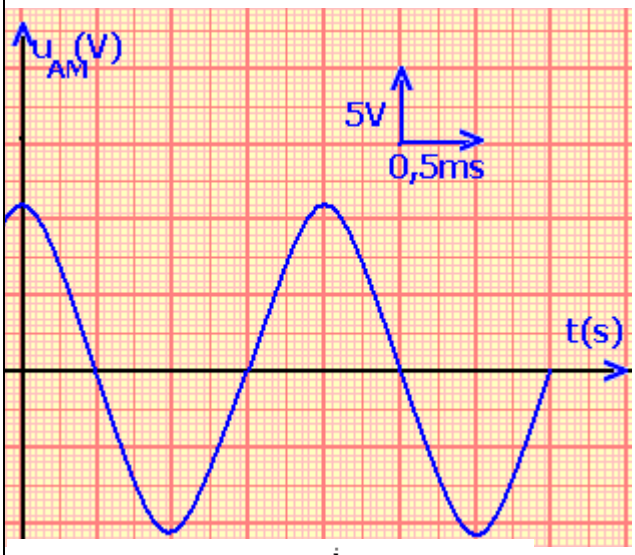
في اللحظة t=0 لدينا $q(t) = Q_0\cos(\omega_0 t + \varphi)$

إذن $\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ يعني أن $q(t) = Q_0 = CU_0 = 1{,}2.10^{-6}\,C$

$$q(t) = 1{,}2.10^{-6}\cos(3162t)$$

3 ـ حساب الدور الخاص $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ تطبيق عددي :

$$T_0 = 2ms$$



تمثيل التوتر u_{AM} . نعلم أن $u_{AM} = \frac{q}{C} = 12\cos(3162t)$

4 ـ 1 اسم المركبة (1) في التركيب : المضخم العملياتي

حسب الشكل أسفله :

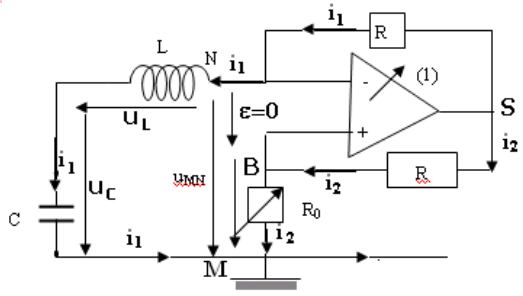
$$u_{MN} = \varepsilon - R_0 i_2 = -R_0 i_2$$

من جهة أخرى $u_{NS} = u_{NB} + u_{BS}$ أي أن

$$-Ri_1 = 0 - Ri_2$$

وبالتالي $i_1 = i_2 = i$

أي أن $u_{MN} = -R_0 i$



القيمة الدنوية للحصول على التذبذبات مصانة هي :

حسب قانون إضافية التوترات بين M و N :

$$u_{MN} = u_L + u_C = -L\frac{di}{dt} - ri - \frac{q}{C}$$

$$-R_0 i = -L\frac{di}{dt} - \frac{q}{C} - ri$$

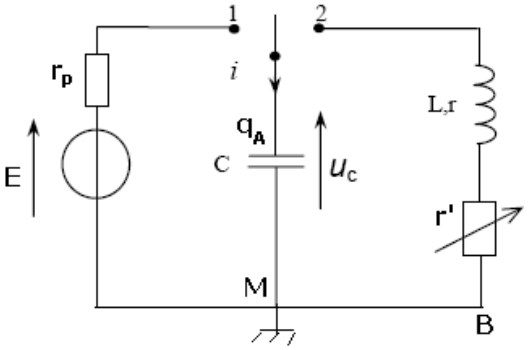
$$L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + (r - R_0)i = 0$$

لكي تكون هناك تذبذبات مصانة : $r - R_0 = 0 \Rightarrow R_0 = r = 350\Omega$

التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

I ـ تفريغ مكثف في وشيعة

1ـ النشاط التجريبي1



ننجز التركيب الكهربائي الممثل جانبه حيث نستعمل وسيط معلوماتي وحاسوب وبرنم يعالج المعطيات أو راسم التذبذب ذاكراتي .

+ نضبط التوتر المستمر الذي يعطيه المولد على القيمة E=3V ومقاومة الموصل الاومي على r′=0Ω

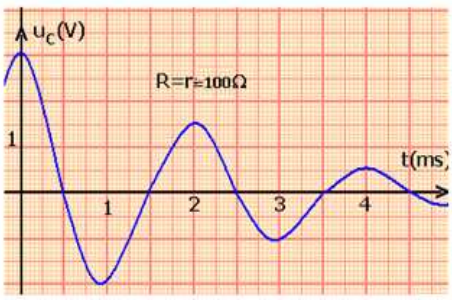
+نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (1) لمدة زمنية كافية لشحن المكثف كليا .

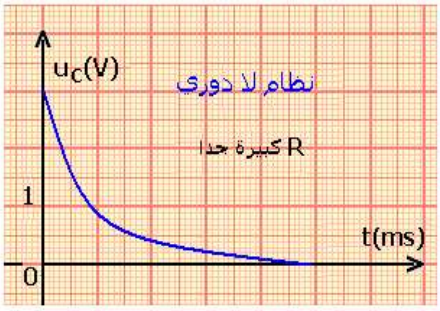
+نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) فنحصل على دارة RLC متوالية مقاومتها الكلية R=r+r′ حيث r مقاومة الو شيعة .

+نعاين التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف

+نعيد التجربة عدة مرات برفع المقاومة r′

النتائج :





الاستثمار:

1ـ يمثل الرسم التذبذبي الممثل باللون الأزرق في الشكل (2) نموذجا للمنحنى المحصل عليه بالنسبة r′=0

1-1 كيف يتغير وسع التوتر $u_c(t)$ ؟ هل $u_c(t)$ دالة دورية ؟

عند وضع K في الموضع (1) يشحن المكثف وعند وضعه في الموضع (2) نحصل على دارة RLC متوالية حيث في هذه الحالة يفرغ المكثف في الوشيعة .

ويكون التوتر $u_c(t)$ بين مربطي المكثف متناوبا . $u_c(t)$ ليست بدالة دورية .

-وسع التوتر $u_c(t)$ يتناقص مع الزمن t نقول **أن التذبذبات مخمدة**

بما أن الذبذبات تتم دون أن نزود الدارة RLC بالطاقة غير الطاقة المخزونة في المكثف ، نقول **أن الذبذبات حرة .**

خلاصة :

يؤدي تفريغ مكثف ، مشحون ، في وشيعة دارة RLC متوالية ، إلى ظهور تذبذبات حرة ومخمدة .

نقول أن الدارة RLC المتوالية تكون متذبذبا كهربائيا حرا ومخمدا .

أنظمة الذبذبات الحرة :

1-2 نسمي شبه الدور Tالمدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليين للتوتر $u_c(t)$.عين مبيانيا T من خلال المبيان يمكن أن نعين شبه الدور وهو المدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليتين للتوتر $u_c(t)$.

ـ تعريف بشبه الدور T

نسمي شبه الدور Tالمدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليين للتوتر $u_c(t)$.

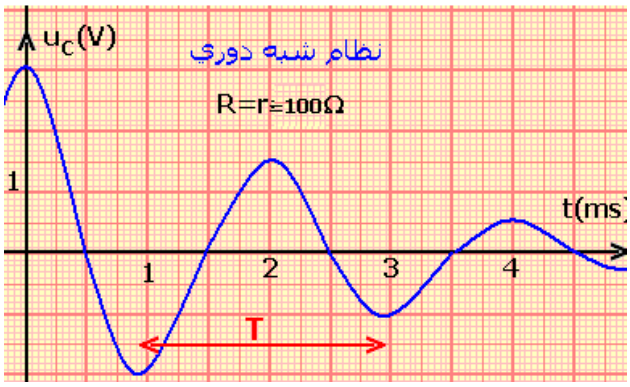
2 ـ ما تأثير المقاومة R على :
2-1 وسع التذبذبات ؟
عندما نغير المقاومة الكلية للدارة يتغير وسع الذبذبات.
2-2 شبه الدور T ؟
بالنسبة لقيم المقاومة صغيرة جدا يلاحظ أن شبه الدور لا يتعلق بقيمة R
3-عندما تأخذ المقاومة r' قيمة كبيرة جدا : هل التوتر $u_c(t)$ المعاين تذبذبي ؟
عندما تأخذ R قيم كبيرة جدا $u_c(t)$ توتر غير تذبذبي أي أن الذبذبات تزول يكون لدينا خمود مهم .
4-حسب قيم المقاومة الكلية R للدارة RLC يلاحظ تجريبيا وجود نظامين للذبذبات : نظام شبه دوري ونظام لا دوري .
تعرف على هاذين النظامين من خلال الشكل 2
النظام شبه الدوري يحدث إذا كانت قيمة المقاومة R صغيرة .
النظام لا دوري عندما تكون R كبيرة جدا حيث تزول الذبذبات نظرا لوجود خمود مهم .
5- نضبط من جديد r' على القيمة 0
في مرحلة أولى نأخذ L=11mH و C=1µF ونقيس شبه الدور T .
في مرحلة ثانية : نأخذ L=11mH و C=0,22µF ونقيس T .
هل يتعلق شبه الدور بكل من L و C ؟
نعم يتعلق شبه الدور بقيم L و C ولا يتعلق بقيم R

ـ أنظمة الذبذبات الحرة

حسب مقاومة الدارة RLC نحصل على ثلاثة أنظمة

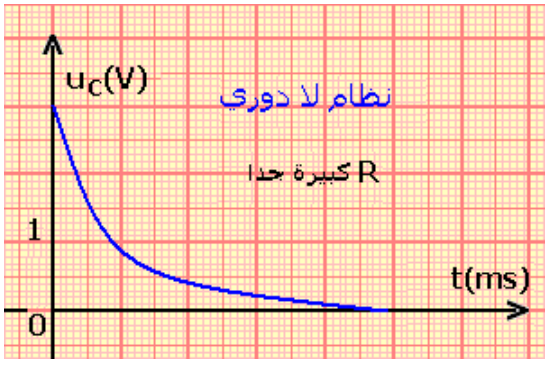
أ-نظام شبه دوري

R صغيرة نحصل على ذبذبات يتناقص وسعها تدريجيا مع الزمن

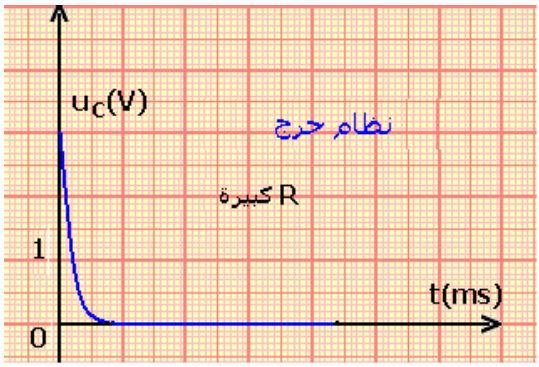


ب- نظام لا دوري

R كبيرة جدا = تزول الذبذبات نظرا لوجود خمود مهم ونسمي هدا النظام نظام لا دوري



ج- نظام حرج



في الذبذبات الحرة توجد قيمة معينة للمقاومة نرمز لها ب R_C وتسمى مقاومة حرجة وهي مقاومة تفصل بين النظام شبه الدوري والنظام اللا دوري ونسمي النظام في هده الحالة بالنظام الحرج وفي هده الحالة يرجع التوتر $u_c(t)$ إلى صفر بسرعة ودون تذبذب وتتعلق R_C ب C و L .

2 ـ المعادلة التفاضلية لدارة RLC متوالية .

نعتبر الدارة المتوالية الممثلة في الشكل جانبه :

نطبق قانون إضافية التوترات بين F و D فنجد :

$$u_c + u_R + u_L = 0 \qquad (1)$$

$$u_R = r'.i \qquad u_L = ri + L\frac{di}{dt} \qquad i = C.\frac{du_C}{dt}$$

$$u_R = r'.C\frac{du_c}{dt} \qquad u_L = rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

نعوض في المعادلة (1)

$$u_c + r'.C\frac{du_c}{dt} + rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + (r+r')C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$r + r' = R$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \qquad (2)$$

المعادلة التفاضلية لدارة RLC متوالية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف هي :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \qquad (2)$$

يعبر المقدار $\frac{R}{L}\frac{du_C}{dt}$ عن ظاهرة خمود الذبذبات ، ويحدد حسب قيم R نظام هذه الذبذبات .

II ـ الذبذبات غير المخمدة في دارة مثالية LC .

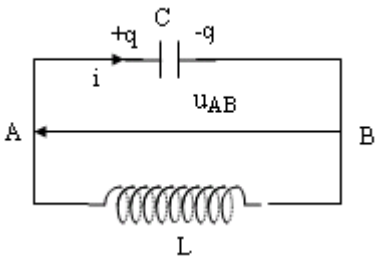
تتكون الدارة من مكثف سعته C وشحنته البدئية q_0

ووشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية r ونعتبرها مهملة . تنعث هذه الدارة بالمثالية لاستحالة تحقيقها تجريبيا لكون أن كل الوشيعات تتوفر على مقاومة داخلية .

1 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.

حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

$$u_c + u_L = 0 \qquad (1)$$



$$u_L = L\frac{di}{dt} \qquad i = C.\frac{du_C}{dt}$$

$$u_L = LC\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

نعوض في المعادلة (1)

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \qquad (2)$$

خلال الذبذبات الكهربائية الحرة غير المخمدة لدارة LC ، يحقق التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف المعادلة التفاضلية التالية :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

2 ـ حل المعادلة التفاضلية :

المعادلة التفاضلية $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$ معادلة خطية من الدرجة الثانية ، رياضيا حلها يكتب على الشكل التالي :

$$u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

ـ U_m وسع الذبذبات .

ـ $\left(\frac{2\pi}{T_0}+\varphi\right)$ الطور في اللحظة ذات التاريخ t .

T_0 : الدور الخاص للذبذبات .

φ : الطور عند أصل التواريخ (t=0)

أ ـ تحديد تعبير الدور الخاص :

نعوض الحل $u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ ف العادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} = -U_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_C(t)$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_C(t) = -\frac{1}{LC}u_C(t)$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

يتعلق الدور الخاص للذبذبات الحرة غير المخمدة بمعامل التحريض L وبسعة المكثف C :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

وحدة الدور الخاص T_0 في النظام العالمي للحدات هي الثانية . (s)

تمرين تطبيقي :

بين من خلال معادلة الأبعاد أن وحدة T_0 هي الثانية .

ب ـ تحديد φ و U_m :

لتحديد قيم φ و U_m نحدد الشروط البدئية عند تفريغ المكثف في الوشيعة . أي نعبر عن المقدارين $u_C(t)$ و $i(t)$ في اللحظة $t=0$ باعتبار أن هاتين الدالتين متصلتين كيف ما كانت t .

لدينا $i(t)=C.\frac{du}{dt} \Rightarrow i(t)=-\frac{2\pi}{T_0}.C.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

عند اللحظة $t=0$ لدينا $i(0)=0$ الوشيعة لا يمر فيها أي تيار كهربائي

$$i(0)=-\frac{2\pi}{T_0}.C.\sin(\varphi)=0 \Rightarrow \sin\varphi=0 \Rightarrow \varphi=0 \;\; ou \;\; \varphi=\pi$$

في البداية شحنة المكثف مشحون : $u_C(0)=E$.

$u_C(0)=U_m\cos(\varphi)=E$ وبما أن $E>0$ و $U_m>0$ فإن $\cos(\varphi)>0 \Rightarrow \varphi=0$

وبالتالي فإن :

$$u_C(t)=E\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

ج ـ تعبير الشحنة $q(t)$ و $i(t)$.

نعلم أن شحنة المكثف هي :

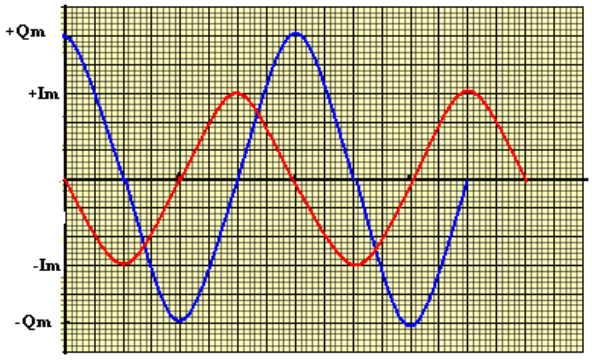
$$q(t)=C.u_C(t)=CU_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)=q_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$

$$q_m=CU_m$$

شدة التيار الكهربائي :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=-q_m\omega_0\sin(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$$

$$=q_m\frac{2\pi}{T_0}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi+\frac{\pi}{2})=I_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$



$i(t)$ متقدمة في الطور ب $\frac{\pi}{2}$ بالنسبة ل $q(t)$ و $u(t)$

نقول أن $u(t)$ و $q(t)$ على تربيع في الطور

التمثيل المبياني ل $q(t)$ و$u(t)$

في اللحظة $t=0$ عندنا $q=Q_m$ و $\varphi=0$

$$q(t)=Q_m\cos\frac{2\pi}{T_0}t$$

$$i(t)=I_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\frac{\pi}{2})$$

ملحوظة : عندما تكون شحنة المكثف قصوية تكون شدة التيار الكهربائي منعدمة .

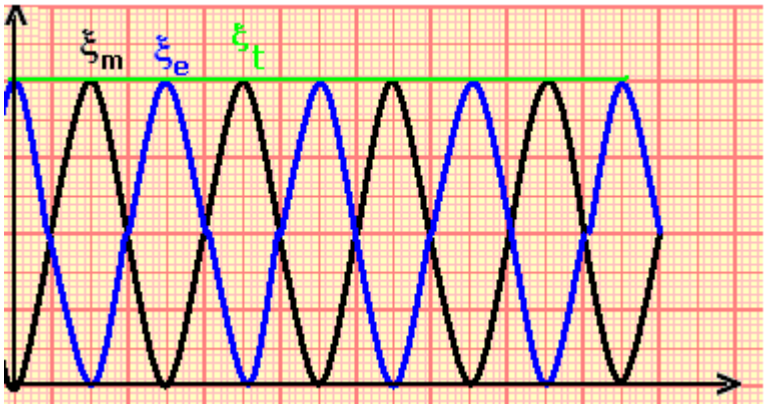
III ـ انتقالات الطاقة بين المكثف والوشيعة .

توصلنا في الدروس السابقة أن المكثف بإمكانه أن يخزن طاقة كهربائية $\xi_e=\frac{1}{2}Cu_C^2$ وأن الوشيعة كذلك بإمكانها أن تخزن طاقة مغنطيسية $\xi_m=\frac{1}{2}Li^2$.

1 ـ الطاقة في الدارة LC مثالية :

دراسة منحنيات تغير الطاقات ξ_t, ξ_e, ξ_m بدلالة الزمن في دارة RL مثالية .

الطاقة الكلية في المخزونة في الدارة LC هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية في المكثف $\xi_e = \frac{1}{2}Cu_C^2$ والطاقة المخزونة في الوشيعة $\xi_m = \frac{1}{2}Li^2$.



$$\xi_t = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2}Cu_C^2 + \frac{1}{2}Li^2$$

تمثل الشكل جانبه تغيرات ξ_t, ξ_e, ξ_m بدلالة الزمن .

1 ـ كيف تتغير الطاقة ξ_m عندما تنقص الطاقة المخزونة في المكثف ؟

2 ـ كيف تتغير الطاقة ξ_e عندما تنقص الطاقة المخزونة في الوشيعة ؟

3 ـ كيف تتغير الطاقة الكلية ξ_t ؟ أكتب تعبير الطاقة الكلية بطريقتين .

4 ـ أثبت رياضيا أن الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن t . بطريقتين ، استعمال حل المعادلة التفاضلية واستعمال المعادلة التفاضلية مباشرة .

خلاصة :

تكون الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن وتساوي الطاقة البدئية المخزونة في المكثف .

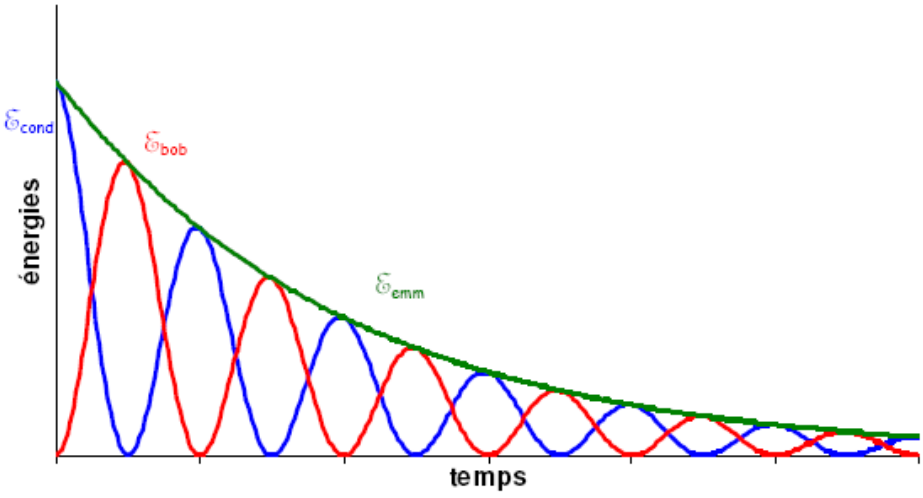
خلال الذبذبات غير المخمدة تتحول الطاقة الكهربائية في المكثف إلى طاقة مغنطيسية في الوشيعة والعكس صحيح .

$$\xi_t = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2}Cu_C^2 + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}CU_m^2 = \frac{1}{2}Li_m^2$$

2 ـ الطاقة في الدارة RLC المتوالية .

دراسة منحنيات تغير الطاقة ξ_t, ξ_e, ξ_m بدلالة الزمن في RLC متوالية

خلال دراسة تجريبية لدارة RLC متوالية حيث المقاومة الكلية R غير منعدمة نعاين بواسطة جهاز ملائم لهذا الغرض منحنيات تغيرات الطاقة ξ_t, ξ_e, ξ_m بدلالة الزمن فنحصل على المنحنيات الممثلة في الشكل جانبه :



1 ـ كيف تتغير الطاقة ξ_e عند تزايد ξ_m ؟

نفس السؤال عند تناقص ξ_m . ماذا تستنتج ؟

عندما تنقص الطاقة في المكثف تزداد الطاقة المخزونة في الوشيعة والعكس صحيح . أي أن هناك تبادل طاقي بين المكثف والوشيعة

2 ـ كيف تتغير بصفة عامة الطاقة الكلية ξ_t المخزونة في الدارة بدلالة الزمن ؟

يلاحظ أن خلال كل تبادل طاقي بين المكثف والوشيعة تتناقص الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة R .

2 ـ ما الظاهرة المسؤولة عن هذا التغيير ؟

ظاهرة خمود نتيجة تحول جزء من الطاقة الكلية بمفعول جول إلى طاقة حرارية .

4 ـ ما المقدار الذي يحول دون الحصول على ذبذبات غير مخمدة ؟

$$\xi_t = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$$

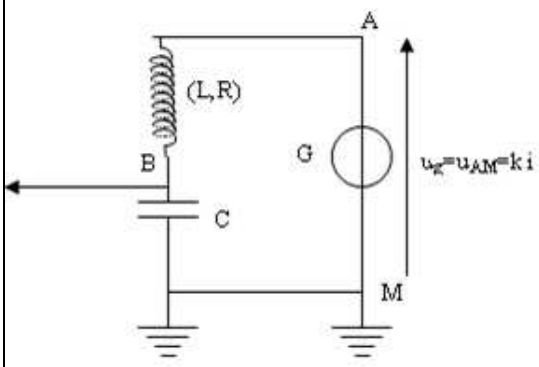
$$\frac{d\xi_t}{dt} = Li\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}.\frac{dq}{dt} = i\left(L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C}\right)$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = -R\frac{dq}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = -Ri^2$$

من خلال هذه النتيجة يتبين أن الطاقة الكلية تناقصية :

$\frac{d\xi_t}{dt} = -Ri^2 < 0$ ويعزى هذا التناقص إلى وجود المقاومة R .



خلاصة :

تتناقص الطاقة الكلية لدارة RLC متوالية تدريجيا بسبب مفعول جول .

VI ـ صيانة الذبذبات .

في كل لحظة يمكن كتابة

$$u_{AM} = u_{AB} + u_{BM}$$

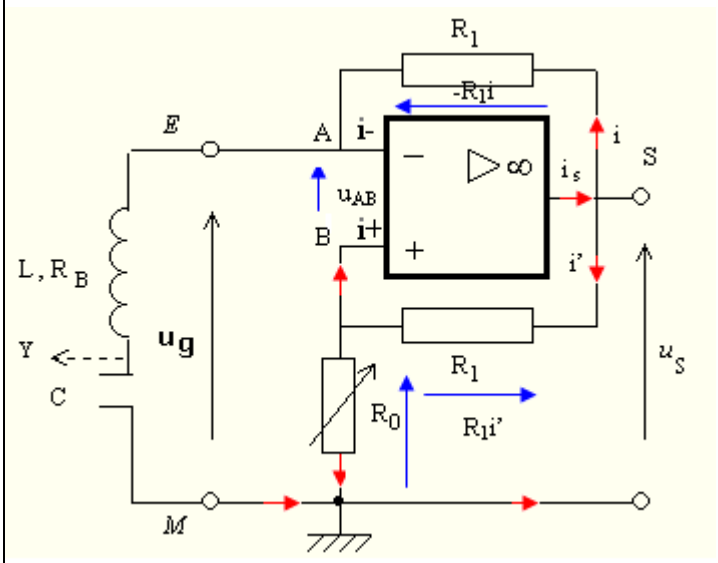
$$ki = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{c}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{dt} et\ \ u = u_{BM}$$

$$LC\frac{d^2u}{dt^2} + (R-k)C\frac{du}{dt} + u = 0$$

بالنسبة لـ k=R نحصل على المعادلة التفاضلية التالية $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$ وهي المعادلة المميزة للمتذبذب (L,C) ذي مقاومة غير مهملة .

إذن فالتركيب المدروس يمكن من صيانة التذبذبات .



إنجاز المولد G

المضخم العملياتي كاملا ويشتغل في النظام الخطي .

$i^-=i^+=0$ و $u_{AB}=0$

$$u_g = u_{AM} = u_{AS} + u_{SB} + u_{BM}$$
$$= -R_1 i + R_1 i' + R_0 i'$$
$$u_{AS} = u_{AB} + u_{BS}$$
$$-R_1 i = 0 - R_1 i' \Leftrightarrow i = i'$$
$$u_g = R_0 i \Leftrightarrow u_g = ki$$
$$k = R_0$$

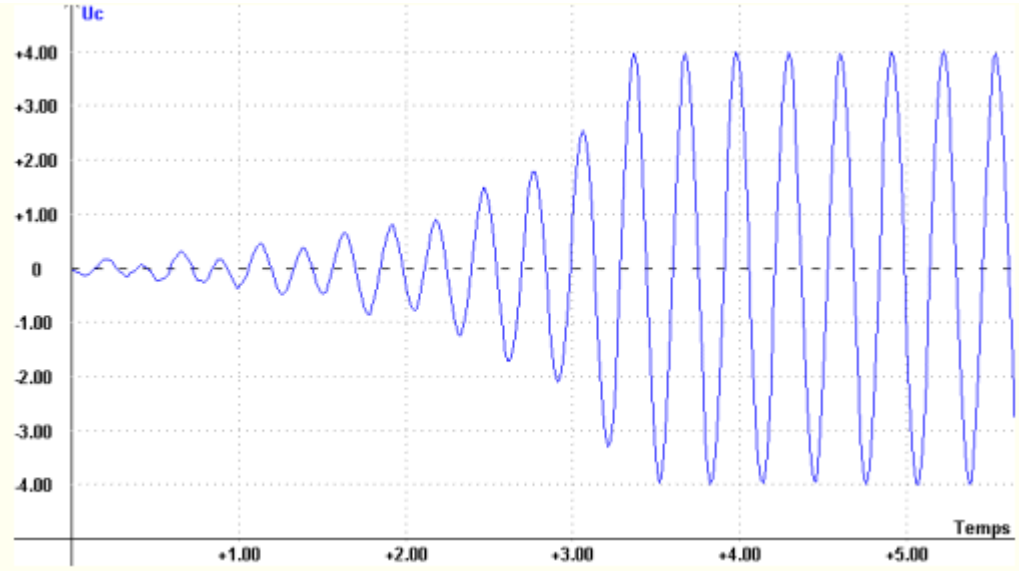
معاينة التوتر بين مربطي مكثف الدارة (L,C) الذي يوجد بها المولد G

عند معاينة التوتر بين مربطي مكثف نلاحظ :

$R_0 < R$ لاتكون هناك تذبذبات

$R_0 > R$ تكون هناك تذبذبات لا جيبية

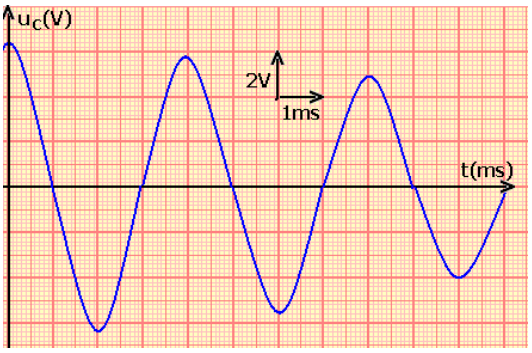
R_0 أكبر بقليل من R تكون التذبذبات جيبية

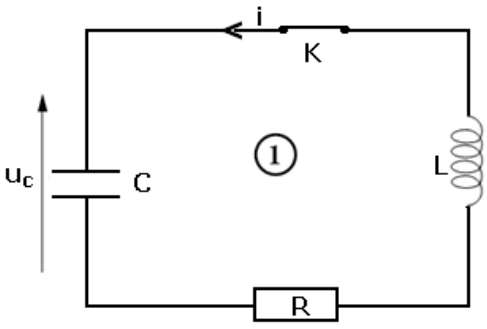


التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية .
السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية .

تمرين 1

نركب مكثفا مشحونا بين مربطي ثنائي قطب RL . الشكل (1) .
يمثل الشكل (2) تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف .
1 ـ انقل الشكل (1) وبين عليه كيفية ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوتر $u_C(t)$.
2 ـ ما هو نظام التذبذبات ؟
3 ـ حدد شبه الدور T .
4 ـ علما أن سعة المكثف المستعمل هي C=1µF حدد معامل التحريض الذاتي للوشيعة . نعتبر أن شبه الدور T يساوي الدور الخاص .

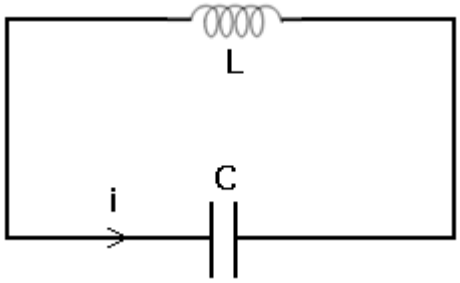




تمرين 2

نعتبر الدارة المكونة من مكثف سعته C ووشيعة معامل تحريضها الذاتي L وقاطع التيار K . المقاومة الكلية للدارة منعدمة . نشحن المكثف بحيث يحمل أحد لبوسيه كمية الكهرباء Q_0 ثم نغلق قاطع التيار K .

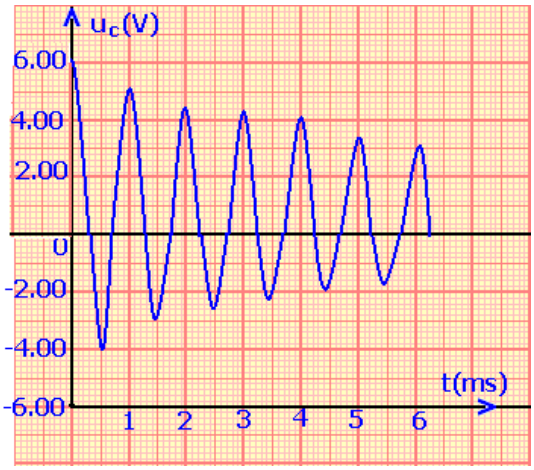
1 ـ أرسم تبيانة التركيب التجريبي .
2 ـ حدد تعبير i(t) علما أن / $q(t) = Q_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$



3 ـ عبر عن الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة t بطريقتين .

تمرين 3

نعتبر مكثفا سعته C=47,0nF مشحونا مسبقا تحت توتر مستمر U_0=6,0V . نصل مربطي المكثف بوشيعة معامل تحريضها الذاتي L=65mH ومقاومتها مهملة ، المنحنى الموجب لمرور التيار الكهربائي ممثل في الشكل أسفله :



1 ـ أنقل التبيانة ومثل عليها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف والتوتر $u_L(t)$ بين مربطي الوشيعة في الاصطلاح مستقبل .
2 ـ اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.
3 ـ حل المعادلة التفاضلية هو $u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$. حدد قيمتي U_m و T_0 .

تمرين 4

نشحن مكثفا سعته C=0,25µF بواسطة مولد قوته الكهرمحركة E=6,0V ، ونركبه عند اللحظة t=0 بين مربطي وشيعة معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها r .
نعاين بواسطة راسم التذبذب تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف ، فنحصل على الشكل أسفله :

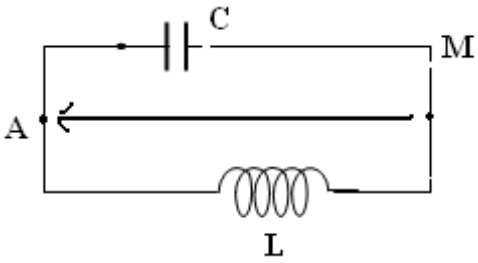
1 ـ ما نظام الذبذبات الملاحظ ؟
2 ـ كيف تفسر خمود هذه الذبذبات ؟
3 ـ أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف .
4 ـ عين مبيانيا شبه الدور T للذبذبات .
5 ـ نعتبر المقاومة r منعدمة .
5 ـ 1 أكتب في هذه الحالة المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C .
5 ـ 2 حل هذه المعادلة هو : $u_C(t) = U_m \cos(\alpha t + \varphi)$. ما تعبير كل من U_m, φ, α ؟
5 ـ 3 استنتج تعبير كل من الشحنة q(t) للمكثف وشدة التيار i(t) المار في الدارة .
5 ـ 4 أعط تعبير الدور الخاص T_0 للذبذبات .
6 ـ أحسب قيمة معامل التحريض الذاتي L للوشيعة ، علما أن شبه الدور T يساوي شبه الدور الخاص T_0 .
7 ـ لصيانات الذبذبات ، نركب على التوالي في الدارة RLC مولد يزودها بتوتر $u_g = R_0 i$.
ما قيمة المقاومة R_0 التي تمكن من الحصول على ذبذبات جيبية ؟

تمرين 5

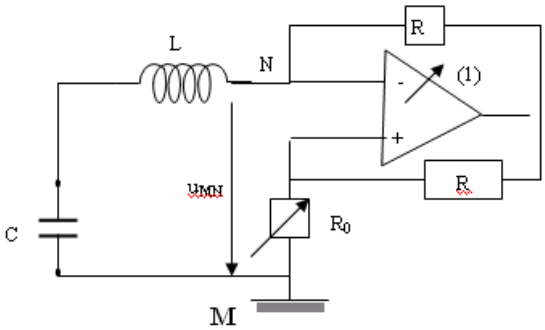
نعتبر مكثفا سعته C مشحونا تحت توتر E .
عند اللحظة t=0 نربط المكثف بوشيعة معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها r .
1 ـ نعتبر مقاومة الوشيعة مهملة .
1 ـ 1 أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف .
1 ـ 2 حل هذه المعادلة هو : $u_C(t) = E\cos(\frac{2\pi}{T}t + \varphi)$. أوجد تعبير الطاقة الكلية ξ_t وبين أنها ثابتة .
2 ـ في الحقيقة ، مقاومة الوشيعة r غير مهملة .
2 ـ 1 أوجد ، في هذه الحالة ، المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.
2 ـ 2 باستعمال هذه المعادلة بين أن : $\frac{d\xi_t}{dt} = -ri^2$ حيث : ξ_t الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة t و i شدة التيار المار في الدارة عند اللحظة t . ماذا تستنتج ؟

تمرين 6

نشحن مكثف سعته C=0.1µF تحت توتر U_0=12V تم نركبه
عند اللحظة t=0 بين مربطي وشيعة ذات معامل تحريض L=1.0H ومقاومة نفترض أنها مهملة.



1 ـ اثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف q) q شحنة اللبوس المرتبط بالنقطة A)
2 ـ عبر عن الشحنة q بدلالة الزمن t
3 ـ احسب الدور الخاص T_0 ثم مثل التوتر u_{AM} بدلالة الزمن في المجال $[0ms, 6ms]$



4 ـ في هذه الحالة نأخذ بعين الاعتبار مقاومة الوشيعة بحيث قيمتها r=350Ω ولصيانة التذبذبات ننجز التركيب التالي :
أ ـ ما اسم المركبة (1) في هذا التركيب ؟
ب ـ باعتبار أن المضخم العملياتي كاملا بين أن $u_{MN} = -R_0 i$.
ما هي القيمة الدنوية للحصول على تذبذبات مصانة ؟

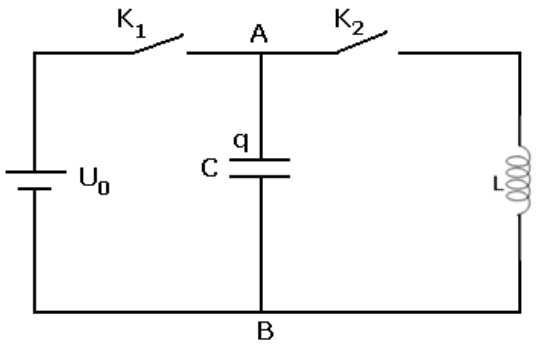
تمرين 7

نعتبر التركيب الممثل في الشكل أسفله
حيث L=0,8H و C=0,4µF و U_0=12V .
نحتفظ بقاطع التيار K_2 مفتوحا ونغلق قاطع التيار K_1 ثم نفتحه بعد لحظات .

1 ـ أحسب الشحنة القصوى للمكثف وعين على التبيانة اللبوس الذي يحمل الشحنة الموجبة .

2 ـ عند اللحظة t=0 نفتح قاطع التيار K_1 ونغلق قاطع التيار K_2 .

2 ـ 1 حدد عند اللحظة t=0 قيمة التوتر u_0 للتوتر u_{AB} وقيمة الشدة i_0 للتيار في الدارة LC .



2 ـ 2 أثبت المعادلة التفاضلية للدارة : $\frac{d^2u}{dt^2}+\frac{1}{LC}.u=0$

2 ـ 3 تحقق من أن حل هذه المعادلة يكتب على الشكل التالي : $u_C(t)=U_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$. أحسب φ, U_m .

2 ـ 4 حدد قيمة الدور الخاص T_0 واحسب عند اللحظات

$$T_0, \frac{3T_0}{4}, \frac{T_0}{2}, \frac{T_0}{4}, 0$$

أ ـ شحنة q للبوس A .

ب ـ الشدة i للتيار في الوشيعة .

ج ـ مثل في نفس المبيان i(t) و q(t) .

2 ـ 5 عبر عن الطاقة الكهرساكنة ξ_e والطاقة المغنطيسية ξ_m بدلالة الزمن t .

مثل في نفس المبيان ξ_e و ξ_m علق على المنحنيين .

تصحيح تمارين الكهرباء
الدارة RL و RC و RLC
السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية

المكثفات

تمرين 1

1 ـ حساب التوترين U_1 و U_2

بما أن المكثفين مركبين على التوالي فإن التوتر بين مربطيهما هو : $U=U_1+U_2$

ونعلم أن $U_1=\frac{Q_1}{C_1}$ و $U_2=\frac{Q_2}{C_2}$ و $U=\frac{Q}{C}$

أي أن $U=\frac{Q_1}{C_1}+\frac{Q_2}{C_2}$ وبما أن التيار المار في الدارة متوالية هو نفسه في جميع نقط الدارة .

$Q=Q_1=Q_2$ أي أن $U=Q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\Rightarrow Q=\frac{U}{\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)}$

وبالتالي :

$$U_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{Q}{C_1}$$

$$U_1=\frac{\frac{U}{\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)}}{C_1}=\frac{U}{C_1.\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)}$$

$$U_1=\frac{C_2.U}{C_1+C_2}=200V$$

$$U_2=\frac{C_1.U}{C_1+C_2}=100V$$

2 ـ من خلال السؤال السابق لدينا :

$$Q_1=Q_2=C_1U_1=2.10^{-4}C$$

تمرين 2

نشحن مكثفا سعته $C_1=2\mu F$ تحت توتر $U=100V$ ثم نربطه بقطبي مكثف آخر غير مشحون ، سعته $C_2=0,5\mu F$.

1 ـ عين الشحنة الابتدائية Q للمكثف الذي سعته C_1 .

2 ـ احسب التوتر بين مربطي كل من المكثفين بعد ربطهما .

أجوبة :1 ـ $Q=2.10^{-4}C$ 2 ـ $U_1=U_2=80V$

تمرين3

من خلال المعطيات أننا نريد الحصول على مكثف مكافئ سعته أكبر بالنسبة لكل مكثف أي يجب أن نركب المكثفات على التوازي .

بما أن لها نفس السعة :

$$C=\sum_{i=1}^{n}C_i=n.C_1\Rightarrow n=\frac{C}{C_1}$$

$$n=50$$

2 ـ شحنة هذا التجميع :

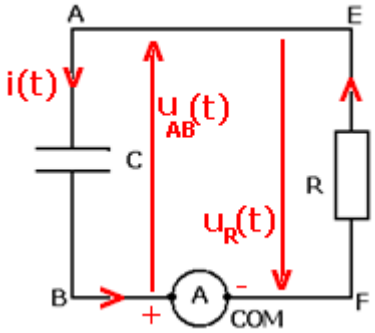
$$Q=C.U=0,20C$$

ـ شحنة كل مكثف هي :

$$Q_1=C_1.U=4.10^{-3}C$$

الدارة RC

تمرين 1



1 ـ توجيه الدارة وتحديد منحى التيار الكهربائي المار في الدارة :

نعلم أن طريقة طريقة تركيب الأومبيرمتري المربط المشترك Com (يعتبر كقطب سالب) هي أن التيار يخرج من القطب السالب ويدخل من القطب الموجب بالنسبة للمكثف فهو يدخل من اللبوس A أي يوافق المنحى الاصطلاحي .

شحنة اللبوس A هي q بحيث أن q دالة تزايدية إذن $i=\frac{dq}{dt}>0$

2 ـ الاصطلاح المستعمل هو : اصطلاح مستقبل بالنسبة للمكثف وبالنسبة للموصل الأومي .

تعبير التوتر بين مربطيهما هو :

$$u_{AB}=\frac{q_A}{C}=-u_R=-Ri(t)$$

$$u_{AB}=-R.i(t)$$

4 ـ نطبق قانون إضافية التوترات :

$$u_{AB}=-u_R\Rightarrow u_{AB}+u_R=0$$

$$u_{AB}+Ri(t)=0 \quad (1)$$

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=C\frac{du_{AB}}{dt}$$

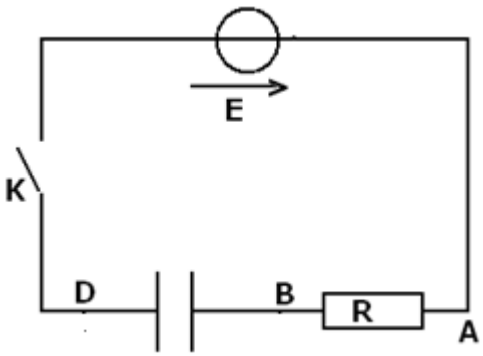
$$(1)\Leftrightarrow u_{AB}+RC\frac{du_{AB}}{dt}=0$$

تمرين 2 شحن مكثف

نشحن مكثفا سعته C=10μF من خلال التركيب التالي :

تغذية المولد مستقرة ، يزود الدارة بتوتر E=12,0V . مقاومة الموصل الأومي R=10kΩ .

عند اللحظة t=0 المكثف غير مشحون ونغلق قاطع التيار K .



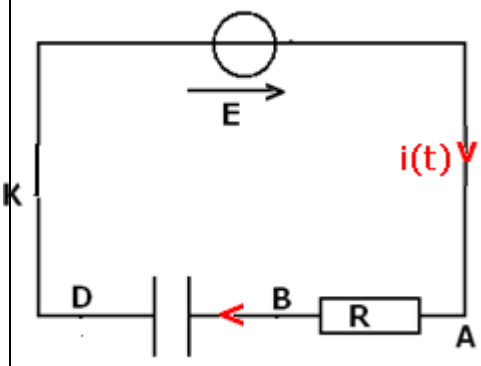
1 ـ لتكن $q_B=q$ شحنة اللبوس B للمكثف . نضع $i=\frac{dq}{dt}$ ، وجه على الدارة التيار i(t) .

2 ـ نضع $u_{BD}=u$ ، أكتب تعبير u_{AB} بدلالة u و عناصر الدارة .

$$u_{BD}=u$$

$$u=u_{BD}=\frac{q_B}{C}$$

ولدينا كذلك :



$$i(t)=\frac{dq}{dt}, u_{AB}=Ri(t)$$

$$u_{AB}=R.\frac{dq}{dt}=RC\frac{du}{dt}$$

نطبق قانون إضافية التوترات بين A و D :

$$u_{AD}=u_{AB}+u_{BD}$$

$$E=RC.\frac{du}{dt}+u$$

3 ـ أكتب المعادلة التفاضلية التي تحقق u(t) .

المعادلة التفاضلية التي تحقق u(t) هي :

$$E=RC.\frac{du}{dt}+u$$

4 ـ حل المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي : $u(t)=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

4 ـ 1 حدد التعابير الحرفية لـ A و τ وأحسب قيمها .

نعوض في المعادلة التفاضلية الحل $u(t)=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$E=RCA.\left(0+\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}\right)+A\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

$$\left(\frac{RC}{\tau}-1\right)=0\Rightarrow RC=\tau$$

$$A=E$$

$$u(t)=10\left(1-exp\left(-t/0,1\right)\right)$$

A قيمة القوة الكهرمحركة للمولد و ثابتة الزمن τ تساوي RC

$$\tau=RC$$

تطبيق عددي :

$\tau=RC=0,1s$ و A=10V

4 ـ 2 عبر عن تيار الشحن i(t)

تعبير تيار الشحن i(t) :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}\Rightarrow i(t)=C\frac{du}{dt}\Rightarrow i(t)=\frac{E}{\tau}exp\left(-t/\tau\right)$$

$$u=10\left(1-exp\left(-t/0,1\right)\right)\Rightarrow i(t)=10^2\,exp\left(-t/0,1\right)$$

5 ـ عبر حرفيا ، عند اللحظة t=0 ، ثم أحسب قيم :

ـ u ، $\frac{du}{dt}$ ، i و $\frac{di}{dt}$

عند t=0 لدينا :

$$\left(\frac{du}{dt}\right)_{t=0}=\frac{E}{\tau}=10^2\,V/s$$

$$i(0)=\frac{E}{\tau}=10^2\,V/s$$

$$\frac{di}{dt}=-\frac{E}{\tau^2}\,exp(-t/\tau)\Rightarrow\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0}=-\frac{E}{\tau^2}$$

$$u(0)=0$$

6 ـ 1 حدد عند $t_{1/2}$ اللحظة التي يصل فيها التوتر u(t) إلى القيمة $\frac{E}{2}$. ثم قارنها مع ثابتة الزمن τ .

$$u(t_{1/2})=E(1-exp(-t_{1/2}/\tau))$$

عند $t_{1/2}$ تكون

$$u(t_{1/2})=\frac{E}{2}=E\,exp(-t_{1/2}/\tau)$$

$$ln\,2=\frac{t_{1/2}}{\tau}\Rightarrow t_{1/2}=\tau.ln\,2$$

6 ـ 2 في أية لحظة تكون عندنا $\frac{E}{4}$ ثم $\frac{E}{8}$ ؟

بنفس الطريقة نحصل بالنسبة ل $\frac{E}{4}$ على :

$$t'=2\tau\ln 2$$

بالنسبة ل $\frac{E}{8}$

$$t'=3\tau\ln 2$$

تمرين 3

1 ـ المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن :

عند غلق قاطع التيار K ، حسب قانون لإضافية التوترات لدينا :

$$E=u_R(t)+u(t)\Rightarrow E=Ri(t)+\frac{q}{C}$$

$$i(t)=\frac{dq}{dt}\Rightarrow E=R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}$$

$$EC=RC\frac{dq}{dt}+q$$

2 ـ حل المعادلة التفاضلية هو $q(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}+B$

2 ـ 1 شحنة المكثف $q(\infty)$

$$q(t)=A\,exp(-t/\tau)+B$$

$$q(\infty)=B$$

في النظام الدائم شحنة المكثف $q(\infty)=C.u(\infty)$.

عندما تؤول $t\to\infty$ فإن u(t) تؤول إلى E أي أن $q(\infty)=C.E$ ، وبالتالي فإن $B=CE$

2 ـ 2 الشروط البدئية :

عند اللحظة t=0 لدينا $q(0)=0$ أي أن $q(0)=A+CE=0\Rightarrow A=-CE$

وبالتالي فتعبير q(t) هو على الشكل التالي :

$$q(t)=C.E\left(1-exp\left(-t/\tau\right)\right)$$

تمرين 4 الطاقة في المكثف

1 ـ عند اللحظة t=0 لدينا :

$q(0)=0$ أي أن $q(0)=C.u(0)=0\Rightarrow u(0)=0$

بما أنه لدينا مولد مؤمثل للتيار فهو يزود الدارة بتيار مستمر ثابت I_0=0 ,2mA فإن

$$u_R(0)=R.i(0)=R.I_0=0,2V$$

حسب قانون إضافية التوترات فإن $u_G(0)=u_C(0)+u_R(0)$

$t=0, u_C(0)=0\Rightarrow u_G(0)=u_R(0)=0,2V$

2 ـ نوقف الشحن عند اللحظة t=10s

2 ـ 1 حساب الشحنة $q(t_1)$ للمكثف :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I_0=\frac{dq}{dt}\Rightarrow dq=I_0dt$$

$$\int_0^{q_1}dq=I_0\int_0^{t_1}dt\Rightarrow q_1=I_0.t_1=2.10^{-3}C$$

2 ـ 2 التوتر $u_C(t)$

$$q_1=C.u_C(t)\Rightarrow u_C(t)=\frac{q_1}{C}=5V$$

2 ـ 3 الطاقة $\xi_e(t)$ المخزونة في المكثف :

$$\xi_e(t_1)=\frac{1}{2}C.u_C(t_1)^2=5.10^{-3}J$$

3 ـ 1 الطاقة المبددة بمفعول جول في الموصل الأومي :

$$E'=RI_0^2\Delta t=4.10^{-4}J$$

3 ـ 2 مردود المولد r :

$$r=\frac{\xi_e(t_1)}{\xi_e(t_1)+E'}=93\%$$

أن شحن المكثف يتم بشكل جيد لأن ضياع الطاقة بفعول جول ضعيف لا يمثل سوى

4 ـ في حالة ما تم استمرار في شحن المكثف دون توقف سيتلف هذا الأخير .

تمرين 6

1 ـ تعبير q_D بدلالة I و t :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I=\frac{dq}{dt}\Rightarrow dq=Idt$$

$$\int_0^{q_D}dq=I\int_0^{t}dt\Rightarrow q_D=I.t$$

2 ـ حساب q_D إذا كانت مدة الشحن 20ثانية :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I_0 = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q_D = I_0 \Delta t = 4.10^{-5} C$$

3 ـ حساب التوتر U_{DF} :

$$q_D = C.u_{DF} \Rightarrow u_{DF} = \frac{q_D}{C} = \frac{I_0.\Delta t}{C} = 1,82V$$

4 ـ المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثف كليا هي :

$$q_D = I_0.\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{q_D}{I_0} = \frac{C.u_{DFmax}}{I_0} = 692s$$

تمارين توليفية حول RC

1

العين المجردة أي أن الإبرة لا تستقر على قيمة معينة .

2 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف :

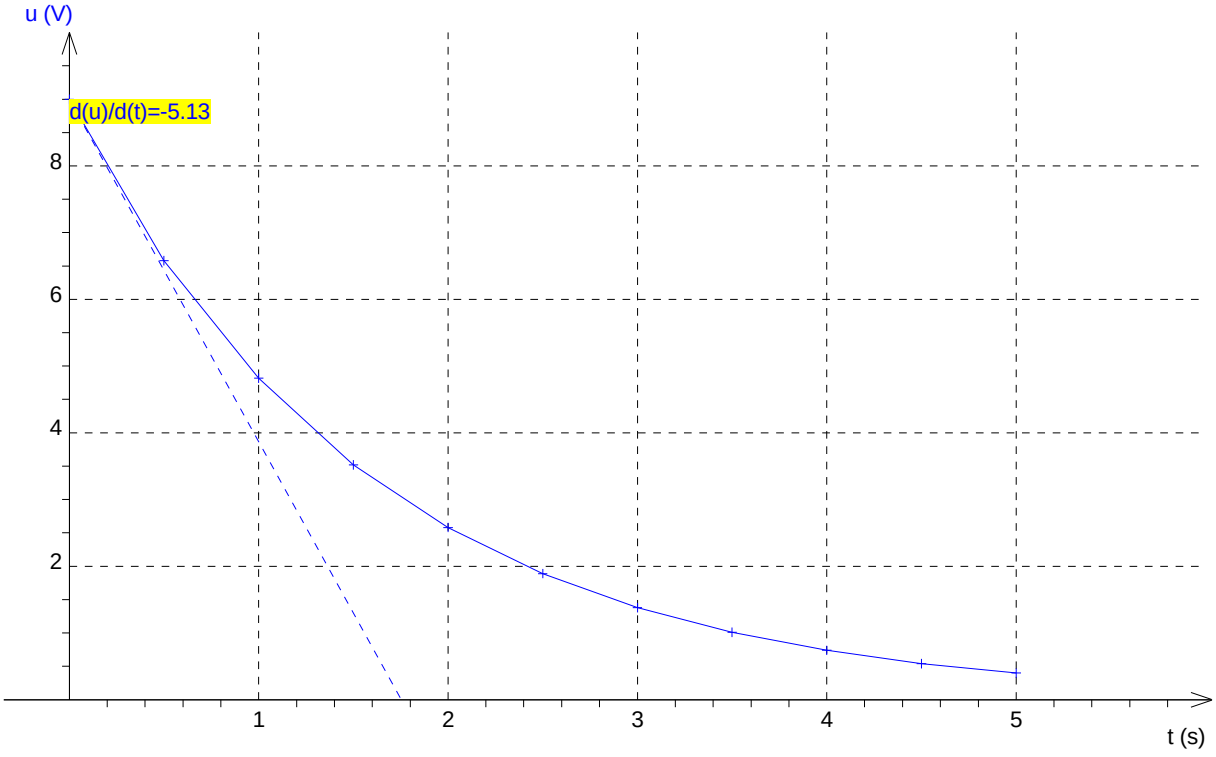
عند غلق قاطع التيار وحسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C + u_V = 0 \Rightarrow u_C + R_V.i(t) = 0$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$$

$$u_C + R_V.C\frac{du_C}{dt} = 0$$

3 ـ التمثيل المبياني للتوتر u بدلالة الزمن t :



من خلال المنحنى يتبين أن $\tau = 1,8s$

نستنتج R_V :

$$\tau = R_V.C \Rightarrow R_V = \frac{\tau}{C} = 225k\Omega$$

II ـ 1 العلاقة بين الشدة i(t) والتوتر u بين مربطي المكثف :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du}{dt}$$

2 ـ العلاقة بين شدة التيار الكهربائي $i_1(t)$ المار في الفولطمتر و التوتر u بين مربطيه :

$$u=R_V.i_1(t)\Rightarrow i_1(t)=\frac{u}{R_V}$$

حسب قانون أوم لدينا :

3 ـ نطبق قانون العقد لدينا :

$$I=i(t)+i_1(t)\Rightarrow I=C.\frac{du}{dt}+\frac{u}{R_V}$$

$$u+R_V.C\frac{du}{dt}=R_V.I$$

4 ـ نضع $E=R_V.I$ و $\tau=R_V.C$ تصبح المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$u+\tau\frac{du}{dt}=E$$

ونعلم أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي : $u=E\left(1-exp\left(-t/\tau\right)\right)$

مما يبين أن الشحن تم كأنه بواسطة مولد قوته الكهرمحركة E بحيث أن $E=R_V.I$.

5 ـ التأكد من هذه النتيجة ، نقوم بحساب $E=R_V.I=14,625V$

وهذا لايتوافق مع التمثيل المبياني ، من الممكن أن يكون الشكل غير صحيح .

ثنائي القطب RL

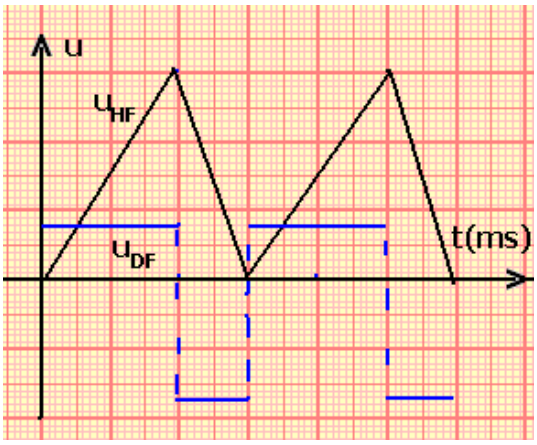
تمرين 1

1 ـ التوترات المعاينة على شاشة راسم التذبذب :

$u_R(t)$ و $u_L(t)$.

2 ـ تعبير التوتر $u_{DF}(t)$ بدلالة L و i(t) :

$$u_{DF}(t)=L.\frac{di}{dt}$$



نستنتج تعبير $u_{DF}(t)$ بدلالة الزمن في المجال [0ms,6ms] :

حسب الشكل وفي المجال [0ms,6ms] i(t) لها معادلتين :

في المجال [0ms,4ms] لدينا $i_1(t)=a_1t$ بحيث أن a_1 المعامل الموجه للجزء من المستقيم المار من أصل النظمة :

$a_1=\frac{\Delta i}{\Delta t}=\frac{0,7}{4.10^{-3}}=175A/s$ وبالتالي فإن $i_1(t)=175t$ أي أن

$u_{DF}(t)=100.10^{-3}.175=17,5V$ في المدخل Y_A و

$$u_R(t)=1750t$$

في المجال [4ms,6ms] لدينا $i_2(t)=a_2t+b$

$$a_2=\frac{\Delta i}{\Delta t}=-\frac{0,7}{2.10^{-3}}=-350A/s$$

$$i_2(t)=-350t+b\Rightarrow 0=-350\times 6.10^{-3}+b$$

$$b=2,10A$$

$i_2(t)=-350t+2,10$ أي أن $u_{DF}(t)=-100.10^{-3}.350=-35V$ في المدخل Y_A و

$$u_2(t)=-3500t+21,0$$

تمرين 2

1 ـ قيمة التوتر u_L بين مربطي الوشيعة عندما يمر بها تيار كهربائي شدته i=1,20A :

$$u_L = ri + L\frac{di}{dt} \qquad \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_L = r.i = 10,2V$$ بما أن شدة التيار ثابتة

2 ـ أ قيمة التوتر بين مربطي الوشيعة عند اللحظة t=0 :

نحسب التوتر بين مربطي الوشيعة في اللحظة t :

$$u_L = ri + L\frac{di}{dt} = 8,5(1,50 - 200t) + 42,2.10^{-3}(-200)$$

$$u_L = 12,75 - 1700t - 8,440 = 4,31 - 1700t$$

$$t = 0 \Rightarrow u_L = 4,31V$$

ب ـ اللحظة التي ينعدم فيها التوتر u_L :

$$u_L = 4,31 - 1700t$$

$$u_L = 0 \Rightarrow t = 2,5ms$$

تمرين 3

1 ـ حساب شدة التيار المار بالوشيعة في النظام الدائم :

النظام الدائم هو عندما تصبح شدة التيار ثابتة أي أن $\frac{di}{dt} = 0$

لدينا حسب قانون إضافية التوترات : $E = R.i + L.\frac{di}{dt} = Ri$ وبالتالي فإن $E = Ri \Rightarrow i = \frac{E}{R} = 60mA$

2 ـ في حالة عدم إهمال مقاومة الوشيعة :

2 ـ 1 الطاقة المختزنة في الوشيعة في النظام الدائم :

في هذه الحالة ستكون شدة التيار في النظام الدائم هي : $E = (R + r)i \Rightarrow i = \frac{E}{R + r}$

الطاقة المختزنة في الوشيعة هي :

$$\xi_m = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R + r}\right)^2 = 1,4.10^{-4}J$$

2 ـ 2 لماذا يتألق الصمام :

عند فتح الدارة فالوشيعة تزود الدارة عبر الصمام بالطاقة المغنطيسية المختزنة في الوشيعة الصمام مركب في المنحى المباشر وهو منحى التيار الكهربائي وبالتالي سيتألق هذا الأخير

أشكال الطاقة التي ستتحول إليها الطاقة المغنطيسية :

ـ طاقة حرارية بمفعول جول في كل من الموصل الأومي والوشيعة .

ـ طاقة ضوئية في الصمام .

تمرين 4

1 ـ تعبير الطاقة المخزونة في الوشيعة عند اللحظة t :

$$\xi_m = \frac{1}{2}Li^2$$

2 ـ ξ_m بدلالة E و r و r′ و L :

$$\xi_m = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r + r'}\right)^2 exp(-2t/\tau)$$

3 ـ حساب ξ_m عند اللحظات :

$t = \frac{\tau}{2}$:

$$\xi_m\left(\frac{\tau}{2}\right)=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e}\right)=1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e}\right)$$

$$\xi_m(\tau)=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e^2}\right)=1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e^2}\right)$$

$$\xi_m(5\tau)=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e^{10}}\right)=1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e^{10}}\right)\to 0$$

تمرين5

1 ـ اسم الجهاز الذي يمكننا من قياس مقاومة الموصل الأومي هو الأوممتر .

2 ـ التعبير عن التوتر u_{AM} : $u_{AM}(t)=-u_1(t)=-R.i(t)$

التعبير عن u_{BM} : $u_{BM}(t)=u_2(t)=ri+L\frac{di}{dt}$

التعبير على u_S : $u_S(t)=u_1(t)+u_2(t)=(r-R).i(t)+L\frac{di}{dt}$

3 ـ عند ضبط المقاومة R=r لدينا حسب التعبير السابق : $u_S(t)=L\frac{di}{dt}$

ولدينا التوتر بين مربطي الموصل الأومي R هو : $u_R=-Ri\Rightarrow i=-\frac{1}{R}u_R$

وبالتالي فإن $u_S(t)=-\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}$

4 ـ حسب الشكل وفي المجال [0ms,15ms] لدينا :

$$u_R(t)=at+b\Rightarrow u_R(t)=-9,33t+b$$

$$\frac{du_R}{dt}=-9,33V$$

لدينا كذلك : $u_S(t)=1V$

$$u_S(t)=-\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}\Rightarrow L=\frac{R\times u_s}{\frac{du_R}{dt}}=\frac{8\times 1}{9,33}=0,86H$$

<u>تمارين تولفيفة حول RL</u>

تمرين 1 مولد لتوترات مربعية .

1 ـ في المجال $t\in\left[0;\frac{T}{2}\right[$ ، لدينا $e(t)=E$ أي أن المولد يتصرف كمولد للتوتر ثابت وهي رتبة صاعدة للتوتر t>0 وبالتالي سيكون هناك في هذه الحالة شحن المكثف .

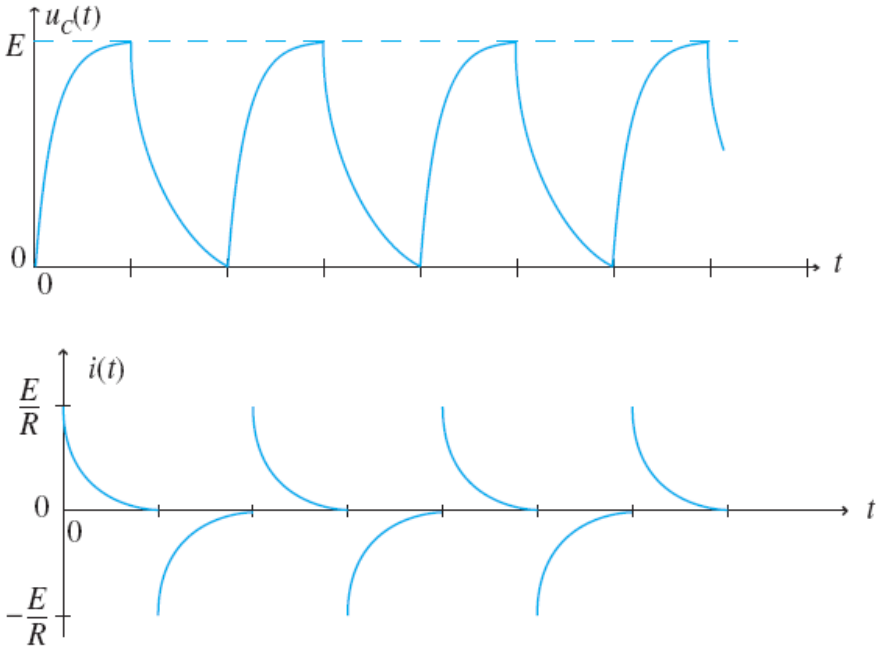
للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq\frac{T}{2}\Rightarrow T\geq 10\tau=10.RC$ وبالتالي

فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي : $T_{\min}=10.R.C\approx 10s$

2 ـ في المجال $t\in\left[\frac{T}{2};T\right[$ ، لدينا $e(t)=0$ أي أن المولد يتصرف كقاطع التيار وهي رتبة نازلة للتوتر t>0 وبالتالي سيكون هناك في هذه الحالة تفريغ المكثف .

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq T\Rightarrow T\geq 5\tau=5.RC$ وبالتالي فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي : $T_{\min}=5.R.C\approx 5s$

3 ـ التمثيل النبياني :



II ـ

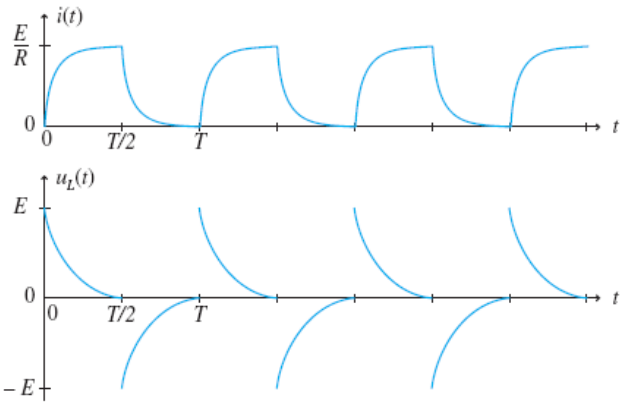
1 ـ في المجال $t\in\left[0;\frac{T}{2}\right[$ ، لدينا $e(t)=E$ أي أن المولد يتصرف كمولد للتوتر ثابت للتوتر t>0 وتعتبر كإقامة التيار في الوشيعة والموصل الأومي.

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq\frac{T}{2}\Rightarrow T\geq 10\tau=10.\frac{L}{R}$ وبالتالي فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي : $T_{\min}=10.\frac{L}{R}\approx 0,05s$

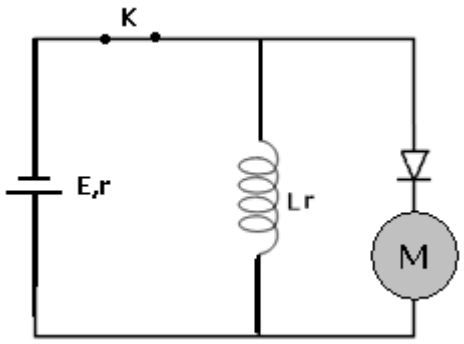
2 ـ في المجال $t\in\left[\frac{T}{2};T\right[$ ، لدينا $e(t)=0$ أي أن المولد يتصرف كقاطع التيار وهي رتبة نازلة للتوتر t>0 وبالتالي سيكون هناك انعدام التيار في الدارة RL .

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq T\Rightarrow T\geq 5\tau=5.\frac{L}{R}$ وبالتالي فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي :

$T_{\min}=5.\frac{L}{R}\approx 0,025s$



تمرين 2 الطاقة المخزونة في وشيعة



1 ـ

أ ـ عندما تصبح قيمة I ثابتة سيكون النظام الدائم وبالتالي فإن

$$I = \frac{E}{R} = 0,1A$$

ب ـ الصمام مركب في المنحى غير المباشر وبالتالي فلا يسمح بمرور التيار الكهربائي في المحرك .

ج ـ الطاقة المخزونة في الوشيعة :

$$\xi_m = \frac{1}{2}LI^2 = 0,5.10^{-2}J$$

2

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} - \Delta E_C$$

$$\Delta E_C = 0\left(v_i = v_f = 0\right)$$

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} = mgh \Rightarrow h = \frac{\xi_m}{mg} = 0,102m = 10,2cm$$

4 ـ هناك ضياع الطاقة المغنطيسية في الدارة بمفعول جول في الموصلات الأومية .

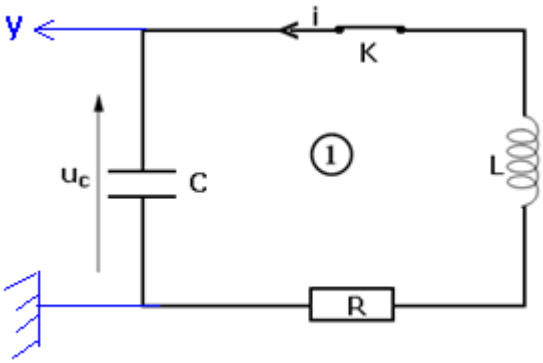
الطاقة المستهلكة من طرف المحرك هي : $\Delta E' = mgh = 0,343.10^{-2}J$

مردود المحرك هو :

$$\rho = \frac{\Delta E'}{\Delta E} = \frac{0,343.10^{-2}}{0,5.10^{-2}} = 67\%$$

التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية .

تمرين 1



1 ـ الكيفية التي سيتم بها ربط كاشف التذبذب لمعاينة $u_C(t)$:

أنظر الشكل جانبه

2 ـ نظام التذبذبات شبه دوري لأن الوسع يتناقص خلال الزمن t .

3 ـ تحديد شبه الدور من الشكل :

T=4ms

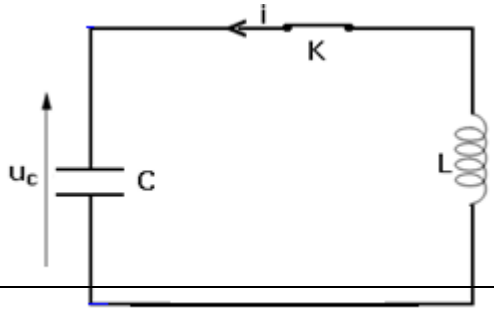
4 ـ تحديد معامل التحريض الذاتي L للوشيعة :

لدينا أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للتذبذبات T_0

$$T = T_0 \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{L.C}$$

$$T^2 = 4\pi^2 L.C \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2.C} = 0,40H$$

تمرين 2



1 ـ تبيانة التركيب التجريبي :

أنظر الشكل

2 ـ تعبير i(t) :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=-\frac{2\pi}{T}Q_0\,sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

3 ـ الطاقة الكلية للدارة في اللحظة t بطريقتين :

الطريقة الأولى : بما أن الدارة مثالية فإن الطاقة الكلية للدارة في كل لحظة هي مجمع الطاقة الكهربائية في المكثف والطاقة المغنطيسية في الوشيعة أي أن :

$$\xi_t=\xi_e+\xi_m=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}+\frac{1}{2}Li^2$$

الطريقة الثانية :

الطاقة الكلية للدارة هي الطاقة القصوية المخزونة في المكثف أي أن :

$$\xi_t=\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}$$

تمرين 3

1 ـ التمثيل على التبيانة لكل من u_C و u_L :

2 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$

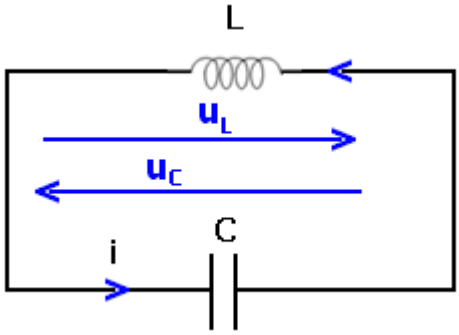
حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C+u_L=0$$

$$u_L=L\frac{di}{dt},i=\frac{dq}{dt},q=u_C.C$$

$$u_L=LC\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2q}{dt^2}+u_C=0\Rightarrow\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$$



3 ـ حل المعادلة التفاضلية هو $u_C(t)=U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$.

تحديد U_m و T_0 :

تحديد U_m :

عند اللحظة t=0 المكثف مشحون التوتر بين مربطيه قصوي أي أن $u_C(o)=U_0=U_m\cos 0$

وبالتالي فإن $U_m=U_0$

تحديد الدور الخاص T_0 :

نعوض الحل في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$$

$$u_C(t)=U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)\Rightarrow\frac{d^2u_C}{dt^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)+\frac{1}{L.C}U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=0$$

$$\left(\frac{1}{L.C}-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\right)U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=0\Rightarrow\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{1}{L.C}$$

$$T_0=2\pi\sqrt{L.C}=0,34ms$$

تمرين 4

1 ـ نظام الذبذبات الملاحظ هي شبه دورية لأن الموسع يتناقص مع الزمن t .

2 ـ تفسير خمود الذبذبات :

يفسر خمود الذبذبات إلى تناقص الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة r للوشيعة والتي تتحول فيها الطاقة الكلية المتناقصة إلى طاقة حرارية بمفعول جول .

3 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

4 ـ تعيين شبه الدور T للذبذبات هو : T=1ms .

5 ـ نعتبر المقاومة r للوشيعة منعدمة :

5 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

5 ـ 2 حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $u_c(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

تعبير U_m :

عند اللحظة t=0 لدينا : $u_c(0) = E = U_m \cos(\varphi) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{E}{U_m}$

في اللحظة t=0 تكون شدة التيار في الوشيعة منعدمة :

$$u_c(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = -C.\omega U_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow i(0) = -C.\omega U_m \sin(\varphi) = 0$$

$$\sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \quad ou \quad \varphi = \pi$$

$$\cos\varphi > 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

وبالتالي ستكون $\cos\varphi = 1 = \frac{U_m}{E} \Rightarrow U_m = E$

تحديد ω

من خلال السؤال السابق أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للدارة المثالية LC : $T_0 = T = 1ms$

وبالتالي ستكون المعادلة الزمنية على الشكل التالي :

$$u(t) = 6\cos\left(2.10^3 \pi t\right)$$

5 ـ 3 تعبير q(t) :

نعلم أن

$$q(t)=C.u_c(t)=1,5.10^{-6}\cos(2000\pi t)$$

تعبير i(t) :

$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt}=-3\pi.10^{-3}\sin(2000\pi t)$$

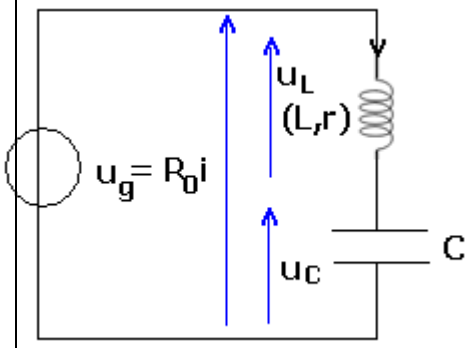
5 ـ 3 تعبير الدور الخاص للذبذبات :

$$T_0=2\pi\sqrt{L.C}$$

6 ـ حساب قيمة معامل التحريض الذاتي L للوشيعة علما أن شبه الدور يساوي الدور الخاص T_0 :

$$T=T_0=2\pi\sqrt{L.C}\Rightarrow T_0^2=4\pi^2L.C$$

$$L=\frac{T_0^2}{4\pi^2.C}=0,1H$$



7 ـ قيمة المقاومة R_0 للحصول على ذبذبات جيبية :

$$u_g=ri+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}\Rightarrow R_0i=ri+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}$$

$$(r-R_0)i+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0$$

للحصول على ذبذبات جيبية يجب أن تكون المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$(r-R_0)i+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0\Rightarrow R_0=r\Rightarrow L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0$$

تمرين 5

1 ـ في حالة مقاومة الوشيعة مهملة :

1 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$:

$$u_L+u_C=0\Rightarrow L\frac{di}{dt}+u_C=0$$

$$i(t)=C\frac{du_C}{dt},\frac{di}{dt}=C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2}+u_C=0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_C=0$$

1 ـ 2 تعبير الطاقة الكلية ξ_t :

$$\xi_t = \frac{1}{2}Li(t)^2 + \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$u_C(t) = E\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt} = -C\frac{2\pi E}{T}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}LC^2\frac{4\pi^2E^2}{T^2}\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2}CE^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$T^2 = 4\pi^2L.C \Rightarrow L.C = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2}CE^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2\left(\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2$$

2 ـ في حالة مقاومة الوشيعة غير مهملة :

2 ـ 1 المعادلة التي يحققها التوتر u_C :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

2 ـ باستعمال المعادلة التفاضلية نبين أن $\frac{d\xi_t}{dt} = -ri^2$

$$\xi_t = \frac{1}{2}Li(t)^2 + \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = Li(t)\frac{di}{dt} + Cu_C\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{d\xi_t}{dt} = LC^2\frac{du_C}{dt}\frac{d^2u_c}{dt^2} + Cu_C\frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = LC^2\frac{du_C}{dt}\left(\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C\right)$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \Rightarrow \frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = -\frac{r}{L}\frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = -\frac{r}{L}LC^2\left(\frac{du_C}{dt}\right)^2 = -ri^2$$

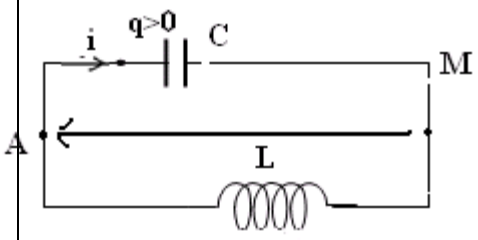
تمرين 6

1 ـ المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة :

$u_{AM} = \frac{q}{C}$ وبين مربطي الوشيعة لدينا $u_{AM} = -L\frac{di}{dt}$

وبما أن التوتر بين الوشيعة هو التوتر بين المكثف :

$$\frac{q}{C} = -L\frac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$



2 ـ المعادلة الزمنية q(t) :

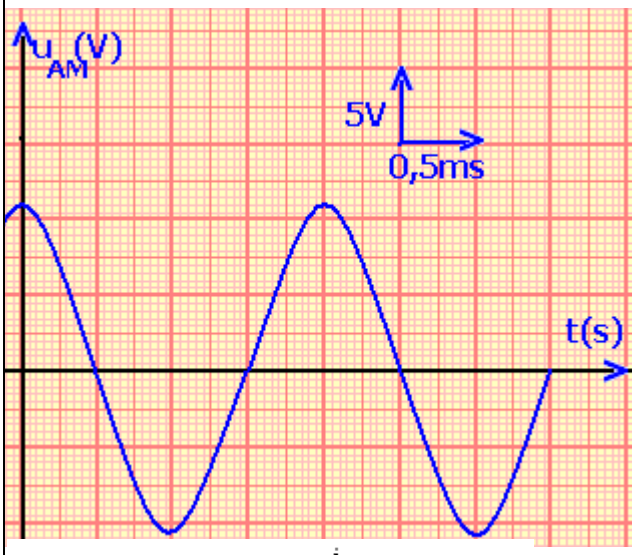
في اللحظة t=0 لدينا $q(t) = Q_0\cos(\omega_0 t + \varphi)$

إذن $\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ يعني أن $q(t) = Q_0 = CU_0 = 1{,}2.10^{-6}\,C$

$$q(t) = 1{,}2.10^{-6}\cos(3162t)$$

3 ـ حساب الدور الخاص $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ تطبيق عددي :

$$T_0 = 2ms$$



تمثيل التوتر u_{AM} . نعلم أن $u_{AM} = \frac{q}{C} = 12\cos(3162t)$

4 ـ 1 اسم المركبة (1) في التركيب : المضخم العملياتي

حسب الشكل أسفله :

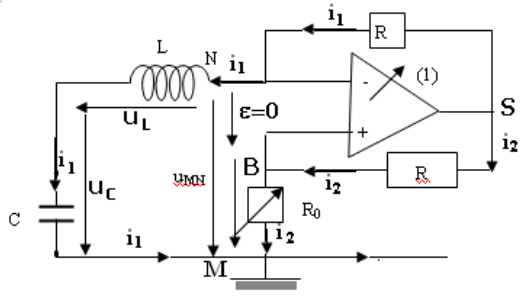
$$u_{MN} = \varepsilon - R_0 i_2 = -R_0 i_2$$

من جهة أخرى $u_{NS} = u_{NB} + u_{BS}$ أي أن

$$-Ri_1 = 0 - Ri_2$$

وبالتالي $i_1 = i_2 = i$

أي أن $u_{MN} = -R_0 i$



القيمة الدنوية للحصول على التذبذبات مصانة هي :

حسب قانون إضافية التوترات بين M و N :

$$u_{MN} = u_L + u_C = -L\frac{di}{dt} - ri - \frac{q}{C}$$

$$-R_0 i = -L\frac{di}{dt} - \frac{q}{C} - ri$$

$$L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + (r - R_0)i = 0$$

لكي تكون هناك تذبذبات مصانة : $r - R_0 = 0 \Rightarrow R_0 = r = 350\Omega$

الدارة (R,L,C) المتوالية في النظام الجيبي والقسري .
Circuit (R,L,C)en série en régime sinusoïdal forcé

رأينا سابقا أن الدارة RLC المتوالية تكون متذبذبا كهربائيا مخمدا . عند إضافة مولد كهربائي مركب على التوالي إلى الدارة ويزودها بتوتر متناوب جيبي أي أنه يفرض على المتذبذب نظام متناوب جيبي ، نقول أن الدارة RLC توجد في **نظام جيبي قسري** .

I ـ النظام المتناوب الجيبي

1 ـ شدة التيار المتناوب الجيبي

$$i(t) = I_m \cos(\omega.t + \varphi_i)$$

I_m الوسع أو شدة القصوى للتيار .

ω : نبض التيار $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$

$(\omega.t + \varphi_i)$: طور التيار في اللحظة t .

φ_i : الطور في أصل التاريخ

مثال : عند أصل التواريخ t=0 شدة التيار قصوية $i(t)=I_m$ أي أن $\cos\varphi_i = 1 \Rightarrow \varphi_i = 0$ وبالتالي

$$i(t) = I_m \cos \omega.t$$

الشدة الفعالة I للتيار :

تقاس الشدة الفعالة I للتيار بواسطة جهاز الأمبيرمتر وتربطها بالشدة القصوى للتيار العلاقة :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

2 ـ التوتر المتناوب الجيبي

التوتر اللحظي u(t)

التوتر المتناوب الجيبي دالة جيبية للزمن :

$$u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi_2)$$

U_m الشدة القصوى للتوتر u(t) وهي تقاس بواسطة جهاز راسم التذبذب .

ω : نبض التوتر اللحظي u(t) $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$

$(\omega.t + \varphi_u)$: طور التوتر في اللحظة t .

φ_u : الطور في أصل التاريخ t=0

مثال عند أصل التواريخ t=0 عندنا $u(t)=U_m=U_m\cos\varphi_u$ وبالتالي أن $\varphi_u = 0$

$$u(t) = U_m \cos \omega.t$$

التوتر الفعال U

يقاس التوتر الفعال U بواسطة جهاز الفولطمتر ، وتربطه بالتوتر الأقصى العلاقة :

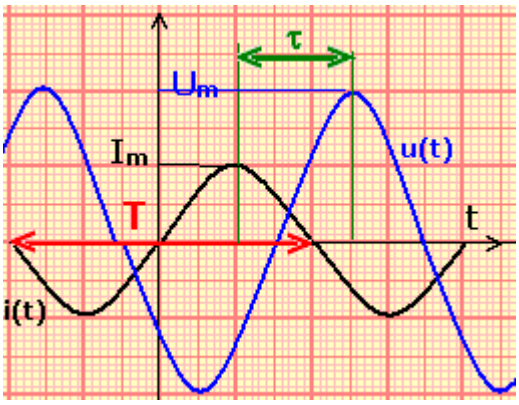
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

3 ـ مفهوم الطور

لنعتبر المقدارين المتناوبين الجيبين :

$i(t) = I_m \cos(\omega.t + \varphi_i)$ و $u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi_u)$

نسمي طور الدالة $u(t)$ بالنسبة للدالة $i(t)$: $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$



وطور الدالة $i(t)$ بالنسبة للدالة $u(t)$: $\varphi_{i/u} = \varphi_i - \varphi_u$

$\varphi_{u/i}$ و $(\varphi_{i/u})$ تقيس تقدم وتأخر طور الدالة $u(t)$ بالنسبة $i(t)$ ونعبر عنه بالرديان .

$\varphi_{u/i} > 0$ نقول أن $u(t)$ متقدمة في الطور على $i(t)$

$\varphi_{u/i} < 0$ نقول أن $u(t)$ متأخرة في الطور على $i(t)$

$\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{2}$ نقول أن $u(t)$ و $i(t)$ على تربيع في الطور . ونفس الشيء بالنسبة $\varphi_{u/i} = -\frac{\pi}{2}$

$\varphi_{u/i} = \pi$ نقول أن $u(t)$ و $i(t)$ على تعاكس في الطور .

كيف نحدد قيمة φ ؟

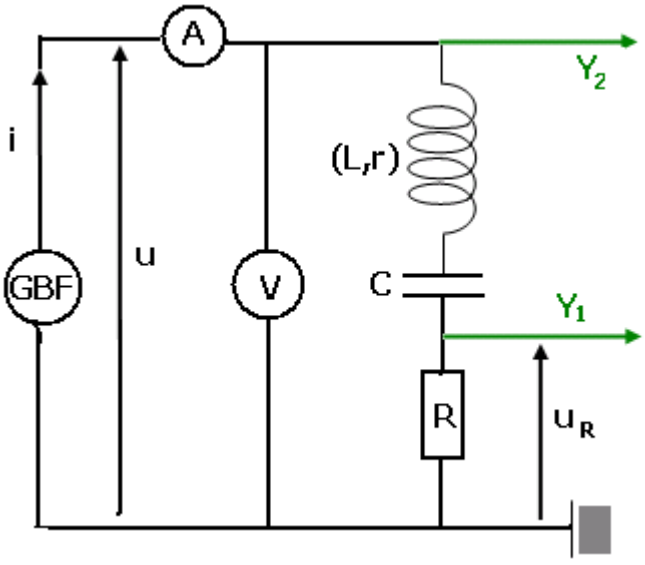
لتبسيط الدراسة نختار $\varphi_i = 0$ أي أن $\varphi = \varphi_u$ فتصبح العلاقة $i(t) = I_m \cos \omega t$ و

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow u(t) = U_m \cos\left(\omega\left(t + \frac{\varphi}{\omega}\right)\right) = U_m \cos(\omega(t+\tau))$$

يوافق الطور $\varphi = \varphi_u$ للتوتر u(t) بالنسبة للتيار i(t) ، المدة الزمنية τ . حيث $\tau = \frac{\varphi}{\omega}$

يسمى τ الفرق الزمني بين منحنيي u(t) و i(t) .

يمكّن قياس τ على شاشة راسم التذبذب من تحديد القيمة المطلقة للطور φ .



II ـ دراسة دارة RLC متوالية في نظام جيبي قسري .

1 ـ النشاط التجريبي 1 : معاينة التوتر u(t) بين مربطي الدارة RLC و i(t) بدلالة الزمن .

ننجز التركيب الكهربائي جانبه ، حيث نضبط مولد التردد المنخفض على توتر متناوب جيبي قيمته القصوى U_m=2V وعلى التردد N=100Hz .

نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي ، والتوتر u(t) بين مربطي الدارة RLC .

نقيس بواسطة أمبير متر الشدة الفعالة I للتيار المار في الدارة ، ونقيس بواسطة فولطمتر التوتر الفعال U بين مربطي الدارة RLC .

استثمار :

يزود المولد GBF الدارة RLC المتوالية بتوتر متناوب جيبي :

$$u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi_u)$$

فيظهر في الدارة RLC المتوالية تيار كهربائي شدته $i(t) = I_m \cos \omega t$ يمثل التيار i(t) استجابة الدارة RLC المتوالية للإثارة التي يفرضها المولد ذي تردد منخفض .

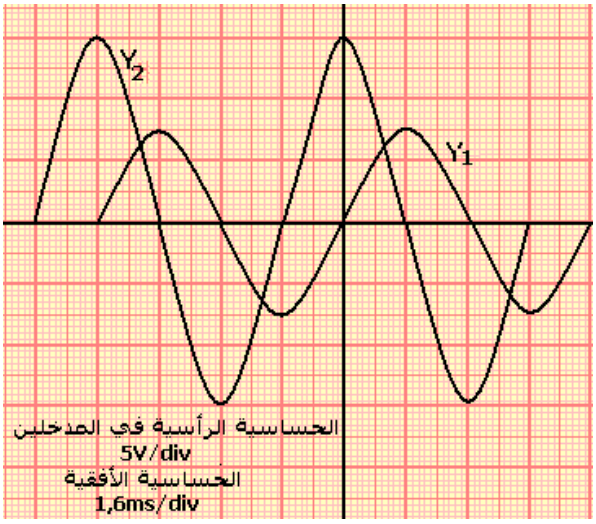
نسمي الدارة RLC المتوالية **الرنان** والمولد **المثير**

يمكن المدخلان Y_1 و Y_2 لراسم التذبذب من معاينة التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي والتوتر u(t) المطبق بين مربطي الدارة RLC .

1 ـ فسر لماذا تمكن معاينة التوتر $u_R(t)$ من معاينة تغيرات شدة التيار اللحظية i(t) .

حسب قانون أوم لدينا $u_R(t) = Ri(t) \Rightarrow i(t) = \frac{1}{R}u(t)$ مما يدل على أن المنحنى المعين على المدخل Y_1 يتناسب اطرادا مع i(t) .

2 ـ أحسب شدة التيار القصوى I_m ، ثم تحقق من العلاقة $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$.



3 ـ عين القيمة القصوى U_m للتوتر u(t) ، ثم تحقق من العلاقة : $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$

4 ـ هل لمنحنيي الرسم التذبذبي :
ـ نفس الوسع ؟ نفس التردد ؟ نفس الطور ؟
ـ نقول أن الدارة توجد في نظام قسري ، فسر ذلك ؟

5 ـ نرمز للفرق الزمني بين منحنيي التوتر u(t) و i(t) بالحرف τ .

5 ـ 1 بين أن تعبير الطور φ للتوتر u(t) بالنسبة لشدة التيار i(t) يكتب كالتالي : $\varphi = 2\pi\frac{\tau}{T}$

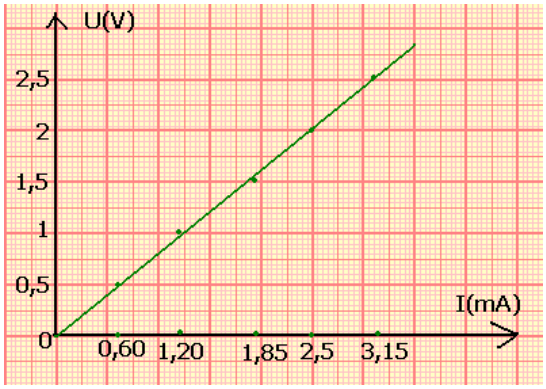
حيث T هو دور كل من المقدارين الجيبيين u(t) و i(t) .

5 ـ 2 تحقق تجريبيا من أن المقادير : معامل التحريض الذاتي L للوشيعة وسعة المكثف C ، والتردد N للمولد GBF تؤثر في الفرق الزمني τ .

2 ـ مفهوم الممانعة .

<u>تجربة</u> : في التركيب الكهربائي السابق نحتفظ بالتردد ثابتا ونغير التوتر الفعال U بدلالة الشدة الفعالة I فنحصل على الجدول التالي :

U(V)	0	0,5	1	1,5	2	2,5
I(mA)	0	0,60	1,20	1,85	2,50	3,15



نستنتج من خلال الجدول أن U و I يتناسبان اطرادا .

$$U = ZI$$

تسمى الثابتة Z بممانعة الدارة ويعبر عنها في النظام العالمي للوحدات بالأوم Ω

<u>تأثير التردد على الدارة RLC</u>

نغير التردد في التجربة السابقة N'=500Hz ماذا نلاحظ ؟

عندما نغير التردد نلاحظ أن الطور يتغير وكذلك الممانعة Z .

<u>2 ـ الدراسة النظرية لدارة (R,L,C) في النظام الجيبي والقسري</u> .

2 ـ 1 ـ المعادلة التفاضلية للدارة :

نختار أصل التواريخ حيث يكون تعبير الشدة اللحظية كالتالي : $i(t) = I_m \cos \omega t$ و

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$$

φ طور التوتر بالنسبة للشدة i .

نطبق قانون إضافية التوترات : $u = u_{AE} = u_{AB} + u_{BD} + u_{DE}$

بتطبيق قانون أوم :

* على الموصل الأومي :

$$u_{AB} = Ri$$

* بالنسبة للوشيعة مقاومتها الداخلية مهملة ومعامل تحريضها L :

$$u_{DE} = L\frac{di}{dt}$$

* بالنسبة للمكثف سعته C :

$u_{BD} = \frac{q}{C}$ وبما أن $i = \frac{dq}{dt}$ فإن u دالة أصلية لشدة التيار i التي تنعدم عند t=0 :

$$q(t) = \int_0^t i dt \Leftrightarrow u_{DE} = \frac{1}{c}\int_0^t i dt$$

نستنتج المعادلة التفاضلية للدارة (R,L,C) : $u = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{c}\int_0^t i dt$

u و i عندهما نفس التردد N وبما أن $\omega = 2\pi N$ فإن u و i لهما نفس النبض .

$$i = I_m \cos \omega t$$

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{di}{dt} = I_m \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = -\omega I_m \sin \omega t$$

$$\int_0^t i dt = I_m \int_0^t \cos \omega t dt = \frac{I_m}{\omega} \sin \omega t$$

في المعادلة التفاضلية المحصل عليها سابقا :

$$u = RI_m \cos \omega t + L\omega I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I_m}{C\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

2 ـ 2 حل المعادلة التفاضلية ـ إنشاء فرينل

أ ـ تمثيل فرينل لمقدار جيبي

نعتبر المقدار الجيبي التالي : $x(t) = a\cos(\omega t + \varphi)$

نقرن المتجهة $\vec{U}$ بالدالة $x(t)$ بحيث في معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ عندنا $\|\vec{U}\| = a$ و $(\vec{i}, \vec{U}) = \omega t + \varphi$

المتجهة تدور حول النقطة O بسرعة زاوية ωt . عند إسقاط $\vec{U}$ على Ox : $x(t) = a\cos(\omega t + \varphi)$

نلاحظ أن المقدار الجيبي x يطابق القياس الجبري لإسقاط المتجهة $\vec{U}$ على المحور Ox .

إذن يمكن إقران كل مقدار جيبي أو دالة جيبية $x(t) = a\cos(\omega t + \varphi)$ بمتجهة تدور بسرعة زاوية ω .

كما أن العكس صحيح كذلك : يمكن أن نقرن كل متجهة دوارة بمقدار جيبي نبضه مساو للسرعة الزاوية للدوران . المتجهة المقرونة بالدالة الجيبية تسمى بمتجهة فرينل .

ب ـ مجموع دالتين جيبتين لهما نفس النبض .

نعتبر الدالتين الجيبيتين التاليتين : $x_1(t) = a_1 \cos \omega t$ و

$x_2 = a_2 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ بحيث أن $a_1 = a_2 = a$

أوجد المجموع $x = x_1 + x_2$ باستعمال متجهة فرينل .

نقرن x_1 بمتجهة $\vec{U}_1$ بحيث أن $\|\vec{U}_1\| = a_1$ و طورها عند اللحظة t=0 هو $\varphi_1 = 0$

ونقرن x_2 بمتجهة $\vec{U}_2$ بحيث أن $\|\vec{U}_2\| = a_2$ وطورها في اللحظة t=0 هو $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$

$$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$$

المتجهة $\vec{U}$ منظمها $a\sqrt{2}$

وطورها عند اللحظة t=0 هو $\varphi = \frac{\pi}{4}$

لأن $tan\,\varphi = 1$

إذن $x(t) = a\sqrt{2}\,cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$

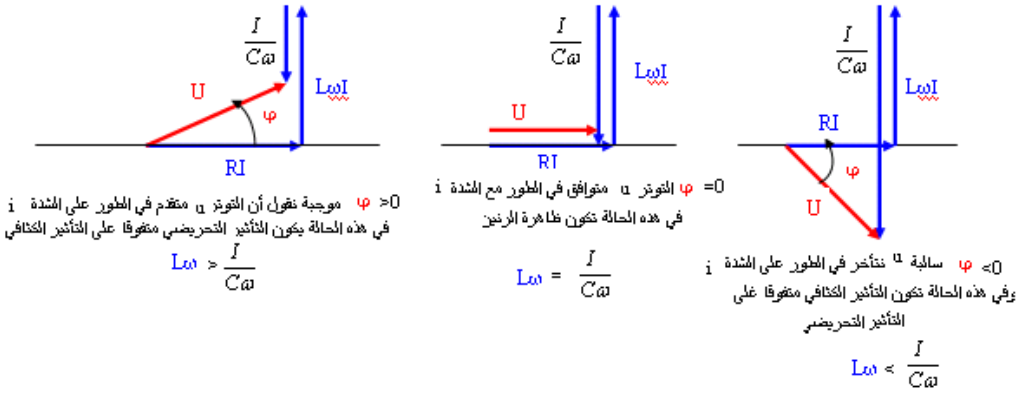
ج ـ إنشاء فرينل للحصول على مجموع الدالات الثلاث .

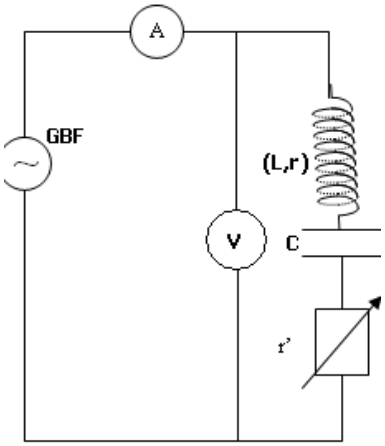
اعتمادا على الإنشاء الهندسي والعلاقات في المثلث فائم الزاوية يمكن الحصول على

من هنا نستنتج الممانعة $U_m = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}\ I_m$ أي أن $Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}$

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

الطور φ نحسب $tg\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$ أو كذلك $\cos\varphi = \frac{RI_m}{U_m} = \frac{R}{Z}$





III ـ ظاهرة الرنين الكهربائي .

1 ـ الدراسة التجريبية :

ننجز التركيب التجريبي الممثل جانبه حيث يعطي مولد التوتر المنخفض GBF توترا متناوبا قيمته الفعالة U وتردده N قابلان للضبط .

ـ الوشيعة معامل تحريضها الذاتي L=0,95H ومقاومتها r صغيرة .

ـ مكثف سعته C=0,5μF

ـ نثبت التوتر الفعال U على القيمة U=2V والمقاومة الكلية R=r+r′ على القيمة R_1=40Ω .

ـ نغير التردد N للمولد وفي كل مرة نقيس الشدة الفعالة I للتيار .

ـ نضبط المقاومة الكلية R للدارة على القيمة R_2=100Ω وذلك بتغيير المقاومة r′ للموصل الأومي ، ونعيد التجربة السابقة .

ندون النتائج في الجدول التالي :

نغير المقاومة R للدارة بتغيير المقاومة r′ للموصل الأومي ، فنحصل على النتائج التالية :

N(Hz)	100	120	130	140	150	155	158	160	161	166	170	180	200
R_1=40Ω,I(mA)	2	3,12	4,37	6,25	11,25	16,6	22,5	25	25,75	23,12	16	9,37	53,7
R_2=100Ω,I(mA	2	3,75	4,37	6,25	10	12,5	14,5	14, 75	14,87	14,5	12, 5	8,25	4,75

استثمار النتائج :

1 ـ مثل في نفس المعلم ، المنحنيين I بدلالة N بالنسبة للمقاومتين الكليتين R_1 و R_2 للدارة .

2 ـ يطلق اسم الرنان على المتذبذب RLC واسم المثير على مولد التردد المنخفض GBF .

عندما يأخذ التردد N للمثير قيمة مساوية للتردد الخاص N_0 للرنان ، تصبح الشدة الفعالة للتيار المار في الدارة قصوى ، نقول في هذه الحالة إن الدارة RLC التوالية في حالة رنين .

2 ـ 1 حدد بالنسبة لكل منحنى :

ـ التردد N_0 عند الرنين .

ـ الشدة الفعالة I_0 عند الرنين .

2 ـ 2 أحسب Z_1 ممانعة الدارة عند الرنين ، ثم قارنها بالمقاومة الكلية R_1 للدارة .

كيف تتصرف الدارة RLC عند الرنين ؟

3 ـ المنطقة الممرّرة ذات ـ 3dB ـ 3décibel لدارة RLC متوالية هي مجال الترددات [N_1,N_2] للمولد

حيث تحقق الشدة الفعالة I للتيار العلاقة : $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

3 ـ 1 عين كلا من N_1 و N_2 بالنسبة للمنحنى الموافق ل R_1 .

3 ـ 2 أحسب العرض $\Delta N = N_2 - N_1$ للمنطقة الممررة ثم قارنه مع القيمة النظرية $\Delta N = \frac{R_1}{2\pi L}$ ، ماذا تستنتج ؟

3 ـ 3 ما تأثير المقاومة الكلية للدارة على عرض المنطقة الممررة ؟

4 ـ نضبط تردد المثير على القيمة N_0 .

4 ـ 1 كيف يجب ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوترين u(t) و $u_R(t)$ ؟

4 ـ 2 هل التوتران u(t) و $u_R(t)$ على توافق في الطور ؟ علل إجابتك .

2 ـ دراسة منحنيات رنين الشدة

أ ـ قيمة تردد الرنين

حسب المنحنيات نلاحظ:

ـ أنها تتوفر على قيمة قصوى توافق نفس القيمة والتي تساوي N=160Hz بالنسبة للدارة كيفما كانت R .

ـ حساب التردد الخاص N_0 للدارة :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$N_0 \cong 604Hz$$

نستنتج أن $N=N_0$ نقول أن هناك رنينا.

تحدث ظاهرة الرنين عندما يكون التردد N للتوتر المطبق مساويا للتردد الخاص N_0 للدارة $N=N_0$

ب ـ دور مقاومة الكلية للدارة

يلاحظ من خلال المنحنيات الاستجابة :

مهما كانت المقاومة R للدارة صغيرة تكون شدة التيار الفعالة القصوية عند الرنين كبيرة ويكون الرنين حادا .

عندما تكون R كبيرة يزول الرنين ، نقول أن الرنين أصبح ضبابيا .

3 ـ الدراسة النظرية لظاهرة الرنين :

1 ـ قيم المقادير المميزة

أ ـ التردد عند الرنين

$\omega = 2\pi N$ I = f(N)

I = f(ω)

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

I تكون قصوية عندما تكون الممانعة Z دنوية أي $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$

$$LC\omega^2 = 1$$

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

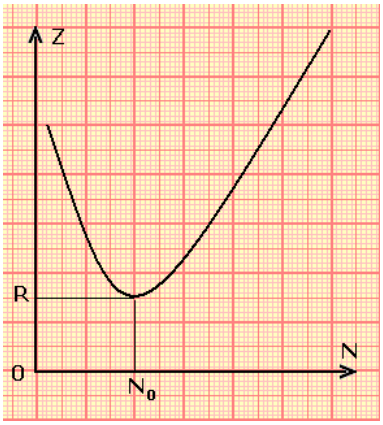
$$N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

I قصوية بالنسبة $N=N_0$ وهذا يتطابق مع النتائج التجريبية.

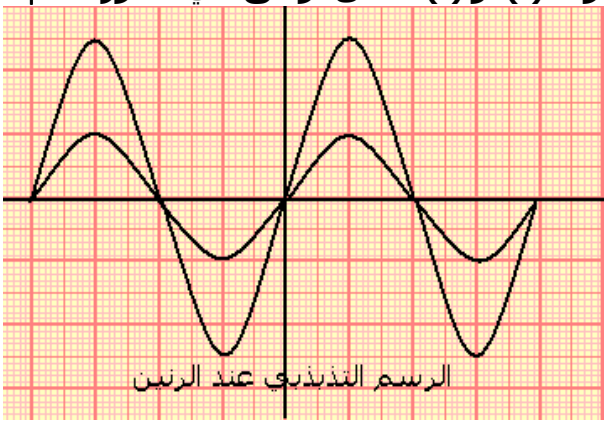
ب ـ ممانعة الدارة عند الرنين

عند الرنين $Z = R \Leftrightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega}$ أي تكون ممانعة الدارة دنوية وتساوي المقاومة الكلية للدارة .

وتكون القيمة القصوية I_0 للشدة الفعالة I : $I_0 = \frac{U}{R} \Leftrightarrow I = \frac{U}{Z} \Leftrightarrow Z = R$



ج ـ عند الرنين تكون i(t) و u(t) على توافق في الطور: φ=0



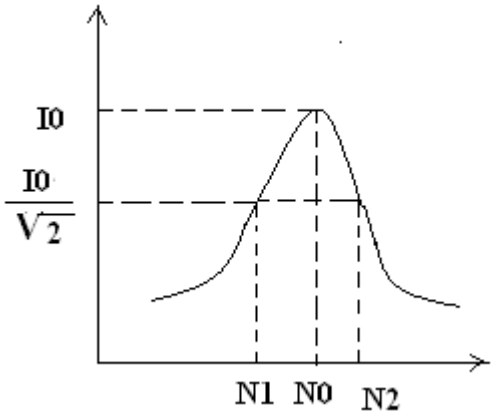
2 ـ المنطقة الممرّرة. " ذات3db "

*** تعريف:** المنطقة الممررة . " ذات3db "لدارة (R,L,C) في مجال الترددات $[N_1, N_2]$ للمولد حيث تكون الاستجابة I أكبر أو على الأقل تساوي $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ (I_0 تمثل الشدة الفعالة للتيار عند الرنين)

$\Delta N = N_2 - N_1$ عرض المنطقة الممررة

ـ تحديد المنطقة الممررة:

لنبحث عن القيمتين ω_1 و ω_2 اللتين تحدان المنطقة الممررة ،



حيث تكون الاستجابة $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ ويكون عرضها

$\Delta N = N_2 - N_1$ و $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$

$$\Delta N = \frac{\omega_2}{2\pi} - \frac{\omega_1}{2\pi}$$

$$2\pi\Delta N = \Delta\omega$$

يعبر عن عرض المنطقة الممررة بالراديان على الثانية rad/s أو بالهرتز .

حساب عرض المنطقة الممررة:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})}}$$

قيمتها عند الرنين $I_0 = \frac{U}{R}$

نبحث عن قيمتين ω_1 و ω_2 اللتين تحددان المنطقة الممررة أي المجال الذي تتحقق فيه

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \mathrm{I} = \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{R}}\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{U}{R}$$

$$\frac{U}{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = \frac{1}{2R^2} \Leftrightarrow 2R^2 = R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2 \Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm R$$

$$LC\omega^2_1 - 1 = -RC\omega_1 \text{ و } LC\,\omega_2 - 1 = +RC\omega_2$$

$$LC(\omega^2_2 - \omega_1^2) = RC(\omega_2 + \omega_1)$$

$$LC(\omega_2 - \omega_1) = RC \Leftrightarrow \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$$

$$\Delta N = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L}$$

- عرض المنطقة الممررة لا يتعلق إلا ب Rو L ويتناسب اطرادا مع R .
- في الحالة التي تكون فيها R صغيرة جدا يكون الرنين حادا أي أن ΔN كذلك صغيرة .

3 ـ معامل الجودة

يعرف معامل الجودة بالعلاقة التالية :

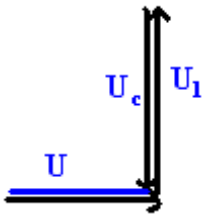
$$Q=\frac{N_0}{\Delta N}=\frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

$$\Delta\omega=\frac{L}{R}\Leftrightarrow Q=\frac{L\omega_0}{R}$$

Q معامل الجودة يتناسب عكسيا مع عرض المنطقة الممررة نعبر عنه بدون وحدة و تميز حدة الرنين .
، كلما كان الرنين حادا كلما كانت قيمة Q كبيرة .
كلما كانت Q صغيرة كلما كانت الدارة مخمدة .

عند الرنين $L\omega_0=\frac{1}{C\omega_0}$ أي $Q=\frac{L\omega_0}{R}=\frac{1}{RC\omega_0}=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

إنشاء فرينل عند الرنين



نسمي معامل الجودة كذلك **معامل فرط التوتر** .
تعبيري التوتر بين مربطي المكثف والوشيعة عند الرنين :

$$U_L=L\omega_0 I_0 \text{و} U_c=\frac{I_0}{C\omega_0}$$

$$U_c=U_L\Leftrightarrow L\omega_0 I_0=\frac{I_0}{C\omega_0}$$

$$U=R.I_0$$

$$U_C=\frac{I_0}{C\omega_0}=\frac{U}{RC\omega_0}=Q.U$$

$$U_L=L\omega_0 I_0=\frac{L\omega_0 U}{R}=Q.U$$

$$Q=\frac{U_C}{U}=\frac{Q_L}{U}$$

يلاحظ أنه عندما يكون الرنين حادا تكون Q كبيرة . وهذا يعني أن $U_C>U$ و $U_L>U$ مما يدل على أنه عند الرنين يظهر فرط التوتر . وهي ظاهرة تشكل بعض المخاطر قد تؤدي إلى إتلاف عناصر الدارة .

VI ـ القدرة في النظام المتناوب الجيبي .

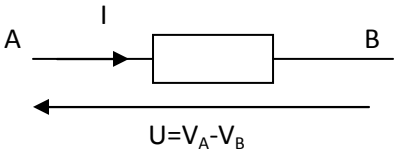
1 ـ القدرة اللحظية

حالة التيار المستمر

خلال المدة Δt تكون الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب X هي : $W=U\,I\,\Delta t$

والقدرة الكهربائية $P=UI$

في النظام المتناوب الجيبي



$$i=I\sqrt{2}\cos\omega t$$

$$u=U\sqrt{2}\cos(\omega t+\varphi)$$

في هذه الحالة تكون القدرة اللحظية p=ui

$$p=2UI\cos\omega t.\cos(\omega t+\varphi)$$

$$\cos\omega t.\cos(\omega t+\varphi)=\frac{1}{2}(\cos(2\omega t+\varphi)+\cos\varphi)$$

$$p=UI[\cos(2\omega t+\varphi)+\cos\varphi]$$

هذه القدرة لا تمكن من تقييم حصيلة الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب فهي تبين فقط في لحظة معينة ما إذا كان ثنائي القطب يكتسب طاقة $p>0$ أو يفقدها $p<0$ لذا فمن الضروري تعريف القدرة المتوسطة .

2 ـ القدرة المتوسطة

الطاقة الكهربائية المكتسبة من طرف ثنائي القطب خلال الدور T :

$$p = \frac{dE}{dt}$$

$$p = 2UI\left[\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi\right]$$

$$E = UI\int_0^t \left[\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi\right]dt = UI\cos\varphi\int_0^T dt + UI\int_0^T \cos(2\omega t + \varphi)dt$$

$$E = UIT\cos\varphi + 0 = UIT\cos\varphi$$

$$P = \frac{E}{T} \Leftrightarrow P = UI\cos\varphi$$

Cosφ معامل القدرة

القدرة الظاهرية

$$S = UI$$

$$P = UI\cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

معامل القدرة

$$U = ZI$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

$$P = UI\cos\varphi = ZI^2\frac{R}{Z}$$

$$P = RI^2$$

في الدارة RLC المتوالية لا تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة إلا من طرف المقاومة R بمفعول جول وتساوي هذه القدرة $P=RI^2$

ملحوظة : أهمية معامل القدرة

عند استهلاك طاقة كهربائية من طرف مستهلك فإن المؤسسة الموزعة تضمن للمستهلك توترا أي أن هذا الاستهلاك يقابله مرور تيار كهربائي i(t) في خطوط الشبكة الموصلة وتقدمه أو تأخره في الطور φ يتعلق بنوع الأجهزة الكهربائية المستعملة .

من العلاقة $P = UI\cos\varphi$ نستخرج $I\cos\varphi = \frac{P}{U}$ بالنسبة لقدرة P محددة يكون Icosφ محدد كذلك وبالتالي I يكبر كلما صغر معامل القدرة cosφ . وبما أن مفعول جول في خطوط الشبكة يتناسب اطرادا مع I^2

القدرة وتفرضه على المستهلك وهو عموما لايقل عن 0.8

الدارة RLC المتوالية في النظام الجيبي القسري .
تمارين

تمرين 1

نطبق بين مربطي وشيعة(r=10Ω,L=0.1H) توترا جيبيا :

$$u = 10\sqrt{2}\cos 100\pi t$$

1ـ أحسب ممانعة هذه الدارة .

2ـ ما هو طور $\varphi_{i/u}$ الشدة اللحظية i (t) بالنسبة للتوتر u (t) ؟

3 ـ أوجد تعبير الشدة اللحظية i(t) .

تمرين 2

يمر في دارة (R ,L,C) على التوالي تيار متناوب جيبي شدته اللحظية (بـmA) :

i(t)=13.5cos300t

نعطي R=110 Ω و L=250mH و C=12μF

باعتمادك على إنشاء فرينيل المناسب لهذه الدارة :

1 ـ احسب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب (R ,L,C) .

2 ـ احسب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر $\varphi_{i/u}$.

تمرين 3

I ـ تشتمل دارة كهربائية على المركبات التالية :

ـ موصل أومي مقاومته R=24Ω .

ـ مكثف سعته C .

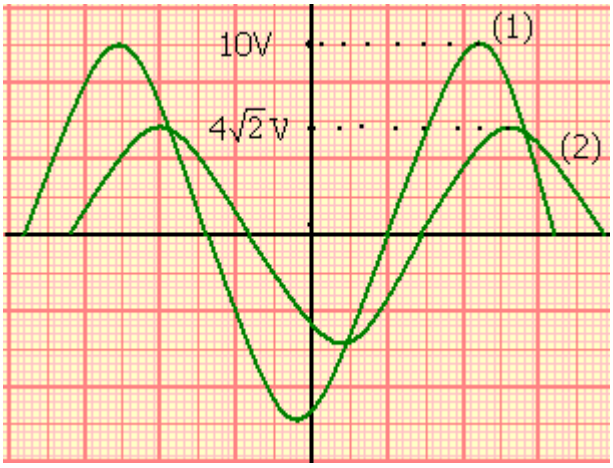
ـ وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية r .

نغذي المجموعة الكهربائية المركبة على التوالي بمولد GBF بتوتر متناوب جيبي $u(t)=U_m\cos 2\pi Nt$

بحيث أن U_m=10V والتردد N قابل للضبط .

الشدة اللحظية للتيار الكهربائي هي $i(t) = I\sqrt{2}\cos\left(2\pi Nt + \varphi_{i/u}\right)$

1 ـ بواسطة راسم التذبذب ذي مدخلين نعاين في المدخل Y_1 التوتر u(t) وفي المدخل Y_2 التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي .



على تبيانة واضحة بين الكيفية التي يتم بها ربط راسم التذبذب .

2 ـ عند ضبط التردد على القيمة N=202Hz نلاحظ على شاشة راسم التذبذب المنحنيان (1) و (2) في الشكل جانبه .

2 ـ 1 بين أن المنحنى (1) يمثل التوتر u(t) واستنتج طبيعة الدارة (تحريضية ، كثافية أو مكافئة لموصل أومي)

2 ـ 2 حدد القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I و الطور $\varphi_{i/u}$

3 ـ بإنشاء فرينل وباختيار سلم $1\text{cm} \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}\text{Volt}$ أوجد

قيمة مقاومة الوشيعة r وسعة المكثف C

4 ـ نحتفظ ب U_m ثابتة ونغير التردد على أساس الحصول على توافق في الطور بين u(t) و $u_R(t)$

4 ـ 1 ما اسم الظاهرة المحصل عليها ؟

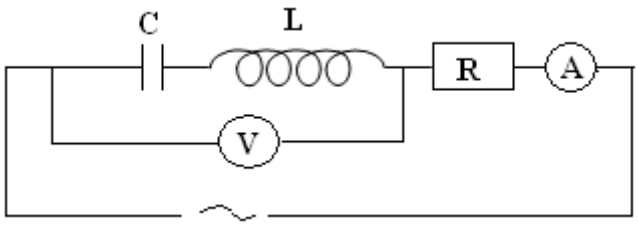
4 ـ 2 لتحقيق هذه الظاهرة هل نقوم بالزيادة لقيمة N أو بنقصانها ؟ علل الجواب .

تمرين4

تشتمل دارة كهربائية على العناصر التالية مركبة على التوالي :

مكثف سعته C=5μF و وشيعة معامل تحريضها L=0,5H ومقاومتها الداخلية مهملة وموصل أومي مقاومته R=10Ω وأمبيرمتر مقاومتها مهملة .

نغذي الدارة بتوتر كهربائي متناوب جيبي



$u(t) = 20\cos 2\pi Nt$. فولطمتر ذي مقاومة كبيرة جدا مركبة بين مربطي (C,L) .

1 ـ عندما نغير التردد N ونضبطه على القيمة N_0 نلاحظ أن الفولطمتر تشير إلى قيمة منعدمة أي أن التوتر منعدما .

1 ـ 1 فسر إشارة الفولطمتر . واستنتج قيمة التردد N_0 .

1 ـ 2 أعط تعبيري الشحنة q(t) والشدة i(t) بالنسبة ل $N=N_0$.

1 ـ 3 أعط تعبير الطاقة الكلية E للمتذبذب (R,L,C) في لحظة t بالنسبة لتردد N .

1 ـ 4 بين أن الطاقة الكلية E ثابتة بالنسبة ل $N=N_0$ واحسب E بالنسبة لهذه القيمة (N_0) .

1 ـ 5 عرف واحسب معامل فوق التوتر عند الرنين بالنسبة لهذه الدارة .

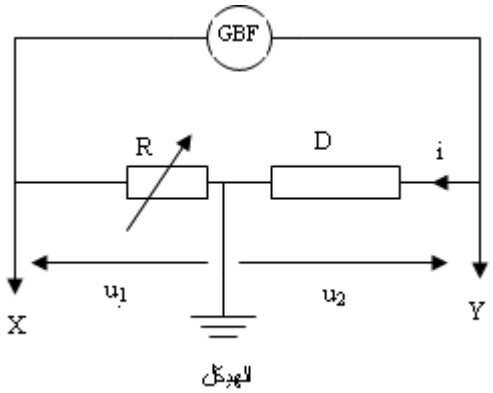
2 ـ نضبط التردد N على قيمة N_1 =90Hz . تعبير الشدة اللحظية للتيار الكهربائي المار في الدارة هو :

$i(t) = I\cos(\omega_1 t + \varphi)$

2 ـ 1 باستعمال إنشاء فرينل ، حدد الشدة I و الطور φ . هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟

2 ـ 2 أحسب معامل القدرة لهده الدارة والقدرة المتوسطة المستهلكة بالنسبة للقيمة N_1 . ـ

تمرين 5

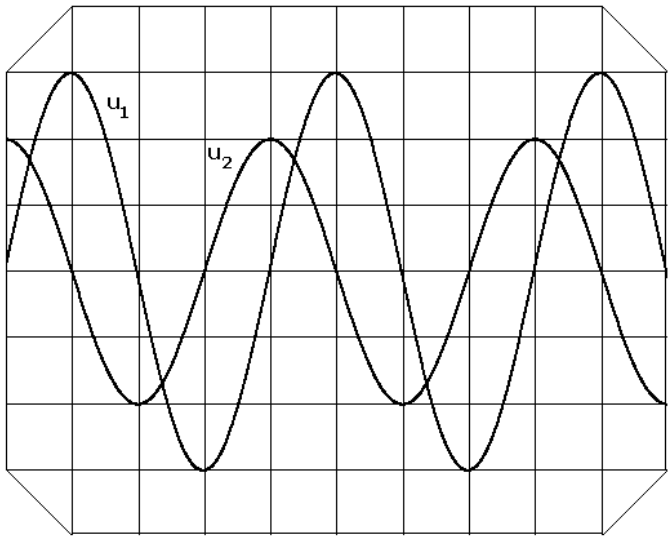


تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل 1 من :

- موصل أومي مقاومته R قابلة للضبط .
- ثنائي قطب D طبيعته مجهولة , لكنه لا يمكن أن يكون إلا مكثفا أو وشيعة مقاومتها مهملة .
- مولد ذي تردد منخفض G.B.F يزود الدارة بتيار كهربائي متناوب جيبي شدته اللحظية : $i(t)=I_m \cos \omega t$.

1 ـ نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر $u_1(t)$ بين مربطي الموصل الأومي والتوتر $u_2(t)$ بين مربطي ثنائي القطب D . فنحصل على الرسم المبين في الشكل أسفله .

وذلك بعد ضبط الكسح الأفقي على 5.10^{-3}s/div. و الحساسية الرأسية على 1V/div. .



1 ـ1 حدد مبيانيا :

أ ـ القيمتين القصويتين U_{1m} و U_{2m} للتوترين u_1 و u_2 ,

ب ـ طور u_2 بالنسبة ل i(t) تم استنتج طبيعة ثنائي القطب D .

1 ـ 2 أوجد قيمة المقدار الفيزيائي الذي يميز ثنائي القطب D

علما أن $R=300\Omega$.

2 ـ استنتج التعبير $u_2(t)$, $u_1(t)$, i(t) .

تمرين 6

تغدي ثنائي القطب AB بتوتر جيبي

$u(t) = 40\sqrt{2}\cos 100\pi t$

يتكون ثنائي القطب AB من تجميع لثنائيات القطب D_1 و D_2 :

D_1 موصل أومي مقاومته $R_1=7\Omega$.

D_2 وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية R_2 .

تشير الفولطمتر عندما نركبها بين مربطي D_1 إلى التوتر الفعال $U_1=14V$ وعندما نركبها بين مربطي D_2 تشير إلى $U_2=30V$.

1 ـ أحسب الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB .

2 ـ أحسب الممانعة Z_2 للوشيعة والممانعة Z لثنائي القطب AB .

3 ـ أعط إنشاء فرينل بالنسبة لهذه الممانعات . واحسب قيم L وR_2 .

4 ـ احسب فرق الطور φ_2 للتوتر بالنسبة للشدة i(t) .

5 ـ أحسب فرق الطور φ_1 للتوتر بين مربطي ثنائي القطب AB بالنسبة للشدة i(t) .

الدارة RLC المتوالية في النظام الجيبي القسري .
تمارين

تمرين 1

نطبق بين مربطي وشيعة(r=10Ω,L=0.1H) توترا جيبيا :

$$u = 10\sqrt{2}\cos 100\pi\, t$$

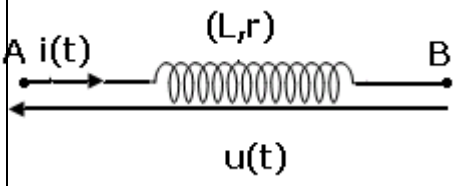
1ـ أحسب ممانعة هذه الدارة .

2ـ ما هو طور $\varphi_{i/u}$ الشدة اللحظية i (t) بالنسبة للتوتر u (t) ؟

3 ـ أوجد تعبير الشدة اللحظية i(t) .

الجواب :

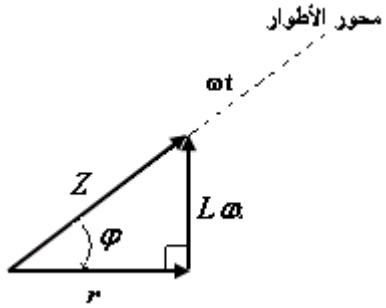
1 ـ ممانعة الدارة



حسب إنشاء فرينل لدينا بين مربطي الوشيعة $u(t) = ri(t) + L\frac{di}{dt}$ نضع

$$i(t) = I_m \cos(100\pi t + \varphi)$$

$$10\sqrt{2}\cos 100\pi t = rI_m \cos(100\pi t + \varphi) + L\omega I_m \cos\left(100\pi t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$



بحيث أن $r = 10\Omega, L = 0,1H$ و $\omega = 100\pi$ $Z = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$

$$Z = 104,8\Omega$$

2 ـ طور الشدة اللحظية i بالنسبة للتوتر u هو : $\varphi = -\varphi_{i/u}$

أي أن $\tan\varphi = \frac{L\omega}{r} = \frac{0,1.100\pi}{10} = \pi$ أو $\varphi = 72,34°$

$$\varphi = \frac{2\pi}{5} rad$$

$$\varphi_{i/u} = -\frac{2\pi}{5} rad$$

3 ـ تعبير الشدة اللحظية i هو :

نحسب I_m . نطبق العلاقة $U_m = ZI_m \Rightarrow I_m = \frac{U_m}{Z} = 0,13A$ وبالتالي :

$$i(t) = 0,13\cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{5}\right)$$

تمرين 2

يمر في دارة (R ,L,C) على التوالي تيار متناوب جيبي شدته اللحظية (بmA) : i(t)=13.5cos300t

نعطي R=110 Ω . و L=250mH و C=12μF

باعتمادك على إنشاء فرينيل المناسب لهذه الدارة :

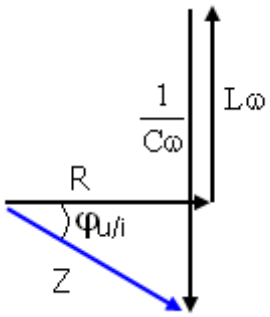
1 ـ احسب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب (R ,L,C) .

2 ـ احسب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر $\varphi_{i/u}$.

الجواب :

إنشاء فرينل للدارة R,L,C

هل الدارة حثية أم كثافية ؟ في هذه الحالة نقارن بين Lω و $\frac{1}{C\omega}$ بحيث أن ω=300rad/s



$L\omega = 75$ و $\frac{1}{C\omega} = 277,7$ وبالتالي $\frac{1}{C\omega} > L\omega$ أي أن الدارة كثافية

وإنشاء فرينل سيكون على الشكل التالي :

1 ـ حساب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب R,L,C

نطبق العلاقة التالية :

$$U_m = ZI_m \Rightarrow U = ZI$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2} = 230,7\Omega$$

ولدينا I=9,54mA وبالتالي $U = 2,2V$

2 ـ حساب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر :

$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = 0,40$ أي أن $\varphi_{i/u} = 0,37\pi$

تمرين 3

I ـ تشتمل دارة كهربائية على المركبات التالية :

ـ موصل أومي مقاومته R=24Ω .

ـ مكثف سعته C .

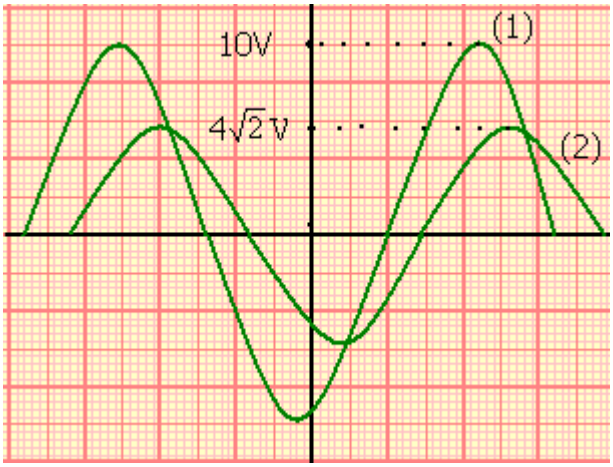
ـ وشيعة معامل تحريضها L =1H ومقاومتها الداخلية r .

نغذي المجموعة الكهربائية المركبة على التوالي بمولد GBF بتوتر متناوب جيبي $u(t)=U_m\cos 2\pi Nt$

بحيث أن U_m=10V والتردد N قابل للضبط .

الشدة اللحظية للتيار الكهربائي هي $i(t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi Nt + \varphi_{i/u})$

1 ـ بواسطة راسم التذبذب ذي مدخلين نعاين في المدخل Y_1 التوتر u(t) وفي المدخل Y_2 التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي .



على تبيانة واضحة بين الكيفية التي يتم بها ربط راسم التذبذب .

2 ـ عند ضبط التردد على القيمة N=202Hz نلاحظ على شاشة راسم التذبذب المنحنيان (1) و (2) في الشكل جانبه .

2 ـ 1 بين أن المنحنى (1) يمثل التوتر u(t) واستنتج طبيعة الدارة (تحريضية ، كثافية أو مكافئة لموصل أومي)

2 ـ 2 حدد القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I و الطور $\varphi_{i/u}$

3 ـ بإنشاء فرينل وباختيار سلم $1cm \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}Volt$ أوجد

قيمة مقاومة الوشيعة r وسعة المكثف C

4 ـ نحتفظ ب U_m ثابتة ونغير التردد على أساس الحصول على توافق في الطور بين u(t) و $u_R(t)$

4 ـ 1 ما اسم الظاهرة المحصل عليها ؟

4 ـ 2 لتحقيق هذه الظاهرة هل نقوم بالزيادة لقيمة N أو بنقصانها ؟ علل الجواب .

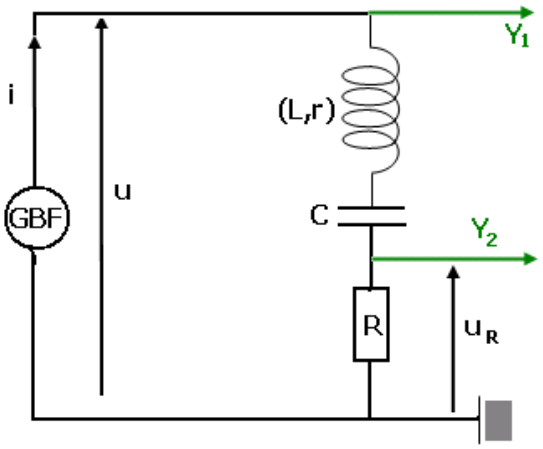
الجواب :

1 ـ تبيانة التركيب التجريبي وكيفية ربط راسم التذبذب . أنظر الشكل جانبه .

2 ـ 1 ـ لنبين أن المنحنى (1) يمثل التوتر u(t) التوتر بين مربطي الدارة :

نقارن التوترين القصويين لكل من $u_R(t)$ التي توجد في المدخل Y_2 و u(t) التي توجد في المدخل Y_1

حسب قانون أوم لدينا : $U_{mR} = RI_m$ و $U = ZI_m = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}.I_m$



وبمقارنة R مع Z يتبين أن $R < Z$ أي أن $U_{mR} < U$ ومن خلال المنحنيين يتبين أن المنحنى ذي التوتر القصوي الأكبر هو المنحنى (1) وبالتالي فإن المنحنى (1) يمثل u(t) .
بما أن u(t) متقدمة في الطور على i(t) ($u_R(t)$) فإن $\varphi_{u/i} > 0$ ، نستنتج أن الدارة تحريضية $L\omega > \frac{1}{C\omega}$.

2 ـ 2 القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I :
من خلال المنحنى (2) لدينا

$$U_{mR} = R.I_m \Rightarrow U_{Rm} = RI\sqrt{2}$$

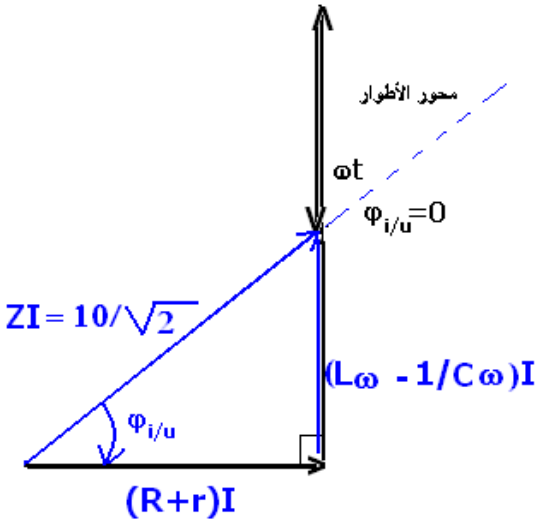
$$I = \frac{U_{Rm}}{R\sqrt{2}}$$

تطبيق عددي : $I = \frac{4\sqrt{2}}{24\sqrt{2}} = 0,17A$

الطور $\varphi_{i/u} = -\varphi_{u/i}$ ومن خلال المنحنيين لدينا $\varphi_{u/i} = \frac{2\pi\tau}{T}$

وبالتالي فإن $\varphi_{u/i} = \frac{2\pi\tau}{T} = \frac{0,6\times 2\pi}{4,8} = \frac{\pi}{4}$ $\varphi_{i/u} = -\frac{\pi}{4}$

3 ـ إنشاء فرينل باختيار السلم $1cm \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}V$



ملاحظات مهمة :

بما $\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{4}$ سيكون الشكل المحصل عليه بواسطة إنشاء فلاينل مثلث متساوي الأضلاع وقائم الزاوية أنظر الشكل . وكذلك لدينا

$$\tan\varphi_{i/u} = 1 \Rightarrow \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = R + r$$

بالنسبة للسلم :

$$U = ZI = \frac{10}{\sqrt{2}}V$$

$$(R+r)I = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)I$$

أ ـ نستنتج المقاومة r :

من خلال الشكل نحسب $\cos\varphi_{u/i} = \frac{R+r}{Z} \Rightarrow r = Z\cos\varphi - R$

تطبيق عددي : $r = 30 - 24 = 6\Omega$

ب ـ سعة المكثف C :

$$(R+r) = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \Rightarrow \frac{1}{C\omega} = L\omega - (R+r)$$

$$C\omega = \frac{1}{L\omega - (R+r)} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega\left(L\omega - (R+r)\right)}$$

تطبيق عددي : $C=\frac{1}{\omega\left(L\omega-\left(R+r\right)\right)}=0,6\mu F$

4 ـ 1 ـ بما u(t) و $u_R(t)$ على توافق في الطور فالظاهرة الملاحظة هي ظاهرة الرنين .

4 ـ 2 بما أن الدارة تحريضية وباعتبار $\left(L\omega_1-\frac{1}{C\omega_1}>0\Rightarrow LC\omega_1^2>1\Rightarrow LC\omega_1^2>LC\omega_0^2\Rightarrow\omega_1>\omega_0\right)$

أن N_0 التردد عند الرنين فإن $N_1>N_0$ أي أنه للحصول على ظاهرة الرنين يجب أن ننقص من التردد .

تمرين4

تشتمل دارة كهربائية على العناصر التالية مركبة على التوالي :

مكثف سعته C=5µF و وشيعة معامل تحريضها L=0,5H ومقاومتها الداخلية مهملة وموصل أومي مقاومته R=10Ω وأمبيرمتر مقاومتها مهملة .

نغدي الدارة بتوتر كهربائي متناوب جيبي $u(t)=20\cos 2\pi Nt$. فولطمتر ذي مقاومة كبيرة جدا مركبة بين مربطي (C,L) .

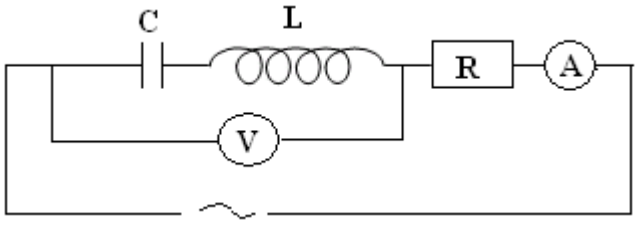
1 ـ عندما نغير التردد N ونضبطه على القيمة N_0 نلاحظ أن الفولطمتر تشير إلى قيمة منعدمة أي أن التوتر منعدما .

1 ـ 1 فسر إشارة الفولطمتر . واستنتج قيمة التردد N_0 .

1 ـ 2 أعط تعبيري الشحنة q(t) والشدة i(t) بالنسبة ل $N=N_0$.

1 ـ 3 أعط تعبير الطاقة الكلية E للمتذبذب (R,L,C) في لحظة t بالنسبة لتردد N .

1 ـ 4 بين أن الطاقة الكلية E ثابتة بالنسبة ل $N=N_0$ واحسب E بالنسبة لهذه القيمة (N_0) .



1 ـ 5 عرف واحسب معامل فوق التوتر عند الرنين بالنسبة لهذه الدارة .

2 ـ نضبط التردد N على قيمة N_1 =90Hz . تعبير الشدة اللحظية للتيار الكهربائي المار في الدارة هو : $i(t)=I\cos(\omega_1 t+\varphi)$

2 ـ 1 باستعمال إنشاء فرينل ، حدد الشدة I و الطور φ . هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟

2 ـ 2 أحسب معامل القدرة لهده الدارة والقدرة المتوسطة المستهلكة بالنسبة للقيمة N_1 . ـ

الحواب :

1 ـ تفسير إشارة الفولطمتر :

بين مربطي الوشيعة والمكثف لدينا حسب قانون إضافية التوترات $u_1(t)=u_L(t)+u_C(t)$

نعتبر أن Z_1 ممانعة هذا الجزء من الدارة ، $U_1=Z_1I$ بحيث أن $Z_1=L\omega-\frac{1}{C\omega}$

وبما ان التوتر المشار إليه من طرف الفولطمتر منعدم فإن

$$U_1=Z_1I=\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right).I=0\Rightarrow L\omega=\frac{1}{C\omega}$$

وبالتالي ستكون الدارة مقرا لظاهرة الرنين عند $N=N_0$ أي أن انعدام التوتر هو نتيجة لظاهرة الرنين .

نستنتج قيمة N_0 :

$$N_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}=100Hz$$

1 ـ 2 تعبيري الشحنة q(t) و i(t) بالنسبة ل $N=N_0$:

نعلم أن $i(t)=I\sqrt{2}\cos\left(100\pi t+\varphi_{i/u}\right)$

بما أن الدارة في حالة الرنين : $\varphi_{i/u}=0$

لدينا كذلك أن Z=R أي أن U=RI وبالتالي : $I=\frac{U}{R}=\frac{U_m}{R\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}A=0,707A$

إذن $i(t)=2\cos(200\pi t)$

نستنتج q(t) :

نعلم أن

$$i(t)=\frac{dq}{dt}\Rightarrow dq=\int_0^t i(t)$$

$$q(t)=\int_0^t i(t)dt=\int_0^t \cos(200\pi t)dt$$

$$q(t)=\frac{2}{200\pi}\sin(200\pi t)$$

1 ـ 3 تعبير الطاقة الكلية E للمتذبذب عند التردد N :

$$\xi_t=\xi_m+\xi_e\Rightarrow \xi_t=\frac{1}{2}Li(t)^2+\frac{1}{2}\frac{q(t)^2}{C}$$

1 ـ 4 لنبين أن الطاقة الكلية ثابتة عند الرنين :

$$\xi_t=\xi_m+\xi_e\Rightarrow \xi_t=\frac{1}{2}Li(t)^2+\frac{1}{2}\frac{q(t)^2}{C}$$

$$i(t)=I_m\cos(\omega_0 t),q(t)=-\frac{I_m}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\Rightarrow \omega_0^2=\frac{1}{LC}$$

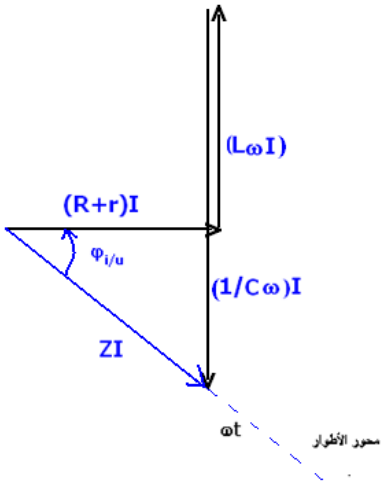
$$\xi_t=\frac{1}{2}LI_m^2\cos^2(\omega_0 t)+\frac{1}{2}I_m^2\frac{\sin^2(\omega_0 t)}{C\omega_0^2}$$

$$L=\frac{1}{C\omega_0^2}\Rightarrow \xi_t=\frac{1}{2}LI_m^2\left(\cos^2(\omega_0 t)+\sin^2(\omega_0 t)\right)$$

$$\xi_t=\frac{1}{2}LI_m^2$$

تطبيق عددي :

$\xi_t=1J$



1 ـ 5 معامل الجودة أو معامل فوق التوتر هو : $Q=\frac{\omega_0}{\Delta\omega}=\frac{L\omega_0}{R}$

حساب معامل الجودة : $Q=\frac{L\omega_0}{R}=31,4$

2 ـ نضبط التوتر على N=90Hz أي أن $N<N_0$:

2 ـ 1 نحسب المقادير التالية :

$$L\omega_1=283,\frac{1}{C\omega_1}=354\Rightarrow \frac{1}{C\omega_1}>L\omega_1$$

إنشاء فرينل أنظر الشكل جانبه .

حساب I :

$$U = Z.I$$

لدينا العلاقة التالية : $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega_1} - L\omega_1\right)} = 71,7\Omega$

$$I = \frac{U}{Z} = 0,2A$$

حساب $\varphi_{i/u}$

$$tan\,\varphi_{i/u} = \frac{\left(\frac{1}{C\omega_1} - L\omega_1\right)}{R} = 7,1$$

$$\varphi_{i/u} = 82° = 1,43rad$$

بما أن $\frac{1}{C\omega_1} > L\omega_1$ فإن الدارة كثافية .

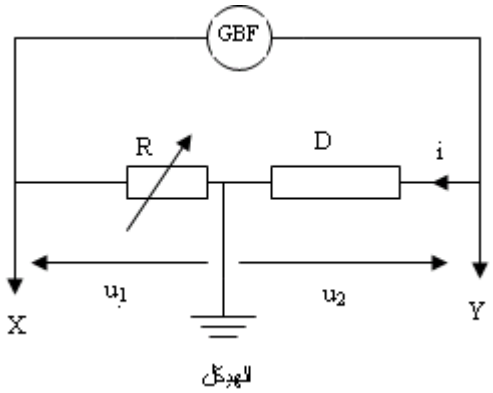
2 ـ 2 معاكل القدرة : $cos\,\varphi = 0,94$

القدرة المتوسطة المستهلكة من طرف الدارة : $\mathcal{P}_m = RI^2 = 10 \times 0,04 = 0,4J$

تمرين 5

تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل 1 من :

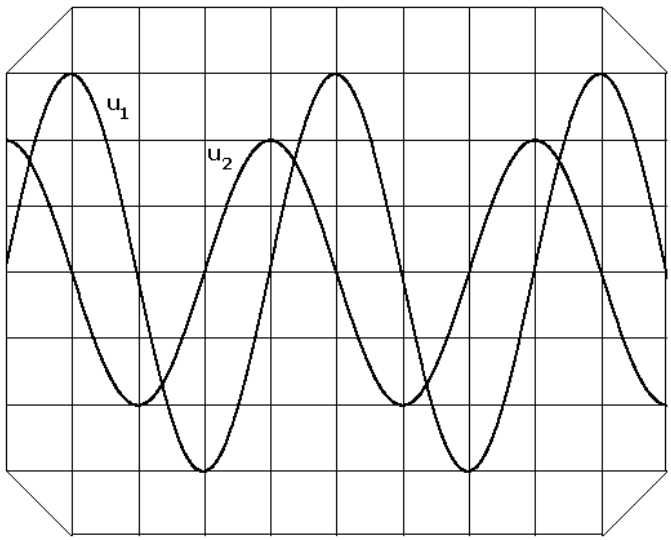
- موصل أومي مقاومته R قابلة للضبط .
- ثنائي قطب D طبيعته مجهولة , لكنه لا يمكن أن يكون إلا مكثفا أو وشيعة مقاومتها مهملة .
- مولد ذي تردد منخفض G.B.F يزود الدارة بتيار كهربائي متناوب جيبي شدته اللحظية : $i(t)=I_m \cos \omega t$.



الشكل

1 ـ نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر $u_1(t)$ بين مربطي الموصل الأومي والتوتر $u_2(t)$ بين مربطي ثنائي القطب D . فنحصل على الرسم المبين في الشكل أسفله .

وذلك بعد ضبط الكسح الأفقي على 5.10^{-3}s/div. و الحساسية الرأسية على 1V/div. .



1 ـ1 حدد مبيانيا :

أ ـ القيمتين القصويتين U_{1m} و U_{2m} للتوترين u_1 و u_2 ,

ب ـ طور u_2 بالنسبة ل $i(t)$ تم استنتج طبيعة ثنائي القطب D .

1 ـ 2 أوجد قيمة المقدار الفيزيائي الذي يميز ثنائي القطب D

علما أن $R=300\Omega$.

2 ـ استنتج التعبير $u_2(t)$, $u_1(t)$, $i(t)$.

الجواب :

1 ـ القيمة القصوية U_{1m}

$$U_{1m} = S_y.y_1$$
$$= 1 \times 3V$$

القيمة القصوية U_{2m}

$$U_{2m} = S_y.y_2$$
$$= 1 \times 2V = 2V$$

2 ـ الطور u_2 بالنسبة ل$i(t)$

حسب الشكل يلاحظ أن $u_2(t)$ متقدمة في الطور على $u_1(t)$ بحيث أن $\varphi_{u_2/u_1}=\frac{\pi}{2}$ ولذينا كذلك $u_1(t)=-$

أي أن $Ri(t)$ وبالتالي أن طبيعة ثنائي القطب D هو مكثف $\varphi_{u_2/i}=-\varphi_{u_2/u_1}=-\frac{\pi}{2}$

3 ـ المقدار الذي يميز ثنائي القطب D :

$$U_2=Z_C I\Rightarrow U_2=\frac{U_1}{RC\omega}\Rightarrow C=\frac{U_1}{U_2 R\omega}=16\mu F$$

4 ـ تعبير الشدة $i(t)$ و $u_1(t)$ و $u_2(t)$

$$u_1(t)=-Ri(t)\Rightarrow i(t)=-\frac{1}{R}u_1(t)$$

بناءا على شكل المنحنى $u_1(t)=U_{1m}\cos\omega t$ بحيث أن $\omega=\frac{2\pi}{T}$ وحسب المنحنى فإن $T=K_x.x$

بحيث أن K_x الحساسية الأفقية أو سرعة الكسح $K_x=5.10^{-3}s/div$ و $x=4div$

أي أن $T=20.10^{-3}s$ وبالتالي $\omega=\frac{2\pi.10^3}{20}=100\pi rad/s$

و $U_{1m}=3V$ وبالتالي فإن $u_1(t)=3\cos 100\pi t$ ومنه $i(t)=-10^{-2}\cos 100\pi t$

بالنسبة ل $u_2(t)=2\cos\left(100\pi t-\frac{\pi}{2}\right)$

تمرين 6

تغدي ثنائي القطب AB بتوتر جيبي $u(t)=40\sqrt{2}\cos 100\pi t$

يتكون ثنائي القطب AB من تجميع لثنائيات القطب D_1 و D_2 :

D_1 موصل أومي مقاومته $R_1=7\Omega$.

D_2 وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية R_2 .

تشير الفولطمتر عندما نركبها بين مربطي D_1 إلى التوتر الفعال $U_1=14V$ وعندما نركبها بين مربطي D_2 تشير إلى $U_2=30V$.

1 ـ أحسب الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB .

2 ـ أحسب الممانعة Z_2 للوشيعة والممانعة Z لثنائي القطب AB .

3 ـ أعط إنشاء فرينل بالنسبة لهذه الممانعات . واحسب قيم L وR_2 .

4 ـ احسب فرق الطور φ_2 للتوتر بالنسبة للشدة $i(t)$.

5 ـ أحسب فرق الطور φ_1 للتوتر بين مربطي ثنائي القطب AB بالنسبة للشدة $i(t)$.

الجواب :

1 ـ الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB :

عند تركيب الفولطمتر بين مربطي ثنائي القطب D_1 وهو موصل أومي مقاومته $R=7\Omega$ لدينا حسب قانون أوم $U_1=R_1 I$ بحيث أن I الشدة الفعالة للتيار $I=\frac{U_1}{R_1}=2A$.

2 ـ حساب الممانعة Z_2 للوشيعة : عندما نركب الفولطمتر بين مربطي الوشيعة تكون العلاقة كالتالي :

$$U_2=Z_2 I \text{ أي أن } Z_2=\frac{U_2}{I}=15\Omega$$

بالنسبة للممانعة Z لثنائي القطب AB . حسب المعطيات التوتر الفعال المطبق بين مربطي ثنائي القطب AB هو $U=40V$ (انطلاقا من المعادلةالزمنية ل$u(t)$) وحسب قانون أوم

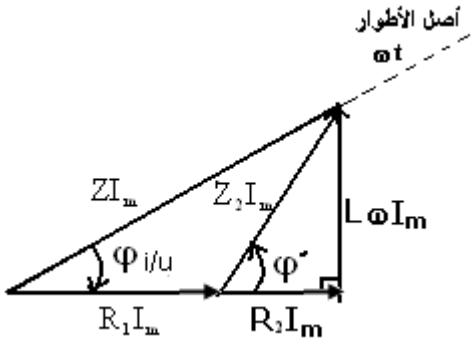
$$U=ZI\Rightarrow Z=\frac{U}{I}=20\Omega$$

3 ـ إنشاء فرينل بالنسبة لممانعات الدارة :

المعادلة التفاضلية هي على الشكل التالي

$$ZI_m \cos(100\pi t) = R_1 I_m \cos(100\pi t + \varphi_{i/u}) + Z_2 I_m \cos(100\pi t + \varphi')$$

بالنسبة لإنشاء فرينل نختار أصل الأطوار متطابق مع ZI_m



حساب القيم L و R_2

$$Z^2 = (R_1 + R_2)^2 + (L\omega)^2 \quad (1)$$

$$Z_2^{\,2} = R_2^{\,2} + (L\omega)^2 \quad (2)$$

(2)-(1) نحصل على

$$Z^2 - Z_2^{\,2} = R_1^{\,2} + 2R_1R_2 \Rightarrow R_2 = \frac{Z^2 - Z_2^{\,2} - R_1^{\,2}}{2R_1}$$

تطبيق عددي : $R_2 = 9\Omega$

ومن المعادلة (2) نحصل على معامل التحريض L :

$$L^2\omega^2 = Z_2^{\,2} - R_2^{\,2} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z_2^{\,2} - R_2^{\,2}}$$

تطبيق عددي: L= 0,0382H

4 ـ فرق الطور φ_2 للتوتر u_2 بالنسبة للشدة i(t)

نحسب $\tan\varphi_2 = \frac{L\omega}{R_2}$

تطبيق عددي $\varphi_2 = 0{,}93rad$

5 ـ فرق الطور $\varphi_1 = \varphi_{u/i}$ حسب تمثيل فرينل

$$\tan\varphi_1 = \frac{L\omega}{R_1 + R_2} = 0{,}75 \Rightarrow \varphi_1 = 0{,}64rad$$

الموجات الكهرمغنطيسية
نقل المعلومات

لنقل المعلومات عبر الأقمار الاصطناعية ، نستعمل الموجات الكهرمغنطيسية ذات ترددات جد عالية
ما هي الموجة الكهرمغنطيسية ؟ وكيف توظف في نقل معلومة ما ؟

I ـ لمحة تاريخية

نشاط وثائقي :

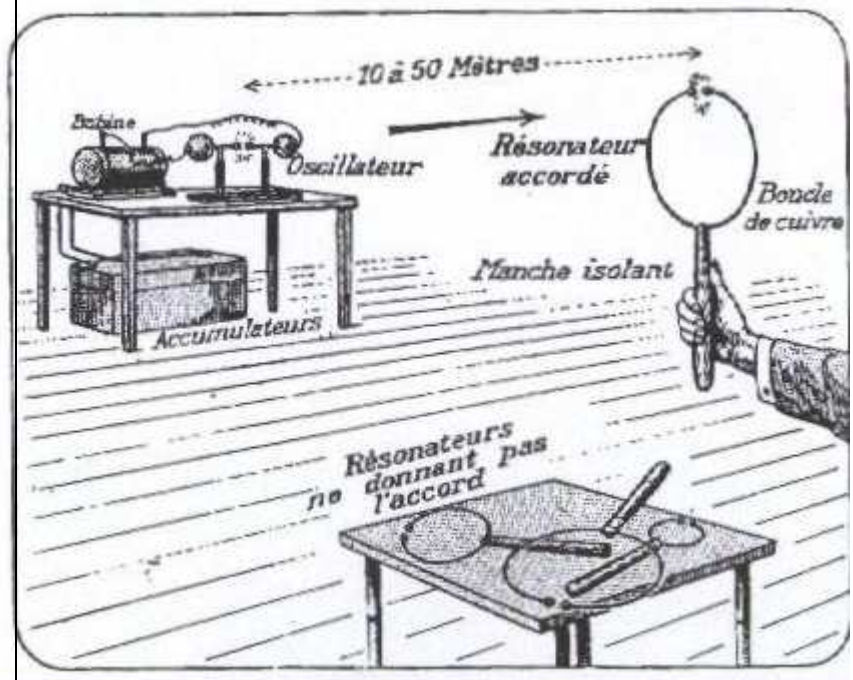
يعتبر الفيزيائي الألماني هرنيش هرتز أول من أبرز تجريبيا وجود الموجات الكهرمغنطيسية وكذا انتشارها في الهواء . وقد أطلق على هذه الموجات اسم الموجات الهيرتزية . قد اكتشف أن الموجات الكهرمغنطيسية ذات ترددات جد كبيرة يمكن إرسالها إلى مسافات بعيدة وفي كل الاتجاهات

1 ـ ما هي مكونات باعث موجات هيرتز وكذا مستقبلها ؟ وما المسافة التي قطعتها هذه الموجات ؟

2 ـ ما وحدة التردد ؟ وما رمزها ؟

3 ـ ما اسم العالم الإيطالي الذي أنجز أول اتصال لا سلكي عابر للمحيط الأطلنتي بواسطة الموجات الهيرتزية . وفي أي سنة ؟

4 ـ ما مجال ترددات موجات الراديو ؟



Expérience réalisée par HERTZ en 1885

II ـ نقل المعلومة

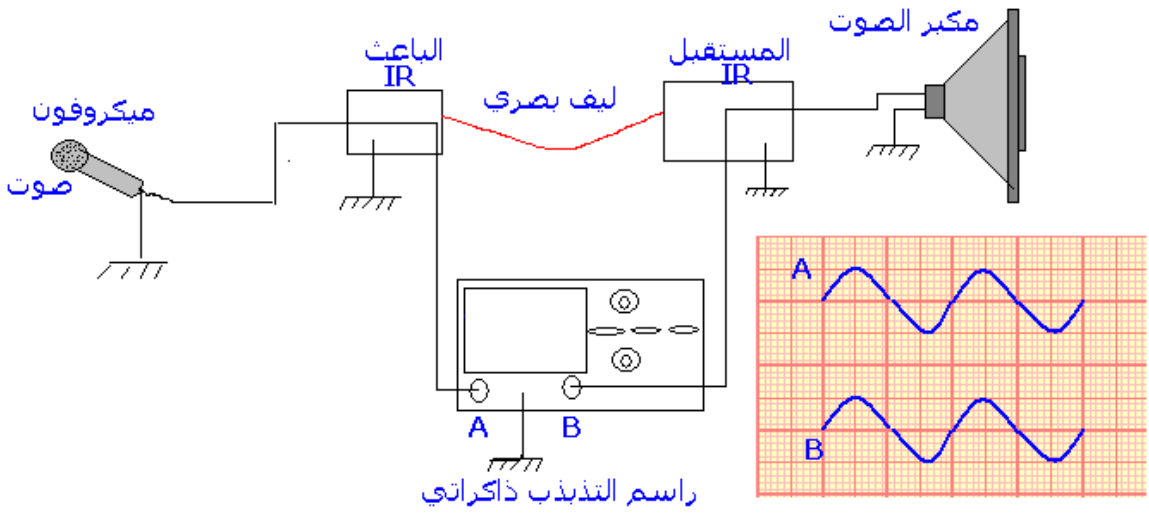
النشاط التجريبي 2

ننجز التركيب التجريبي أسفله ونصدر صوتا أمام الميكروفون ونسمع الصوت من مكبر الصوت .

نعوض الميكروفون بمولد التردد المنخفض GBF ضبط على توتر متناوب جيبي تردده مسموع وقيمته 440Hz .

نعاين على شاشة راسم التذبذب الإشارتين ؛ المنبعثة من جهاز GBF والمستقبلة من طرف مكبر الصوت .

1 ـ نقل إشارة بواسطة حزمة ضوئية



الصوت المحدث أمام الميكروفون هو المعلومة المراد إرسالها .
1 ـ 1 حدد الدور الذي يلعبه كل من الميكروفون و مكبر الصوت .
1 ـ 2 ما دور الليف البصري ؟
1 ـ 3 قارن بين شكلي ودوري ووسعي الإشارة المنبعثة من GBF والإشارة التي يستقبلها مكبر الصوت

2 ـ الإشارة والموجة الحاملة

تسمى الحزمة الضوئية المنتشرة داخل الليف البصري بالموجة الحاملة ، لأنها تحمل المعلومة المراد إرسالها .
2 ـ 1 ما طبيعة الموجة الحاملة ؟ وما رتبة قدر سرعة انتشارها ؟
2 ـ 2 ما الإشارة المضمِّنة ؟ وما الإشارة المضمَّنة ؟
2 ـ 3 أعط تعريفا لعملية التضمين .

عندما تضمِّن إشارة إحدى مميزات الموجة الحاملة تسمى هذه العملية التضمين

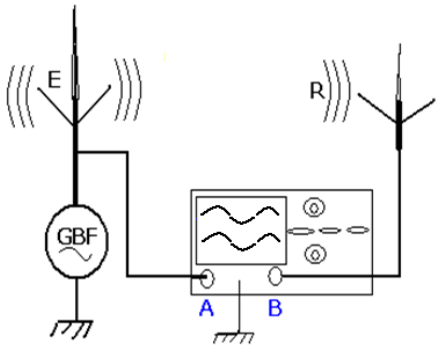
3 ـ خلاصة :

الموجة الحاملة هي الحامل الذي يتم بواسطته نقل المعلومة ، فهي موجة جيبية ترددها مرتفع
تحوَّل المعلومة إلى إشارة كهربائية ذات تردد منخفض . تتغير الموجة الحاملة حسب الإشارة الكهربائية المراد نقلها ، نقول أن الموجة الحاملة مضمَّنة أو أن الإشارة مضمِّنة لأحد
يمكن للموجة الحاملة أن تكون موجة ضوئية أو موجة هيرتيزية (الراديو ، الهاتف المحمول إلخ .....)
عند الاستقبال يجب فصل الإشارة عن الموجة الحاملة تسمى هذه العملية بإزالة التضمين .

II ـ الموجات الكهرمغنطيسية .

2 ـ 1 إرسال واستقبال موجة كهرمغنطيسية .

النشاط التجريبي 3



ننجز التركيب التجريبي الممثل أعلاه .
نغذي السلك الكهربائي E بواسطة مولد التردد المنخفض GBF ضبط على توتر جيبي وسعه U_m=5V وتردده f=20kHz .
نعاين على شاشة راسم التذبذب التوتر بين مربطي GBF والتوتر الذي يستقبله السلك الكهربائي R .
1 ـ ما دور كل من السلكين الكهربائيين E و R ؟
2 ـ قارن بين التوترين المشاهدين على شاشة راسم التذبذب . ماذا تستنتج ؟
3 ـ ما طبيعة الموجة المنتشرة بين السلكين E و R ؟ وما سرعة انتشارها ؟
4 ـ هل هناك انتقال للمادة بين E و R ؟

خلاصة :

يتم نقل المعلومات بواسطة موجة كهرمغنطيسية بدون نقل للمادة وإنما بنقل الطاقة
يستقبل الهوائي الباعث E إشارة كهربائية ، ويبعث موجة كهرمغنطيسية . للموجة الكهرمغنطيسية المرسلة من هوائي باعث نفس تردد الإشارة الكهربائية التي يستقبلها .
للموجة الكهرمغنطيسية الواردة على هوائي مستقبل والإشارة الكهربائية الناتجة عنها نفس التردد

2 ـ 2 مميزات الموجة الكهرمغنطيسية .

الموجة الكهرمغنطيسية هي تركيب لمجال مغنطيسي ومجال كهربائي .

تنتشر الموجات الكهرمغنطيسية في وسط متجانس وعازل وفق مسار مستقيمي في جميع الاتجاهات ، وتنعكس على السطوح الموصلة . عكس الموجات الميكانيكية ، فإن الموجات الكهرمغنطيسية تنتشر كذلك في الفراغ بسرعة الضوء $c=3.10^8 m/s$.

تتميز الموجة الكهرمغنطيسية بترددها f ، وتربطه بطول الموجة λ العلاقة : $\lambda = C.T = \frac{C}{f}$ حيث T دور الموجة .

2 ـ 3 استعمال الموجات الكهرمغنطيسية

ـ تنقل الموجات الكهرمغنطيسية إشارة تضم معلومة لمسافات كبيرة جدا ، دون انتقال المادة وبسرعة الموجة الكهرمغنطيسية وهب سرعة الضوء .

ـ كلما كان تردد الموجة عاليا كلما قطعت الموجة مسافة أكبر وهذا ما يجعل استعمالها متعددا

ـ يستعمل مجال الترددات المنخفضة والمتوسطة والعالية للموجات الكهرمغنطيسية الهرتيزية في نقل موجات الراديو أما مجال الترددات العالية جدا ، فيستعمل في نقل المعلومات عبر الأقمار الاصطناعية .

III ـ تضمين توتر جيبي .

3 ـ 1 ـ ضرورة عملية التضمين .

المعلومات التي تنقل هي إشارات(موسيقى ، صوت ، صورة ، ...)ذات ترددات منخفظة BF من رتبة قدر كيلوهرتز ، إلا أن هذه الإشارات لا يمكن أن تنقل وهذا راجع للأسباب التالية :

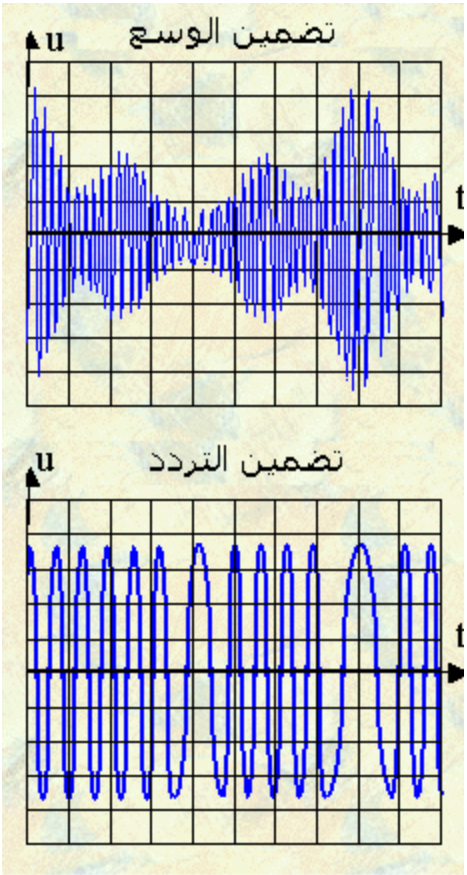
ـ أبعاد الهوائي المستقبل لموجة معينة يجب أن تقارب نصف طول الموجة $\lambda = \frac{C}{f} = \frac{3.10^8}{10^3} = 3.10^5 m = 300km$ وهذا غير قابل للإنجاز نظرا لطول الموجة الكبير جدا .

ـ مجال الترددات المنخفضة هو جد ضيق مما يجعل المستقبل غير قادر على التمييز بين مختلف الإرساليات .

ـ الإشارات BF تخمد مع طول المسافة .

وهذا يستدعي أن يتم نقل المعلومة في مجال ترددات عالية ، الشيء الذي يستلزم استعمال موجة حاملة ذات تردد عال ، تحمل الإشارة BF على شكل موجة مضمَّنة .

لنقل إشارة ذات تردد منخفض ، يجب تضمين موجة حاملة ترددها عال بهذه الإشارة .



3 ـ 2 التوتر الجيبي :

التعبير الرياضي لتوتر u(t) جيبي هو : $u(t) = U_m \cos(2\pi ft + \varphi)$

U_m : الوسع بالفولط (V)

f : التردد بالهرتز (Hz)

φ : الطور عند أصل التواريخ .

3 ـ 3 المقادير الممكن تضمينها .

الموجة الحاملة هي عبارة عن توتر جيبي ، والمقادير الممكن تضمينها هي الوسع U_m والتردد f والطور φ عند أصل التواريخ .

ـ تضمين الوسع M.A

وسع الموجة الحاملة يتغير حسب الإشارة المضمِّنة ، تعبير التوتر المضمن الوسع هو :

$u(t) = U_m(t) \cos(2\pi ft + \varphi)$

حيث φ و f ثابتتان .

ـ تضمين التردد

ترد الموجة الحاملة يتغير حسب الإشارة المضمِّنة ، تعبير التوتر المضمن التردد هو :

$$u(t) = U_m \cos\left(2\pi f(t)\, t + \varphi\right)$$

حيث φ و U_m ثابتتان .

ـ تضمين الطور

طور الموجة الحاملة يتغير حسب الإشارة المضمِّنة ، تعبير التوتر المضمن للطور هو

$$u(t) = U_m \cos\left(2\pi f t + \varphi(t)\right)$$

حيث U_m و f ثابتتان .

تضمين الوسع
Modulation d'amplitude

I ـ مبدأ تضمين الوسع

1 ـ 1 الإبراز التجريبي

أ ـ الدارة المتكاملة المنجزة للجداء AD633

نعتبر دالتين s(t) و p(t) حيث تمثل s(t) الإشارة التي تضم المعلومة و $p(t)=P_m\cos(2\pi F_P.t)$ الموجة الحاملة .

نقوم بعملية الجمع s(t)+p(t) وبعملية الجداء s(t).p(t) .

1 ـ تحقق من أن عملية الجداء تمكن من الحصول على دالة u(t) ذات وسع يتغير مع الزمن $u(t)=U_m(t)\cos(2\pi F_p.t)$.

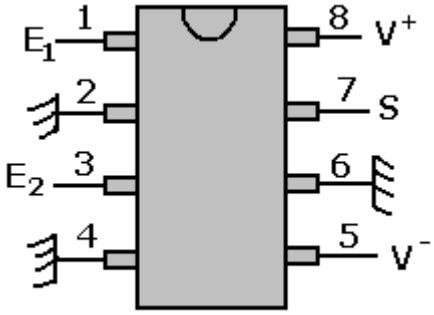
ما اسم هذه العملية ؟

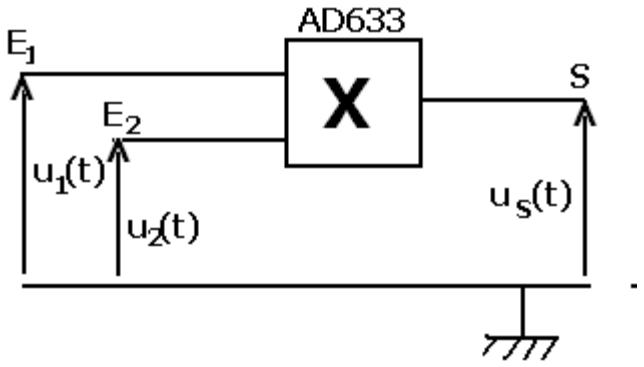
2 ـ تقوم الدارة الكهربائية المتكاملة AD633 بإنجاز جداء دالتين ، وهي عبارة عن علبة سوداء تسمى بقة إلكترونية Bus ، تتوفر على ثمانية مرابط ، يتم التعرف عليها بواسطة علامة توجد أعلى الدارة وتدعى علامة الترقيم .

نأخذ الدارة المتكاملة AD633 بحيث تكون علامة الترقيم إلى أعلى ، ونرقم المرابط الثمانية من الرقم 1 إلى الرقم 8 ، في المنحى المعاكس لعقارب الساعة .

2 ـ 1 حدد أرقام المرابط الثالية : المدخلان E_1 و E_2 ، المدخل الذي يجب ربطه بتغذية سالبة -15V والمدخل الذي يجب ربطه بتغذية موجبة +15V والمخرج S .

2 ـ 2 كيف يجب ربط المرابط 2 و 4 و 6 ؟





خلاصة :

تمكن الدارة المتكاملة AD633 من الحصول عند مخرجها S على دالة $u_s(t)$ تتناسب اضطرادا مع جداء الدالتين $u_1(t)$ و $u_2(t)$ المطبقين عند مدخليهما E_1 و E_2 .

$u_s(t)=k.\ u_2(t).\ u_1(t)$ حيث k ثابتة التناسب وهي تتعلق بالدارة الكهربائية المتكاملة .

ب ـ الإبراز التجريبي لتضمين الوسع

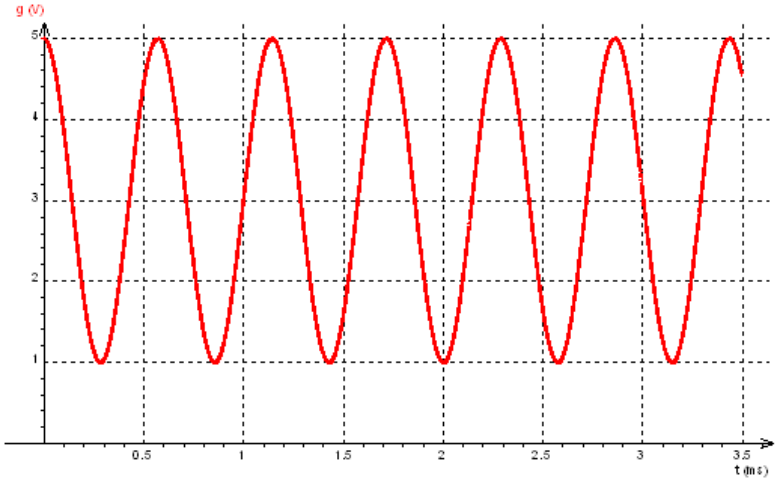
نشاط تجريبي 1 : إنجاز تضمين الوسع

ننجز التركيب التجريبي جانبه حيث :

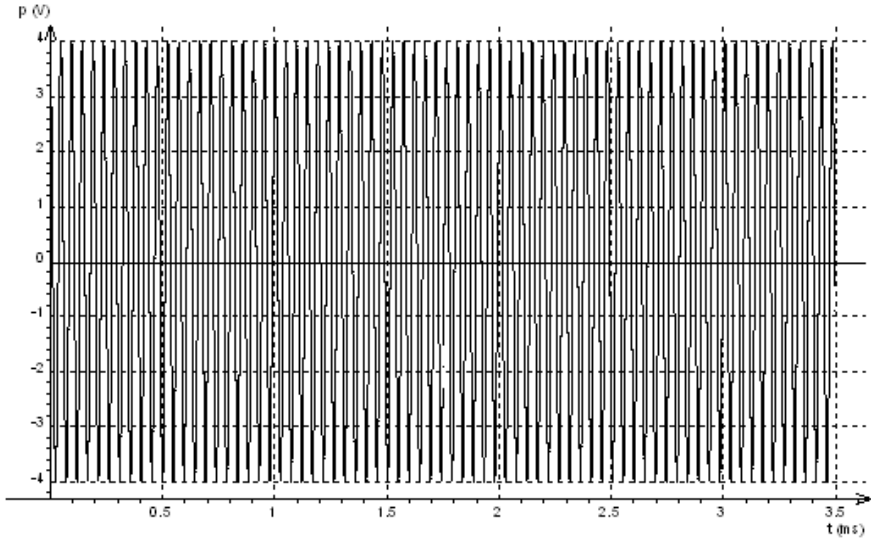
* يطبق مولد GBF_1 في المدخل E_1 توتر $s(t)+U_0$.

s(t) إشارة جيبية وسعها $S_m=2V$ وترددها f=100Hz و U_0 توتر مستمر ضبط بواسطة GBF_1 على القيمة $U_0=3V>U_m$

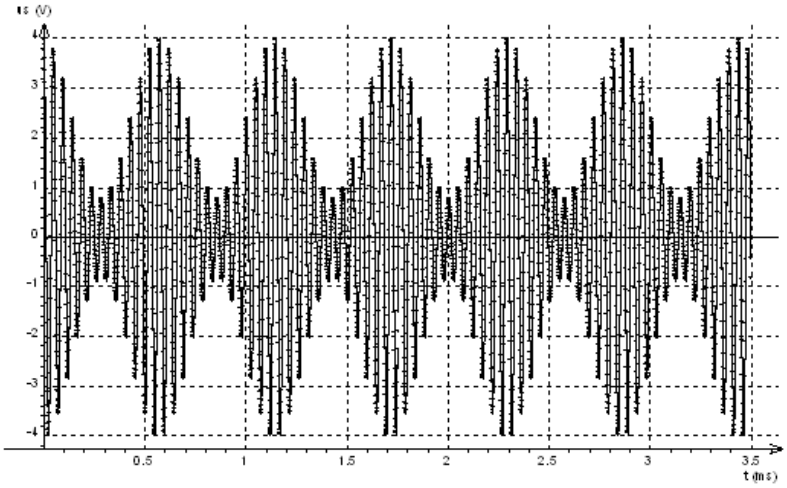
نعاين على شاشة راسم التذبذب وفي المدخل Y_1 التوتر $s(t)+U_0$ ، فنحصل على الإشارة (الشكل 1)



* نطبق في المدخل E_2 ، بواسطة GBF_2 توتر جيبي p(t) وسعه $P_m=4V$ وتردده $F_P=1,2kHz$ ($F_P>10f$)
نعاين p(t) في المدخل Y_2 لراسم التذبذب فنحصل على الشكل (2)



نعاين على شاشة راسم التذبذب توتر الخروج $u_s(t)$ فنحصل على الشكل (3)



1 ــ صف التوتر $u_s(t)$ المحصل عند الخروج .
2 ــ قارن غلاف التوتر $u_s(t)$ مع الإشارة التي تضم المعلومة s(t) .
5 ــ ما التوتر الحامل ؟ وما التوتر المضمِّن ؟

خلاصة :

التوتر المحصَّل عند مخرج الدارة المتكاملة المنجزة للجداء ، توتر مضمَّن الوسع

يضمّن التوتر ذو التردد المنخفض وسع التوتر ذا التردد العالي والذي يسمى التوتر الحامل .

1 ـ 2 تعبير التوتر المضمَّن

عند المدخل E_1 للدارة المتكاملة ، لدينا $s(t)+U_0$ مع أن U_0 المركبة المستمرة للتوتر و $s(t)=S_m\cos(2\pi f_s t)$.

والتوتر المطبق عند المدخل E_2 هو : $p(t)=P_m\cos(2\pi F_P t)$

عند المخرج S لدينا التوتر $u_s(t)=k.p(t).[s(t)+U_0]$

$$u_s(t)=k\times P_m\times\left(s(t)+U_0\right).\cos\left(2\pi F_p t\right)$$

نعلم أن التعبير العام لتوتر مضمَّن الوسع هو : $u(t)=U_m.\cos\left(2\pi F_p t\right)$ فإن

$$U_m(t)=k\times P_m\times\left(s(t)+U_0\right)$$

نضع $a=k\times P_m$ و $b=U_0$

فيصبح الوسع : $U_m(t)=a\times\left(s(t)+b\right)$ أي عبارة عن دالة تآلفية للتوتر المضمّن s(t) . و $U_m(t)$ الوسع المضمَّن أي أنه يعيد تغيرات s(t)

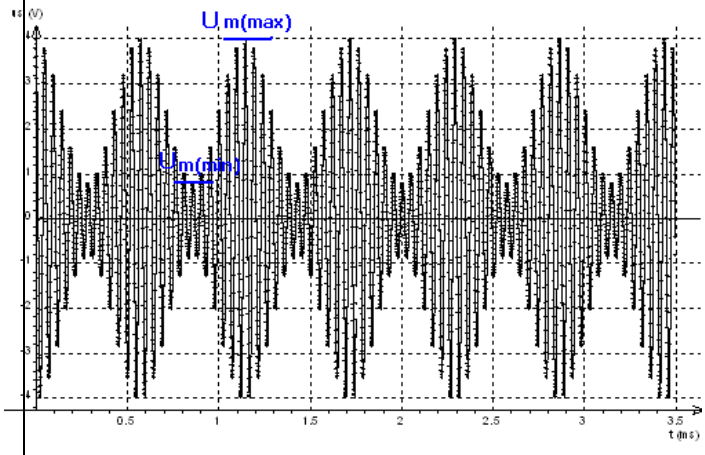
1 ـ 3 حالة توتر مضمّن جيبي .

نعتبر أن التوتر المضمّن دالة جيبية على الشكل التالي : $s(t)=S_m\cos\left(2\pi f_s t\right)$ يصبح الوسع المصمَّن هو :

$$U_m(t)=k.P_m\times\left(S_m\cos\left(2\pi f_s t\right)+U_0\right)\Rightarrow U_m(t)=k.P_m.U_0\left(\left(\frac{S_m}{U_0}\right)\cos\left(2\pi f_s t\right)+1\right)$$

نضع : $A=k.P_m.U_0$ و $m=\frac{S_m}{U_0}$ ، فتصبح العلاقة على الشكل التالي :

$$U_m(t)=A\left(m\cos\left(2\pi f_s t\right)+1\right)$$



نسمي m نسبة التضمين le taux de modulation

من خلال العلاقة يتبين أن الوسع المضمَّن يتغير بين قيمتين :

$U_{m\ min}=A(-m+1)$ و $U_{m\ max}=A(m+1)$ ونعبر عن نسبة التضمين بدلالة $U_{m\ max}$ و $U_{m\ min}$ بالعلاقة التالية :

$$m=\frac{U_{m\ max}-U_{m\ min}}{U_{m\ max}+U_{m\ min}}$$

تطبيق :

ما قيمة تردد التوتر المضمّن الممثل في الشكل 3 ؟

$$f_s=\frac{1}{2,3.10^{-3}}\simeq 430Hz$$

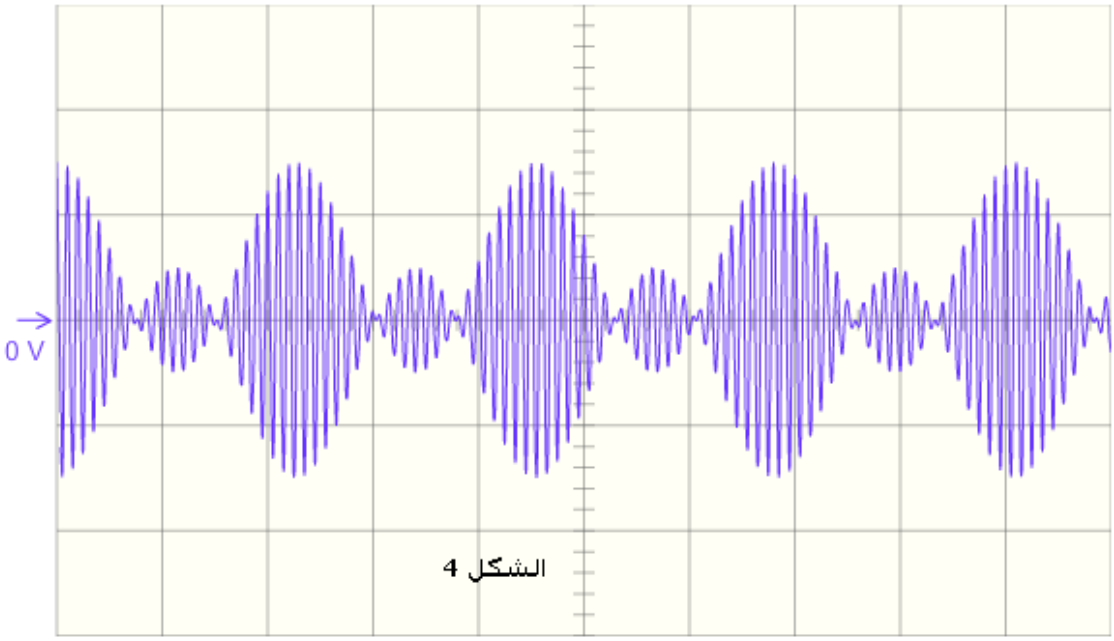
2 ـ أحسب نسبة التضمين نعطي : الحساسية الرأسية هي 1V/div

$$m=\frac{U_{m\ max}-U_{m\ min}}{U_{m\ max}+U_{m\ min}}=\frac{3-1}{3+1}=0,5$$

1 ـ 4 جودة التضمين

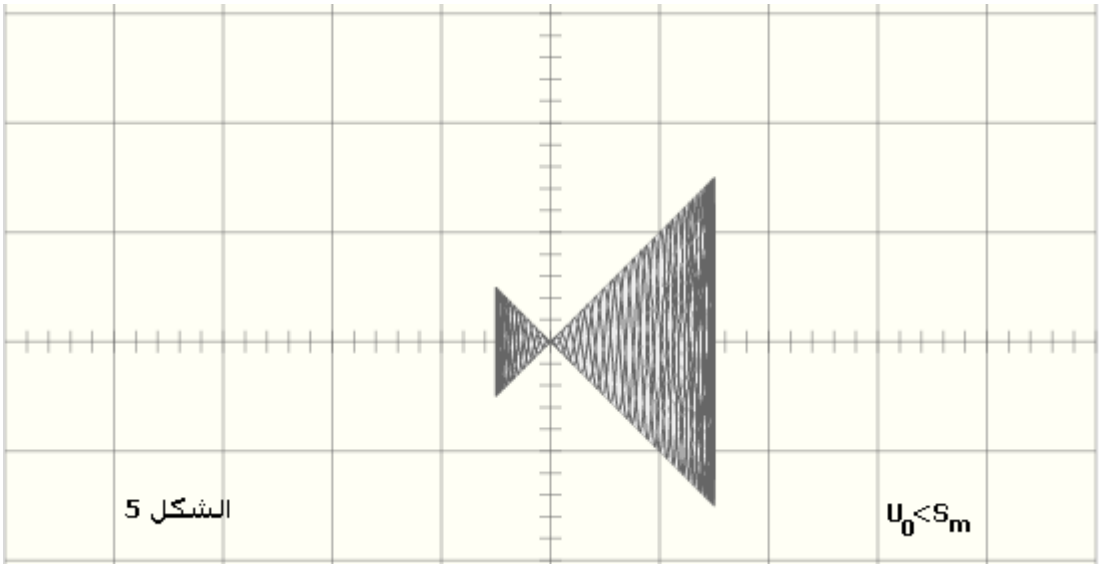
النشاط التجريبي 2 : شروط الحصول على تضمين جيد للوسع .

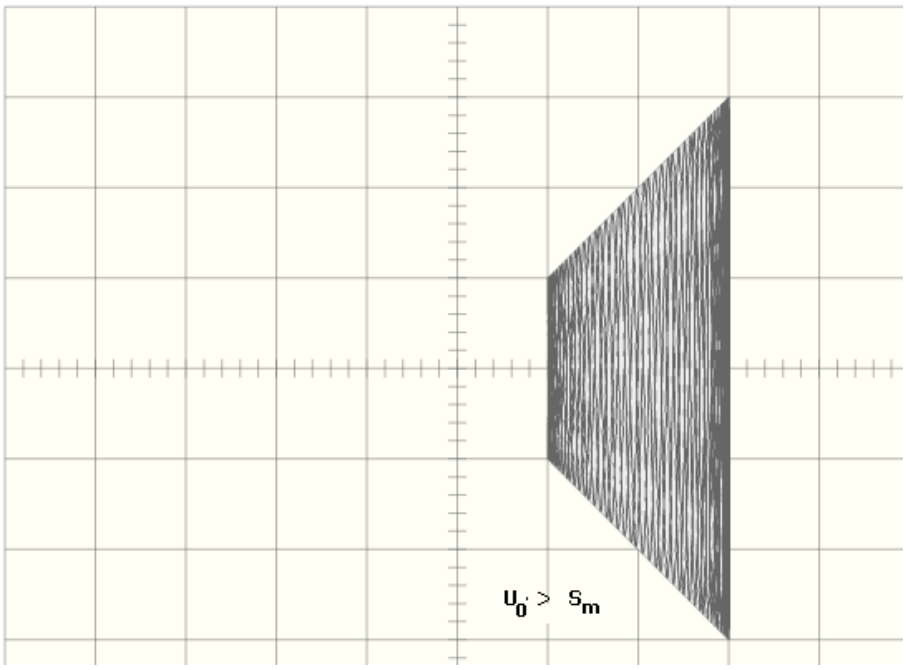
نحتفظ بالتركيب الكهربائي السابق ونضبط U_0 و S_m بحيث تكون $U_0<S_m$. نشاهد على الشاشة التوتر $u_s(t)$. الشكل 4



الشكل 4

نربط التوتر المضمَّن بالمدخل X والتوتر المضمَّن $u_s(t)$ بالمدخل Y لراسم التذبذب ونضبط زر الكسح على النظام XY . يمثل الشكل 5 والشكل 6 نموذجين للرسم التذبذبي المحصل عليه .


الشكل 5 $U_0<S_m$



1 ـ قارن غلاف التوتر $u_s(t)$ مع الإشارة $s(t)$. هل تضمين الوسع في هذه الحالة جيد ؟
2
شكل شبه منحرف ؟
3 ـ نعيد التجربة بعد ضبط U_0 و S_m حيث $U_0>S_m$.
3 ـ 1 هل تضمين الوسع في هذه الحالة جيد ؟ علل جوابك .
3 ـ 2 تأكد من الحصول على رسم تذبذبي ذي شكل شبه منحرف
التذبذب على النظام XY .
4 ـ نحتفظ ب $U_0>S_m$ ونغير قيم التردد F_p و f_s . باستعمال طريقة شبه المنحرف ، تحقق من أن تضمين الوسع يكون ذا جودة عالية إذا كان التردد F_P أكبر بكثير من f_s .

خلاصة :

للتأكد من الحصول على تضمين وسع جيد نستعمل طريقة شبه المنحرف وهي كالتالي

ـ ربط التوتر المضمّن $s(t)$ بالمدخل X لراسم التذبذب .

ـ ربط التوتر المضمَّن $u_s(t)$ بالمدخل Y .

ـ إزالة الكسح لراسم التذبذب (النظام XY) .

فنحصل على شكل شبه منحرف على شاشة راسم التذبذب .

شروط الحصول على تضمين جيد للوسع :

للحصول على تمين للوسع ذي جودة جيدة يجب أن :

ـ يكون التوتر U_0 أكبر من S_m ($U_0>S_m$) أي أن نسبة التضمين تكون $m<1$

$$S_m < U_0 \Rightarrow \frac{S_m}{U_0} < 1 \Rightarrow m < 1$$

يكون تردد توتر الحامل F_P أكبر بكثير من تردد التوتر المضمّن f_s ($F_P>>f_s$) على الأقل $F_P>10f_s$.

II ـ إزالة التضمين . Démodulation

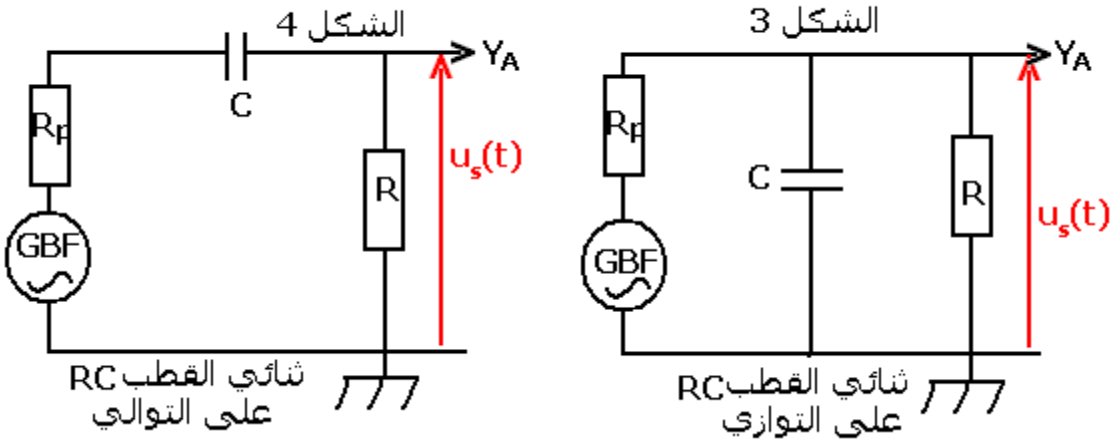
1 ـ المرشحات RC

النشاط التجريبي 4

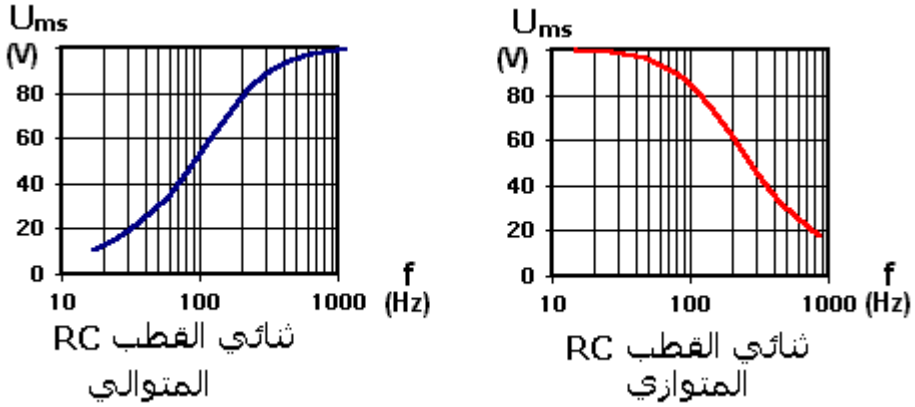
المناولة 1

ننجز التركيبين التجريبيين الممثلين في الشكل (1) (RC على التوالي)والشكل (2)

(RC على التوازي) والمكونين من مولد للتردد المنخفض وموصلان أوميان $R_p = 1k\Omega$ للوقاية و
$R = 100\Omega$ ومكثف سعته C=5µF وراسم التذبذب رقمي وحاسوب مزود ببرنم ملائم .
نضبط المولد على توتر جيبي وسعه U_m=100V ثابت .



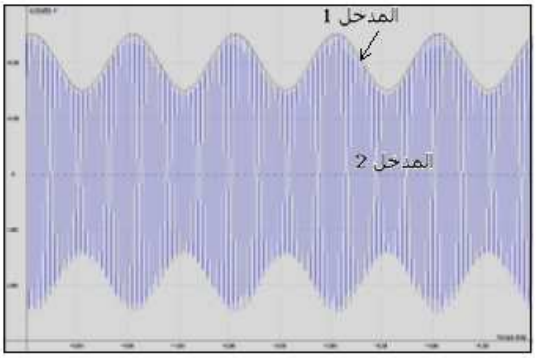
نغير التردد f من القيمة 10Hz إلى 1kHz وفي كل مرة نقيس بواسطة راسم التذبذب الوسع U_{ms} لتوتر الخروج $u_s(t)$ بالنسبة لكل تركيب .
نمثل تغيرات الوسع U_{ms} بدلالة التردد f فنحصل على المنحنيين ذي الشكلين (3) الموافق للتركيب RC على التوالي و (4) يوافق التركيب RC على التوازي .



1 ـ حدد بالنسبة لكل منحنى قيمة الوسع U_{ms} عند الترددات العالية .
2 ـ نسمي مرشح ممرر الإشارات ذات الترددات المنخفضة (filtre passe-bas) الدارة الكهربائية التي تسمح بمرور إشارات ذات ترددات منخفضة . نسمي مرشح ممرر الإشارات ذات الترددات العالية (filtre passe-haut) الدارة الكهربائية التي تسمح بمرور إشارات ذات ترددات عالية .
تعرف على ثنائي القطب RC الذي يلعب دور المرشح الممرر للترددات المنخفضة ، وعلى ثنائ القطب RC الذي يلعب دور المرشح الممرر للترددات العالية .
3
تقوم بدالك ؟ علل جوابك .

المناولة 2 : كاشف الغلاف

للحصول على الإشارة المعلومة التي الإشارة المضمَّنة $u_s(t)$ يجب استعمال كشف غلاف الإشارة المضمَّنة ، تسمى هذه العملية بإزالة التضمين لهذا الغرض ننجز التركيب الكهربائي وهو عبارة عن



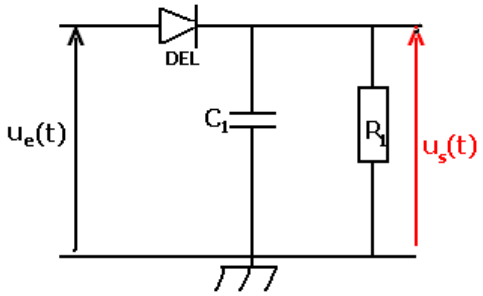
المدخل 1 غلاف التوتر المضمّن
المدخل 2 الإشارة $u_e(t)$مضمّنة للوسع

رباعي قطب مكون من صمام ثنائي ودارة متوازية RC . نطبق في مدخل هذا التركيب توترا مضمَّن الوسع $u_e(t)$ ، محصلا بواسطة دارة متكاملة المنجزة للجداء .
نعاين بواسطة راسم التذبذب توتر الدخول $u_e(t)$ وتوتر الخروج $u_s(t)$. يمثل الشكل 5 الرسمين التذبذبين المحصلين بواسطة إشارة كهربائية جيبية .

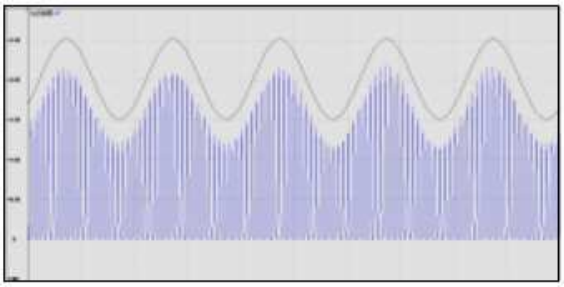
1 ــ كيف يتصرف الصمام الثنائي DEL والذي نعتبره مثاليا في دارة كهربائية ؟

2 ــ قارن بين التوتر $u_s(t)$ وغلاف التوتر المضمَّن $u_e(t)$. ما تأثير الصمام المتألق كهربائيا على الإشارة $u_e(t)$ ؟

3 ــ تحقق من أن كشف غلاف التوتر المضمَّن $u_e(t)$ يتم بكيفية جيدة ، إذا كان $T_p << R_1C_1 < T_s$ ، حيث T_p دور التوتر الحامل و T_s دور الإشارة المضمَّنة .



الشكل 5



خلاصة :

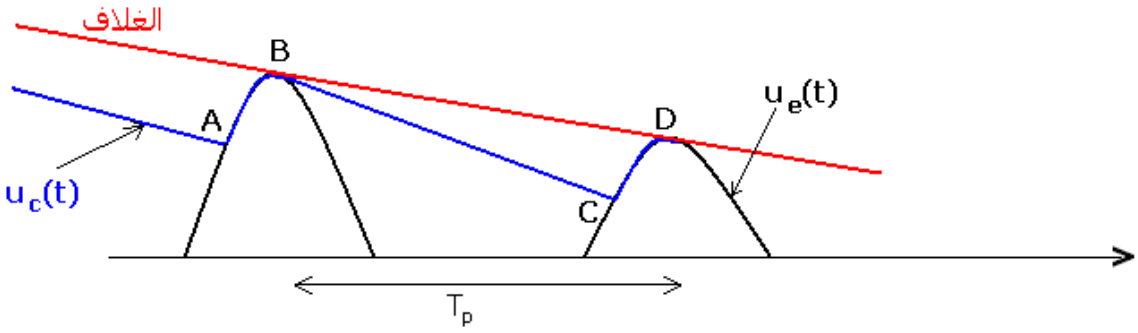
شروط الحصول على كشف غلاف جيد هي :

ــ أن يكون التوتر في مخرج دارة كاشف الغلاف ذا تموجات صغيرة وتتبع بكيفية أحسن شكل الإشارة المضمّنة .

ويتحقق هذا إذا كانت ثابتة الزمن $\tau = RC$ تحقق المتراجحة التالية :

$$T_p \ll \tau < T_s \Rightarrow f_s < \frac{1}{\tau} \ll F_p$$

T_p دور التوتر الحامل و T_s دور الإشارة المضمّنة .

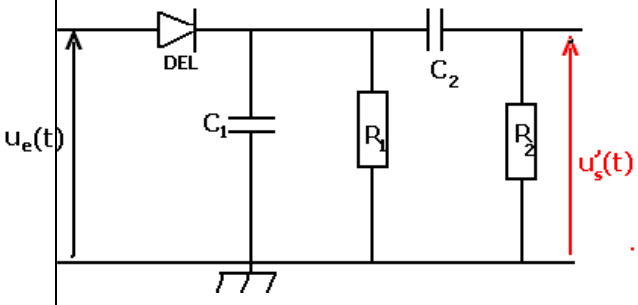


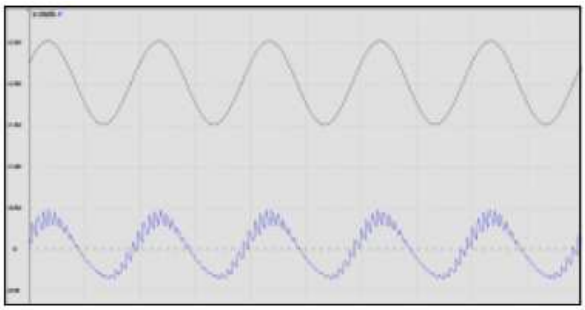
المناولة 3 : إنجاز إزالة تضمين الوسع .

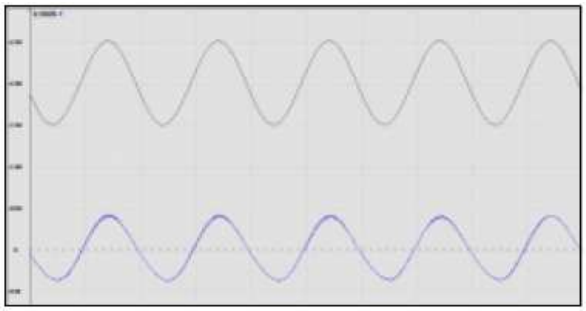
نضيف للتركيب السابق ثنائي قطب R_2C_2 .
نعاين بواسطة راسم التذبذب توتر الدخول $u_e(t)$ وتوتر الخروج $u'_s(t)$.

1 ــ ما اسم ثنائي القطب R_2C_2 المستعمل ؟ ما الدور الذي يلعبه ثنائي القطب R_2C_2 في هذه التجربة ؟

2 ــ أ ــ أذكر مختلف مراحل عملية إزالة تضمين الوسع







خلاصة :

ـ لإزالة تضمين توتر مضمَّن الوسع يجب :

كشف غلاف التوتر المضمَّن بواسطة صمام ثنائي و مرشح للنرددات المنخفضة ، ويكون هذا الكشف جيدا إذا تحقق الشرط : $T_p \ll \tau = RC < T_s$.

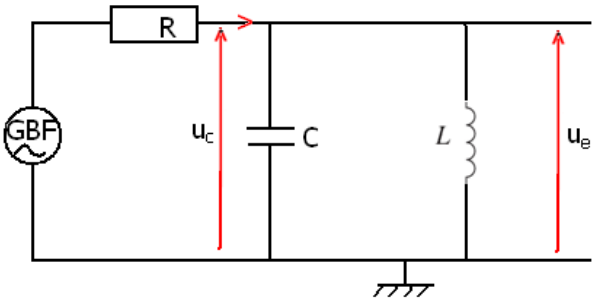
ـ حذف المركبة المستمرة للتوتر بواسطة مرشح للترددات العالية .

ب ـ أرسم تبيانة توضيحية تبين هذه المراحل .

III ـ إنجاز جهاز يستقبل بث إذاعي بتضمين الوسع .

1 ـ دراسة الدارة المتوازية LC : مرشح ممرر للمنطقة passe – bande

ننجز التركيب الكهربائي جانبه والذي يتكون من مكثف سعته C=10µF ووشيعة مركبة على التوازي مع المكثف معامل تحريضها الذاتي L=1H وموصل أومي مقاومته R=1kΩ .



يطبق مولد التردد المنخفض توترا جيبيا وسعه 1V ثابت .

نغير التردد f لمولد GBF ، وفي كل مرة نقيس بواسطة راسم التذبذب الوسع U_{ms} لتوتر الخروج $u_s(t)$.

ندون النائج في جدول ونخط المنحنى الممثل لتغيرات U_{ms} بدلالة f ، فنحصل على الشكل جانبه .

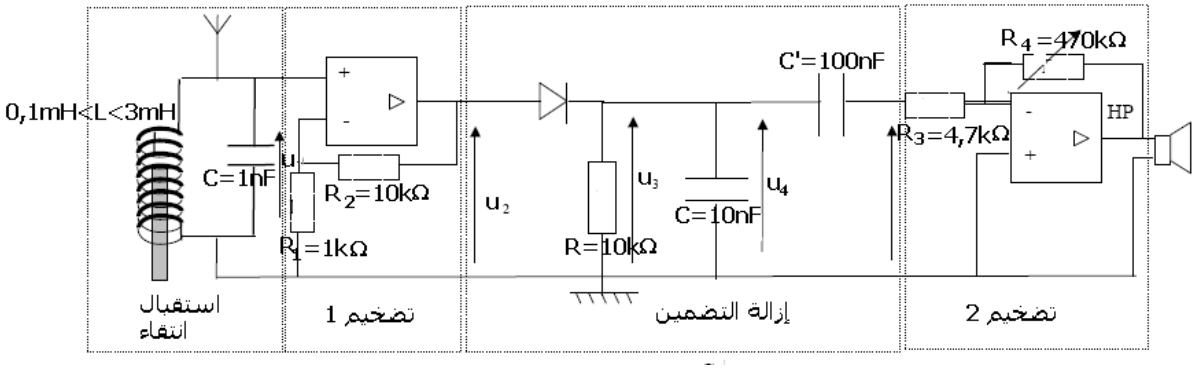
1 ـ صف منحنى الاستجابة U_{ms} بدلالة f التردد المحصَّل .

2 ـ علل لماذا تسمى الدارة المتوازية LC مرشحا ممررا للمنطقة .

3 ـ حدد مبيانيا التردد الموافق للقيمة القصوى للوسع U_{ms} ، تم قارنه مع $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. كيف يمكن انتقاء إشارة ذات تردد معين f_0 .

2 ـ مبدأ اشتغال مرشح ممرر المنطقة .

عند ربط الدارة المتوازية LC بهوائي مستقبل للموجات الكهرمغنطيسية التي ترسلها المحطات الإذاعية ، ينشأ توتر كهربائي في هذا الهوائي . ولإنتقاء إرسال واحد أو محطة واحدة يلزم التوفيق بين التردد الخاص f_0 للدارة المتوازية LC وتردد الموجة المنبعثة من المحطة ، ويتم ذلك بضبط معامل التحريض الذاتي L أو سعة المكثف C .



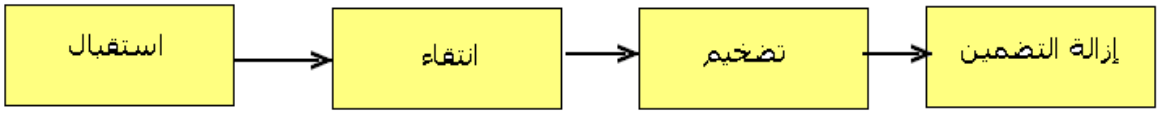
3 ـ إنجاز جهاز مستقبل راديو بسيط .

نعوض في التركيب الكهربائي السابق مولد التردد المنخفض ، بهوائي للإستقبال ونستعمل وشيعة معامل تحريضها الذاتي L قابل للضبط . نضيف تركيبا مضخما للتوتر ودارة إزالة التضمين .
ننجز التركيب الكهربائي التجريبي أعلاه ونغير معامل التحريض الذاتي L للحصول على بث إذاعي .
نعاين بواسطة راسم التذبذب التوترات u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 ، خلال اشتغال التركيب .
1 ـ تسمى الدارة المتوازية LC دارة التوافق circuit d'accord . ما مجال الترددات الممكن كسحه بواسطة هذه الدارة ؟
2 ـ قارن بين التوترات الملاحظة واكتب تعليقا حولها .

خلاصة .

تكون التوترات التي يلتقطها الهوائي ضعيفة جدا لذا يجب تضخيمها قبل إزالة تضمينها

المبدأ :

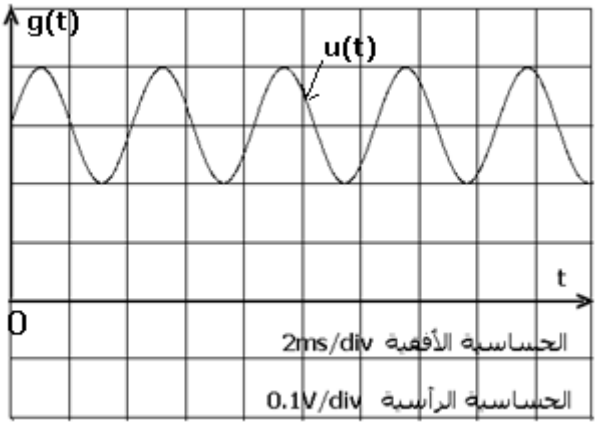


يتكون المستقبل " الراديو AM " من :
ـ هوائي يلتقط موجات الراديو .
ـ ثنائي قطب LC ينتقي المحطة المرغوب فيها .
ـ مضخم التوتر المضمَّن المنتقى ؛
ـ دارة إزالة تضمين الوسع تسمح باسترجاع الإشارة المضمّنة ، وهي مكونة من دارة كاشف الغلاف ومرشح ممرر للترددات العالية .

تمارين حول تضمين الوسع

تمرين 1:

نعتبر توترا g(t) جيبي بمركبة مستمرة U_0 الممثل في الشكل جانبه :



1 ـ عين مبيانيا :

الدور T والتوتر الأقصى U_m للتوتر u(t) والتوتر للمركبة المستمرة U_0 .

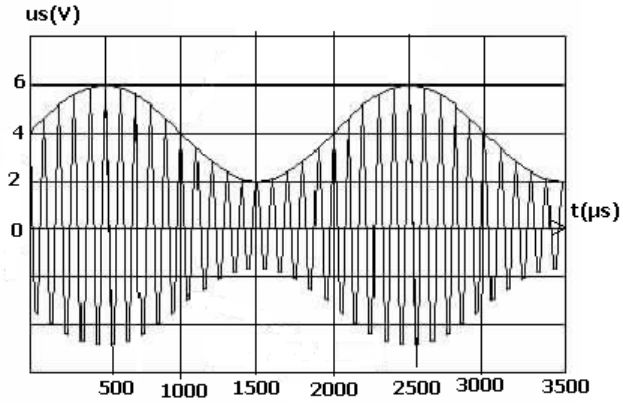
2 ـ أكتب نعبير التوتر g(t) .

تمرين 2

نعتبر توتر $u_s(t)$ مضمَّن الوسع تعبيره على الشكل التالي :

$$u_S(t) = \left(S_m \cos(2\pi f.t) + U_0\right)\cos(2.\pi.F.t)$$

يمثل الشكل جانبه تغيرات $u_S(t)$ بدلالة الزمن :



1 ـ عين مبيانيا :

أ ـ الموجة الحاملة و تردد الموجة الحاملة F و تردد الإشارة المضِّمنة f.

ب ـ القيمتين الحديتين $U_{s\,(max)}$ و $U_{s\,(min)}$.

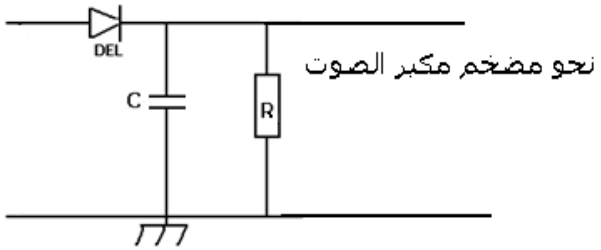
2 ـ أوجد تعبير $U_{S(max)}$ و $U_{S(min)}$ بدلالة S_m وسع توتر الإشارة المرسَلة و U_0 المركبة المستمرة للتوتر .

3 ـ أكتب تعبير m نسبة التضمين بدلالة $U_{s(max)}$ و $U_{S(min)}$. أحسب قيمة m .

4 ـ أحسب الترددات التي تظهر على رؤوس طيف الترددات للموجة المضمَّنة .

تمرين 3 إزالة التضمين

تتكون دارة إزالة التضمين لجهاز الراديو من صمام ثنائي وكاشف غلاف RC مكون من موصل أومي مقاومته R ومكثف سعته C=10nF . متوسط تردد الموجات الصوتية هو 1kHz ويلتقط مستقبل موجات الراديو موجات ترددها 164kHz .



1 ـ بين أن الجداء RC يعبر عن الزمن .

2 ـ من بين المقاومات التالية ، حدد قيمة R للحصول على موجات صوتية ذات جودة جيدة .

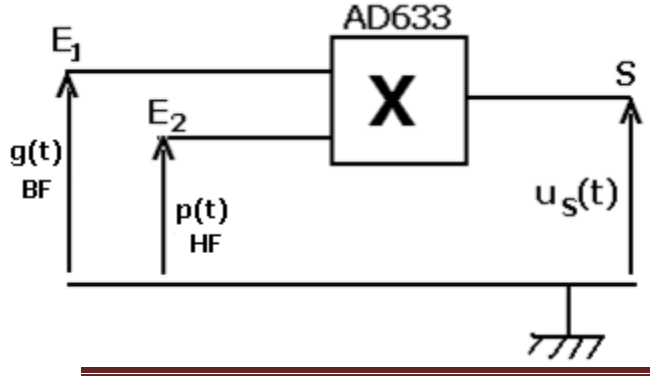
$200k\Omega, 20k\Omega, 1k\Omega, 100\Omega$

تمرين 4

في المختبر تم إنجاز تركيب التضمين الممثل جانبه .

الهدف منه ملاحظة التوترين المضمِّن والحامل .

لمعاينة هاذين التوترين تم استعمال حاسوب فحصلنا على المنحنيات التالية

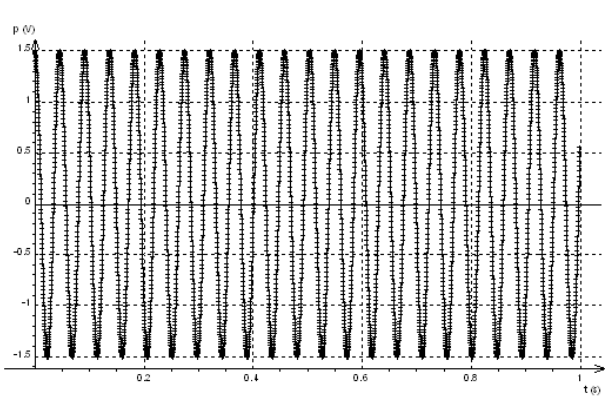


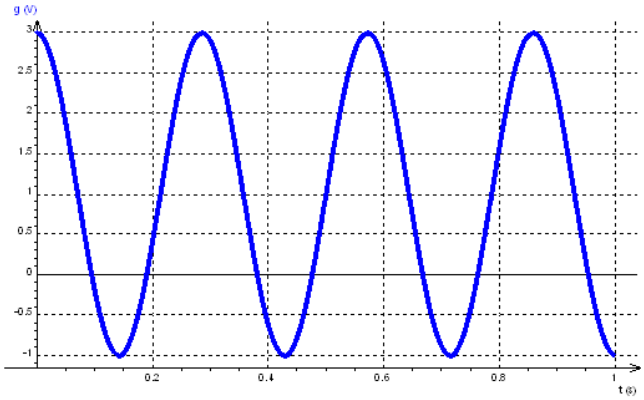
1 ـ أعط اسم المركبة المستعملة في هذا التركيب .

2 ـ حدد على التبيانة المدخلين X و Y لمعاينة التوترين المضمِّن والحامل .

3 ـ حدد مبيانيا دور وتردد التوترين واستنتج طبيعتهما . علل جوابك .

4 ـ ما قيمة المركبة المستمرة للتوتر U_0 ؟





تمرين 5

ننجز دارة التضمين باستعمال توترين جيبيين ودارة كهربائية منجزة لجداءهما .

1 ـ نعطي تعبير كل توتر جيبي بدلالة الزمن $u(t) = 0,5.\cos(2\pi.100t)$ و $p(t) = 4.\cos(2\pi.2000t)$

1 ـ 1 عين طبيعة كل توتر (الحامل والمضمِّن)

1 ـ 2 نضيف للتوتر المضمِّن مركبة مستمرة للتوتر U_0=1,5V ، أكتب تعبير التوتر الناتج s(t) عن هذه الإضافة .

2 ـ تعطي الدارة المنجزة للجداء عند مخرجها توترا $u_s(t)$ يتناسب مع جداء التوترين الحامل و s(t) . أوجد التعبير الحرفي للجداء $u_s(t)$ علما أن معامل التناسب هو k .

3 ـ استنتج من التعبير السابق الدوال الجيبية المكونة ل $u_s(t)$ ثم عين ترددها .

4 ـ مثل طيف الترددات موضحا عرض المنطقة .

5 ـ مثل على نفس المبيان تغيرات التوتر الحامل والتوتر المضمِّن بدلالة الزمن . لنعتبر 10ms أقصى مدة على محور الزمن .

6 ـ مثل على مبيان آخر شكل منحنى كل من s(t) و $u_s(t)$. ما الفائدة من تمثيل المنحنيين على نفس المبيان ؟

7 ـ ما شكل منحنى $u_s(t)$ في غياب المركبة المستمرة للتوتر U_0 ؟ ما اسم الظاهرة ؟ ما المشكل الذي يحدث عند الاستقبال ؟

8 ـ يتكون جهاز الاستقبال من دارة سدادة LC وكاشف للغلاف .

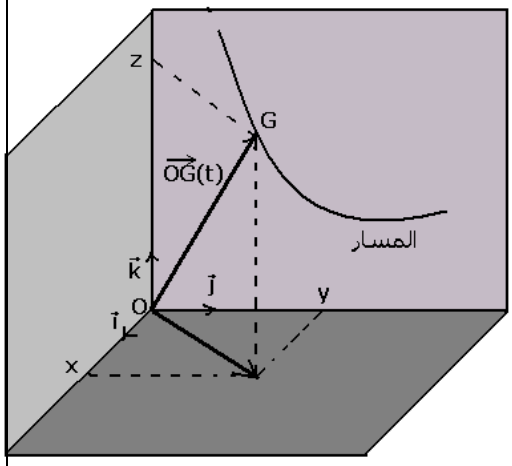
أ ـ مثل الدارة السدادة ثم احسب قيمة معامل التحريض للوشيعة ، نعطي F^{-6} .

ب ـ مثل دارة إزالة التضمين (دارة كاشف الغلاف) ثم اقترح قيمة تقريبية لسعة المكثف . نأخذ R=1KΩ .

قوانين نيوتن

I ـ متجهة السرعة اللحظية ـ متجهة التسارع اللحظي .

1 ـ تذكير .



* الحركة : متى يكون جسم صلب في حركة ؟

حركة الجسم الصلب هي **نسبية** أي تتعلق **بالجسم المرجعي** الذي اختير لدراسة هذه الحركة .

لدراسة حركة جسم ما يجب أن نختار جسم مرجعي ونعتبر **معلم للفضاء ومعلم الزمن** مرتبطين **بالجسم المرجعي .**

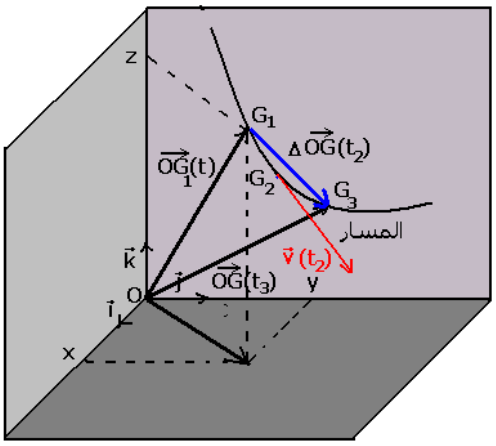
في جسم مرجعي ، يكون جسم صلب في حركة عندما يتغير موضع نقطه خلال الزمن

* نقتصر في دراسة حركة جسم صلب في جسم مرجعي ما على حركة **مركز قصوره G** والتي تمكننا من معرفة **حركته الإجمالية** .

* نمعلم نقطة متحركة من جسم صلب بواسطة **متجهة الموضع** .

مثلا حركة مركز قصور الجسم (S)نمعلمها بالمتجهة : $\overrightarrow{OG}$ بحيث أن إحداثياتها في المعلم المتعامد والممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ هي :

$$\overrightarrow{OG}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$$



مجموع المواضع المتتالية التي تشغلها النقطة G خلال الزمن تكوّن **مسار** هذه النقطة .

2 ـ متجهة السرعة اللحظية

أ ـ تعريف :

نعتبر $G(t_1)$ موضع مركز قصور المتحرك عند اللحظة t_1 و $G(t_2)$موضع مركز القصور للمتحرك عند اللحظة t_2 و $G(t_3)$ موضع مركز القصور عند اللحظة $t_3=t_1+\Delta t$ ، نعرف متجهة السرعة عند اللحظة t_2 بالعلاقة التالية :

$$\vec{v}(t_2)=\frac{\overrightarrow{G(t_3)G(t_1)}}{t_3-t_1}=\frac{\overrightarrow{G(t_3)G(t_1)}}{\Delta t}$$

نطبق علاقة شال في الرياضيات :

$$\overrightarrow{G(t_1)G(t_3)}=\overrightarrow{G(t_1)O}+\overrightarrow{OG(t_3)}=\overrightarrow{OG(t_3)}-\overrightarrow{OG(t_1)}=\overrightarrow{\Delta OG(t_2)}$$

$$\vec{v}(t_2)=\frac{\overrightarrow{\Delta OG(t_2)}}{\Delta t}$$

يمكن أن نعمم هذه النتيجة على الشكل التالي :

$$\vec{v}(t)=\frac{\overrightarrow{\Delta OG(t)}}{\Delta t}$$

هذه الطريقة تسمى بالطريقة التأطيرية تستعمل في حالة أن اللحظة t_i تكون مؤطرة من طرف لحظتين t_{i+1} و t_{i-1} جد متقاربتين .

رياضيا نبرهن على أن $\frac{\overrightarrow{\Delta OG(t)}}{\Delta t}$ تؤول إلى المشتقة الأولى $\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ عندما تؤول $\Delta t\to 0$ أي أن :

$$\vec{v}_G = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{OG}}{\Delta t}$$

مميزات متجهة السرعة :

تكون متجهة السرعة في نقطة معينة مماسة لمسار هذه النقطة وموجهة في منحى حركتها
في حالة حركة مستقيمية يكون اتجاه متجهة السرعة متطابق مع مسار هذه النقطة
وحدة السرعة في النظام العالمي للوحدات هي m/s

ملحوظة : تتعلق متجهة السرعة بالجسم المرجعي الذي تتم فيه الدراسة .

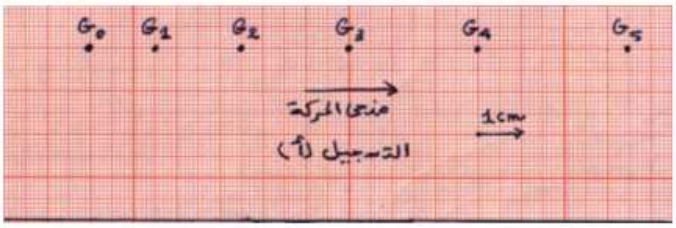
ب ـ إحداثيات متجهة السرعة في معلم ديكارتي

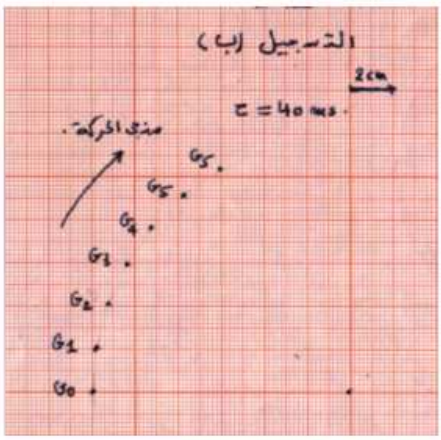
في معلم متعامد وممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ (معلم ديكارتي) إحداثيات السرعة اللحظية هي :

$$\overrightarrow{OG} = x_G\vec{i} + y_G\vec{j} + z_G\vec{k} \Rightarrow \vec{v}_G(t) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \frac{dx_G}{dt}\vec{i} + \frac{dy_G}{dt}\vec{j} + \frac{dz_G}{dt}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} = \dot{x}_G\vec{i} + \dot{y}_G\vec{j} + \dot{z}_G\vec{k}$$

تمرين تجريبي :

لدراسة حركة مركز قصور حامل ذاتي على منضدة هوائية نقوم بتجربتين :
التجربة الأولى نميل المنضدة بزاوية $\alpha = 20°$ بالنسبة للمستوى الأفقي . نطلق الحامل الذاتي من أعلى المنضدة بدون سرعة بدئية ونسجل مواضع مركز قصوره G خلال مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 40ms$ فنحصل على التسجيل (أ) .
التجربة الثانية : نعيد المنضدة إلى وضعها الأفقي ونربط الحامل الذاتي بخيط غير قابل الامتداد حيث أحد طرفيه مثبت بحامل ثابت والطرف الآخر مرتبط بالحامل الذاتي ونجره بطريقة . نسجل مواضع مركز قصوره G خلال مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 40ms$. فنحصل على التسجيل (ب) .

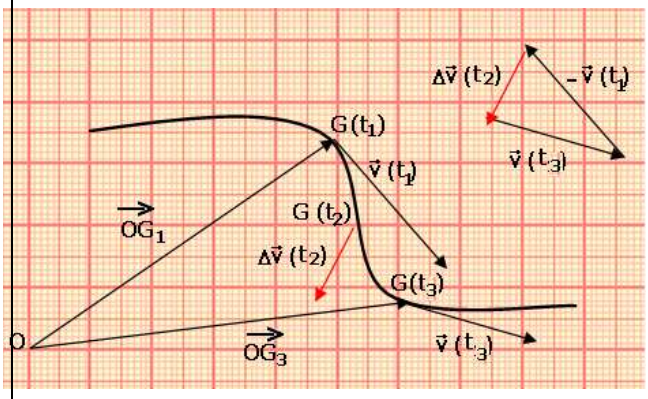




استثمار :

1 ـ أحسب بالنسبة لكل تسجيل v_2 و v_4 سرعتا G مركز قصور الحامل الذاتي على التوالي في الموضعين G_2 و G_4 .

2 ـ مثل على كل تسجيل المتجهتين $\vec{v}_2$ و $\vec{v}_4$ باستعمال سلم ملائم . مثل في G_3 من كل تسجيل المتجهة $(\vec{v}_4 - \vec{v}_2)$.



3 ـ متجهة التسارع اللحظي .

أ ـ تعريف

لتكن $\vec{v}(t_1)$ متجهة السرعة في اللحظة t_1 و $\vec{v}(t_3)$ في اللحظة $t_3 = t_1 + \Delta t$ نعرف متجهة التسارع $\vec{a}_G(t_2)$ بالعلاقة التالية :

$$\vec{a}_G(t_2) = \frac{\vec{v}(t_3) - \vec{v}(t_2)}{t_3 - t_2} = \frac{\Delta\vec{v}(t_2)}{\Delta t}$$

بصفة عامة تكتب متجهة التسارع في لحظة t هي : $\vec{a}(t)=\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$

نستعمل هذه العلاقة في حالة أن اللحظة t_i مؤطرة بلحظتين t_{i+1} و t_{i-1} جد متقاربتين .

عندما تتناهى Δt نحو الصفر ، يتناهى المقدار $\frac{\Delta\vec{v}_G}{\Delta t}$ نحو متجهة التسارع $\vec{a}_G(t)$ بحيث أن :

$$\vec{a}_G(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta\vec{v}_G}{\Delta t}\right)=\frac{d\vec{v}_G}{dt}$$

وحدة التسارع في النظام العالمي للوحدات هي m/s^2 .

ملحوظة : تتعلق متجهة التسارع بالجسم المرجعي الذي تتم فيه الدراسة .

تطبيق :

3 ـ احسب بالنسبة للدراسة التجريبية السابقة المتجهة $\vec{a}_3$. ومثلها باستعمال سلم مناسب .

ب ـ إحداثيات متجهة التسارع

* إحداثيات متجهة التسارع في معلم ديكارتي $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$:

$$\vec{a}_G(t)=\frac{d\vec{v}_G}{dt}=\frac{dv_x}{dt}\vec{i}+\frac{dv_y}{dt}\vec{j}+\frac{dv_z}{dt}\vec{k}=\frac{d^2x_G}{dt^2}\vec{i}+\frac{d^2y_G}{dt^2}\vec{j}+\frac{d^2z_G}{dt^2}\vec{k}=\ddot{x}\vec{i}+\ddot{y}\ \vec{j}+\ddot{z}\ \vec{k}$$

حالات خاصة :

إذا كانت حركة G تتم على مستوى $(O,\vec{i},\vec{j})$ في معلم ديكارتي مرتبط بجسم مرجعي $\mathcal{R}$ تصبح العلاقات كالتالي :

$$\overrightarrow{OG}=x\vec{i}+y\vec{j},\vec{v}_G=\dot{x}\vec{i}+\dot{y}\vec{j},\vec{a}_G=\ddot{x}\vec{i}+\ddot{y}\vec{j}$$
$$v_G=\sqrt{v_x^2+v_y^2},a_G=\sqrt{a_x^2+a_y^2}$$

إذا كانت حركة G حركة مستقيمية تتم وفق المحور $(O,\vec{i})$ فإن العلاقات هي كالتالي :

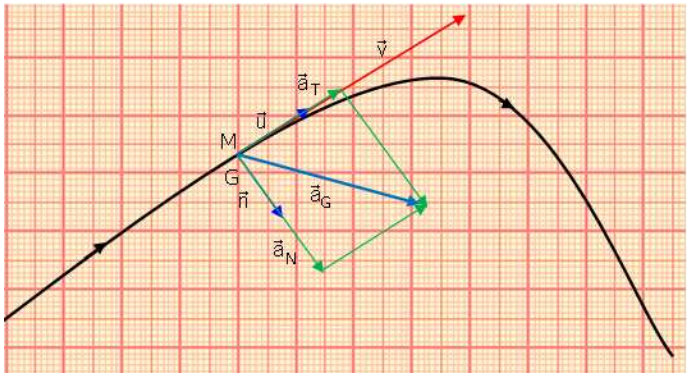
$$\overrightarrow{OG}=x\vec{i},\vec{v}_G=\dot{x}\vec{i},\vec{a}_G=\ddot{x}\vec{i}$$

*** إحداثيتا التسارع في أساس فرينيي .**

تعريف بأساس فرينيي :

أساس فيرني هو أساس للإسقاط غير مرتبط بالمرجع .

معلم فريني $(M,\vec{u},\vec{n})$ معلم متعامد وممنظم ينطبق أصله مع موضع النقطة المتحركة ، حيث متجهته الواحدية $\vec{u}$ مماسة للمسار وموجهة في منحى الحركة ، ومتجهته $\vec{n}$ متعامدة مع $\vec{u}$ وموجهة داخل انحناء المسار .



نعبر عن متجهة التسارع $\vec{a}_G$ في أساس فريني ، بالنسبة لحركة مستوية كالتالي :

$\vec{a}_G=a_T.\vec{u}+a_N.\vec{n}$ بحيث أن :

$\vec{a}_T$ متجهة التسارع المماسي بحيث أن $a_T=\frac{dv_G}{dt}$

$\vec{a}_N$ متجهة التسارع المنظمي بحيث أن $a_N=\frac{v^2}{\rho}$ هو شعاع انحناء المسار في الموضع M .

ملحوظة : من خلال الجداء السلمي للمتجهتين $\vec{a}$ و $\vec{v}$ يمكن لنا تحديد طبيعة الحركة :

$$\vec{a}.\vec{v}=a.v.\cos(\vec{a},\vec{v})$$

تتعلق إشارة الجداء $\vec{a}.\vec{v}$ بالزاوية $\alpha=(\vec{a},\vec{v})$

$\vec{a}.\vec{v}<0$ تكون الحركة متباطئة

$\vec{a}.\vec{v}>0$ تكون الحركة متسارعة

$\vec{a}.\vec{v}=0$ تكون الحركة مستقيمية منتظمة .

II ـ قوانين نيوتن

1 ـ القوة الداخلية ـ القوة الخارجية .

للقيام بدراسة ميكانيكية يجب تحديد المجموعة المدروسة وهي تتكون من جسم واحد أو أكثر
يسمح بتصنيف القوى المقرونة بالتأثيرات الميكانيكية بين مكوناتها إلى قوى داخلية وقوى خارجية
القوة الخارجية هي كل التأثيرات الميكانيكية المطبقة على المجموعة من أجسام لا
القوى الداخلية هي التأثيرات الميكانيكية المطبقة من طرف الأجسام المنتمية للمجموعة

ملحوظة : إذا كان مجموع القوى الخارجية منعدما $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ نقول أن هذه المجموعة شبه معزولة ميكانيكيا .

2 ـ القانون الأول لنيوتن أو مبدأ القصور

في مرجع غاليلي ، إذا كان مجموع القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب يساوي متجهة منعدمة $\left(\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}\right)$، فإن متجهة السرعة $\vec{v}_G$ لمركز القصور G للجسم الصلب تكون ثابتة . وفي المقابل ، إذا كانت متجهة السرعة لمركز القصور G للجسم الصلب ثابتة ، فإن مجموع القوى الخارجية المطبقة على الجسم مجموع منعدم .

ملحوظة :

يمكّن مركز القصور من التمييز بين مراجع غاليلية ومراجع غير غاليلية : المراجع الغاليلية هي مراجع يتحقق فيها مبدأ القصور .
المرجع المركزي الشمسي (مرجع كوبرنيك) مركزه الشمس والمحاور الثلاث موجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة . أفضل مرجع غاليلي .
المرجع المركزي الأرضي : مركزه الأرض ملائم لدراسة حركات الأجسام التي تتحرك حول الأرض (الطائرات والأقمار الاصطناعية ..) ليس بمرجع غاليلي بالمعنى الدقيق .
المرجع الأرضي : كل جسم صلب مرتبط بسطح الأرض يمكن اعتباره مرجعا أرضيا . مثال : المختبر .
ويستعمل لدراسة جميع الأجسام التي تتحرك على سطح الأرض أو على ارتفاع ضئيل منه بمرجعا غاليليا بالمعنى الدقيق .
بالنسبة للحراكات القصيرة المدة يمكن اعتبار هذين المرجعين غاليليين .

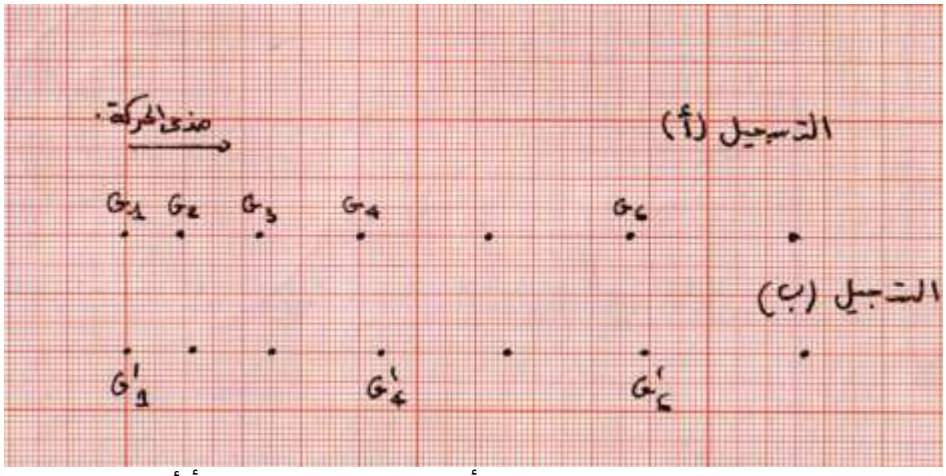
3 ـ القانون الثاني لنيوتن (القانون الأساسي للتحريك)

3 ـ 1 العلاقة بين $\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$ و $\sum \vec{F}_{ext}$

النشاط التجريبي 2

التحقق التجريبي من العلاقة $\sum \vec{F}_{ext} = m\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$

نضبط المنضدة أفقيا ، ونضع الحامل الذاتي فوقها ، ثم نربطه بجهاز يطبق قوة ثابتة قابلة للضبط بواسطة خيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة . نحرك الحامل الذاتي في اتجاه محور أنبوب الجهاز حتى يصير الخيط موازيا لسطح المنضدة ، ونبقيه في حالة سكون . نشغل الجهاز فينزلق الحامل الذاتي فوق المنضدة بفعل القوة $\vec{F}$ التي يطبقها عليه الخيط $\left(F = 0,27N\right)$ ، وفي نفس الوقت نسجل المواضع التي يحتلها G مركز قصور الحامل الذاتي في مدد متتالية ومتساوية $\tau = 80ms$ فنحصل على التسجيل (أ) أنظر التسجيل أسفله .
نعيد نفس التجربة مع الاحتفاظ بنفس الشدة F لكن بوجود نقص في صبيب الهواء المنبعث من معصفة souflerie الحامل الذاتي . نحصل على التسجيل (ب)



1 ـ أجرد القوى المطبقة على الحامل الذاتي أثناء حركته في التجربة ألأولى .

2 ـ أثبت أن $\left(\sum \vec{F}_{ext}\right)$ مجموع القوى الخارجية المطبقة على الحامل الذاتي أثناء حركته يكافئ القوة $\vec{F}$ خلال التجربة ألأولى .

3 ـ أوجد باستغلال التسجيل قيمة Δv_G تغير سرعة G في الحالات التالية :

أ ـ بين G_1 و G_3 ب ـ بين G_2 و G_4 ج ـ بين G_2 و G_5 د ـ بين G_2 و G_6 . ماذا تلاحظ ؟

4 ـ مثل تغيرات Δv_G بدلالة Δt المدة الزمنية الموافقة .

5

القسمة $\frac{F}{m}$ ، m هي كتلة الحامل الذاتي : m=450g . تحقق من العلاقة $\sum \vec{F}_{ext} = m\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$.

6 ـ نعتبر أن قوة الاحتكاك $\vec{f}$ موازية لمسار G ومنحاها عكس منحى G . أحسب f شدة هذه القوة .

7 ـ إذا علمت أن القانون الثاني لنيوتن تجسده العلاقة $\sum \vec{F}_{ext} = m\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$ ، اقترح نص هذا القانون ، مبرزا الفائدة منه .

3 ـ 2 نص القانون الثاني لنيوتن .

عندما تتناهى Δt نحو الصفر يتناهى خارج القسمة $\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$ نحو متجهة التسارع $\vec{a}_G$ ، فتصبح العلاقة $\sum \vec{F}_{ext} = m\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$ بمتابة قانون لحظي ، وهو القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$

نص قانون :

في مرجع غاليلي ، يساوي مجموع القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب جداء كتلة هذا الجسم ومتجهة التسارع لمركز قصوره G :

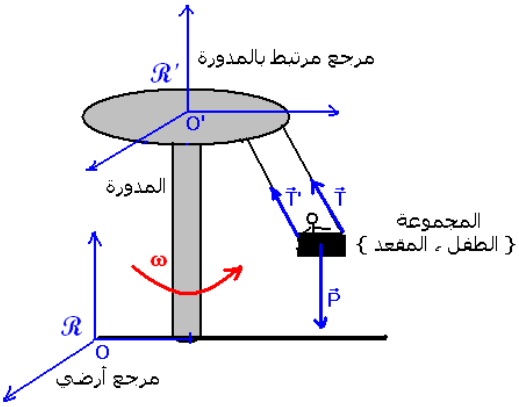
$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

ملحوظة : لا يطبق القانون الثاني لنيوتن إلا في المراجع الغاليلية .

تطبيق حول تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المراجع الغاليلية :

تنجز مدورة ألعاب حركة دوران منتظم ، حول محور ثابت ، في مرجع أرضي . أخذ الطفل أحمد مقعده في هذه المدورة . نعتبر { الطفل ، المقعد } المجموعة المدروسة ونجسم هذه المجموعة بمركز قصورها G ، حيث كتلتها M .

1 ـ اجرد القوى المطبقة على المجموعة خلال حركة دورانها . ومثلها بدون سلم في مركز قصور المجموعة .



ـ وزن المجموعة $\vec{P}$

ـ تأثير الحبل على المجموعة $\vec{F}$

2 ـ نعتبر الجسم المرجعي $\mathcal{R}'$ مرتبط بالمدورة والجسم المرجعي الأرضي $\mathcal{R}$.

2 ـ 1 حدد الحالة الميكانيكية للمجموعة في $\mathcal{R}$ و $\mathcal{R}'$. واستنتج تسارعها في المرجع $\mathcal{R}'$.

في الجسم المرجعي $\mathcal{R}'$ المرتبط بالمدورة المجموعة في حالة سكون

في الجسم المرجعي $\mathcal{R}$ في حركة دوران منتظم .

ـ تسارع المجموعة في $\mathcal{R}'$ منعدم $\vec{a}_G = \vec{0}$

2 ـ 2 طبق القانون الثاني لنيوتن في $\mathcal{R}$ و $\mathcal{R}'$. ماذا تستنتج ؟

نطبق القانون الثاني لنيوتن في $\mathcal{R}$: $\vec{P} + \vec{F} = M.\vec{a}_G$

نطبق القانون الثاني لنيوتن في $\mathcal{R}'$ بما أن $\vec{a}_G = \vec{0}$ فإن $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ لكن حسب تمثيل القوى يلاحظ أن $\sum \vec{F}_{ext} \neq \vec{0}$

4 ـ القانون الثالث لنيوتن

نص القانون : مبدأ التأثيرات المتبادلة .

نعتبر جسمين A و B في تأثير بيني ، لتكن $\vec{F}_{A/B}$ القوة التي يطبقها A على B و $\vec{F}_{B/A}$ القوة التي يطبقها B على A .

سواء كان الجسمان في حركة أو في سكون فإن القوتين $\vec{F}_{A/B}$ و $\vec{F}_{B/A}$ تحققان المتساوية :

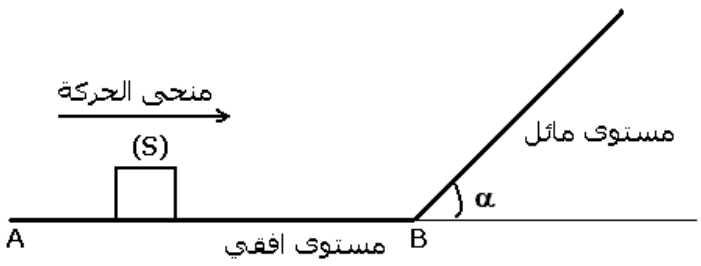
$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

يطبق هذا القانون بالنسبة لقوى التماس وكذلك بالنسبة لقوى عن بعد .

III ـ تطبيق : حركة جسم صلب على مستوى أفقي وعلى مستوى مائل .

1 ـ نعتبر جسما صلبا (S) كتلته M=200g ، موضوعا فوق مستوى أفقي بحيث يتم التماس بينهما بدون احتكاك . نطبق قوة أفقية ثابتة $\vec{F}$ شدتها F=0.5N و تسمح بتحريكه على المستوى الأفقي . خط تأثير القوة $\vec{F}$ موازي للمستوى الأفقي .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم الصلب (S) أثناء حركة مركز قصوره G ، بين أن طبيعة حركة مركز قصوره حركة مستقيمية متغيرة بانتظام . أحسب قيمة التسارع a_G لمركز قصوره .



الجواب :

لتطبيق القانون الثاني لنيوتن نحدد المجموعة المدروسة : (S) . ونختار مرجعا غاليليا وهو المرجع الأرضي .

نقوم بجرد القوى المطبقة على المجموعة المدروسة : (S)

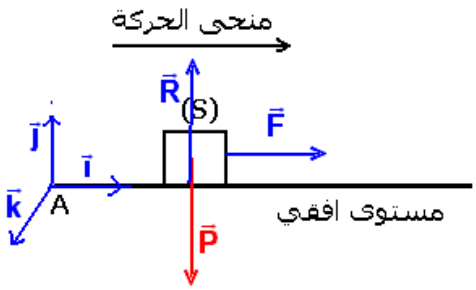
$\vec{P}$ وزن الجسم (S)

$\vec{F}$ القوة الأفقية الثابتة .

$\vec{R}$ تأثير السطح على (S) . في غياب الاحتكاك بين الجسم والسطح تكون المتجهة $\vec{R}$ عمودية على السطح الأفقي .

نطبق القانون الثاني لنيوتن ، القانون الأساسي للتحريك

$$\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=m.\vec{a}_G$$



إسقاط العلاقة المتجهية على المعلم المتعامد الممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j})$

على Ox لدينا : $P_x+R_x+F_x=m.a_1 \Rightarrow F=m.a_1$ (1)

على Oy لدينا $P_y+F_y+R_y=\vec{0}$ غياب الحركة على المحور Oy أي أن $R-P=0 \Rightarrow R=P=mg$

حركة مركز قصور الجسم (S) حركة مستقيمية لأن مسار مركز قصور الجسم مستقيمي .

من خلال العلاقة (1) يتبين أن التسارع a لمركز قصور الجسم ثابت حسب التعبير التالي : $a=\frac{F}{m}$

وبالتالي فحركة مركز قصور الجسم (S) حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .

حساب التسارع a : $a_1=2,5m/s^2$

2 ـ في نقطة B ، تبعد عن النقطة A موضع انطلاقه بدون سرعة بدئية بمسافة ℓ=30cm ، يصعد الجسم (S) مستوى مائلا بالنسبة للمستوى الأفقي بزاوية $\alpha=45°$ حيث تبقى نفس القوة $\vec{F}$ مطبقة عليه ، خط تأثيرها موازي للمستوى المائل . نعتبر أن التماس بين المستوى المائل والجسم (S) يتم بالاحتكاك وأن معامل الاحتكاك في هذه الحالة هو k=0,1 .

ما هي طبيعة حركة مركز قصور الجسم (S) خلال حركته على المستوى المائل ؟

أحسب المسافة الدنوية التي يمكن أن يقطعها الجسم قبل توقفه .

الجواب :

نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) في الجزء الثاني من مساره وهو المستوى المائل .

نختار نفس المرجع السابق وهو المرجع الأرضي والذي نعتبر ه مرجعا غاليليا ونربطه بمعلم متعامد وممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j})$

جرد القوى المطبقة على (S) :

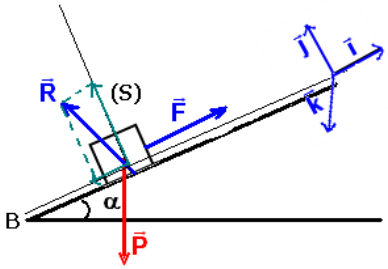
$\vec{P}$ وزن الجسم (S)

$\vec{F}$ القوة الثابتة حيث اتجاهها موازي للمستوى المائل .

$\vec{R}$ تأثير السطح على (S) . وجود الاحتكاك بين الجسم والسطح تكون المتجهة $\vec{R}$ مائلة بالنسبة للخط المنظمي على المستوى المائل بزاوية φ تسمى بزاوية الاحتكاك ومنحاها عكس منحى حركة الجسم (S) . نعرف معامل الاحتكاك بالعلاقة التالية : $k=\tan\varphi=\left|\frac{R_T}{R_N}\right|$ بحيث أن $\vec{R}_T$ المركبة المماسية للمتجهة $\vec{R}$ وهي التي تقاوم حركة الجسم تسمى بقوة الاحتكاك ونرمز لها ب $\vec{f}$ و $\vec{R}_N$ المركبة المنظمية على المستوى المائل للمتجهة $\vec{R}$

نطبق القانون الثاني لنيوتن ، القانون الأساسي للتحريك

$$\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=m.\vec{a}_G$$



إسقاط العلاقة المتجهية على المعلم المتعامد الممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j})$

على Ox لدينا : $P_x+R_x+F_x=m.a_2 \Rightarrow -mg\sin\alpha-R_T+F=m.a_2$ (1)

على Oy لدينا $P_y+F_y+R_y=\vec{0}$ غياب الحركة على المحور Oy أي أن $R_N-mg\cos\alpha=0 \Rightarrow R_N=mg\cos\alpha$

لدينا $k=\frac{R_T}{R_N} \Rightarrow R_T=k.R_N=k.mg\cos\alpha$ من العلاقة (1) نستنتج أن

$$-mg\sin\alpha - kmg\cos\alpha + F = m.a_2 \Rightarrow a_2 = \left(\frac{F}{m} - \left(g\sin\alpha + kg\cos\alpha\right)\right)$$

$$a_2 = a_1 - \left(g\sin\alpha + kg\cos\alpha\right)$$

يلاحظ من خلال التعبير أن a_2 ثابتة وأصغر من a_1 نظرا لوجود الاحتكاكات وكذلك المستوى المائل .
إذن فحركة مركز قصور الجسم (S) في هذا الجزء هي حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .
قيمة التسارع a_2 هي : $a_2 = -5,1m/s^2$
نحسب المسافة الدنوية التي يجب أن يقطعها الجسم قبل توقفه :
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين النقطة B التي سيصل إليها الجسم في المرحلة الأولى بسرعة v_B والنقطة التي سيتوقف فيها الجسم (S) .
حساب v_B نطبق كذلك مبرهنة الطاقة الحركية منذ انطلاقه من النقطة A إلى وصوله إلى النقطة B :

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \underset{A\to B}{W}\left(\vec{F}\right) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = F.\ell = m.a_1.\ell$$

$$v_B = \sqrt{2.a_1.\ell} = 1,22m/s$$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية لحساب d المسافة التي سيقطعها الجسم قبل توقفه :

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = \underset{B\to f}{W}\left(\vec{P}\right) + \underset{B\to f}{W}\left(\vec{R}\right) + \underset{B\to f}{W}\left(\vec{F}\right)$$

$$-\frac{1}{2}mv_B^2 = -mgd\sin\alpha - R_T.d + F.d \Rightarrow -\frac{1}{2}mv_B^2 = m.d\left(-g\sin\alpha - kg.\cos\alpha + \frac{F}{m}\right)$$

$$-\frac{1}{2}mv_B^2 = m.a_2.d$$

$$d = -\frac{v_B^2}{2a_2} = 0,15m$$

IV ـ الحركة المستقيمية المتغيرة بانتظام

1 ـ تعريف

تكون لمركز القصور G لجسم صلب حركة مستقيمية متغيرة بانتظام ، إذا كان مسار G مستقيميا وإذا كانت $\vec{a}_G$ متجهة التسارع للنقطة G ثابتة خلال الحركة .

2 ـ المعادلة الزمنية للحركة

تعتبر أن جسما S يتحرك على مسار مستقيمي ، في معلم ديكارتي $\mathcal{R}(O,\vec{i})$ نمعلم مركز قصوره G في كل لحظة t بمتجهة الموضع $\overrightarrow{OG} = x.\vec{i}$ أي أم متجهة السرعة للنقطة G هي $\vec{v}_G = v_G.\vec{i}$.
نعتبر الشروط البدئية التالية : عند اللحظة $t_0 = 0$ لدينا $x = x_0$ و $v_G = v_0$.
نعلم أن

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = at + C$$

$$t = 0 \Rightarrow v = v_0 \Rightarrow C = v_0$$

$$v = at + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = at + v_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + C'$$

$$t = 0 \Rightarrow x = x_0 \Rightarrow C' = x_0$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$x(t)$ تمثل المعادلة الزمنية للحركة وهي تتعلق بالشروط البدئية .

تمارين حول قوانين نيوتن

تمرين 1

إحداثيات مركز القصور G لمتحرك في معلم ديكارتي $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ هي كالتالي :

$x(t)=9t+3$ ، $y(t)=0$ ، $z(t)=6t^2+4t-3$

1 ـ أوجد إحداثيات متجهة السرعة $\vec{v}_G$ في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ واحسب منظمها في اللحظة t=2s .

2 ـ أوجد إحداثيات متجهة التسارع $\vec{a}_G$ في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ واحسب قيمتها .

تمرين 2

شاحنة متوقفة تحمل قطعة جليد كتلتها m=20kg .

1 ـ أجرد القوى المطبقة على قطعة الجليد .

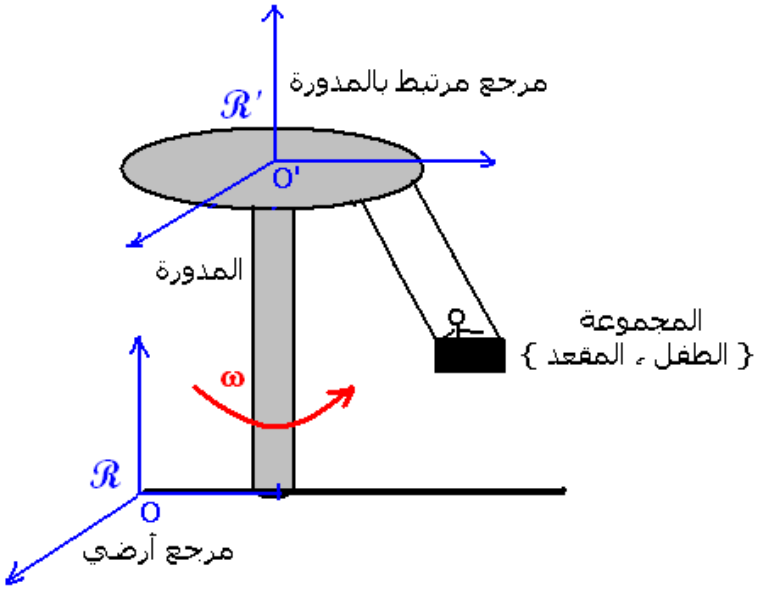
2

ماذا يمكن أن نقول عن المرجعين السابقين ؟

3 ـ تنطلق الشاحنة فتنزلق قطعة الجليد إلى الوراء ، فسر الظاهرة المشاهدة (نعتبر الاحتكاكات مهملة)

تمرين 3

تنجز مدورة ألعاب حركة دوران منتظم ، حول محور ثابت ، في مرجع أرضي . أخذ الطفل أحمد مقعده في هذه المدورة . نعتبر { الطفل ، المقعد } المجموعة المدروسة ونجسم هذه المجموعة بمركز قصورها G ، حيث كتلتها M .



1 ـ اجرد القوى المطبقة على المجموعة خلال حركة دورانه . ومثلها بدون سلم في مركز قصور المجموعة .

2 ـ نعتبر الجسم المرجعي $\mathcal{R}'$ مرتبط بالمدورة والجسم المرجعي الأرضي $\mathcal{R}$.

2 ـ 1 حدد الحالة الميكانيكية للمجموعة في $\mathcal{R}$ و $\mathcal{R}'$. واستنتج تسارعها في المرجع $\mathcal{R}'$.

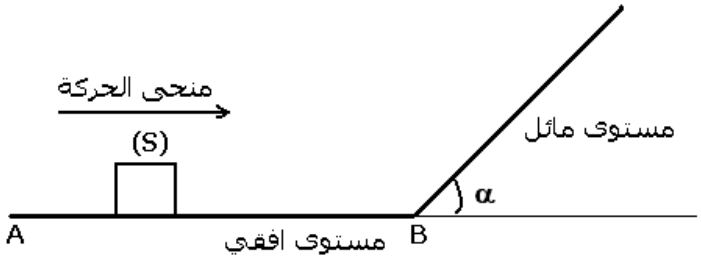
2 ـ 2 طبق القانون الثاني لنيوتن في $\mathcal{R}$ و $\mathcal{R}'$. ماذا تستنتج ؟

تمرين 4

1 ـ نعتبر جسما صلبا (S) كتلته M=200g ، موضوعا فوق مستوى أفقي بحيث يتم التماس بينهما بدون احتكاك . نطبق قوة أفقية ثابتة $\vec{F}$ شدتها F=0.5N و تسمح بتحريكه على المستوى الأفقي . خط تأثير القوة $\vec{F}$ موازي للمستوى الأفقي .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم الصلب (S) أثناء حركة مركز قصوره G ، بين أن طبيعة حركة مركز قصوره حركة مستقيمية متغيرة بانتظام . أحسب قيمة التسارع a_G لمركز قصوره .

2 ـ في نقطة B ، تبعد عن النقطة A موضع انطلاقه بدون سرعة بدئية بمسافة ℓ=30cm ، يصعد الجسم (S) مستوى مائلا بالنسبة للمستوى الأفقي بزاوية $\alpha=5°$ حيث تبقى نفس القوة $\vec{F}$ مطبقة عليه ، خط تأثيرها موازي للمستوى المائل . نعتبر أن التماس بين المستوى المائل والجسم (S) يتم بالاحتكاك وأن معامل الاحتكاك في هذه الحالة هو k=0,1 .

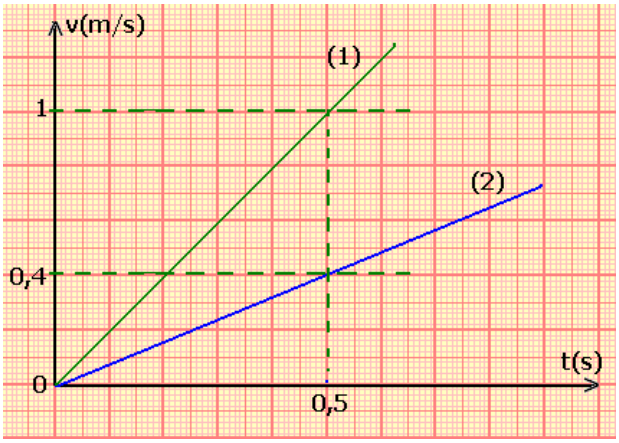


ما هي طبيعة حركة مركز قصور الجسم (S) خلال حركته على المستوى المائل ؟

أحسب المسافة الدنوية التي يمكن أن يقطعها الجسم قبل توقفه .

تمرين 5

نطبق تباعا نفس القوة الأفقية $\vec{F}$ شدتها $F = 0,2N$ على حاملين ذاتيين (S_1) و (S_2) وضعا فوق منضدة هوائية أفقية . يمثل المنحنيان جانبه تغير سرعتي G_1 و G_2 مركزي قصور (S_1) و (S_2) .



1 ـ عيّن مبيانيا قيمتي a_1 و a_2 تسارعا G_1 و G_2 .

2 ـ أحسب m_1 كتلة S_1 و m_2 كتلة S_2 .

3 ـ ما مفعول كتلة حامل ذاتي على تسارع مركز قصوره ؟ علل جوابك .

4 ـ نطبق من جديد على S_1 قوة أفقية ثابتة $\vec{F}$ شدتها $F = 0,14N$ فينزلق فوق المنضدة الهوائية التي توجد دائما في وضع أفقي .

مثل منحنى تغيرات سرعة G_1 بدلالة الزمن t . نعتبر $v_G=0$ في اللحظة t=0 .

تمرين6

تسير سيارة سباق بسرعة 250km/h وفق مسار مستقيمي أفقي . فجأة يرفع السائق رجله على المسراع لتستقر القيمة المطلقة لتسارع G مركز قصور السيارة في $10m/s^2$.

نعتبر قوى الاحتكاك تكافئ قوة وحيدة $\vec{f}$ ثابتة .

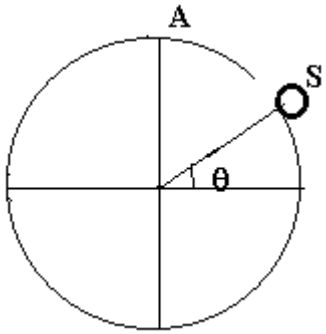
1 ـ احسب سرعة G بعد مرور ثانيتين ابتداء من لحظة رفع السائق رجله عن المسراع .

2 ـ حدد اتجاه ، ومنحى ، ومنظم مجموع القوى الخارجية المطبقة على المجموعة {السائق، السيارة } في هذه المرحلة .

3 ـ مثل ، بدون سلم ، كلا من $\vec{a}_G$ متجهة التسارع G ، و $\vec{v}_G$ متجهة سرعة G و $\sum \vec{F}_{ext}$ ، في نفس اللحظة t خلال هذه المرحلة .

تمرين 7

نضع جسما صلبا نماثله بنقطة مادية (S) كتلتها m في القمة Aلكرة شعاعها R = 1m . تم نحركها عن موضعها البدئي A بسرعة شبه منعدمة ، فتنزلق النقطة المادية بدون احتكاك على الكرة نحدد موضع بالزاوي θ



1 ـ بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية ، أوجد تعبير متجهة السرعة ل S بدلالة θ قبل أن يغادر الكرة

2 ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في أساس فريني أوجد تعبير شدة القوة المطبقة من طرف الكرة على (S) بدلالة θ .

3 ـ نستنتج قيمة الزاوية θ في اللحظة التي تترك فيها (S) الكرة .

السقوط الرأسي لجسم صلب

I ـ مجال الثقالة

تعريف

كل جسم موجود على سطح الأرض أو في الحيز المحيط بها يخضع لقوة مطبقة من طرف الأرض تسمى بوزن الجسم ونرمز لها ب $\vec{P}$. هذه القوة هي ناتجة عن المجال المحدث من طرف الأرض يسمى بمجال الثقالة ونرمز له ب $\vec{g}$

العلاقة بين $\vec{P}$ و $\vec{g}$ هي : $\vec{g}=\frac{1}{m}\vec{P}$ حيث m كتلة الجسم .

مميزات متجهة مجال الثقالة :

ـ الاتجاه : الرأسي المار من مركز قصور الجسم .

ـ المنحى : نحو الأرض

ـ المنظم : شدة مجال الثقالة ونعبر عنها بالوحدة N/kg^{-1}

ملحوظة : تتعلق شدة مجال الثقالة بالارتفاع وبخط العرض .

II ـ القوى المطبقة من طرف مائع .

1ـ قوى الاحتكاك المائع

كل جسم في حركة داخل مائع

تكافئ هذه القوى المطبقة من طرف المائع على الجسم المتحرك ، قوة وحيدة تسمى قوة المائع

مميزات قوة الاحتكاك المائع :

الأصل : مركز قصور الجسم

خط تأثيرها هو اتجاه متجهة سرعة مركز القصور G للجسم

المنحى : عكس منحى متجهة مركز فصور الجسم

الشدة :

المتحرك بالنسبة للمائع .

ننمذج شدتها بالعلاقة التالية : $f=k.v_G^n$ حيث k ثابتة تتعلق بطبيعة المائع وبشكل الجسم الصلب

نضع $v_G=v$ ، فتسبح العلاقة $f=k.v^n$.

ملحوظة : عندما تكون قيمة السرعة صغيرة ، نأخذ n=1 ، فتصبح العلاقة السابقة كالأتي : $f=k.v$ ، في هذه الحالة تتعلق k بلزوجة المائع .

عندما تكون قيمة السرعة v كبيرة ، نأخذ n=2 تصبح العلاقة السابقة $f=k.v^2$ في هذه الحالة ، لاتتعلق k بلزوجة المائع ، بل تتعلق بكتلته الحجمية.

2 ـ دافعة أرخميدس

يخضع كل جسم مغمور كليا أو جزئيا في مائع لقوى تماس ضاغطة مطبقة على سطح الجسم ، يسمي مجموع هذه القوى بدافعة أرخميدس .

مميزاتها هي :

ـ نقطة تأثيرها : مركز ثقل المائع المزاح

ـ الانجاه : الخط الرأسي

ـ المنحى : نحو الأعلى

ـ الشدة : تساوي شدة وزن الحجم المزاح للمائع : $\vec{F}_A=-\rho_f.V.\vec{g}$

بحيث أن ρ_f الكتلة الحجمية للمائع ب kg/m^3

V الحجم المزاح للمائع (m^3)

g : شدة مجال الثقالة (N/kg) أو m/s^2

F_A شدة دافعة أرخميدس (N)

ملحوظة : $\vec{F}_A = -\vec{P}_f$ ، $\vec{P}_f$ هي وزن الحجم المزاح .

نبين أن $\frac{\vec{F}_A}{\vec{P}_s} = \frac{\rho_f}{\rho_s}$ حيث P_s هو وزن الجسم الصلب المغمور في المائع و ρ_s كتلته الحجمية .

أذا كانت ρ_f أصغر بكثير من ρ_s فأن F_A تصغر بكثير من P_s هذه الحالة نجدها عندما يكون المائع غلزيا .

III ـ السقوط الرأسي باحتكاك

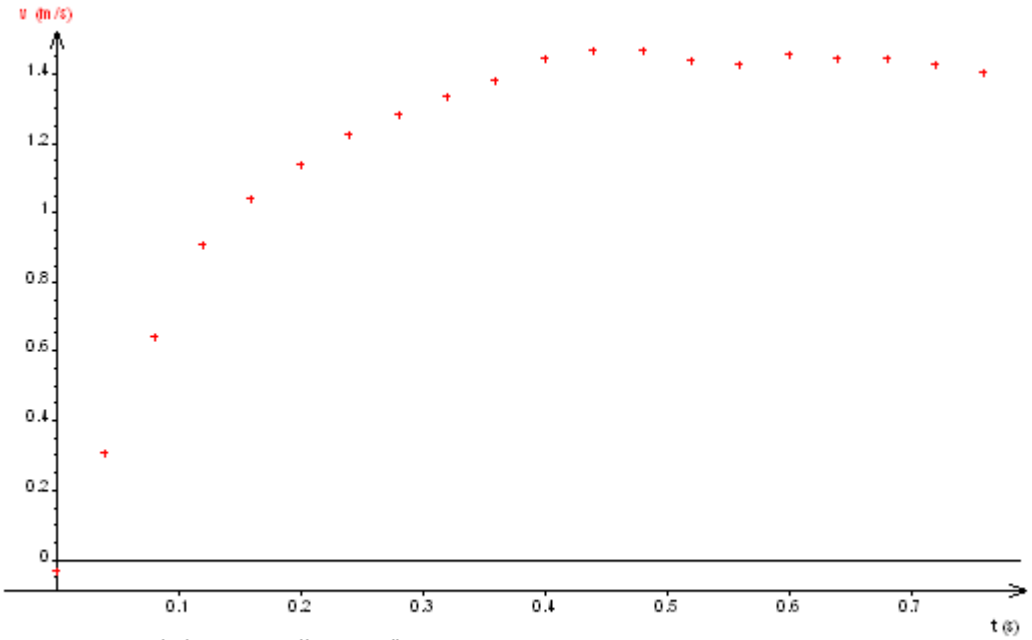
النشاط التجريبي

الهدف من التجربة : نمذجة حركة سقوط كرية في مائع بطريقة أولير

العدة التجريبية : مخبار مدرج من فئة 1ℓ . محلول الغليسيرول المخفف كتلته الحجمية $\rho_f = 1,07 g/m\ell$ ، كرية فولاذية كتلتها m_b=6,88g وشعاعها R=5,9mm نسجل حركة الكرية في السائل بواسطة كاميرا رقمية ونحفظ الشريط المسجل لحركة الكرية في ملف من نوع

نستعمل برنم أفيميكا Avimeca لعملية تحديد مواضع النقط الموافقة لمواضع G مركز قصور الكرية خلال سقوطها مع اختيار محور رأسي موجه نحو الأسفل فنكتب قيم الأزواج (t,y) .

نرسل جدول القياس إلى برنم المجدول وراسم المنحنيات regressi ، وبعد تعريف إحداثية متجهة السرعة $\vec{v}_G$ وهي $v = \frac{dy}{dt}$ ، يقوم البرنم بحساب قيم v ثم رسم منحنى تغيرات v بدلالة الزمن t على الشاشة ، ثم نحفظ الملف .



منحنى تغير سرعة مركز قصور الكرية خلال سقوطها في سائل الغليسيرول مخفف

استثمار

1 ـ استغلال المنحنى v=f(t)

أ ـ يبرز المنحنى وجود نظامين ، حدد مبيانيا المجال الزمني لكل نظام مبرزا طبيعة حركة الكرية في كل نظام .

ب ـ هل تتزايد أم تتناقص متجهة التسارع $\vec{a}_G$ مركز قصور الكرية خلال الحركة ؟ علل جوابك .

ج ـ مثل على الشكل الخط المقارب للمنحنى .

يمثل نقطة تقاطع هذا الخط مع محور السرعات قيمة السرعة الحدية v_ℓ . حدد قيمة v_ℓ .

د ـ مثل في نفس المنحنى ، المماس للمنحنى عند الأصل O . يتقاطع هذا المماس على الخط المقارب في نقطة أفصولها τ نسميه الزمن المميز . عين قيمة τ .

ه ـ ما قيمة a_0 لإحداثية $\vec{a}_0$ على المحور الرأس عند اللحظة t=0 ؟

2 ـ الدراسة النظرية

أ ـ أذكر مرجعا يمكن اعتماده في دراسة حركة G مركز قصور الكرية .

ب ـ أثنا سقوط الكرية ، ما هي القوى المطبقة عليها . حدد مميزات كل القوى المطبقة على الكرية . حدد من بين القوى الثلاث ، القوة التي تتغير شدتها خلال النظام البدئي .

ج ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية أثناء سقوطها الرأسي في المائع في مرجع تحدده ، أكتب العلاقة التي تربط بين مجموع القوى الخارجية المطبقة على الكرية وm كتلة الكرية ومتجهة التسارع لمركز قصور الجسم $\vec{a}_G$.

د ـ بإسقاط هذه العلاقة على المحور $(O,\vec{k})$ الرأسي الموجه نحو الأسفل ، أثبت العلاقة التالية :

$\frac{dv}{dt} = A - Bv^n$ (1) . عبر عن A و B بدلالة m و k و F_A و g شدة الثقالة .

ه ـ بين أن سرعة G تبلغ قيمة حدية v_ℓ ، واعط تعبير v_ℓ بدلالة A و B و n .

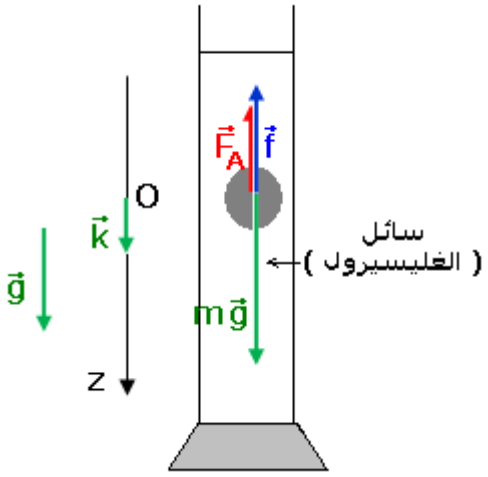
و ـ أثبت أن العلاقة (1) تكتب على النحو التالي : $(2)\frac{dv}{dt} = A\left(1-\left(\frac{v}{v_\ell}\right)^n\right)$

ز ـ أوجد التعبير الحرفي للإحداثية a لمتجهة التسارع $\vec{a}_G$ على المحور $(O,\vec{k})$ في اللحظة t=0

1 ـ المعادلة التفاضلية للحركة

دراسة حركة كرية كتلتها m و حجمها V وكتلتها الحجمية ρ_{bille} في مائع كتلته الحجمية ρ_{fluide} في حالة سكون بالنسبة للجسم المرجعي الأرضي .

بما أم حركة الكرية رأسية ومنحاه نحو الأسفل ، نختار كمعلم متعامد و ممنظم موجه نحو الأسفل $(O,\vec{k})$.



ـ المجموعة المدروسة : الكرية

ـ جرد القوى المطبقة الخارجية حلال سقوطها :

$\vec{P}$: وزن الكرية ، $\vec{P} = m.\vec{g}$

$\vec{F}_A$: دافعة أرخميدس : $\vec{F}_A = -m_f.\vec{g} = -\rho_f.V.\vec{g}$

$\vec{f}$: قوة الاحتكاك المائع : $\vec{f} = -k.v^n.\vec{k}$

ـ نطبق القانون الثاني لنيوتن :

$\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m_{bille}.\vec{a}_G$ حيث أن $\vec{a}_G = \vec{a}$ متجهة التسارع لمركز قصور الكرية

نسقط العلاقة المتجهية على المحور $(O,\vec{k})$ ، نحصل على المتساوية التالية :

$$m_{bille}g - m_f g - kv^n = m_{bille}.a$$

$$(m_b - m_f)g - kv^n = m_b.\frac{dv}{dt}$$

$$A = \frac{(m_b - m_f)}{m_b}g \qquad B = \frac{k}{m_b}$$

$$\frac{dv}{dt} = A - Bv^n$$

تمثل هده المعادلة ، المعادلة التفاضلية لحركة G مركز قصور الكرية خلال السقوط الرأسي في السائل

2 ـ تحديد المقادير المميزة للحركة

أ ـ النظام الدائم : السرعة الحدية للكرية

تبين التجربة أن v_ℓ

بحيث تصبح حركة الكرية حركة مستقيمية منتظمة أي أن : $\frac{dv}{dt} = 0$

في المعادلة التفاضلية للحركة نستنتج :

$$A - Bv_\ell^n = 0 \Rightarrow v_\ell = \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$v_\ell = \left(\frac{g}{k}\left(m_b - m_f\right)\right)^{\frac{1}{n}}$$

ـ عندما تقارب سرعة الكرية السرعة الحدية v_ℓ تخضع حركة G إلى نظام يسمى **النظام الدائم** ويتميز بثبات السرعة .

ب ـ النظام البدئي

قبل تحرير الكرية فهي تخضع إلى قوى مجموعها منعدم .

في اللحظة $t_0=0$

الرأسي للكرية وتتزايد سرعتة مركز قصورها : تسمى هذه المرحلة **بالنظام البدئي** بعد ذلك تتطور حركة G نحو نظام دائم يصبح فيه مجموع القوة المطبقة عاى الكرية مرة أخرى منعدم : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

أي أن a=0 .

في المعادلة التفاضلية ، عند اللحظة $t_0 = 0$ لدينا $a_G(t_0 = 0) = a_O = \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t_0=0}$ بحيث أن a_0 هو

التسارع البدئي لمركز القصور G للكرية . لدينا كذلك $\vec{f} = \vec{0}$

$$(m_b - m_f)g = m_b.a_0 \Rightarrow a_0 = \frac{(m_b - m_f)g}{m_b}$$

مبيانيا ، تساوي قيمة التسارع البدئي قيمة المعامل الموجه للمماس للمنحنى $t_0=0$.

ج ـ الزمن المميز للحركة

يتقاطع الخط المماس للمنحنى v=f(t) مع الخط المقارب للمنحنى في نقطة أفصولها τ نسميه **الزمن المميز للحركة**

تحدد قيمة τ بالعلاقة : $v_\ell = a_0\tau$

ملحوظة : تمكن قيمة τ من إعطاء رتبة قدر مدة النظام البدئي .

3 ـ حل المعادلة التفاضلية للحركة بتطبيق طريقة أولير Euler

أ ـ مبدأ الطريقة

ـ تمكن طريقة أولير من التوصل لحل تقريبي للمعادلة التفاضلية للحركة بتعويض
بحيث نعلم أن

$$a(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t}\Rightarrow a(t)=\left(\frac{dv}{dt}\right)\approx\frac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t}$$

$$v(t+\Delta t)=v(t)+a(t).\Delta t \qquad (1)$$

تتضمن هذه الطريقة مرحلتين من الحساب التي يجب إنجازها بصفة تكرارية لهذا نم وصفها بطريقة رقمية تكرارية . كما أن استعمال هذه الطريقة يستوجب معرفة سرعة مركز القصور في لحظة t والتي ما تكون في غالب الأحيان هي السرعة البدئية v_0 في اللحظة t=0 .
المرحلة الأولى :
من خلال العلاقة (1) والتي يمكن كتابتها على الشكل التالي : $v(t_{i+1})=v(t_i)+a(t_i).\Delta t$ بحيث أن

$$a_i=A-B.v_i^n$$

عند اللحظة t=0 لدينا $a_0=A-Bv_0^n$
في المرحلة الثانية :
نحسب $v_1=v_0+a_0v_0^n\Delta t$
Δt تسمى خطوة الحساب
ونعيد حساب التسارع والسرعة المواليين بنفس الطريقة
ثم نبحث عن قيم n و A و B التي تمكن من تطابق القيم النظرية المحصلة باستعمال طريقة أولير مع القيم التجريبية أي تطابق المنحنيين .

VI ـ السقوط الرأسي الحر .

1 ـ تعريف

السقوط الحر لجسم صلب هو حركة مركز القصور هذا الجسم في مرجع أرضي عندما يخضع الجسم لقوة الثقالة فقط .
نظريا يكون السقوط حرا إذا تم قي الفراغ ،
عالية وشكله انسيابي ، ومنطقة سقوطه محدودة في مجال الثقالة .
2 ـ متجهة التسارع a_G لمركز القصور .
نعتبر السقوط الحر لجسم صلب في مجال الثقالة وفي مرجع أرضي . أي أن الجسم يوجد تأثير وزنه فقط .
نطبق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P}=m.\vec{g}=m\vec{a}_G$ أي أن $\vec{g}=\vec{a}_G$
3 ـ المعادلة الزمنية للحركة
في المعلم $(O,\vec{k})$ الموجه نحو الأسفل نسقط العلاقة فنحصل على :

$$a_z=g\Rightarrow\frac{dv_z}{dt}=g\Rightarrow v_z=gt+C$$

نحدد الثابتة C بالشروط البدئية . نأخذ عند اللحظة $t_0=0$ أن $v_G(t=0)=v_0=0$ أي أن $v_z=gt$ ونستنتج أن سرعة G دالة زمنية خطية .
بنفس الطريقة نبحث عن z(t) :

$$v_z=\frac{dz}{dt}=gt\Rightarrow z(t)=\frac{1}{2}gt^2+C'$$

، نحدد كذلك الثابتة C′ بالشروط البدئية . نأخذ عند اللحظة t=0 أن $z(0)=z_0=0$ وبالتالي فإن C′=0 أي أن المعادلة الزمنية لحركة السقوط الحر للجسم الصلب بدون سرعة بدئية ومن النقطة O تم اختيارها كأصل معلم الزمن هي : $z(t)=\frac{1}{2}gt^2$.
وهذه المعادلة نعممها بالنسبة لجميع الأجسام الصلبة التي تطلق بدون سرعة بدئية في سقوط حر أي أنها تسقط بنفس الحركة ، **حركة مستقيمية متغيرة بانتظام** .

تمرين تطبيقي 1 :

I ـ تسقط كرة رأسيا بدون سرعة بدئية . نعتبر السقوط حرا ونقوم بدراسته في معلم متعامد وممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ محوره $(O,\vec{k})$ رأسي وموجه نحو الأسفل .

1 ـ ما طبيعة مسار G مركز قصور الكرة ؟

2 ـ أجرد القوى المطبقة على الكرة أثناء سقوطها . ما القوى التي نهملها أمام وزن الجسم ؟ وما هي الشروط لكي نقوم بهذا الإهمال ؟

3 ـ عبر بدلالة الزمن t عن الأنسوب z للنقطة G .

4 ـ أحسب السرعة التي ستصل بها الكرة إلى الأرض . نعطي h=2m .

II ـ السرعة البدئية في اللحظة t=0 لمركز قصور الكرة أرسلت رأسيا نحو الأعلى تساوي v_0=15,0m/s

1 ـ اعط تعبير الإحداثية v لمتجهة السرعة لمركز القصور الكرة لمحور رأسي $(O,\vec{k})$ موجه نحو الأعلى للمعلم المتعامد والممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

2 ـ أوجد تعبير t_M تاريخ اللحظة الموافقة للارتفاع الأقصى z_M للنقطة G ، واحسب قيمته .

3 ـ أحسب قيمة z_M .

تمارين حول السقوط الرأسي لجسم صلب
خاص بالعلوم الرياضية والعلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية

بالنسبة لجميع التمارين نأخذ :

شدة مجال الثقالة $g = 9,81m/s^2$ ، الكتلة الحجمية للهواء : $\rho_{air} = 1,3kg/m^3$ الكتلة الحجمية للماء : $\rho_{eau} = 1,0.10^3 kg/m^3$. حجم كرة : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

تمرين 1 السقوط الحر مرة أخرى

نطلق كرة بدون سرعة بدئية بحيث أنها تقطع مسافة 20m عند الثانية ما قبل الأخيرة من سقوطها .

نأخذ $g=10m/s^2$. نعتبر أن السقوط حرا .

1 ـ ماهي مدة سقوطها ؟

2 ـ أحسب سرعة الكرية خلال قطعها مسافة 10m .

3ـ احسب سرعتها عند وصولها إلى سطح الأرض ,

تمرين 2

نرسل نحو الأعلى بسرعة بدئية $v_{01} = 30m/s$ كرة ، وبعد ثانية (1s)نرسل كرة أخرى في نفس اتجاه الكرة الأولى ، نحو الأعلى ، بسرعة بدئية $v_{02} = 40m/s$ حدد اللحظة t والموضع z الذي ستلتقي فيه الكرتان .

تمرين 3 سقوط مضلي ولوازمه

يقفز مضلي ولوازمه من طائرة توجد على ارتفاع h من سطح الأرض . كتلة المضلي ولوازمه m ونأخذ قيمة شدة مجال الثقالة $g=9,81m/s^2$.

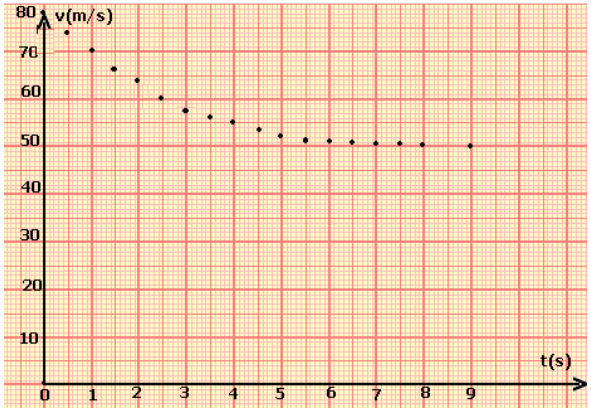
نقبل أن مجموع القوى المطبقة من طرف الهواء على المظلي يمكن نمذجتها بقوة الاحتكاك $f = k.v^2$ بحيث أن $k = 0,78SI$.

1 ـ أنطلاقا من معادلة الأبعاد حدد وحدة الثابتة k في النظام العالمي للوحدات (SI) .

2 ـ أوجد المعادلة التفاضلية خلال سقوط المظلي ولوازمه باعتبار المحور الرأسي $(O,\vec{k})$ وموجها نحو الأسفل . نهمل دافعة أرخميدس .

3 ـ لتحديد تغير السرعة خلال الزمن t نستعمل طريقة أولير حيث نختار خطوة الحساب $\Delta t = 0,5s$.

3 ـ 1 لتكن v_n السرعة في اللحظة t_n و v_{n+1} السرعة في اللحظة $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ ، بين أن المعادلة التفاضلية السابقة يمكن أن تكتب على الشكل التالي : $v_{n+1} = v_n + A - B.v_n^2$ حيث $A = 4,9SI$ و $B = 1,95.10^{-3} SI$.



حدد بدقة وحدة الثابتتين A و B في النظام العالمي للوحدات .

3 ـ 2 باستعمال المبيان جانبه والذي يمثل تغيرات السرعة v بدلالة الزمن t التي تم حسابها بواسطة العلاقة السابقة ، عين :

أ ـ رتبة قدر المدة اللازمة ليصل المظلي ولوازمه إلى السرعة الحدية ،

ب ـ قيمة السرعة الحدية ، وعبر عنها بالوحدة km/h

ج ـ قيمة الزمن المميز للحركة

تمرين 4 : فقاعة من الهواء في مسبح

في عمق مسبح حيث $z_0 = -3,0m$ أحدث غطاس فقاعة صغيرة من الهواء عند اللحظة $t = 0s$. نقبل أن الفقاعة كروية الشكل .

بدئيا يكون شعاع الفقاعة $r(z_0) = r_0 = 0,50mm$.

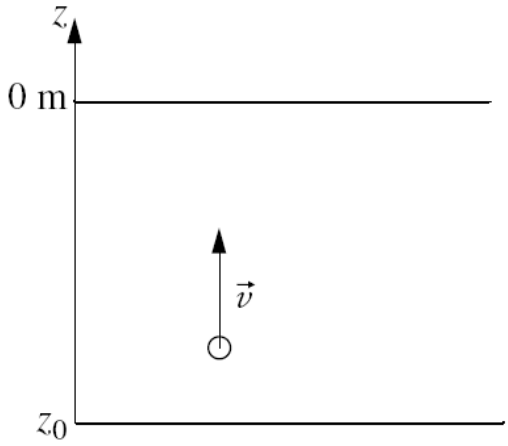
درجة حرارة الماء والهواء الموجود في الفقاعة ثابتة : $T_0 = 300K$.

ضغط الماء في حوض المسبح يتغير مع العمق z من خلال العلاقة التالية : $p_{eau}(z) = p_{atm} - \rho gz$

$p_{atm} = 1,0.10^5 Pa$ الضغط على سطح الماء z=0

$\rho = 1,0.10^3 kg/m^3$ الكتلة الحجمية للماء ،

$g = 9,8m/s^2$ شدة مجال الثقالة .



ضغط الهواء الموجود في الفقاعة يساوي ضغط الماء في العمق نفسه أي أن $p_{air}(z) = p_{eau}(z)$.

نعطي ثابتة الغازات الكاملة : $R = 8,314S.I$.

1 ـ نفترض أن الهواء الموجود في الفقاعة غاز كامل ، أوجد تعبير شعاع الفقاعة $r(z)$ بدلالة العمق z .

2 ـ أحسب كمية مادة الهواء الموجودة في الفقاعة n_{air} .

3 ـ أحسب شعاع الفقاعة عند وصولها إلى سطح الماء .
نهمل تغير شعاع الفقاعة ، إذا كان التغير أصغر من 10% (بالقيمة المطلقة) من القيمة البدئية .
هل يمكن إهماله ؟

4 ـ إذا كانت الكتلة المولية للهواء $M(air) = 29g/mol$ ، أحسب الكتلة m للفقاعة ثم أعط مميزات المتجهة $\vec{P}$ وزن الفقاعة .

5 ـ أعط مميزات دافعة أرخميدس $\vec{F}_A$ التي تخضع إليها الفقاعة بدلالة الشعاع r_0 .

6 ـ تخضع الفقاعة كذلك إلى قوة الاحتكلك المائع وهي تكتب على الشكل التالي : $\vec{f} = -6\pi.\eta.r_0.\vec{v}$

بحيث أن $\eta = 1,0.10^{-3} Pa.s$ لزوجة الماء و r_0 شعاع الفقاعة و $\vec{v}$ متجهة سرعتها .

6 ـ 1 مثل على تبيانة القوى المطبقة على الفقاعة . (بدون سلم)

6 ـ 2

للفقاعة بدلالة الزمن .

7 ـ حل المعادلة التفاضلية هو كالتالي : $v(t) = v_\ell \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

باعتبار أن $A + Be^x$ منعدمة بالنسبة للقيم x إذا كانت $A = B = 0$ ، حدد قيم المقادير التالية :
v_ℓ و τ باعتبار أن $v(t)$ حلا للمعادلة التفاضلية .

8 ـ حدد السرعة القصوية للفقاعة .

تطبيقات : الحركات المستوية
Application M mouvements plans

I ـ حركة قذيفة في مجال الثقالة

نسمي قذيفة كل جسم تم إرساله من سطح الأرض بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ على أن يبقى قريبا من سطح الأرض .

خلال هذه الدراسة ، نهمل قوى الآحتكاك مع الهواء ، ونعتبر أن القذيفة خاضعة لوزنها فقط أي حركتها سقوط حر .

1 ـ متجهة التسارع

نرسل من نقطة O قذيفة (كرية) ذات كتلة m بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ غير راسية أي أنها تكون زاوية α مع المستوى الأفقي Oxy ، نسمي الزاوية α بزاوية القذف. نعتبر أن مجال الثقالة منتظم .

ندرس حركة القذيفة في مرجع أرضي نعتبره غاليليا ، بحيث نمعلم مواضع G مركز قصور القذيفة في كل لحظة بإحداثياتها في معلم متعامد وممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ مرتبط بالمرجع الأرضي .

نطبق القانون الثاني لنيوتن :

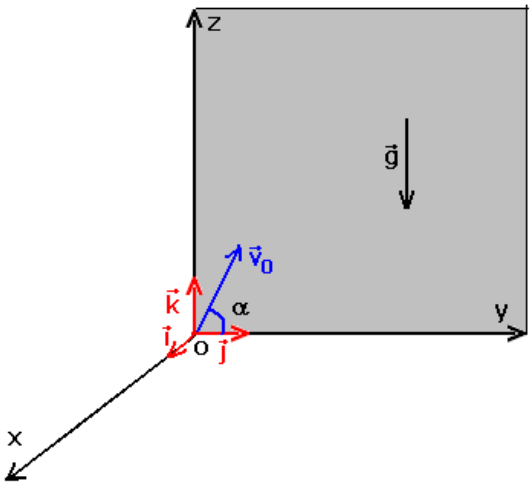
تخضع القذيفة إلى وزنها فقط أي أن $\vec{P}=m.\vec{a}_G$ ومنه $\vec{a}_G=\vec{g}$ (1)

إحداثيات $\vec{a}_G$ في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$:

على المحور $(O,\vec{i})$ لدينا $a_x=0$

على المحور $(O,\vec{j})$ لدينا $a_y=0$

على المحور $(O,\vec{k})$ لدينا $a_z=-g$



أي أن متجهة التسارع $\vec{a}_G$ رأسية منحاها من الأعلى نحو الأسفل ومنظمها يساوي عدديا منظم متجهة الثقالة $\vec{g}$.

2 ـ متجهة السرعة

لدينا حسب متجهة التسارع :

$$\begin{cases}\dfrac{dv_x}{dt}=0\\ \dfrac{dv_y}{dt}=0\\ \dfrac{dv_z}{dt}=-g\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}v_x=C_1\\ v_y=C_2\\ v_z=-gt+C_3\end{cases}$$

C_1,C_2,C_3 ثوابت تحدد انطلاقا من الشروط البدئية .

أن متجهة السرعة البدئية توجد في المستوى (Oyz)

عند اللحظة $t_0=0$ لدينا :

$$\vec{v}_0\begin{cases}v_{0x}=0\\ v_{0y}=v_0\cos\alpha\\ v_{0z}=v_0\sin\alpha\end{cases}$$ وبالتالي ستكون

أي أن إحداثيات متجهة السرعة في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ هي :

$$(2)\quad \vec{v}_G\begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = v_0\cos\alpha \\ v_z = -gt + v_0\sin\alpha \end{cases}$$

3 ـ المعادلات الزمنية للحركة :

لدينا :

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} = 0 \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = v_0\cos\alpha \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} = -gt + v_0\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = C_4 \\ y = (v_0\cos\alpha)t + C_5 \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\alpha)t + C_6 \end{cases}$$

بحيث أن C_4, C_5, C_6 توابث يجب تحديدها انطلاقا من الشروط البدئية أي أنه في اللحظة $t_0 = 0$ لدينا :

$$\begin{cases} C_4 = 0 \\ C_5 = 0 \\ C_6 = 0 \end{cases}$$ وبالتالي فإن $$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$

وبالتالي تكون إحداثيات النقطة G في اللحظة t في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ هي كالتي :

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = 0 \\ y = (v_0\cos\alpha)t \quad (1) \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\alpha)t \quad (2) \end{cases}$$

من خلال هذه المعادلات يتبين أن حركة G تتم في المستوى الرأسي (Oyz) نقول أن **الحركة مستوية**

ـ على المحور $(O,\vec{j})$ ، حركة G حركة مستقيمية منتظمة

ـ على المحور $(O,\vec{k})$ ، حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .

4 ـ معادلة المسار

معادلة المسار هي العلاقة التي تجمع بين إحداثيتي النقطة المتحركة G ونحصل عليها بإقصاء المتغير t بين y و z .

من المعادلتين الزمنيتين (1) و (2) نحصل على :

$$y = (v_0\cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{y}{v_0\cos\alpha}$$

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\alpha)t$$

أي أن معادلة المسار هي :

$$z = -\frac{g}{2v_0^2\sin^2\alpha}y^2 + y\tan\alpha$$

نستنتج أن مسار مركز قصور قذيفة في سقوط حر بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ غير رأسية في مجال الثقالة منتظم هو جزء من شلجم ينتمي إلى المستوى الرأسي الذي يحتوي على المتجهة $\vec{v}_0$.

5 ـ بعض مميزات المسار

أ ـ قمة المسار : (la flèche) هي أعلى نقطة يصل إليها مركز قصور القذيفة .

عند وصول مركز قصور القذيفة إلى قمة المسار F تكون لدينا

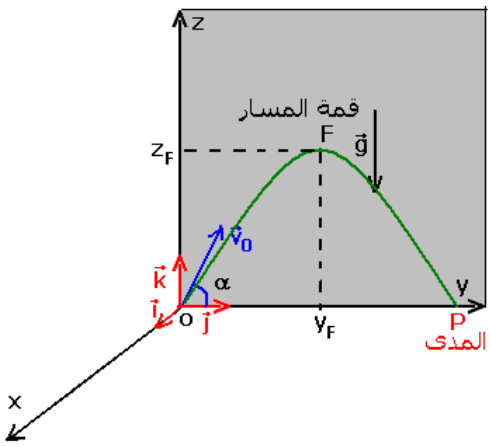
$\frac{dz}{dt}=0$ بالنسبة ل $y=y_F$

من خلال المعادلة (2) نحصل على :

$$\frac{dz}{dt}=-gt_F+v_0\sin\alpha=0\Rightarrow t_F=\frac{v_0\sin\alpha}{g}$$

نعوض t_F في المعادلة (1)

$$y_F=\frac{v_0^2\cos\alpha\sin\alpha}{g}\Rightarrow y_F=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{2g}$$
$$z_F=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$



ملحوظة : نحصل على أقصى قيمة لقمة المسار إذا كان

$\alpha=\frac{\pi}{2}$ أي في حالة إرسال قذيفة رأسيا نحو الأعلى .

ب ـ المدى la portée

هو المسافة بين الموضع G_0 لمركز قصور القديفة لحظة انطلاقها والموضع P للنقطة G أثناء سقوط القذيفة بحيث تنتمي P إلى المحور الأفقي الذي يشمل G_0 .

لتكن y_P و z_P إحداثيتا النقطة P ، لدينا : $z_P=0$

أي أن

$$y_P\left(-\frac{g}{2v_0^2\cos\alpha}y_p+\tan\alpha\right)=0\Rightarrow\begin{cases}y_p=0\\ ou\\ y_p=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}\end{cases}$$

II ـ حركة دقيقة مشحونة في مجال كهرساكن منتظم .

1 ـ المجال الكهرساكن

أ ـ المجال الكهرساكن المحدث من طرف شحنة نقطية

تحدث دقيقة مشحونة شحنتها q توجد في نقطة O من الفراغ ، مجالا كهرساكنا في نقطة M متجهته $\vec{E}(M)$ بحيث أن :

$$\vec{E}(M)=\frac{\vec{F}(M)}{q}$$

نعبر عن الشحنة q بالكولوم (C)

وعن F بالوحدة النيوتن N

وعن E شدة المجال الكهرساكن ب (N/C)

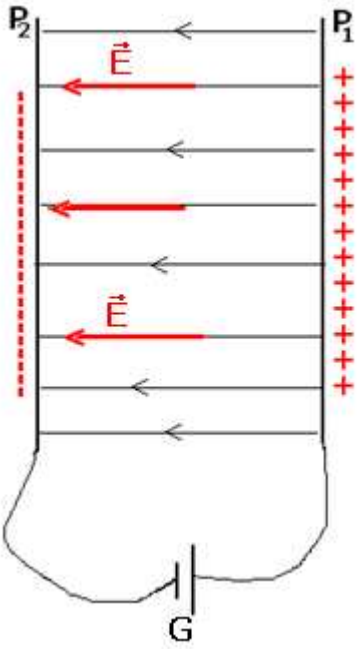
ملحوظة :

ـ $F=qE$ في حالة أن $q>0$

ـ $F=|q|E$ في حالة $q<0$

ـ يبرز وجود مجال كهرساكن في نقطة ما بوضع دقيقة مشحونة في تلك النقطة حيث تخضع إلى قوة كهرساكنة .

ب ـ خطوط المجال



نسمي خط المجال الكهرساكن كل منحنى (أو مستقيم) تكون متجهة مجال الكهرساكن مماسة له في كل نقطة من نقطه .

ج ـ المجال الكهرساكن المتظم

يكون المجال كهرساكن منتظما إذا كان لمتجهته $\vec{E}$ ، في كل نقطة من نقطه ، نفس الاتجاه ونفس المنحى ونفس المنظم .

إذا كان المجال الكهرساكن منتظما تكون خطوط المجال عبارة عن مستقيمات متوازية .

يتحقق المجال الكهرساكن المنتظم بتطبيق توتر مستمر ثابت بين صفيحتين فليزيتين متوازيتين لهما أبعاد أكبر بكثير من المسافة d التي تفصلهما .

لدينا حسب الشكل جانبه : $U = V_{P_1} - V_{P_2} > 0$

عند تطبيق توتر كهربائي مستمر U على صفيحتين فليزيتين لهما أبعاد أكبر بكثير من المسافة d التي تفصلهما تكون متجهة المجال الكهرساكن $\vec{E}$ ثابتة ، وعمودية على الصفيحتين ، وموجهة نحو الجهود التناقصية ومنظمها هو : $E = \frac{U}{d}$ بحيث أن :

U التوتر المطبق بين الصفيحتين بالفولط (V)

d المسافة الفاصلة بين الصفيحتين .

E شدة المجال الكهرساكن نعبر عنه V/m

2 ـ حركة دقيقة في مجال كهرساكن منتظم

نعتبر دقيقة مشحونة ، ذات كتلة m وشحنة q بحيث أن $(q<0)$ مثلا إلكترون ، توجد في مجال كهرساكن منتظم .

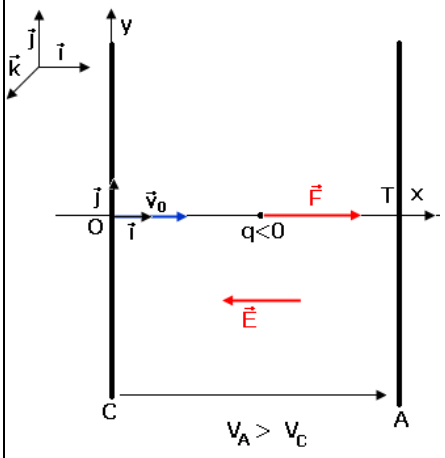
جرد القوى المطبقة على الدقيقة :

$\vec{F}$ القوة الكهرساكنة بحيث أن $\vec{F} = q\vec{E}$ وإلى وزنها $\vec{P}$ الذي نهمل شدته أمام F .

باعتبار مرجع أرضي كمرجعا غاليليا نطبق القانون الثاني لنيوتن على الدقيقة أثناء حركتها في معلم مرتبط بالمرجع الأرضي :

$\vec{F} = m.\vec{a}$ حيث $\vec{a}$ متجهة تسارع الدقيقة .

يتعلق مسار الدقيقة باتجاه $\vec{v}_0$ متجهة السرعة البدئية للدقيقة لحظة دخولها المجال الكهرساكن المنتظم ، بالنسبة لاتجاه $\vec{E}$:



الحالة الأولى : $\vec{v}_0$ متوازية مع $\vec{E}$

تدخل دقيقة مشحونة $(q<0)$ المجال الكهرساكن $\vec{E}$ في النقطة O في اللحظة $t_0 = 0$ بالسرعة $\vec{v}_0$ متوازية مع $\vec{E}$.

لدينا العلاقة : $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

نسقط هذه العلاقة في المعلم المتعامد والممنظم المرتبط بالمرجع الأرضي ، $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ فنحصل على إحداثيات متجهة التسارع ومتجهة السرعة ومتجهة الموضع ، باعتبار الشروط البدئية التالية :

$$O\begin{cases}0\\0\\0\end{cases} \text{ و } \vec{v}_0\begin{cases}v_0\\0\\0\end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x_M = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 + v_0 t \\ y_M = 0 \\ z_M = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \vec{v}\begin{cases} v_x = -\frac{qE}{m}t + v_0 \\ v_y = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \vec{a}\begin{cases} a_x = -\frac{qE}{m} \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases}$$

نستنتج من خلال هذه المعادلات أنه ليست هناك حركة على المحورين (Oy) و (Oz) بل تتم حركة الدقيقة على المحور (Ox) وبالتالي فإن حركة الدقيقة على هذا المحور مستقيمية متغيرة بانتظام .

هل هذه الحركة متسارعة أم متباطئة ؟

بتحديد الجداء السلمي التالي : $\vec{a}.\vec{v} > 0$ وبالتالي فالحركة مستقيمية متسارعة .

حالة خاصة : مدفع الإلكترونات حيث تكون السرعة البدئية v_0 للإلكترون مهملة وتقارب الصفر .

في هذه الحالة تكون معادلات حركة الإلكترون هي :

$$x = \frac{eE}{2m}t^2 \quad , \quad v_x = \frac{eE}{m}t \quad , \quad a_x = \frac{eE}{m}$$

يمكن حساب السرعة التي تغادر بها الإلكترون الثقب T وذلك بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الإلكترون بين O و T :

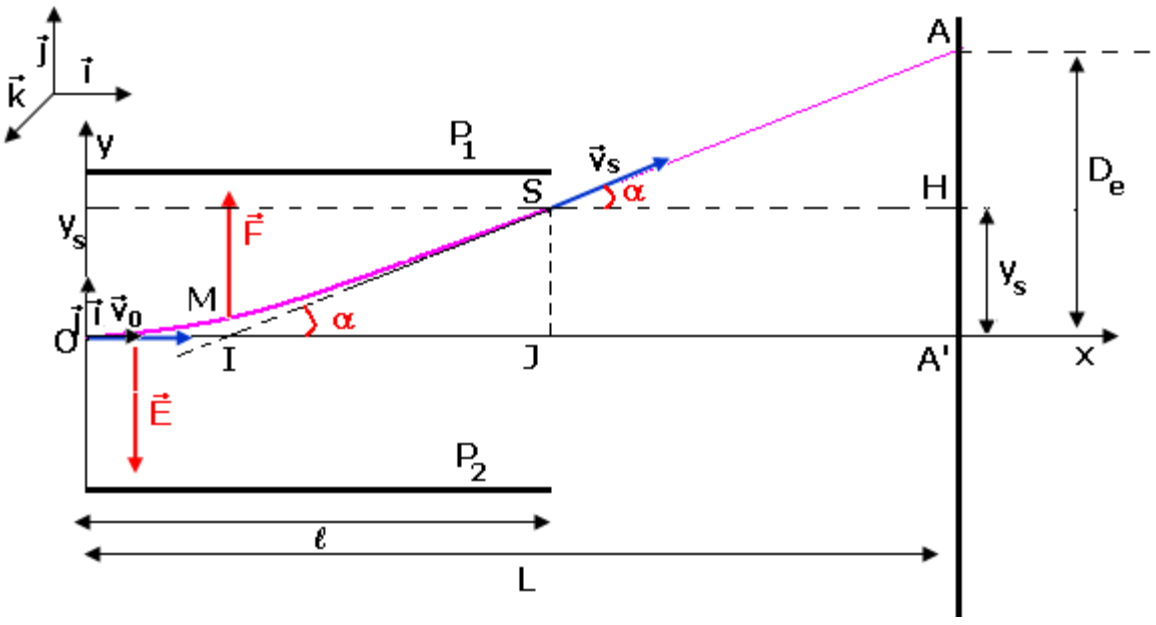
$$\overset{T}{O}\Delta E_C = \underset{O\to T}{W}\left(\vec{F}\right) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = eU_{AC}$$

$$U_{AC} = E.d \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = eE.d$$

وبالتالي تكون سرعة الإلكترون هي : $v = \sqrt{\frac{2e.E.d}{m}}$ وتكون هذه السرعة جد عالية ونلاحظ أن هذه السرعة تكبر كلما تزايدت شدة المجال الكهرساكن $\vec{E}$ ، نقول أن المجال الكهرساكن يتصرف **كمسرع للدقيقة .**

الحالة الثانية : $\vec{v}_0$ عمودية على $\vec{E}$

تدخل دقيقة مشحونة $(q<0)$ في اللحظة $t_0 = 0$ بالسرعة $\vec{v}_0$ عمودية على متجهة المجال الكهرساكن المنتظم $\vec{E}$ في النقطة O.



أ ـ متجهة التسارع :

متجهة التسارع للدقيقة في المجال $\vec{E}$ هي : $\vec{a}=\frac{q\vec{E}}{m}$ في مرجع أرضي .

نسقط العلاقة في المعلم المتعامد والممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ حيث $\vec{E}=-E\vec{j}$

$\vec{E}\begin{cases}0\\-E\\0\end{cases}$ و $\vec{a}\begin{cases}a_x\\a_y\\a_z\end{cases}$ ونستنتج من خلال القانون الثاني لنيوتن أن $\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_y=-\frac{qE}{m}\\a_z=0\end{cases}$

ب ـ المعادلات الزمنية

باعتبار الشروط البدئية التالية :

$\vec{v}_0\begin{cases}v_0\\0\\0\end{cases}$ و $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases}0\\0\\0\end{cases}$ نحصل على إحداثيات متجهة السرعة : $\vec{v}\begin{cases}v_x=v_0\\v_y=-\frac{qE}{m}t\\v_z=0\end{cases}$ وعلى المعادلات الزمنية

في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ أي أن $\overrightarrow{OM}\begin{cases}x=v_0t\\y=-\frac{qE}{m}t^2\\z=0\end{cases}$

نستنتج أن حركة الدقيقة في مجال كهرساكن منتظم عمودي على متجهة السرعة البدئية $\vec{v}_0$ ، تتم في المستوى (Oxy) إذن فهي حركة مستوية .

على المحور $(O,\vec{i})$ حركة مستقيمية منتظمة

على المحور $(O,\vec{j})$ حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .

ج ـ معادلة المسار ،

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن t بين المعادلتين الزمنيتين x(t) و y(t) :

في المعادلة الزمنية y(t) لدينا : $y=-\frac{qE}{2mv_0^2}x^2$ بحيث أن $q<0$. $t=\frac{x}{v_0}$

مسار الدقيقة المشحونة في مجال كهرساكن منتظم عمودي على متجهة السرعة البدئية $\vec{v}_0$ عبارة عن جزء من شلجم .

د ـ سرعة الدقيقة لحظة خروجها من المجال الكهرساكن :

لدينا حسب الشكل أعلاه أن إحداثياتي S نقطة خروج الدقيقة من المجال الكهرساكن هما :

$S\begin{cases}x_s=\ell\\y_S=-\frac{qE}{2mv_0^2}\ell^2\end{cases}$ وتوجد الدقيقة في النقطة S عند اللحظة $t_S=\frac{\ell}{v_0}$ في المعادلات السرعة نحصل على :

$\vec{v}_S\begin{cases}v_{Sx}=v_0\\v_{Sy}=-\frac{qE}{m}\left(\frac{\ell}{v_0}\right)\end{cases}$

تكون المتجهة $\vec{v}_S$ مع الاتجاه الأفقي زاوية α تسمى **الانحراف الزاوي** بحيث أن

$$\tan\alpha = \frac{v_{Sy}}{v_{Sx}} = -\frac{qE}{mv_0^2}$$

ه ـ الانحراف الكهرساكن :

طبيعة حركة الدقيقة عند مغادرتها المجال الكهرساكن :

عند خروجها من المجال الكهرساكن فالقوى المطبقة عليها هي وزنها فقط وبإهماله ، حسب مبدأ القصور تكون حركة الدقيقة مستقيمية منتظمة سرعتها $\vec{v}_S$. فتصطدم بشاشة مستشعة عمودية على المحور $(O,\vec{i})$. نعطي $OA' = L$ المسافة الفاصلة بين الشاشة والنقطة O نقطة انطلاق الدقيقة نسمي D_e **الانحراف الكهربائي** وهو المسافة بين النقطة A' نقطة اصطدام في غياب المجال الكهرساكن و A نقطة اصطدام بوجود المجال الكهرساكن . من خلال الشكل لدينا :

$D_e = A'A = A'H + HA$ بحيث أن $A'H = y_s$ و $\tan\alpha = \frac{AH}{L-\ell}$ أي أن $D_e = y_s + (L-\ell)\tan\alpha$

حسب العلاقات السابقة لدينا :

$D_e = -\left(L - \frac{\ell}{2}\right)\frac{qE\ell}{mv_0^2}$ وبما أن $E = \frac{U}{d}$ تصبح العلاقة : $D_e = -\left(L - \frac{\ell}{2}\right)\frac{qU\ell}{mdv_0^2}$ والتي تكتب على الشكل التالي : $D_e = K.U$ بحيث K هي $K = -\left(L - \frac{\ell}{2}\right)\frac{q\ell}{mdv_0^2}$

نستنتج أن الانحراف الكهرساكن يتناسب اطرادا مع التوتر المطبق بين الصفيحتين

وتستغل هذه الخاصية في مبدأ اشتغال راسم التذبذب ، حيث يتناسب الانحراف الرأسي مع التوتر المطبق على الصفيحتين الأفقيتين والانحراف الأفقي مع التوتر المطبق على الصفيحتين الرأسيتين

تمرين تطبيقي :

تلج إلكترون بين صفيحتين فليزيتين أفقيتين لراسم تذبذب بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ أفقية ، $v_0 = 10^7 m/s$.

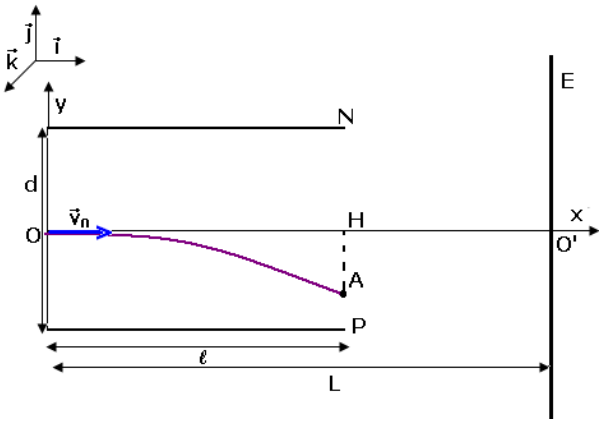
التوتر بين الصفيحتين $U = V_P - V_N = 40V$ ؛ المسافة الفاصلة بين الصفيحتين $d = 4cm$ وطول كل منهما $\ell = 6cm$.

1 ـ أحسب المسافة AH التي تمثل الانتقال الرأسي للإلكترون عند مغادرتها المجال الكهرساكن $\vec{E}$

2 ـ حدد مميزات متجهة سرعة الإلكترون في النقطة A .

3 ـ أحسب قيمة الانحراف الكهربائي D_e . المسافة الفاصلة بين الشاشة المستشعة والنقطة O هي $L = 50cm$

لكي تلج الإلكترون بالسرعة البدئية $v_0 = 10^7 m/s$ ما هي قيمة توتر التسريع U' التي يجب استعماله ؟ أوجد تعبير D_e بدلالة U و U'



الأجوبة :

1 ـ $|AH| \simeq 3,2.10^{-3} m$ 2 ـ $\alpha \simeq 6°$ مع الخط الأفقي والسرعة تساوي تقريبا السرعة v_0

3 ـ $D_e \simeq 5cm$ و $U' = 282,5V$

III ـ حركة دقيقة مشحونة في مجال مغنطيسي منتظم .

1 ـ تأثير مجال مغنطيسي على حزمة من إلكترونات

تجربة : عند تقريب مغنطيس من أنبوب مفرغ نلاحظ انحراف الحزمة الإلكترونية . نفس الملاحظة عند تقريب ملف لولبي يمر فيه تيار كهربائي . يتغير منحى الانحراف عند عكس موضعي قطبي المغنطيس أو بعكس منحى التيار الكهربائي المار في الملف اللولبي .

نستنتج :

ميكانيكيا على حزمة الإلكترونات داخل النبوب المفرغ من الهواء . نقرن هذا التأثير الميكانيكي بقوة تسمى القوة المغنطيسية . ما هي مميزاتها ؟

2 ـ القوة المعنطيسية ،

2 ـ 1 علاقة لورنتز

تخضع دقيقة مشحونة ، ذات شحنة q تتحرك بسرعة متجهتها $\vec{v}$ داخل مجال مغنطيسي متجهته $\vec{B}$ إلى قوة مغنطيسية $\vec{F}$ تسمى قوة لورنتز تحددها العلاقة المتجهية التالية : $\vec{F} = q\vec{E} \wedge \vec{B}$

معرفة مميزات المتجهتين $q\vec{v}$ و $\vec{B}$ تمكن من استنتاج مميزات القوة $\vec{F}$.

خلال هذه الدراسة نهمل وزن الدقيقة المشحونة أمام القوة المغنطيسية التي تطبق عليها

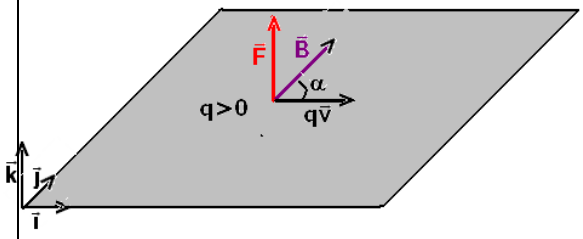
2 ـ 2 مميزات القوة المغنطيسية

مميزات قوة لورنتز هي :

ـ نقطة التأثير الدقيقة نفسها باعتبارها نقطة مادية .

ـ خط التأثير : العمودي على المستوى المحدد بواسطة $(\vec{v}, \vec{B})$ ؛ $\vec{F}$ عمودية على المتجهة $\vec{v}$ وعلى المتجهة $\vec{B}$.

ـ المنحى : هو المنحى بحيث يكون ثلاثي الوجه $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{F})$ مباشرا .



ـ الشدة : $F = |qvB\sin\alpha|$

q : شحنة الدقيقة ب (C)

v : سرعة الدقيقة ب m/s

B : شدة المجال المغنطيسي (T)

α الزاوية التي تكونها $\vec{v}$ مع $\vec{B}$

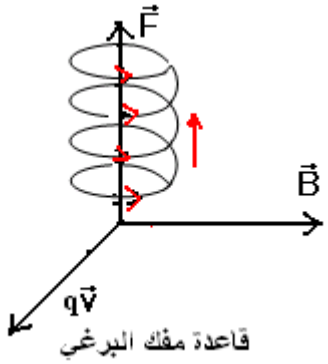
F : شدة قوة لورنتز (N)

ملحوظة :

منحى $\vec{F}$ يتغير حسب إشارة q . عمليا للحصول على منحى المتجهة $\vec{F}$ نطبق إحدى القواعد .

ـ قاعدة الأصابع الثلاث لليد اليمنى . الإبهام $q\vec{v}$. السبابة : $\vec{B}$.

الوسطى :$\vec{F}$



ـ قاعدة مفك البرغي

ـ قاعدة اليد اليمنى

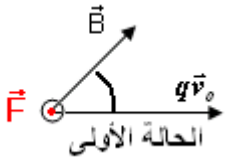
الحالات التي تنعدم فيها القوة المغناطيسية :

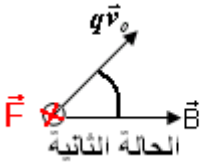
- q=0 دقيقة محايدة كهربائيا
- $\vec{v} = \vec{0}$ دقيقة متوقفة
- $\vec{B} = \vec{0}$ غياب المجال المغنطيسي
- $\alpha = 0$ أو $\alpha = \pi$ أي $\vec{v}$ و $\vec{B}$ على استقامة واحدة .

تمرين تطبيقي : **ندخل حزمة من دقائق الهيليوم** $^{2}_{4}He^{2+}$ **بسرعة** $v_0 = 10^3 m/s$ **مجالا مغناطيسيا شدته** $B = 2.10^{-3} T$ **. علما أن** $(\vec{v}_0, \vec{B})$ **تكون زاوية** $60°$ **، أحسب شدة القوة المغناطيسية التي تخضع إليها الدقائق الهيليوم . ومثل المتجهات** $\vec{B}$ **و** $\vec{v}_0$ **و** $\vec{F}$ **على تبيانة في الحالتين التاليتين :** $(\vec{v}_0, \vec{B}) = 60°$ **و** $(\vec{B}, \vec{v}_0) = 60°$

الحل : حسب علاقة لورنتز : $\vec{F} = q\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$ حسب المعطيات عندنا $q = +2e$ و $v_0 = 10^3 m/s$ و $B = 2.10^{-3} T$

بما أن شدة القوة $\vec{F}$ هي $F = |qvB\sin\alpha|$ فإن $F = 3,2.10^{-19} N$





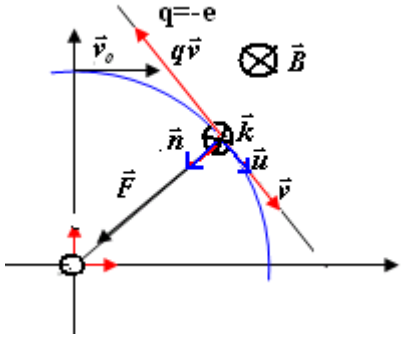
3ـ حركة دقيقة مشحونة في مجال مغناطيسي منتظم

ندرس حركة دقيقة تم نعمهما على الحزمة الإلكترونية باعتبار أن جميع الدقائق مماثلة في الحركة
نعتبر دقيقة شحنتها q وكتلتها m تلج مجالا مغنطيسيا منتظما $\vec{B}$ بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ عمودية على $\vec{B}$.

أ ـ طبيعة حركة الحزمة الإلكترونية داخل المجال المغناطيسي $\vec{B}$.

ـ نبين أن مسار الإلكترون مسار مستو ي
نطبق القانون الثاني لنيوتن على الدقيقة في اللحظة t ،
نهمل وزن الدقيقة أمام الشدة القوة المغناطيسية فتصبح العلاقة المتجهية السابقة على $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$
الشكل التالي : $\vec{F} = m.\vec{a}$ وبما أن $\vec{F} = q\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$ إذن $q\vec{v}_0 \wedge \vec{B} = m.\vec{a}$ أي أن $\vec{a} = \frac{q}{m}\left(\vec{v}_0 \wedge \vec{B}\right)$
في معلم فريني الذي تم اختياره في الشكل $M\left(\vec{u},\vec{n},\vec{k}\right)$ أن $\vec{a}(0,a_n,0)$ يعني أن $a_z = 0$ ومنه $z = g(t) = 0$ مما يبين أن حركة الدقيقة تتم في المستوى $(\vec{u},\vec{n})$ وبالتالي فحركة الدقيقة حركة مستوية .

ب ـ ما هو شكل المسار ؟



حسب التحليل السابق وفي معلم فريني $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ أي أن

$v = cte = v_0$

وكذلك $a_n = \frac{v_0^2}{\rho_n}$ ونعلم أنه في معلم فريني $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t = \vec{a}_n$

إذن $a = a_n \Rightarrow \frac{q}{m}v_0 B = \frac{v_0^2}{\rho}$ نستنتج أن $\rho = \frac{m.v_0}{|q|.B} = Cte = R$

إذن مسار الدقيقة هو مسار دائري .

ج ـ خلاصة

حركة دقيقة ذات شحنة q وكتلة m عند ولوجها مجالا مغناطيسيا منتظما $\vec{B}$ بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ متعامدة مع $\vec{B}$ ، حركة دائرية منتظمة .

ـ مسارها ينتمي إلى المستوى العمودي على المجال .

ـ شعاعها يساوي : $R = \frac{m.v_0}{|q|.B}$ **(1)**

د ـ الدراسة الطاقية

*** قدرة القوة المغناطيسية**

$\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{v} \Leftrightarrow \mathcal{P} = q\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right).\vec{v} = 0$

قدرة القوة المغناطيسية دائما منعدمة لكون أن هذه القوة دائما عمودية على السرعة
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الدقيقة عند انتقالها خلال مدة زمنية Δt :

$\Delta E_C = W(\vec{F}) = 0$ أي أن $E_C = Cte$ إذن $\frac{1}{2}mv^2 = Cte \Rightarrow v = cte = v_0$

خلاصة : المجال المغناطيسي لا يغير الطاقة الحركية لدقيقة مشحونة .

4 : الإنحراف المغناطيسي

تعريف : نسمي الانحراف المغناطيسي المسافة $\overline{O'P} = D_m$

تلج حزمة دقائق من النقطة O وبسرعة $\vec{v}_0$ حيزا طوله ℓ حيث يخضع لمجال مغناطيسي منتظم ☐ متعامد مع متجهة السرعة البدئية .

مسار كل دقيقة في المجال المغناطيسي هو عبارة عن قوس من دائرة مركزها C وشعاعها $R = \frac{mv_0}{|q|.B}$

.

عند النقطة S تغادر الدقيقة المجال المغناطيسي بسرعة $\vec{v}_0$ بحيث تصبح حركتها مستقيمية منتظمة (مبدأ القصور)

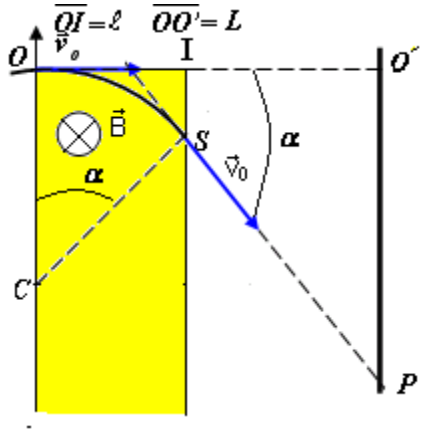
الزاوية $\alpha = (OC, OS)$ تسمى بالانحراف الزاوي بحيث أن $\sin\alpha = \frac{\ell}{R}$ وكذلك

$$\tan\alpha = \frac{\overline{O'P}}{\overline{OO'} - \overline{OI}} = \frac{D_m}{L - \overline{OI}}$$

وبما أن في الأجهزة المستعملة α صغيرة جدا وكذلك ($\ell << L$)

($\sin\alpha = \tan\alpha$)

$D_m = \frac{|q|.B.L.\ell}{m.v_0}$ أي أن $\frac{\ell}{R} = \frac{D_m}{L}$



ملحوظة : المقارنة بين الانحراف الكهربائي والانحراف المغناطيسي

$D_m = \frac{|q|.B.L.\ell}{m.v_0}$ و $D_e = \frac{|q|E.L.\ell}{m.v_0^2}$

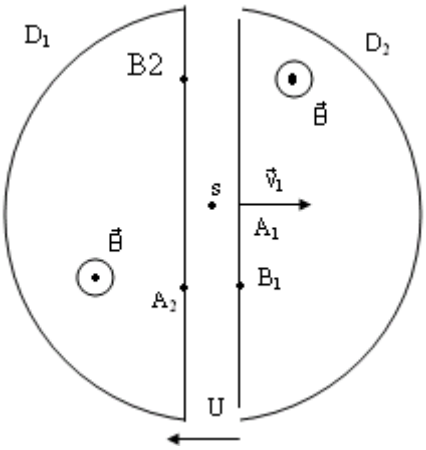
يلاحظ أن ألانحراف المغناطيسي أكثر تكيفا من الانحراف الكهربائي لأنه يتناسب اطرادا مع $\frac{1}{v_0}$. لهذا يستعمل في أنبوب التلفاز .

VI تطبيقات :

1 ـ السيكلوترون

السكلوترون جهاز مسرع الدقائق ، يتكون سيكلوترون من علبتين موصليتين D_1 و D_2 على شكل نصف أسطوانتين مفرغتين تفصل بينهما مسافة جد صغيرة أمام شعاعهما .

يوجد داخل كل علبة مجال مغنطيسي منتظم $\vec{B}$ شدته B =0.14T .



1 ـ نطبق بين العلبتين توترا U تابثا وموجبا . تنطلق حزمة من البروتونات من المنبع S ، فيتم تسرعها نحو العلبة D_1 ، حيث تكون سرعة كل بروتون عند وصوله النقطة A هي : $v_1 = 4.38.10^5 m/s$

1 ـ 2 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد قيمة R_1 ، شعاع المسار الدائري للبروتون داخل D_1 .

1 ـ 2 أوجد قيمة الدور T لحركة البروتون . بين أن T لا ترتبط بسرعة البروتون ولا بشعاع مساره .

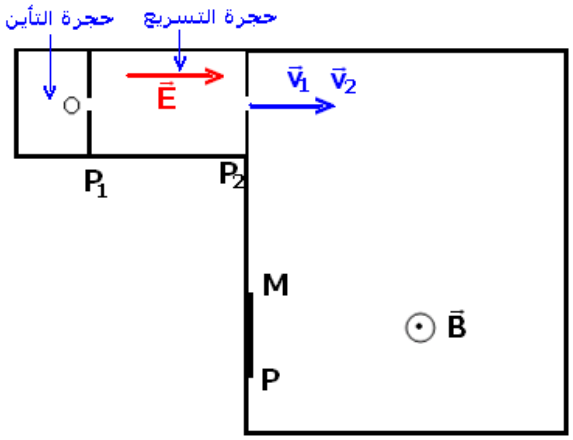
2 ـ يصل البروتون إلى B_1 في اللحظة التي تتغير عندها إشارة التوتر U ، فيتسرع البروتون ، من جديد ، نحو العلبة D_2

2 ـ 1 بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية ، أوجد السرعة v_2 للبروتون عند النقطة A_2 ، علما أن U =-2kV قارن v_1 و v_2 .

2 ــ2 ليكن R_2 شعاع مسار البروتون داخل العلبة D_2 برهن على أن $R_2>R_1$.
2 ــ 3 عند وصول البروتون إلى النقطة B_2 ، تتغير إشارة التوتر من جديد . صف حركة البروتون بعد وصوله إلى B_2 . استنتج وظيفة السيكلوترون ، إذا علمت أن إشارة U تتغير دوريا .
نعطي كتلة البروتون $m=1.67.10^{-27}kg$
شحنة البروتون $e = 1.6.10^{-19}C$

2 ــ راسم طيف الكتلة

راسم طيف الكتلة جهاز يمكن من فرز أيونات ذات كتل أو شحن مختلفة ، وذلك باستعمال مجال كهرساكن ومجال مغنطيسي .
يتكون راسم الطيف للكتلة من نوع دمبستر (Dempster) من :
حجرة التأين حيث تنتج الأيونات ؛
حجرة التسريع حيث تدخل الأيونات بسرعة تكاد تكون منعدمة لتسرع $\vec{E}$ محدث بواسطة توتر U .
نريد فرز الأيونات $^4_2He^{2+}$,$^3_2He^{2+}$ كتلتاهما إتباعا $m_3= 5.10^{-27}kg$ و $m_4=6.7.10^{-27}$ ندخل الأيونات في مجال كهرساكن منتظم محدث بواسطة توتر U مطبق بين صفيحتين رأسيتين P_1 و P_2 لتسريعهما إلى النقطة A .



1 ــ تخرج الأيونات $^4_2He^{2+}$,$^3_2He^{2+}$ من النقطة A على التتابع بالسرعتين $\vec{v}_1$ و$\vec{v}_2$ نهمل السرعتين عند النقطة O . عبر عن السرعتين v_1 و v_2 بدلالة معطيات النص .
أحسب v_1 وv_2 .
2 ــ تدخل الأيونات ، عند النقطة A ، مجالا مغناطيسيا منتظما $\vec{B}$ عموديا على متجهتي السرعتين $\vec{v}_1$ و$\vec{v}_2$ وتصل إلى منطقة الإستقبال MP المعينة على الشكل .
احسب المسافة MP الفاصلة بين P و M نقطتي وقع الأيونات $^4_2He^{2+}$,$^3_2He^{2+}$ على منطقة استقبال . نعطي U $=10^4V$ و $B=0.5T$

الحركات المستوية تمارين

تمرين 1

نعتبر صفيحتين فليزيتين رأسيتين ومتوازيتين تفصل بينهما المسافة $d=10cm$. نحدث بين الصفيحتين توترا كهربائيا مستمرا $U_{AB}=V_A-V_B=2.10^4V$ فيعم مجالا كهرساكنا منتظما بين الصفيحتين .

1 ـ أعط مميزات متجهة المجال الكهرساكن $\vec{E}$ مثله على التبيانة مع خطوط المجال .

2 ـ ندخل أيونات الكبريتور S^{2-} من النقطة O بسرعة متجهتها $\vec{v}_0$ متعامدة مع الصفيحة A وقيمتها $v_0=4,5.10^5 m/s$.

2 ـ 1 أوجد في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المعادلات الزمنية لحركة أيون الكبريتور .

2 ـ 2 ما طبيعة حركتها ؟

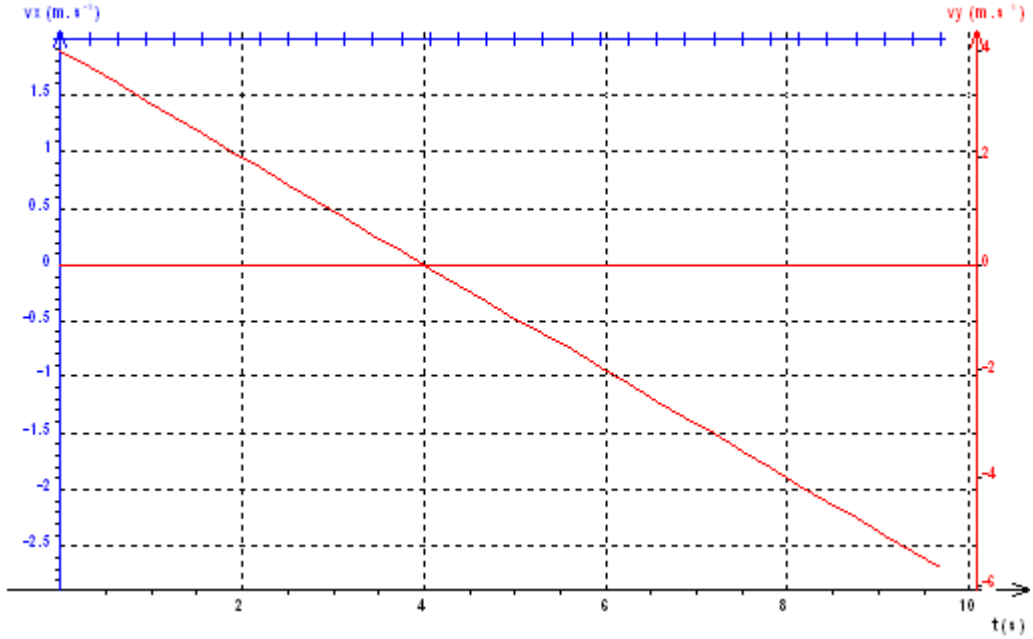
2 ـ 3 ما هي المسافة التي سيقطعها الأيون لكي يغير منحى حركته ؟

2 ـ 4 بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد تعبير السرعة v' لأيون البريتور عند مروره من النقطة O مرة ثانية . أحسب هذه السرعة . نعطي : $e=1,6.10^{-19}C$ وكتلة الأيون

$$M\left(S^{2-}\right)=5,23.10^{-26}kg$$

تمرين 2

نعطي في الشكل اسفله منحنيي الإحداثيتين v_x و v_y لمتجهة السرعة لمركز القصور G لقذيفة في معلم مرتبط بمرجع أرضي ، تم التوصل إليهما من خلال دراسة تجريبية



1 ـ هل تتغير الإحداثية الأفقية v_x بدلالة الزمن ؟ ما قيمتها ؟

2 ـ استنتج الإحداثية الأفقية a_x لمتجهة التسارع $\vec{a}_G$ لمركز قصور G للقذيفة .

3 ـ عبر عن الإحداثية الرأسية v_y بدلالة الزمن .

4 ـ ما قيمة v_{0y} إحداثية متجهة السرعة البدئية $\vec{v}_0$ للنقطة G ؟

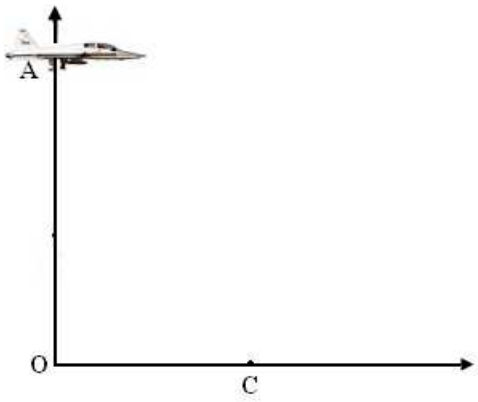
5 ـ حدد قيمة a_y إحداثية $\vec{a}_G$ متجهة التسارع للنقطة G . لماذا تكون قيمة a_y سالبة ؟

6 ـ أحسب زاوية القذف α التي تكونها $\vec{v}_0$ مع المحور الأفقي $(O,\vec{i})$. ما قيمة v_0 ؟

تمرين3

1 ـ خلال مناورة حربية تتحرك طائرة حربية على خط مستقيم في مستوى رأسي $H = 7840m$ من سطح الأرض بسرعة ثابتة $V_0 = 450km/h$.

عند اللحظة $t_A = 0$ ، ومن نقطة A التي توجد على نفس الخط الرأسي المار من O ، تسقط قديفة B كتلتها $m_B = 10kg$ لتفجير هدف C يوجد على سطح الأرض ويبعد من النقطة O بالمسافة OC (أنظر الشكل)



1 ـ 1 ما هي طبيعة حركة الطائرة ؟ وعبر عن قيمة السرعة V_0 ب m/s .

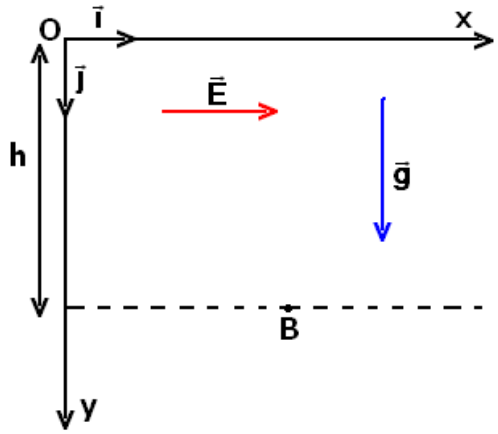
1 ـ 2 ما هي المدة الزمنية التي ستستغرقها القذيفة من أجل إصابة الهدف C ؟

1ـ 3 ما هي المسافة التي قطعتها الطائرة انطلاقا من النقطة A ؟ استنتج قيمة المسافة OC .

2 ـ نفترض أن الطائرة تتحرك على ارتفاع $H_2 = 1960m$ من سطح الأرض .

محيط دائرة شعاعها $R = 200m$ من النقطة O ؟ هل هذه السرعة محتملة ؟

3 ـ نفترض أن سرعة الطائرة في هذه الحالة $V_0' = 360km/h$. على أي ارتفاع H_3 من سطح الأرض بإمكان الطائرة إسقاط القذيفة وهي في طيران انقضاضي (vol piqué) حيث تكون مع الخط الرأسي زاوية 9° لكي تصيب القذيفة هدفا يوجد على محيط دائرة شعاعها أصغر من $156m$؟



خلال هذه الدراسة نهمل تأثير الهواء ونأخذ $g = 9,8m/s$. (بكالوريا فرنسية)

تمرين 4

نعتبر جسما نقطيا (S) كتلته m=5g ويحمل شحنة كهربائية q . نطلق الجسم (S) من نقطة O بدون سرعة بدئية في حيز من الفضاء حيث يعم مجالا كهرساكن منتظم $\vec{E}$ بالإضافة إلى مجال الثقالة $\vec{g}$.

عندما يقطع الجسم الارتفاع h يمر من نقطة B (أنظر الشكل)

1 ـ ما هي إشارة شحنة الجسم (S)

2 ـ قارن شدة وزن (S) وشدة القوة الكهربائية $\vec{F}$ المطبقة عليه . ماذا تستنتج ؟

3 ـ بين أن المجموع القوى المطبقة على الجسم (S) ثابت . واستنتج طبيعة حركة (S) .

4 ـ أوجد معادلة مسار حركة (S) في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j})$. ما هي طبيعته ؟

5 ـ أوجد التعبير الحرفي لإحداثيتي النقطة B . واحسب قيمتها .

نعطي : $g = 10m/s^2, h = 0,5m, |q| = 4.10^{-7}C, E = 10^4V/m$

تمرين 5

نعتبر وزن الإلكترون مهملا بالنسبة للقوى الأخرى .

يتكون مدفع إلكترونات من سليك وصفيحة P بها ثقيب . السليك يبعد عن الصفيحة P بمسافة $d = 3cm$

يبعث السليك الساخن إلكترونات بدون سرعة بدئية فتخضع إلى فرق الجهد $V_P - V_N = 300V$

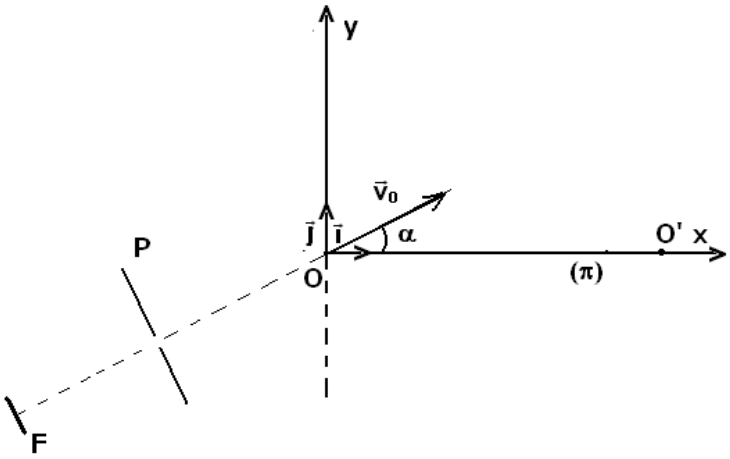
1 ـ عين مميزات المتجهة $\vec{E}$ للمجال الكهرساكن المنتظم الموجود بين F و P .

2 ـ 2 ـ 1 أحسب السرعة v للإلكترونات عند وصولها إلى P .

2 ـ 2 احسب تسارع الإلكترونات بين F و P .

2 ـ 3 أحسب المدة الزمنية التي يستغرقها مرور الإلكترون من F إلى P .

3 ـ حركة الإلكترون من P إلى O حركة مستقيمية منتظمة ، وعند وصول الإلكترونات إلى O ، تدخل حيزا يوجد به مجالا مغنطيسي منتظم متجهته $\vec{B}$ عمودية على المستوى π الذي نقرن به المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. وهكذا فالإلكترونات التي تدخل المجال المغنطيسي بسرعة v_0 ، متجهتها $\vec{v}_0$ مائلة بزاوية α بالنسبة للمحور OO' قتلتقي بهذا المحور من جديد في النقطة O′ . نعطي $OO'=5cm$



3 ـ 1 ما مسار الإلكترونات بين O و O′ ؟

2 ـ حدد توجيه المتجهة $\vec{B}$ للمجال المغنطيسي .

أحسب شعاع المسار واستنتج شدة المجال المغنطيسي .

نعطي شحنة الإلكترون : $e=1,6.10^{-19}C$

وكتلة الإلكترون : $m=9.10^{-31}kg$

تمرين 6

نتوفر على جهاز يمكن من إنتاج أيونات $^{6}_{3}Li^{+}$ و أيونات $^{A}_{3}Li^{+}$ في الفراغ .

تغادر هذه الأيونات النقطة C بسرعة بدئية مهملة . ثم تسرع بين الصفيحتين P_1 و P_2 تحت تأثير توتر U فتدخل في مجال مغنطيسي $\vec{B}$ منتظم حيزه محدود في مسافة طولها $\ell=2cm$ ، متجهته عمودية على الشكل وشدته $B=6.10^{2}T$

1 ـ ما إشارة التوتر U لكي تتجاوز الأيونات الثقب T ؟ علل جوابك .

2 ـ 2 ـ 1 أوجد تعبير السرعة v_1 لأيونات $^{6}_{3}Li^{+}$ عند مرورها عبر الثقب T بدلالة كتلتها m_1 وشحنتها q و التوتر U . أحسب v_1 .

نعطي : الشحنة الابتدائية : $e=1,6.10^{-19}C$

كتلة البروتون m_p تساوي تقريبا كتلة النوترون m_n .

$$m_p \simeq m_n = 1,67.10^{-27}kg$$

التوتر الكهربائي $U=100V$

2 ـ 2 اشرح لماذا تصل الأيونات $^{6}_{3}Li^{+}$ إلى الثقب T' بنفس السرعة v_1 المحصل عليه عند الثقب T .

3 ـ 1 ما طبيعة حركة الأيونات $^{6}_{3}Li^{+}$ في الحيز الذي يوجد فيه المجال $\vec{B}$ ؟ علل جوابك

3 ـ 2 أوجد تعبير الشعاع R_1 لمنحنى مسار أيونات $^{6}_{3}Li^{+}$ بدلالة B و e و m_1 و U . أحسب R_1 .

3 ـ 3 أحسب زاوية الانحراف α_1 لأيونات $^{6}_{3}Li^{+}$.

3 ـ 4 أحسب الأرتوب y_1 لنقطة الإصطدام على الشاشة (E) لأيونات $^{6}_{3}Li^{+}$.

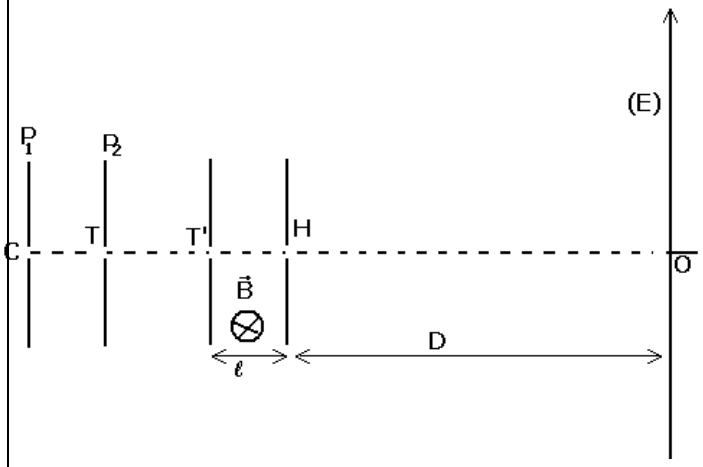
نعطي : $D=5cm$

4 ـ في الحقيقة هناك مساران متباينان . لتكن m_2 كتلة الأيونات $^{A}_{3}Li^{+}$ و R_2 شعاع مسارها .

$(^{6}_{3}Li^{+},\ ^{A}_{3}Li^{+})$ نظيران لهما نفس الشحنة q وكتلتهما مختلفتان $(m_1 \neq m_2)$.

4 ـ 1 بين بأن العلاقة $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}$ لا تتعلق إلا بالكتلتين m_1 و m_2 حيث تمثل α_2 زاوية الانحراف لأيونات $^{A}_{3}Li^{+}$.

4 ـ 2 أحسب عدد الكتلة A لأيونات $^{A}_{3}Li^{+}$ علما أن $\alpha_2 = 18°27'$



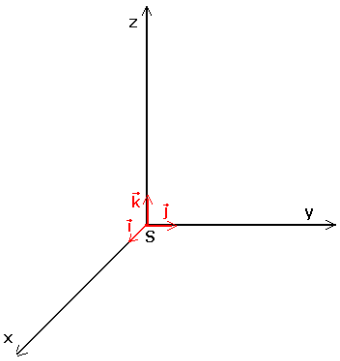
5 ـ نحدث مجالا كهرساكنا $\vec{E}$ منتظما ورأسيا في الحيز المحدث فيه $\vec{B}$ بواسطة صفيحتين M و N متوازيتان وأفقيتان مطبق بينهما توتر U_{MN} .

بين أنه بالنسبة لقيمة معينة للتوتر U_{MN} يمكن التقاط أيونات عند النقطة O على الشاشة (E) .

لتكن $U_1 = 120V$ قيمة التوتر U_{MN} التي تمكن من التقاط أيونات $^{6}_{3}Li^{+}$ عند النقطة O .

ما القيمة U_2 للتوتر U_{MN} التي تمكن من التقاط أيونات $^{A}_{3}Li^{+}$ عند النقطة O ؟

حركة الأقمار الاصطناعية والكواكب
خاص بالعلوم الرياضية والعلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية



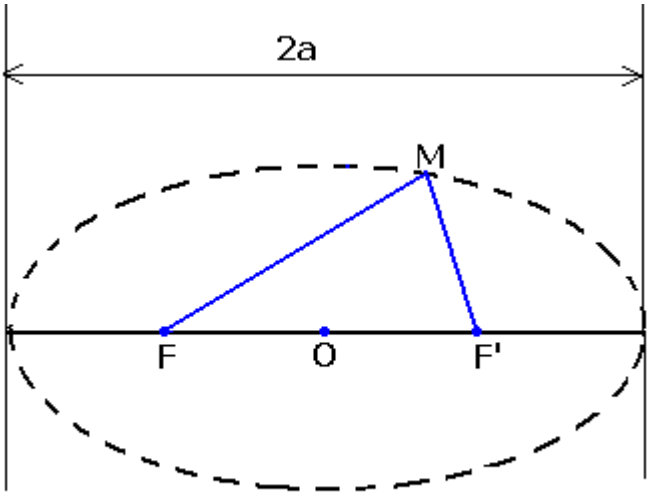
I ـ القوانين الثلاثة لكيبلر Kepler
1 ـ المرجع المركزي الشمسي
المرجع الغاليلي الملائم لدراسة حركة الكواكب حول الشمس هو المرجع المركزي الشمسي .

لدراسة حركة الكواكب حول الشمس نربط معلم متعامد وممنظم $(S,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ بالمرجع المركزي الشمسي حيث مركزه الشمس ومحاوره الثلاثة موجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة جدا نعتبرها ثابتة .

2 ـ قوانين كيبلر :
أ ـ القانون الأول أو قانون المدارات الإهليجية .

يحدد هذا القانون بدقة طبيعة مسارات مراكز قصور الكواكب .

نص القانون : مسار مركز قصور كوكب ، في المرجع المركزي الأرضي ، إهليلج يشكل مركز الشمس إحدى بؤرتيه .



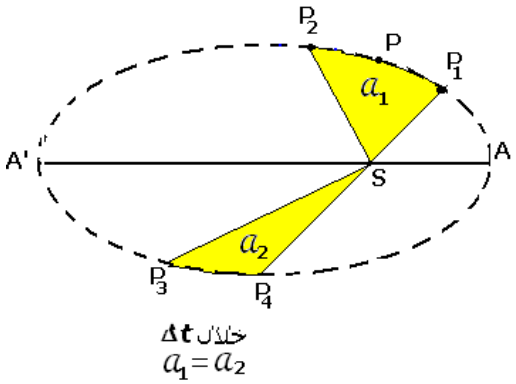
MF+MF'=2a

الإهليلج منحنى مستو ، حيث يكون مجموع المسافتين اللتين تفصلان نقطة ما من هذا المنحنى ، تباعا ، بنقطتين ثابتتين ، مجموعا ثابتا . تشكل النقطتان F و F' بؤرتي الإهليلج .

لتكن النقطة M من الإهليلج لدينا : $MF+MF'=Cte=2a$

a نصف طول المحور الكبير للإهليلج .

مثال : مدار الأرض حول الشمس هو عبارة عن إهليلج ، يسمى فلك البروج l'éliptique بحيث ينتمي مركز الشمس إلى مستوى هذا المدار .



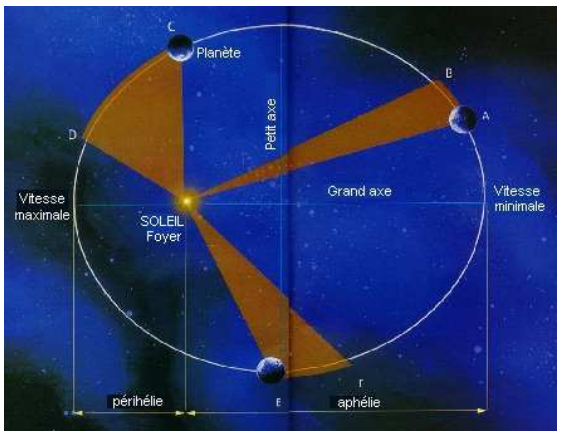
ب ـ القانون الثاني أو قانون المساحات .

نعتبر كوكبا مركز قصوره P في حركة حول الشمس . خلال المدة الزمنية $\Delta t=t_2-t_1$ ينتقل P من الموضع P_1 إلى الموضع P_2 . أي أن خلال هذا الانتقال تم كسح مساحة a_1 وهي المحصورة بين $[SP_1]$ و $[SP_2]$ والمقطع P_1P_2 لمسار P .

خلال نفس المدة الزمنية $\Delta t=t_4-t_3$ ينتقل P من P_3 إلى P_4

أي أنه خلال هذا الانتقال تم كسح المساحة $\mathcal{A}_2$ حيث $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2$

نص القانون : تكسح القطعة $[SP]$ التي تربط مركز الشمس بمركز الكوكب مساحات متقايسة في مدد زمنية متساوية .



يترجم هذا القانون ملاحظة كيبلر والتي تؤكد أن الكواكب تدور حول الشمس بسرعة غير ثابتة ؛ أي أن الكوب كلما اقترب من الشمس زادت سرعته والعكس صحيح .

تكون سرعة الكوكب قصوى عندما يتواجد مركز قصوره بالنقطة A الأقرب من مركز الشمس ؛

وتكون سرعة الكوكب دنيا عندما يتواجد مركز قصوره بالنقطة A' الأبعد من مركز الشمس .

ج ـ القانون الثالث أو قانون الأدوار ؛

الدورة الفلكية : هي حركة كوكب ما بين مرورين متتاليين لمركزه P من نفس النقطة من مداره حول الشمس .

الدور المداري T للكوكب هو المدة الزمنية التي يستغرقها مرزه لإنجاز دورة فلكية كاملة .

نص القانون : يتناسب مربع الدور المداري اطرادا مع مكعب نصف طول المحور الكبير للإهليلج .

ونعبر عن هذا النص بالعلاقة التالية : $\frac{T^2}{a^3} = k$

حيث أن T الدور المداري ب (s)

a نصف طول المحور الكبير للإهليلج بالمتر (m) ؛

K ثابتة لا تتعلق بالكوكب ، وحدتها m^2 / s^3

قيمة k هي نفسها بالنسبة لجميع كواكب النظام الشمسي .

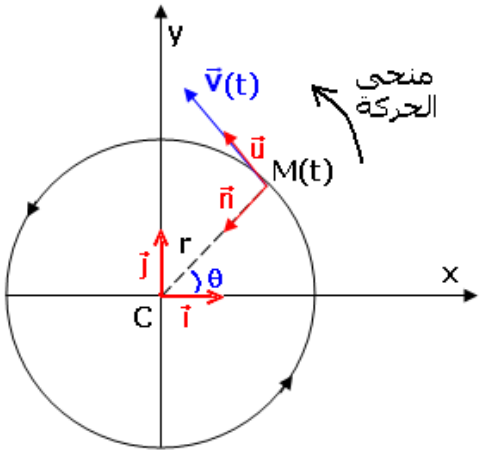
ملحوظات : بالنسبة للكواكب التي يمكن اعتبار أن مداراتها دائرية شعاعها r

يكتب القانون الثالث لكيبلر : $\frac{T^2}{r^3} = k$

نطبق قانون كيبلر أيضا على الأقمار الاصطناعية التي تدور حول كوكب ما . في هذه الحالة يشكل مركز الكوكب إحدى بؤرتي الإهليلج ، كما أنه بالنسبة لخارج القسمة $\frac{T^2}{a^3} = k'$ هو نفسه بالنسبة لجميع الأقمار التي تدور حول نفس الكوكب . تتعلق قيمة k' بكتلة الكوكب .

II ـ الحركة الدائرية المنتظمة

سنقتصر في دراسة حركة الأقمار والكواكب على حالة واحدة حيث يكون المدار دائريا



تطبيق قوانين كيبلر الخاصيات لتالية :

ـ مدار الكوكب دائري مركزه الشمس

ـ سرعة P مركز الكوكب ثابتة أي أن الحركة دائرية منتظمة

ـ قانون الأدوار يصبح هو : $\frac{T^2}{r^3} = k$ ، r هو شعاع المسار الدائري .

1 ـ خاصيات الحركة الدائرية المنتظمة

أ ـ تعريف

تكون حركة نقطة دائرية منتظمة إذا كان مسار هذه النقطة دائريا وإذا كانت قيمة سرعتها ثابتة .

ب ـ متجهة السرعة

نعتبر نقطة M في حركة دائرية منتظمة في معلم معين . مسار M

دائري مركزه C ، وشعاعه r ، موجه موجبا في منحى الحركة . نمعلم موضع M في المستوى $(C,\vec{i},\vec{j})$ بالزاوية θ هو الأفصول الزاوي .

خاصية حركة دائرية منتظمة :

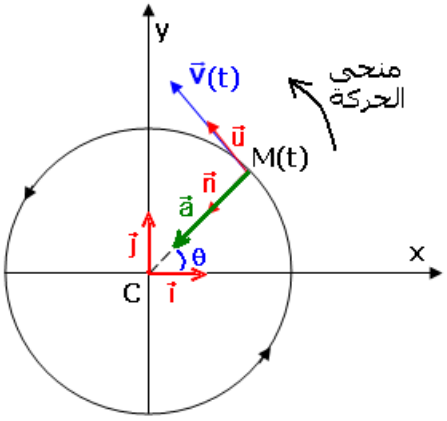
ـ السرعة الزاوية ثابتة : $\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = cte$

ـ متجهة السرعة $\vec{v}$ مماسة للمسار الدائري ، ومنحاها هو منحى الحركة : $\vec{v} = r.\omega\vec{u}$ ؛ $\vec{u}$ متجهة واحدية مماسية للمسار.

ـ دور الحركة هو مدة دورة كاملة : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$.

وحدة الفصول الزاوي هي الراديان rad ووحدة السرعة الزاوية ω هي rad/s

ج ـ متجهة التسارع



في الحركة الدائرية المنتظمة يتغير اتجاه متجهة السرعة ، باعتبار أساس فريني فإن $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u} + \frac{v^2}{r}\vec{n}$ ونعلم أنه بالنسبة للحركة الدائرية المنتظمة $v = cte \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$ أي أن $\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{n}$

وبالتالي فإن متجهة التسارع غير منعدمة ومحمولة من طرف المتجهة المنظمية $\vec{n}$ أي موجه نحو مركز الدائرة .

بالنسبة لحركة دائرية منتظمة ، متجهة التسارع مركزية انجذابية ، تعبيرها هو :

$\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{n}$ **وبما أن** $v = r.\omega$ **فإن** $\vec{a} = r\omega^2\vec{n}$

ω السرعة الزاوية نعبر عنها ب rad/s و r شعاع المسار الدائري ونعبر عنه بالمتر ، v قيمة السرعة ونعبر عنها ب m/s و a قيمة التسارع ونعبر عنها ب m/s^2 و $\vec{n}$ المتجهة الواحدية المنظمية موجهة نحو المركز C .

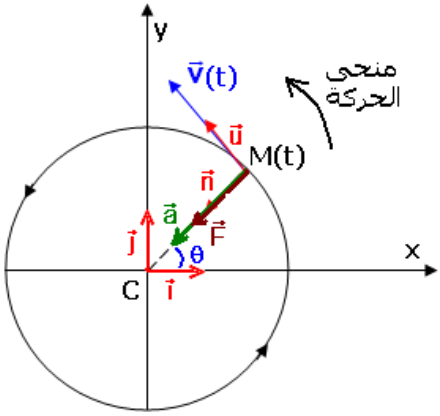
2 ـ الشرطان الأساسيان للحصول على حركة دائرية منتظمة .

نعتبر جسما صلبا كتلته m ، وحركة مركز قصوره دائرية منتظمة في معلم غاليلي .

نطبق القانون الثاني لنيوتن على حركة هذا الجسم : $\sum \vec{F}_{ex} = m.\vec{a}_G$

بحيث أن $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}$ مجموع القوى المطبقة على الجسم الصلب .

للحصول على حركة دائرية منتظمة يجب أن تكون متجهة التسارع $\vec{a}_G$ لمركز قصور الجسم انجذابية مركزية منظمها ثابت ومنظمها يساوي :



وبالتالي يجب **أن تكون** $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}$ **كذلك مركزية انجذابية** $a = \frac{v^2}{r}$

ومنظمها $F = \frac{mv^2}{r}$.

III ـ قانون نيوتن للتجاذب الكوني

نص القانون :

يحدث بين جسمين نقطيين (A) و (B) كتلتهما m_A و m_B ، وتفصل بينهما مسافة AB ، تجاذب كوني قوتاه هما $\vec{F}_{A/B}$ و $\vec{F}_{B/A}$ بحيث أن :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -\frac{G.m_A.m_B}{AB^2}\vec{u}_{AB}$$

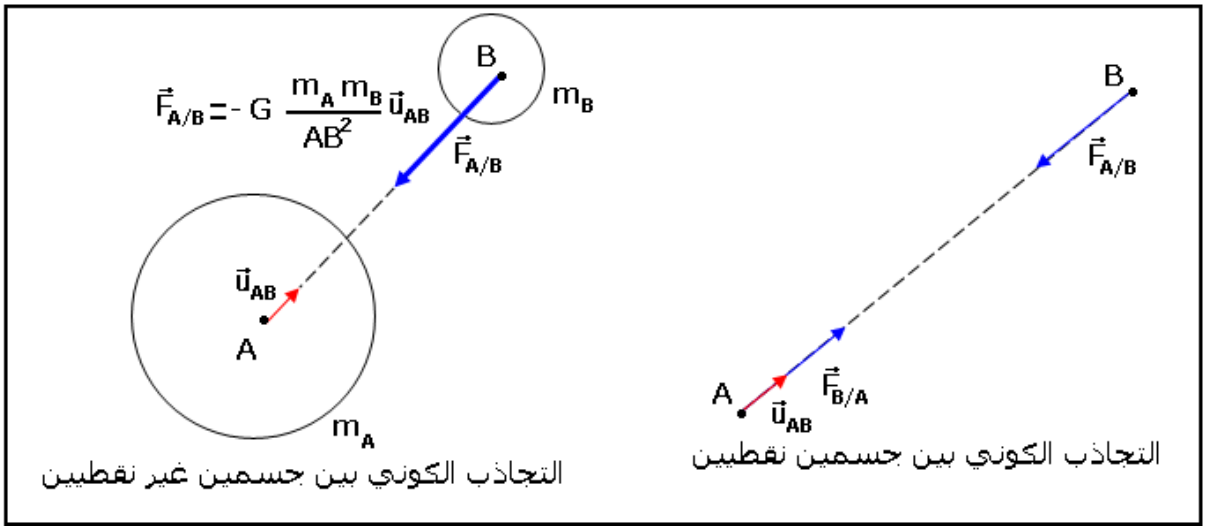
G : **ثابتة التجاذب الكوني :** $G = 6,67.10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

$\vec{u}_{AB}$ **متجهة واحدية موجهة من A نحو B .**

يطبق هذا القانون كذلك على الأجسام غير نقطية في الحالتين التاليتين :

ـ أجسام ذات تماثل كروي لتوزيع الكتلة .

ـ أجسام لها أبعاد مهملة أمام المسافة الفاصلة بينهما .

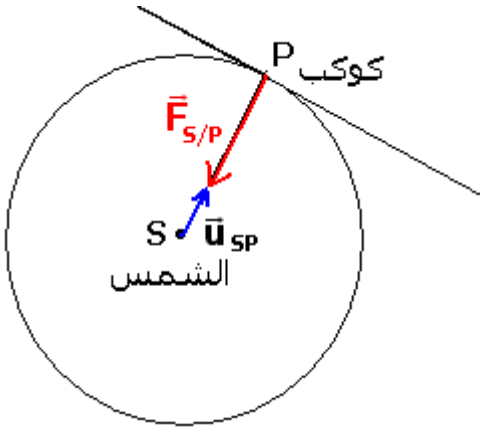


IV ـ الحركة المدارية للكواكب

نختار كمرجع لدراسة حركة كوكب حول الشمس المرجع المركزي الشمسي . ونبين أن حركة هذا الكوكب حول الشمس حركة منتظمة ونحدد مميزات هذه الحركة .

1 ـ تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

نعتبر كوكبا كتلته m ومركزه P الذي يتطابق مع مركز قصوره في حركة حول الشمس ذات كتلة m_S ومركزها S .



يخضع الكوكب إلى قوة التجاذب الكوني : $\vec{F}_{S/P} = -G\frac{m.m_S}{r^2}\vec{u}_{SP}$

وحسب القانون الثاني لنيوتن لدينا : $\vec{F}_{S/P} = -G\frac{m.m_S}{r^2}\vec{u}_{SP} = m.\vec{a}_p \Rightarrow \vec{a}_p = -G\frac{m_S}{r^2}\vec{u}_{SP}$

يلاحظ من خلال العلاقة أن $\vec{a}_p$ و $\vec{u}_{SP}$ لهما نفس الاتجاه يعني أن التسارع انجذابي مركزي وبالتالي فإن حركة الكوكب P حركة دائرية منتظمة .

وبما أن قوة التجاذب الكوني قوة انجذابية مركزية فإن :

$\vec{F}_{S/P} = -m.\frac{v^2}{r}\vec{u}_{SP} \Rightarrow \frac{v^2}{r} = G\frac{m_S}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G.m_S}{r}}$ وبالتالي يتحقق الشرط الثاني .

في مرجع مركزي أرضي تكون حركة كوكب حول الشمس

r ، بشرط أن تحقق سرعته العلاقة : $v = \sqrt{\frac{G.m_S}{r}}$

2 ـ تعبير الدور المداري T ؛

الدور المداري T

لدينا $T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.m_S}}$ من هذه العلاقة نحصل على القانون الثالث لكيبلر : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_S}$

وبالتالي $\frac{T^2}{r^3}$ لا تتعلق بكتلة الكوكب المدروس .

V ـ الحركة المدارية للأقمار الاصطناعية للأرض .

لدراسة أقمار الأرض نختار كجسم مرجعي **المرجع المركزي الأرضي**

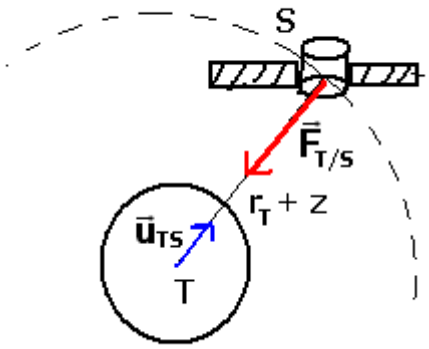
نسمي قمرا كل جسم في حركة مدارية حول كوكب .

مثال : يشكل القمر (la lune) قمرا طبيعيا للأرض .

1 ـ تعبيرا السرعة والدور المداري .

تكون حركة قمر اصطناعي حول الأرض حركة دائرية منتظمة عندما يتحقق الشرطان

ـ القوة المطبقة من طرف الأرض T ذات الكتلة m_T والشعاع r_T



على القمر الاصطناعي S $\left(\vec{F}_{T/S}\right)$ انجذابية مركزية .

ـ منظمها $F_{T/S}$ ثابت ، ويحقق العلاقة $F_{T/S} = \frac{mv^2}{r}$ أي أن

التسارع $a = \frac{v^2}{r}$

وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن :يوجد القمر الاصطناعي تحت تأثير القوة $\left(\vec{F}_{T/S}\right)$ القوة المطبقة من طرف الأرض على القمر الاصطناعي :

$$\vec{F}_{T/S} = -G\frac{m_T.m_S}{r^2}\vec{u}_{TS} = -\frac{m_S v^2}{r}\vec{u}_{TS}$$

$$v^2 = \frac{Gm_T}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Gm_T}{r}}$$

بحيث أن $r = r_T + z$ و z هو ارتفاع القمر اصطناعي بالنسبة للأرض و r_T شعاع الأرض .

الدور المداري T لحركة القمر اصطناعي هو : $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.m_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{(r_T+z)^3}{G.m_T}}$

ملحوظة : لاتتعلق v سرعة دوران القمر الاصطناعي والدور المداري T بكتلة القمر الاصطناعي بل تتعلق بارتفاعه z بالنسبة لسطح الأرض .

2 ـ الاستقمار *satellisation*

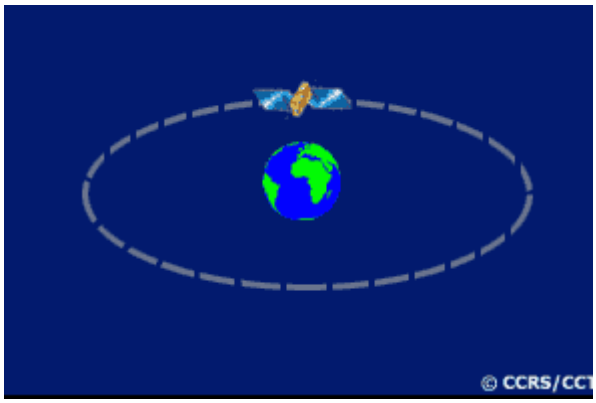
تعريف :

الاستقمار هو وضع قمر اصطناعي في مداره حول الأرض وإعطاؤه سرعة كافية تخول له حركة دائرية منتظمة حول الأرض .

تتم هذه العملية بواسطة مركبة فضائية والتي تقوم بدور مزدوج :

ـ حمل القمر الاصطناعي إلى ارتفاع يفوق حوالي 200km حيث الغلاف الجوي الأرضي تقريبا منعدم .

ـ منح القمر الاصطناعي سرعة تجعله يبقى في مدار دائري حول الأرض بحيث تكون متجهة السرعة البدئية عمودية على متجهة الموضع $\overrightarrow{TS}$ ومنظمها يحقق



العلاقة : $v=\sqrt{\frac{G.m_T}{(r_T+z)}}$

نعتبر أن القمر الاصطناعي خاضعا لقوة التجاذب الأرضي فقط ونهمل الاحتكاكات المتعلقة بالجو .

3 ـ الأقمار الاصطناعية الساكنة بالنسبة للأرض .

يكون القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض إذا بدا دوما غير متحرك بالنسبة لملاحظ على سطح الأرض .

الشروط لكي يكون القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض :

في المرجع المركزي الأرضي ، تدور الأرض حول محورها القطبي ، ويساوي الدور T لهذا الدوران الخاص يوما فلكيا (24 ساعة)

لكي يظهر القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض يجب :

ـ أن يدور في منحى دوران الأرض حول محور قطبيها .

ـ يساوي دوره المداري T دور حركة الدوران الخاصة للأرض حول محورها القطبي .

ـ يوجد مداره الدائري في مستوى خط الاستواء للأرض .

تمكن قيمة T من تحديد قيمة z ، أي أن $T=23h56\,min=84164s$ أي أن الارتفاع z عن سطح الأرض هو :

$$T=\sqrt{\frac{(r+z)^3}{G.m_T}}\Rightarrow z=\left(\frac{T^2.G.m_T}{4\pi^2}\right)-r_T$$

تطبيق عددي :

$z\simeq 36000km$

حركة الأقمار الاصطناعية والكواكب
تمارين

تمرين 1

ينجز قمر اصطناعي (S) حركة دائرية منتظمة حول كوكب (P) ، شعاع المسار الدائري $R_S = 6,7.10^5 km$. الدور المداري $T_S = 3j13h14min$. نعتبر جميع الأجسام لها تماثل كروي لتوزيع الكتلة .

1 ـ أحسب السرعة v للقمر الاصطناعي .

2 ـ عبر عن سرعته بدلالة G و R_S وكتلة الكوكب P ، M_P

3 ـ استنتج كتلة الكوكب وتعرف عليه إن أمكن ذلك .

تمرين 2

المسافتان القصوى والدنيا لكوكب المريخ بالنسبة لمركز الشمس هما على التوالي $2,49.10^8 km$ و $2,06.10^8 km$

1 ـ ما طبيعة مدار كوكب المريخ حول الشمس ؟ ماذا يمثل المركز S بالنسبة للمدار ؟

2 ـ أحسب طول نصف المحور الأكبر لهذا المدار ؟

3 ـ أعط نص قانون المساحات . في أي نقطة من المدار تكون سرعة المريخ قصوى ؟ وفي أي نقطة تكون دنيا ؟

تمرين 3 **

تتعلق طبيعة المسار لقمر اصطناعي بقيمة السرعة v_0 التي أعطيت له عند تحريره من طرف المركبة الفضائية التي نقلته خارج المجال الجوي الأرضي .

هناك قيمتان خاصتان للسرعة في نقطة الدفع بالنسبة لارتفاع معين من سطح الأرض

ـ سرعة الاستقمار الدائري ونعبر عنها بالرمز v_S .

ـ سرعة التحرير ونعبر عنها بالرمز v_L

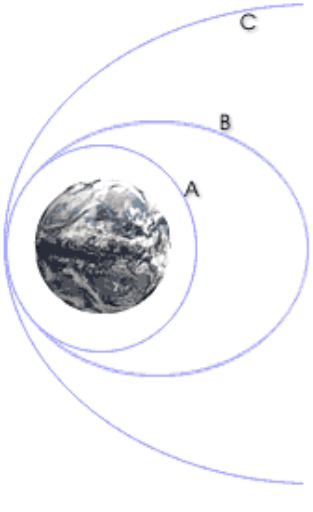
ـ $v_S = v_0$ مدار دائري .

ـ $v_S < v_0 < v_L$: مدار إهليلجي يشكل مركز الأرض إحدى بؤرتيه .

ـ $v_0 \geq v_L$ مدار شلجمي أو هدلولي (hyperpole) إذ لايحدث أي استقمار بحيث يكون القمر الاصطناعي مسبارا فضائيا .

يعطي الجدول أسفله قيم v_S و v_L بالنسبة لارتفاعات مختلفة :

الارتفاع	v_S	v_L
200km	25000km / h	39640km / h
800km	26800km / h	37940km / h
36000km	11040km / h	15620km / h



1 ـ تعرف على مختلف الوضعيات في الشكل أسفله

2 ـ أوجد سرعة الاستقمار بدلالة ارتفاع نقطة التحرير .

3 ـ تحقق حسابيا من القيم المقدمة في الجدول أعلاه .

4 ـ أحد ارتفاعات نقطة التحرير يوافق ارتفاع قمر اصطناعي ساكن بالنسبة للأرض . عين هذا الارتفاع وحدد الشروط التي ينبغي توفرها لكي يكون هذا القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض .نعطي كتلة الأرض $m_T = 5,98.10^{24} kg$.

تمرين 4

نعتبر قمرا اصطناعيا للاتصالات كتلته m يوجد مداره الدائري في مستوى خط الاستواء الذي يعتبر مدارا للأقمار الاصطناعية الساكنة بالنسبة للأرض ، تدرس حركة هذا القمر الاصطناعي في المرجع المركزي الأرضي

1 ـ 1 ـ 1 أعط تعريف المرجع المركزي الأرضي .

ما الدور المداري للأرض ؟ وما الدور الخاص لحركة الأرض ؟

1 ـ 2 ـ حدد السرعة الزاوية لحركة القمر الاصطناعي باعتباره ساكنا بالنسبة للأرض .

بالنسبة لأي مرجع يظهر القمر الاصطناعي ساكنا ؟

2 ـ 2 ـ 1 يوجد القمر الاصطناعي على ارتفاع $z = 35800km$. أحسب الشعاع r لمسار حركته . أعط مميزات متجهة السرعة $\vec{v}$ لمركز قصوره .

2 ـ 2 ـ حدد اتجاه ومنحى متجهة التسارع $\vec{a}$ وأعط تعبير a بدلالة r, v واحسب قيمتها .

3 ـ 3 ـ 1

التجاذب التي تطبقها الأرض . نعتبر أن كتلة الأرض m_T موزعة حسب طبقات متجانسة وكروية الشكل .

أعط تعبير v بدلالة الشعاع r والجداء $G.m_T$ حيث G ثابتة التجاذب الكوني .

استنتج تعبير القانون الثالث لكيبلر .

3 ـ 2 أحسب قيمة الجداء $G.m_T$.

3 ـ 3 تحقق من القيمة المحصلة علما أن شدة مجال الثقالة على سطح الأرض هي : $g_0 = 9,81 m/s^2$

4

المدار إهليليجي تمثل الأرض إحدى بؤرتيه حيث الارتفاع ا $z_P = 200km$ بالنقطة P

وارتفاعه القصوي z_A بالنقطة A هو لمدار حركة قمر الاصطناعي الساكن بالنسبة للأرض .

4 ـ 1 مثل مدار حركة القمر الاصطناعي حول الأرض مبرزا النقطتين P و A .

4 ـ 2 في أي نقطة من المدار تكون سرعة القمر الاصطناعي دنوية .

4ـ 3 أعط تعبير الدور المداري T_A للقمر الاصطناعي . أحسب T_A والمدة اللازمة لمرور القمر من النقطة P إلى النقطة A .

حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

I ـ الأفصول الزاوي ـ السرعة الزاوية (تذكير)

يكون جسم صلب ، غير قابل للتشويه ، في حركة دوران حول محور ثابت (Δ) إذا كانت جميع نقطه في حركة دائرية ممركزة على هذا المحور باستثناء النقط المنتمية للمحور (Δ) .

نحدد موضع نقطة متحركة من الجسم ، في مرجع أرضي نعتبره غاليليا في لحظة

1 ـ الأفصول الزاوي

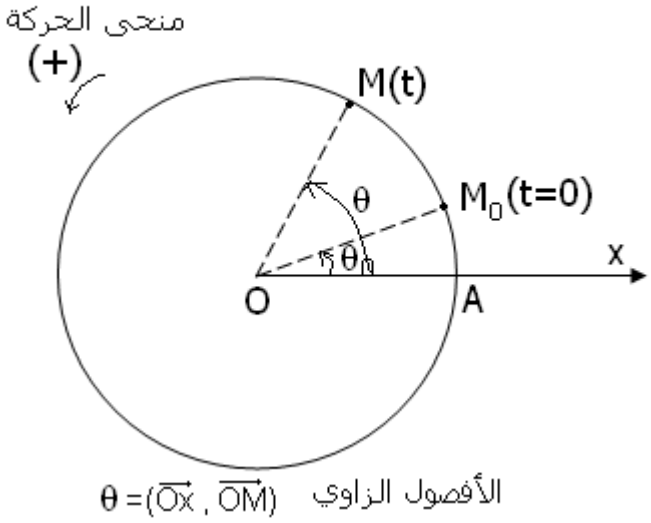
الأفصول الزاوي للنقطة المتحركة M من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت (Δ) هو الزاوية الموجهة θ بحيث : $\theta = \left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OM}\right)$ بحيث

أن $\overrightarrow{Ox}$ محورا مرجعيا (أصل الأطوار)

والمسار الدائري للنقطة المتحركة موجها في منحى الحركة والذي نعتبره موجبا .

وحدة الأفصول الزاوي في النظام العالمي للوحدات هي الرديان rad .

خلال حركة دوران الجسم الصلب حول المحور (Δ) يتغير الأفصول الزاوي مع الزمن t أي أنه دالة زمنية $\theta(t)$.



2 ـ السرعة الزاوية $\dot{\theta}$

نعتبر أنه خلال حركة دوران الجسم الصلب حول المحور (Δ) ، أنه في اللحظة t_i تحتل النقطة M الموضع M_i .

نعتبر لحظتين جد متقاربتين t_{i+1} و t_{i-1} تؤطران اللحظة t_i ، في هذه الحالة تساوي السرعة الزاوية للنقطة M في اللحظة t_i السرعة المتوسطة للنقطة M بين اللحظتين t_{i+1} و t_{i-1} وهي :

$$\dot{\theta} = \frac{\theta(t_{i+1}) - \theta(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

$\theta(t_{i+1})$ الأفصول الزاوي للنقطة M في اللحظة t_{i+1}

$\theta(t_{i-1})$ الأفصول الزاوي للنقطة M في اللحظة t_{i-1}

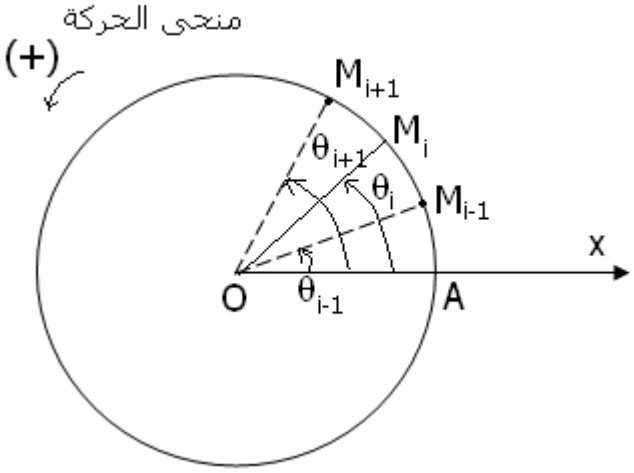
نضع $\Delta\theta = \theta(t_{i+1}) - \theta(t_{i-1})$ و $\Delta t = t_{i+1} - t_{i-1}$

إذا كانت t_{i+1} و t_{i-1} جد متقاربتين ، فإن Δt تتناهى نحو الصفر وبالتالي ستكون عندنا :

$$\lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right) = \frac{d\theta}{dt}$$

$\frac{d\theta}{dt}$ المشتقة الأولى بالنسبة للزمن للأفصول الزاوي في اللحظة t_1.

وحدة السرعة الزاوية في النظام العالمي للوحدات هي rad/s



يرتبط الأفصول الزاوي والأفصول المنحني $s(t)$ في كل لحظة بالعلاقة التالية : $s(t) = r.\theta(t)$

ومنه نستنتج العلاقة بين السرعة اللحظية للنقطة M $v(t)=\dot{s}(t)$ (السرعة الخطية) والسرعة الزاوية $\dot{\theta}(t)$: $v(t)=r\dot{\theta}(t)$

3 ـ التسارع الزاوي $\ddot{\theta}(t)$

أ ـ تعريف

لتكن $\dot{\theta}(t_i)$ السرعة الزاوية لنقطة M من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت في لحظة t_i بحيث مؤطرة بلحظتين جد متقاربتين t_{i+1} و t_{i-1} بحيث أن $\dot{\theta}(t_{i+1})$ السرعة الزاوية للنقطة M في اللحظة t_{i+1} و $\dot{\theta}(t_{i-1})$ السرعة الزاوية للنقطة M في اللحظة t_{i-1}

عندما تتناهى $\Delta t = t_{i+1}-t_{i-1}$ نحو الصفر يتناهى خارج القسمة $\frac{\dot{\theta}(t_{i+1})-\dot{\theta}(t_{i-1})}{t_{i+1}-t_{i-1}}=\frac{\Delta\dot{\theta}}{\Delta t}$ إلى المشتقة بالنسبة للزمن للسرعة الزاوية أي أن :

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\dot{\theta}(t_{i+1})-\dot{\theta}(t_{i-1})}{t_{i+1}-t_{i-1}}=\frac{d\dot{\theta}}{dt}=\ddot{\theta}(t_i)$$

وحدة التسارع الزاوي في النظام العالمي للوحدات هي rad/s^2

تمرين تطبيقي :

1 ـ السرعة الزاوية لنقطة متحركة M من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي $\dot{\theta}=10rad/s$.

أ ـ أحسب التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ لهذه النقطة .

ب ـ ما طبيعة حركة النقطة M ؟

ج ـ أكتب تعبير الأفصول الزاوي θ بدلالة الزمن t علما أن الأفصول الزاوي عند أصل التواريخ هو $\theta_0=2rad$.

2 ـ تعبير الأفصول الزاوي لنقطة N من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هو :

$\theta(t)=10t^2+40t+6$ حيث t بالثانية (s) و θ بالرديان (rad)

أ ـ أوجد تعبير السرعة الزاوية بدلالة الزمن .

ب ـ أوجد تعبير التسارع الزاوي بدلالة الزمن .

ج ـ ما طبيعة حركة النقطة N ؟

ب ـ المركبتان a_N و a_T في أساس فريني .

لدينا في أساس فريني : $\vec{a}=a_T.\vec{u}+a_N.\vec{n}$ بحيث أن

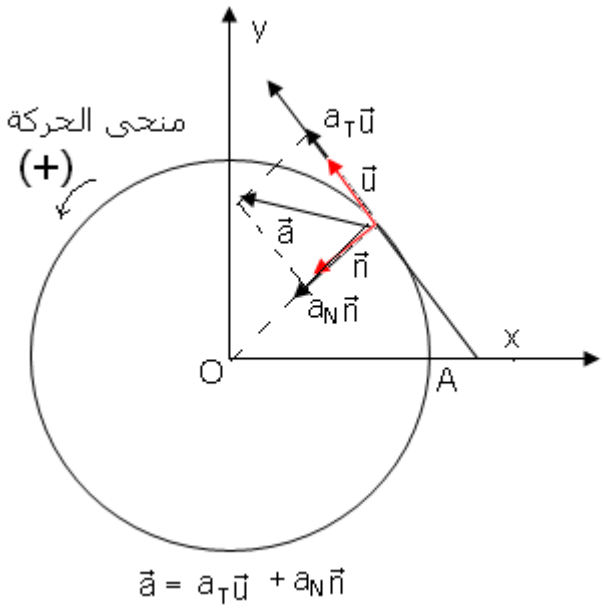
$$a_T=\frac{dv}{dt} \quad \text{و} \quad a_n=\frac{v^2}{\rho}$$

s الأفصول المنحني للنقطة M في لحظة t و $v=\frac{ds}{dt}$

السرعة الخطية للنقطة M في اللحظة t و ρ شعاع انحناء المسار في اللحظة t .

حسب تعريف الدوران لجسم صلب حول محور ثابت ، فإن مسار كل نقطة متحركة من الجسم دائريا ممركزا على محور الدوران وبالتالي يكون اتجاه المتجهة الواحدية $\vec{n}$ نحو النقطة O مركز الدائرة ويكون شعاع الانحناء مساويا لشعاع الدائرة r .

نعلم أن $s=r.\theta$ وأيضا $\dot{s}=r\dot{\theta}$ ومنه فإن



$$a_T = \frac{dv}{dt} = r.\frac{d\theta}{dt} = r.\dot{\theta}$$

ولدينا كذلك $\rho = r$ أي أن $a_N = \frac{(r\dot{\theta})^2}{r} = r(\dot{\theta})^2$

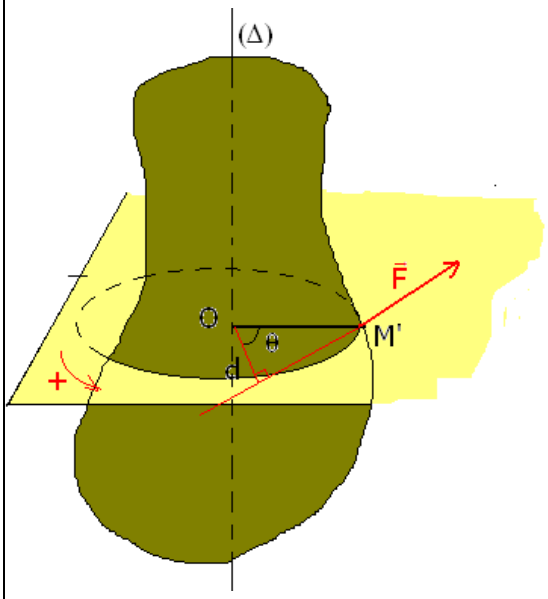
II ـ العلاقة الأساسية للتحريك في حالة دوران جسم حول محور ثابت .

تخص هذه العلاقة كل جسم صلب خاضع لتأثيرات ميكانيكية في دوران حول محور ثابت

1 ـ نص العلاقة

في معلم مرتبط بجسم مرجعي أرضي ، بالنسبة لمحور ثابت (Δ) يساوي مجموع عزوم القوى المطبقة على جسم صلب في دوران حول محور ثابت (Δ) في كل لحظة ، جداء عزم القصور J_Δ والتسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ للجسم في اللحظة المعينة :

$$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$



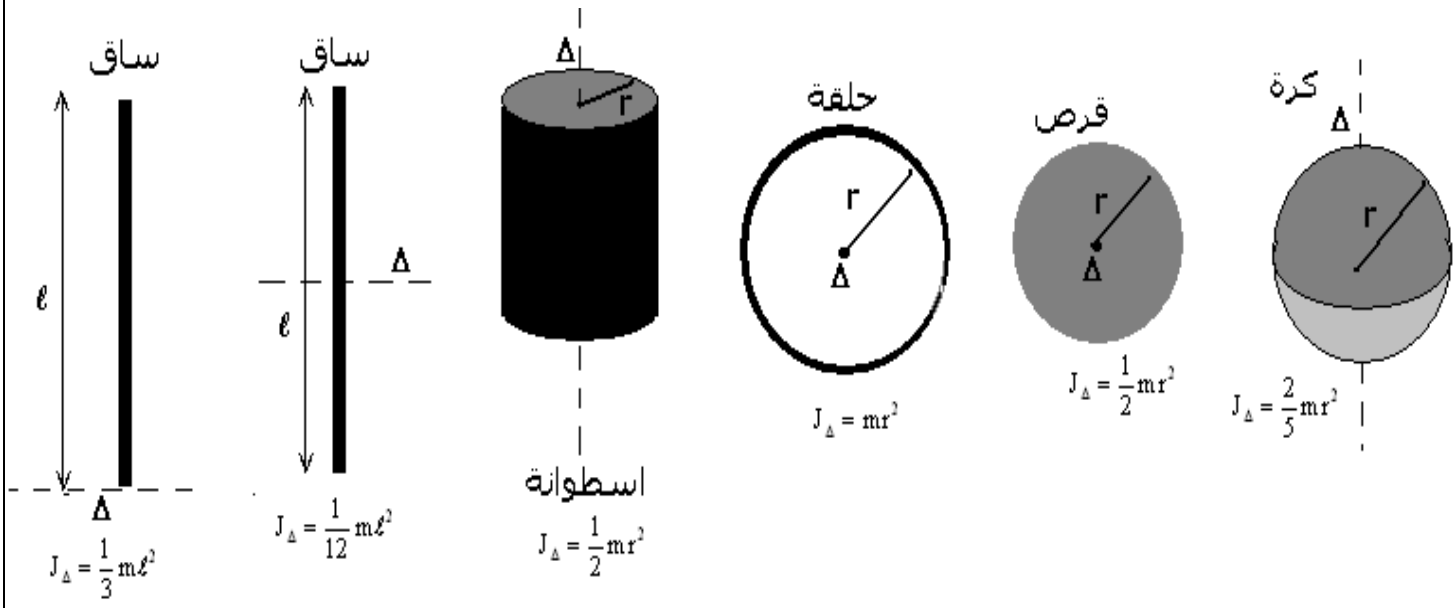
$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i)$ مجموع العزوم بالنسبة للمحور Δ للقوى المطبقة على الجسم الصلب $(N.m)$

J_Δ عزم قصور الجسم الصلب بالنسبة للمحور (Δ) نعبر عنه ب $kg.m^2$

$\ddot{\theta}$ التسارع الزاوي نعبر عنه ب rad/s^2

2 ـ تعابير عزم القصور لأجسام متجانسة ذات أشكال هندسية بسيطة .

عزم قصور J_Δ لجسم صلب يميز حركة دوران الجسم حول المحور (Δ)



حالتان خاصتان :

إذا كان التسارع الزاوي منعدما $\ddot{\theta} = 0$ فإن حركة الجسم الصلب حول المحور Δ حركة دورانية منتظمة .

إذا كان التسارع الزاوي ثابتا تكون حركة الجسم الصلب حول المحور Δ حركة دورانية متغيرة بانتظام .

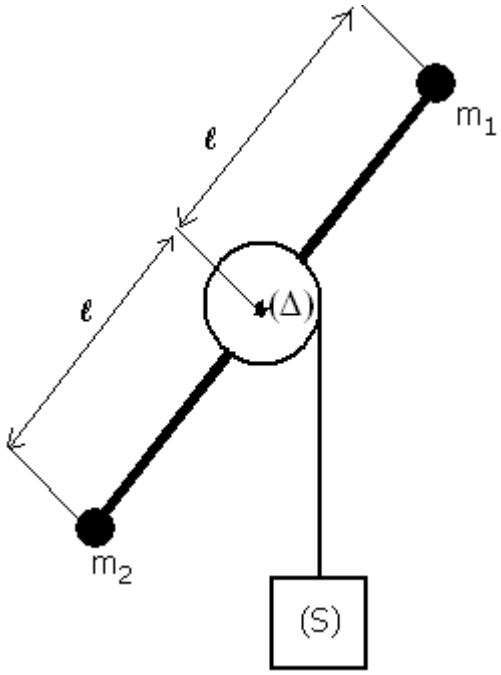
III ـ تطبيق : حركة مجموعة ميكانيكية في حالة إزاحة ودوران حول محور ثابت .

نعتبر أسطوانة متجانسة شعاعها $r=10cm$ وكتلتها $m=1kg$ يمكنها الدوران حول محور ثابت (Δ) حيث يمر بمركزها ساق T ثبت في طرفيه جسمين نقطيين كتلتهما $m_1=m_2=0,5kg$ ، يوجد مركز قصورهما على نفس المسافة $\ell=50cm$ من المحور (Δ) . تحمل الأسطوانة جسما (S) كتلته $m'=10kg$ ، بواسطة حبل ملفوف حولها نعتبره غير قابل الامتداد وكتلته مهملة.

نترك المجموعة بدون سرعة بدئية ، علما أن الاحتكاكات مهملة وكذلك كتلة الساق .

1 ـ أوجد التسارع a للجسم (S) وتوتر الحبل أثناء الحركة

2 ـ عين السرعة الزاوية للأسطوانة عندما يقطع الجسم مسافة $h=5m$. نعطي $g=10m/s^2$



تمرين 3

ندير قرصا متجانسا ، كتلته $m=10kg$ وشعاعه $r=10cm$ ، حول محوره إلى أن تصير سرعة دورانه 400 دورة في الدقيقة ، تم نتركه

نلاحظ أن القرص يتوقف عن الدوران بعد ثلاث دقائق تحت تأثير الاحتكاك الذي نقرن به مزدوجة ، نعتبر عزمها ثابتا .

1 ـ أحسب التسارع الزاوي للقرص .

2 ـ استنتج عزم المزدوجة الـ

الجواب :

1 ـ نقوم بدراسة حركة القرص انطلاقا من حصوله على السرعة الزاوية $\omega_0=\frac{2\pi\times400}{60}=41,8rad/s$ إلى أن يتوقف أي أن سرعته الزاوية منعدمة . حركة القرص في هذه المرحلة حركة دائرية متغيرة بانتظام ، يمكن أن نبين ذلك بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك :

$$\sum \mathcal{M}_{\Delta}\left(\vec{F}\right)=J_{\Delta}.\ddot{\theta}\Rightarrow \mathcal{M}_C=J_{\Delta}.\ddot{\theta}\Rightarrow \ddot{\theta}=\frac{\mathcal{M}_C}{J_{\Delta}}=cte$$

أي أن المعادلة الزمنية لهذه الحركة هي : $\theta(t)=\frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2+\omega_0 t$ ومعادلة السرعة كذلك هي :

$$\dot{\theta}(t)=\ddot{\theta}t+\omega_0$$

عند انعدام السرعة الزاوية لدينا : $\ddot{\theta}t+\omega_0=0\Rightarrow\ddot{\theta}=-\frac{\omega_0}{t}$

تطبيق عددي : $\ddot{\theta}=-\frac{\omega_0}{t}=-\frac{41,8}{3\times60}=-0,23rad/s^2$

2 ـ حساب عزم المزدوجة المقاومة :

$\mathcal{M}_C=J_{\Delta}.\ddot{\theta}$ بحيث أن $J_{\Delta}=\frac{1}{2}mr^2=0,05kg.m^2$ وبالتالي فإن $\mathcal{M}_C=-0,0115N.m$

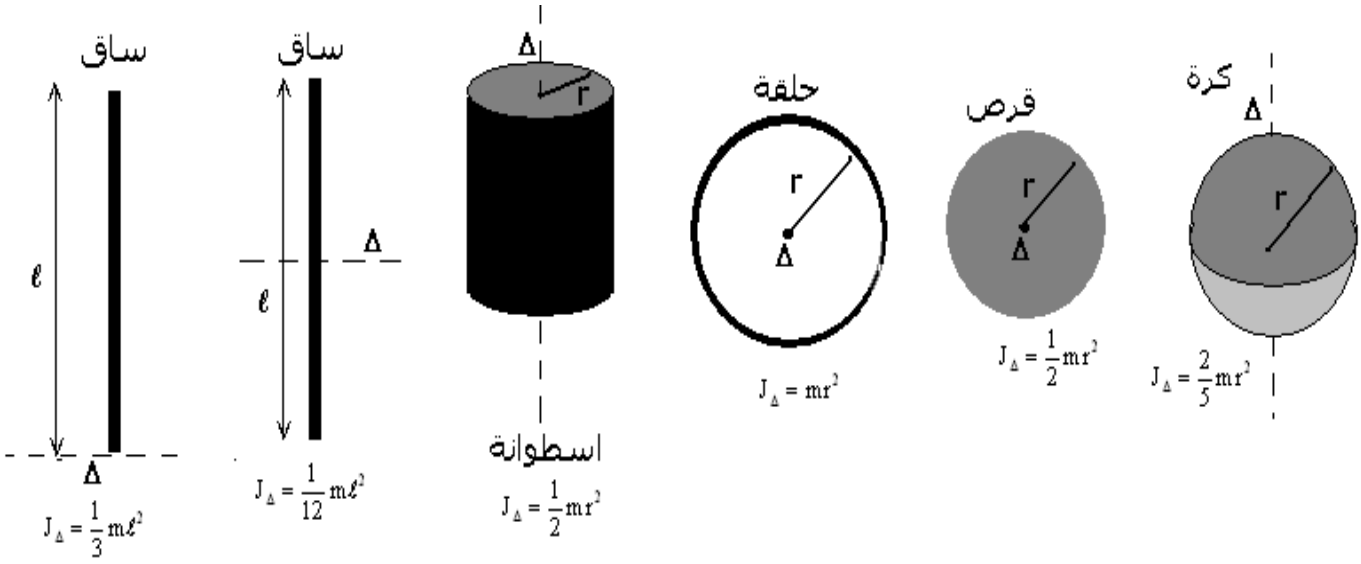
حساب عدد الدورات المنجزة قبل لأن يتوقف :

$\theta=-0,23t^2+41,8t$ لدينا $\theta=-0,23(180)^2+41,8(180)=72rad$

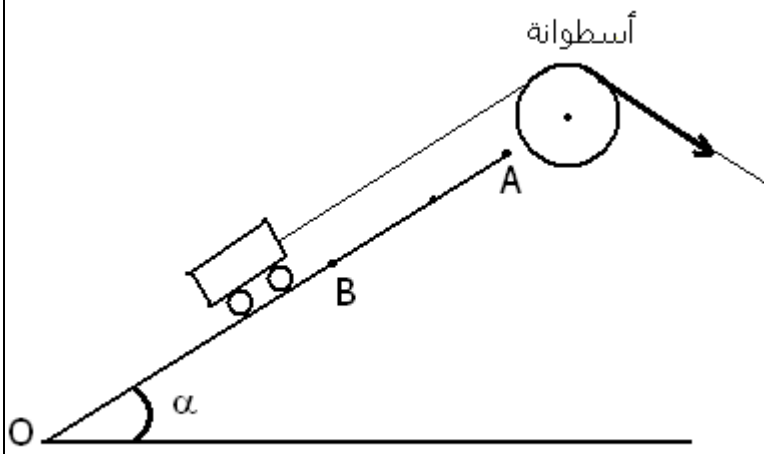
ونعلم أن $\theta=2\pi n\Rightarrow n=\frac{\theta}{2\pi}=11,5$

تمارين حول حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

عزم قصور لبعض الأجسام المتجانسة ومختلفة الأشكال .



تمرين 1



نهمل الاحتكاكات ونأخذ $g = 9,8m/s^2$

يتم جر عربة بواسطة خيط غير قابل الامتداد وذي كتلة مهملة ملفوف حول أسطوانة كتلتها $m_C = 250g$ وشعاعها $r = 6cm$.

الأسطوانة تدور حول محورها الأفقي بواسطة محرك يطبق عليه مزدوجة ذات عزم $\mathcal{M}$ ثابت .

العربة توجد فوق مستوى مائل بالزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للخط الأفقي طوله $OA = 2m$. كتلة العربة هي $m_S = 400g$.

1 ـ أحسب شدة قوة الجر لمنح العربة تسارعا $a = 0,5m/s$

2 ـ أكتب المعادلة الزمنية لحركة G مركز قصور العربة علما أن سرعته البدئية منعدمة عند أصل المعلم $\mathcal{R}$.

3 ـ على أي مسافة OB من النقطة O يجب حذف قوة الجر لكي تصير سرعة G منعدمة عند النقطة A ؟

4 ـ أحسب J_Δ عزم قصور الأسطوانة ، واستنتج قيمة $\mathcal{M}$.

تمرين 2

نعتبر قرصا في دوران حول محور ثابت Δ ورأسي . عزم قصور القرص $J_\Delta = 6.10^{-2} kg.m^2$

1 ـ يمثل المنحنى جانبه مخطط السرعة الزاوية لحركة نقطة M توجد على بعد r=0,1m من المحور Δ .

1 ـ 1 ما هي طبيعة حركة M ؟ علل الجواب

1 ـ 2 حدد قيمة التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ واكتب معادلة السرعة الزاوية $\dot{\theta} = f(t)$

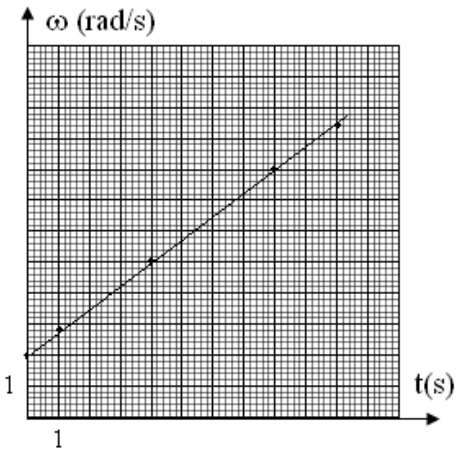
2 ـ علما أن الأفصول الزاوي منعدم عند أصل التواريخ .

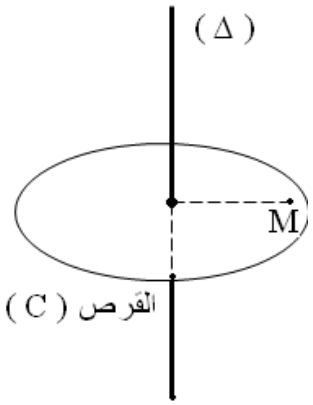
2 ـ 1 اكتب المعادلة الزمنية للحركة $\theta = f(t)$

2 ـ 2 احسب عدد الدورات المنجزة من طرف القرص بين التاريخين $t_1 = 4,0s$ و $t_2 = 5,2s$

2 ـ 3 نعتبر اللحظة ذات التاريخ t=2s . احسب في هذه اللحظة قيمتي التسارع المماسي a_t والتسارع المنظمي a_n للنقطة M واستنتج منظم التسارع $\ddot{\theta}$.

3 ـ احسب مجموع عزم القوى المطبقة على القرص بالنسبة للمحور Δ .





تمرين 3

ينزلق جسم (S) كتلته m = 70 kg على طول خط أكبر ميل لمستوى مائل بزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للمستوى الأفقي . نجر الجسم بواسطة حبل (C) . خلال حركة جسم (S) على المستوى المائل يطبق هذا الأخير قوى الاحتكاكات تكافئ قوة $\vec{f}$ موازية للمستوى ومنحاها عكس منحى الحركة وشدتها $\frac{1}{10}$ وزن الجسم

$$(\|\vec{f}\| = \frac{1}{10}\|\vec{P}\|)$$

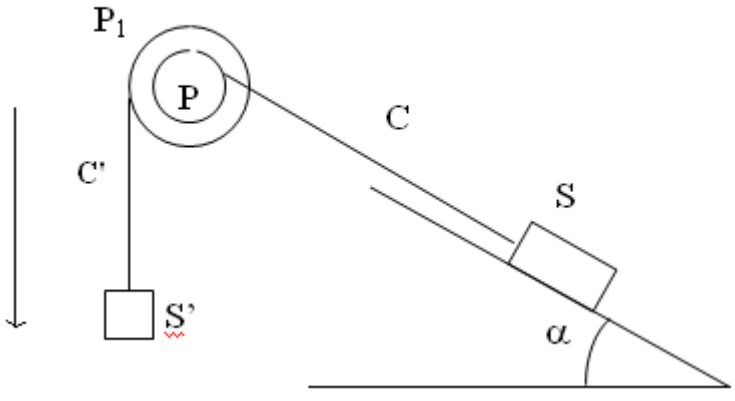
1- خلال المرحلة الأولى, يطبق الحبل على الجسم قوة ثابتة $\vec{F}$ موازية للمستوى المائل , بحيث ينطلق الجسم بدون سرعة بدئية من النقطة A ليصل إلى النقطة B التي تبعد عنها بمسافة 5m بسرعة $v_B = 5m/s$.

خلال المرحلة الثانية وعند النقطة B ، تأخذ القوة $\vec{F}$ قيمة جديدة بحيث تصبح حركة (S) منتظمة على طول المسافة BD حيث BD=25m .

- أحسب خلال كل مرحلة شدة القوة $\vec{F}$.

2- بعد أن قطع الجسم 30 m , ينقطع الحبل .
ما هي طبيعة حركة الجسم ؟ أستنتج المدة الزمنية التي استغرقها مند انطلاقه من النقطة A إلى حين رجوعه منها .

3- للقيام بهذه التجارب نستعمل الجهاز التالي :



الحبل ملفوف على أسطوانة P . شعاعها R = 25cm أسطوانة ثانية P_1 مثبتة على الأسطوانة الأولى P
وشعاعها R_1= 50cm ، لهما نفس المحور(Δ) .
نلف حبل آخر C′ حيث تبث في طرفه الحر جسما (S′) له حركة رأسية ويقوم بجر المجموعة نحو الأسفل .
عزم قصور المجموعة (P_1 ,P) $J_\Delta = 1.375kg.m^2$

باعتمادك على المرحلتين اللتين تمت الإشارة إليهما في السؤال (1) . أحسب خلال كل مرحلة :
أ- المسافة المقطوعة من طرف S′ .
ب- توتر الحبل C′ .

ج- قيمة الكتلة m_1

وأكتب المعادلة الزمنية لحركة (S') خلال كل مرحلة .

4- أوجد السرعة الزاوية $\dot{\theta}$ للأسطوانة عند انقطاع الحبل C و كذلك أوجد السرعة الزاوية للأسطوانة والسرعة الخطية للجسم S' عند اللحظة التي يمر فيها الجسم S من النقطة A .

تمرين 4

نعتبر جسما صلبا (S_1) كتلته $m_1 = 1kg$ قابل للانزلاق على سكة أفقية . (S_1) مرتبط بجسم (S_2) كتلته m_2 بواسطة خيط غير مدود ، كتلته مهملة ، يمر في مجرى بكرة (B) متجانسة شعاعها $r = 4cm$ قابلة للدوران بدون احتكاك حول محور (Δ) أفقي ثابت يمر من مركزها . خلال الحركة لا ينزلق الخيط على البكرة (B) .

عزم قصور (B) بالنسبة للمحور (Δ) هو J_Δ .

نحرر المجموعة المتكونة من من (S_1) و (S_2) و (B) بدون سرعة بدئية عند اللحظة ذات التاريخ $t_0 = 0$.

يمثل المنحنى الممثل في الشكل (2) تغيرات السرعة الزاوية $\dot{\theta}(t)$ للبكرة .

1 ـ أوجد مبيانيا معادلة السرعة الزاوية $\dot{\theta}(t)$.

2 ـ حدد معللا جوابك ، طبيعة حركة (B) .

3 ـ أوجد تعبير n عدد الدورات المنجزة من طرف (B) عند اللحظة t بدلالة الزمن t و $\ddot{\theta}$ التسارع الزاوي لحركة (B) . أحسب n عند اللحظة $t = 1,25s$.

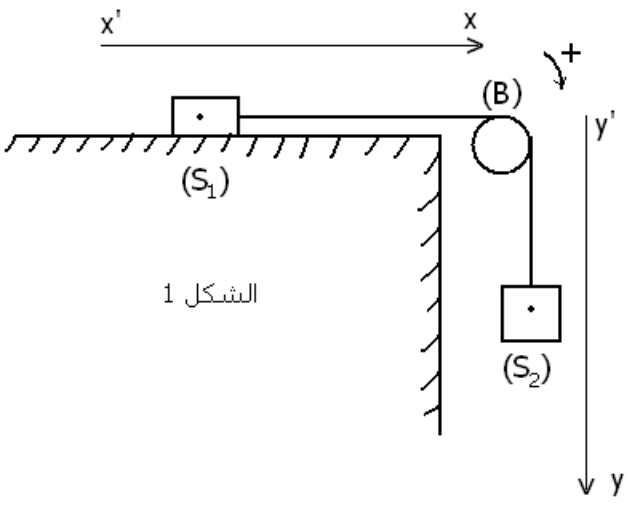
4 ـ حدد ، معللا جوابك ، طبيعة حركة كل من (S_1)و (S_2) ، ثم أحسب قيمة تسارعهما a .

5 ـ يتم التماس بين (S_1) والسكة باحتكاك حيث φ زاوية الاحتكاك . بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على كل من (S_1) و (S_2) و (B) ، بين أن تعبير التسارع a يكتب على الشكل التالي :

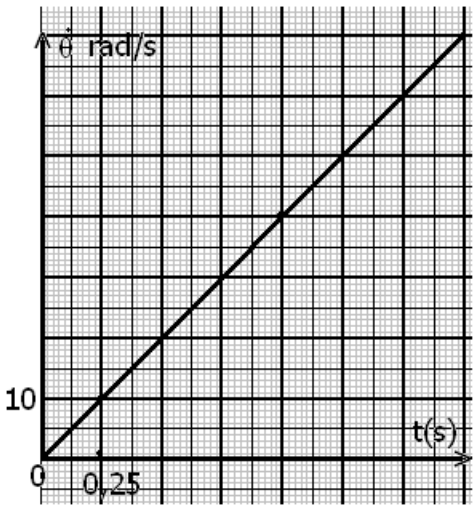
$$a = \frac{(m_2 - m_1.k)g}{m_1 + m_2 + \frac{J_\Delta}{r^2}}$$

حيث g تسارع الثقالة و $k = \tan\varphi$ معامل الاحتكاك .

6 ـ بين أن حركة (S_1) لا تتم إلا إذا كانت m_2 كتلة (S_2) أكبر من قيمة يجب تحديدها ز يعطى $k = \tan\varphi = 0,16$



الشكل 1



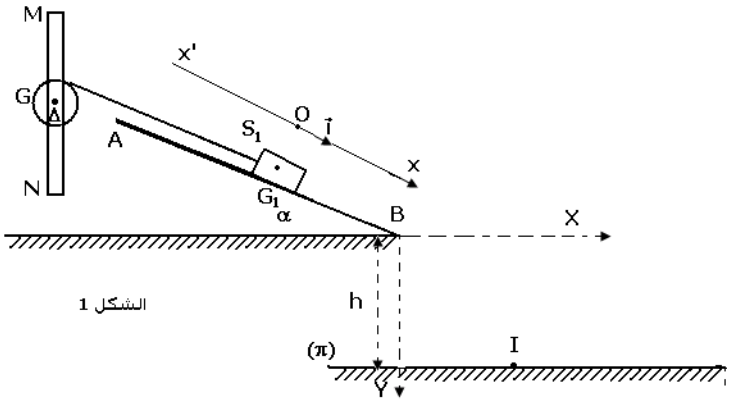
الشكل 2

تمرين 5 ***

نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g=10m/s^2$

نعتبر المجموعة (S) الممثلة في الشكل (1) والمتكونة من :

ـ بكرة متجانسة شعاعها r=5cm ملتحمة بساق طولها MN=2L=40cm يتطابق مركز قصورها مع المركز G للبكرة . المجموعة {الساق ، البكرة } قابلة للدوران في المستوى الرأسي حول محور أفقي Δ ثابت يمر من المركز G . عزم قصور المجموعة بالنسبة للمحور Δ هو J_Δ .

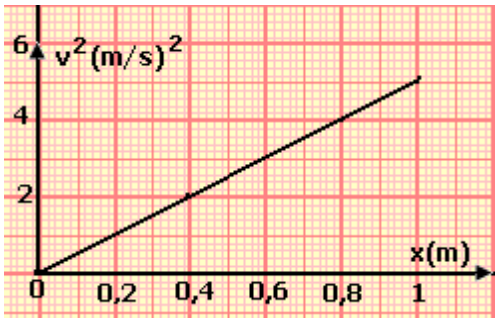


الشكل 1

ـ خيط f غير مدود كتلته مهملة ملفوف حول مجرى البكرة وثبت أحد طرفيه بجسم صلب S_1 كتلته m=0,8kg ومركز قصوره G_1 . الجسم S_1 قابل للانزلاق على مستوى مائل بزاوية $\alpha=30°$ بالنسبة للمستوى الأفقي وفق الخط الأكبر ميلا .

نعتبر أن الخيط f لا ينزلق على مجرى البكرة أثناء الحركة .

نحرر المجموعة (S) بدون سرعة بدئية عند لحظة t=0 حيث يكون G_1 منطبقا مع الأصل O للمعلم $(O,\vec{i})$. نعلم عند كل لحظة موضع G_1 بالأفصول x .



1 ـ أوجد اعتمادا على الدراسة التحريكية ، تعبير التسارع a لحركة الجسم S_1 بدلالة m ، r ، J_Δ ، α و g .

2 ـ يمثل منحنى الشكل (2) تغيرات مربع السرعة للجسم (S) بدلالة x $(v^2=f(x))$.

2 ـ 1 حدد قيمة a واستنتج قيمة التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ للمجموعة {الساق ، البكرة } .

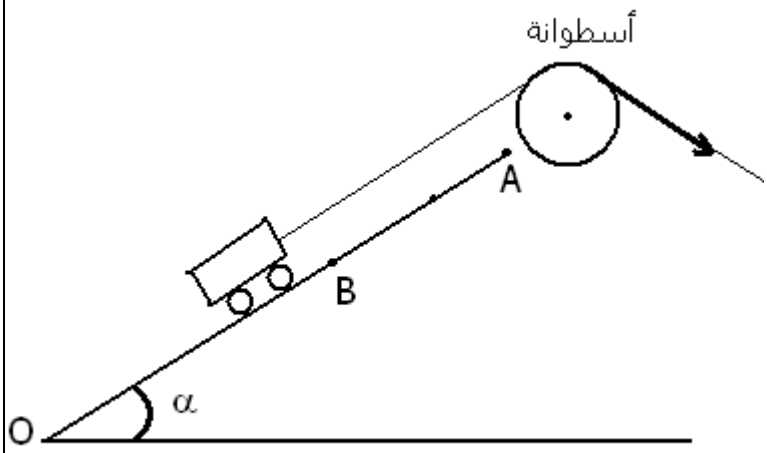
2 ـ 2 ينفصل الجسم S_1 عن الخيط لحظة مروره بالنقطة B ذات الأفصول $x_B=0,8m$ فيسقط عند I على المستوى الأفقي (π) الذي يوجد على مسافة h=1m من النقطة B .

2 ـ 2 ـ 1 أوجد إحداثيي النقطة I في المعلم $(\overrightarrow{BX},\overrightarrow{BY})$.

2 ـ 2 ـ 2 أحسب السرعة الخطية للطرف M للساق بعد انفصال الجسم S_1 عن الخيط .

تصحيح تمارين حول حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

تمرين 1



نهمل الاحتكاكات ونأخذ $g = 9,8m/s^2$

يتم جر عربة بواسطة خيط غير قابل الامتداد وذي كتلة مهملة ملفوف حول أسطوانة كتلتها $m_C = 250g$ وشعاعها $r = 6cm$.

الأسطوانة تدور حول محورها الأفقي بواسطة محرك يطبق عليه مزدوجة ذات عزم $\mathcal{M}$ ثابت .

العربة توجد فوق مستوى مائل بالزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للخط الأفقي طوله $OA = 2m$. كتلة العربة هي $m_S = 400g$.

1 ـ أحسب شدة قوة الجر لمنح العربة تسارعا $a = 0,5m/s$

2 ـ أكتب المعادلة الزمنية لحركة G مركز قصور العربة علما أن سرعته البدئية منعدمة عند أصل المعلم $\mathcal{R}$.

3 ـ على أي مسافة OB من النقطة O يجب حذف قوة الجر لكي تصير سرعة G منعدمة عند النقطة A ؟

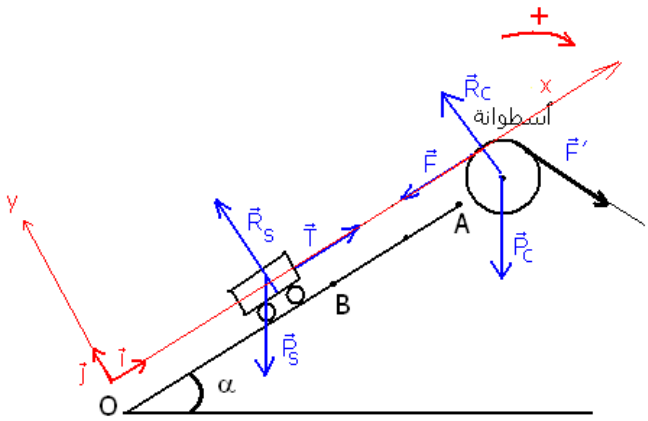
4 ـ أحسب J_Δ عزم قصور الأسطوانة ، واستنتج قيمة $\mathcal{M}$.

الجواب :

1 ـ حساب قوة الجر T :

نختار جسم مرجعي مرتبط بالأرض ومعلم متعامد وممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ محوره $(O,\vec{i})$ مواز للمستوى المائل وموجه في نفس منحى حركة العربة و $(O,\vec{j})$ عمودي على المستوى المائل وموجه نحو الأعلى .

أنظر الشكل



دراسة حركة العربة S :

القوى المطبقة على العربة (S) كمجموعة مدروسة : $\vec{P}_S, \vec{R}_S, \vec{T}$

حسب القانون الثاني لنيوتن لدينا

$$\vec{P}_S + \vec{R}_S + \vec{T} = m_S\vec{a}_G$$

نسقط العلاقة على المحور $(O,\vec{i})$ فنجد :

$$P_{Sx} + R_{Sx} + T_x = m_S.a \qquad (a_x = a)$$

$$-m_S g\,\sin\alpha + T = m_S.a$$

تمكن هذه العلاقة من حساب شدة توتر الخيط T بحيث أن

$$T = m_s a + m_S g\,\sin\alpha$$

$$T = m_S\left(a + g\,\sin\alpha\right)$$

تطبيق عددي : $T = 2,16N$

2 ـ المعادلة الزمنية لحركة G مركز قصور العربة باعتبار أن السرعة البدئية منعدمة عند أصل المعلم :

بما ن التسارع ثابت إذن فحركة مركز قصور العربة مستقيمية متغيرة بانتظام معادلتها الزمنية تكتب على الشكل التالي :

$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$ عند أصل المعلم (t=0) لدينا $x_0=0$ و $v_0=0$ وبالتالي فإن المعادلة الزمنية هي

$$x=0,25t^2$$

3 ـ المسافة OB التي يجب عندها حذف قوة الجر لكي يصل إلى النقطة A بسرعة منعدمة :

نقسم مسار العربة إلى مرحلتين :

المرحلة الأولى وهي OB حيث أن حركة العربة حركة مستقيمية متغيرة بانتظام : $x=0,25t^2$ و $v=0,5t$

عند النقطة B تكون سرعة العربة هي : $v_B=5t_B$ بحيث أن

$$t_B=\frac{v_B}{0,5}\Rightarrow x_B=OB=0,25\times\left(\frac{v_B}{0,5}\right)^2$$

$$v_B^2=\frac{(0,5)^2}{0,25}\times OB\Rightarrow v_B^2=OB$$

المرحلة الثانية هي عندما تقطع العربة المسافة BA ، نطبق مبرهنة الطاقة الحركية :

$$\frac{1}{2}m_Sv_A^2-\frac{1}{2}m_Sv_B^2=\underset{B\to A}{W}\left(\vec{P}_S\right)+\underset{B\to A}{W}\left(\vec{R}_S\right)$$

لدينا حسب المعطيات أن العربة ستتوقف في النقطة A أي أن $v_A=0$ وأن $\vec{R}_S$ عمودية على متجهة الانتقال أي أن شغلها منعدم . وبالتالي :

$$-\frac{1}{2}m_Sv_B^2=\underset{B\to A}{W}\left(\vec{P}_S\right)\Rightarrow v_B^2=2gBA\,\textit{sin}\,\alpha$$

$$OB=2g\left(-OB+OA\right)\textit{sin}\,\alpha$$

$$OB\left(1+2g\,\textit{sin}\,\alpha\right)=2gOA\,\textit{sin}\,\alpha\Rightarrow OB=\frac{2gOA\,\textit{sin}\,\alpha}{\left(1+2g\,\textit{sin}\,\alpha\right)}=1,82m$$

4 ـ عزم قصور الأسطوانة هو :

$$J_\Delta=\frac{1}{2}m_Cr^2=4,5.10^{-4}kg.m^2$$

لنستنتج قيمة $\mathcal{M}$:

دراسة حركة اللأسطوانة C :

نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على الأسطوانة :

القوى المطبقة على الأسطوانة هي :

$\vec{T}'$ ، $\vec{P}_C,\vec{R}_C,\mathcal{M}\left(\vec{F},\vec{F}'\right)$

$\mathcal{M}_\Delta=J_\Delta.\ddot{\theta}$ بحيث أن $a=r\ddot{\theta}$ لكون أن الخيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة . أي أن $\frac{a}{r}=\ddot{\theta}$ وبالتالي فإن

$$\mathcal{M}_\Delta=J_\Delta.\frac{a}{r}+T'.r=0,13N.m$$

تمرين 2

نعتبر قرصا في دوران حول محور ثابت Δ ورأسي . عزم قصور القرص $J_\Delta=6.10^{-2}kg.m^2$

1 ـ يمثل المنحنى جانبه مخطط السرعة الزاوية لحركة نقطة M توجد على بعد r=0,1m من المحور Δ .

1 ـ 1 ما هي طبيعة حركة M ؟ علل الجواب

1 ـ 2 حدد قيمة التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ واكتب معادلة السرعة الزاوية $\dot{\theta}=f(t)$

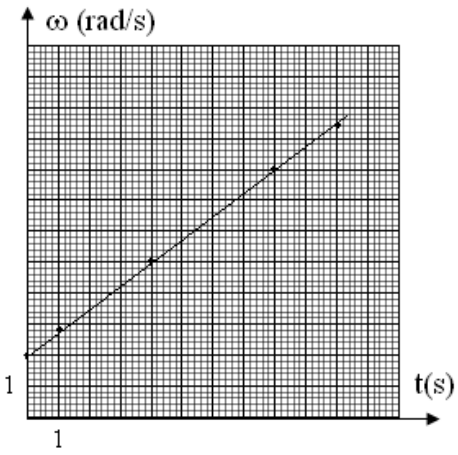
2 ـ علما أن الأفصول الزاوي منعدم عند أصل التواريخ .

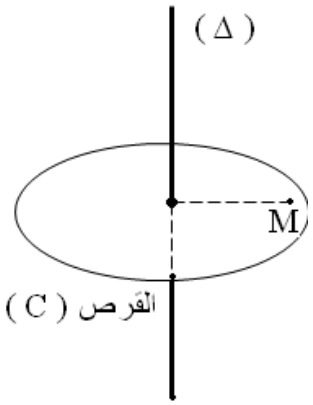
2 ـ 1 اكتب المعادلة الزمنية للحركة $\theta=f(t)$

2 ـ 2 احسب عدد الدورات المنجزة من طرف القرص بين التاريخين $t_1=4,0s$ و $t_2=5,2s$

2 ـ 3 نعتبر اللحظة ذات التاريخ t=2s . احسب في هذه اللحظة قيمتي التسارع المماسي a_t والتسارع ألمنظمي a_n للنقطة M واستنتج منظم التسارع $\ddot{\theta}$.

3 ـ احسب مجموع عزم القوى المطبقة على القرص بالنسبة للمحور Δ .





الأجوبة :

1 ـ 1 طبيعة حركة M :

النقطة M حركة دائرية متغيرة بانتظام

1 ـ2 قيمة التسارع الزاوي

$$\ddot{\theta} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = 0{,}75 rad/s^2$$

$$\omega(t) = \ddot{\theta}t + \dot{\theta}_0$$

$$\omega(t) = 0{,}75t + 2 \quad (rad/s)$$

2 ـ 1 المعادلة الزمنية للحركة M $\theta(t) = 0{,}375t^2 + 2t \quad (rad)$

2 ـ2 عدد الدورات القرص بين اللحظتين t_1 وt_2

$$n = \frac{\omega_2^{\,2} - \omega_1^{\,2}}{4\pi(t_2 - t_1)}$$ أي أن $n = 1$

2 ـ 3 قيمتي التسارع المماس والتسارع ألمنظمي

$$a_t = r\ddot{\theta} \Rightarrow a_t = 75.10^{-3} rad/s^2$$

$$a_n = r\dot{\theta}^2 \Rightarrow a_n = 1{,}225 rad/s^2$$

منظم متجهة التسارع هو

$$a = \sqrt{a_n^{\,2} + a_t^{\,2}}$$

$$a = 1{,}227 rad/s^2$$

3 ـ مجموع عزم القوى المطبقة على القرص بالنسبة للمحور Δ

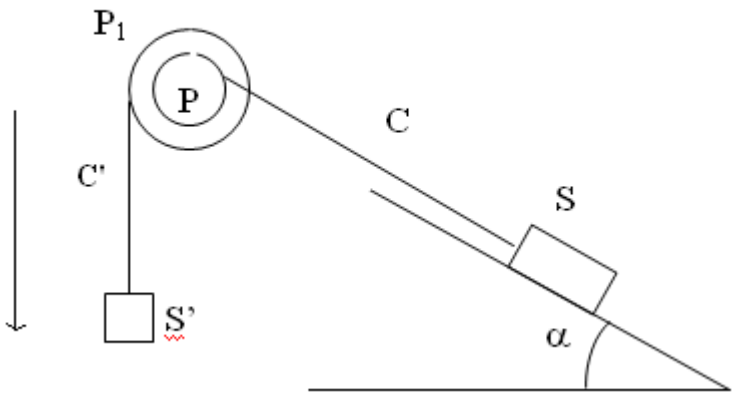
$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}) = J_{\Delta}\ddot{\theta}$$

$$= 45.10^{-3} N.m$$

تمرين3

ينزلق جسم (S) كتلته m = 70 kg على طول خط أكبر ميل لمستوى مائل بزاوية α = 30° بالنسبة للمستوى الأفقي . نجر الجسم بواسطة حبل (C) . خلال حركة جسم (S) على المستوى المائل يطبق هذا

الأخير قوى الاحتكاكات تكافئ قوة $\vec{f}$ موازية للمستوى ومنحاها عكس منحى الحركة وشدتها $\frac{1}{10}$ وزن الجسم $(\left\|\vec{f}\right\|=\frac{1}{10}\left\|\vec{P}\right\|)$



1- خلال المرحلة الأولى, يطبق الحبل على الجسم قوة ثابتة $\vec{F}$ موازية للمستوى المائل , بحيث ينطلق الجسم بدون سرعة بدئية من النقطة A ليصل إلى النقطة B التي تبعد عنها بمسافة 5m بسرعة $v_B=5m/s$.

خلال المرحلة الثانية وعند النقطة B ، تأخذ القوة $\vec{F}$ قيمة جديدة بحيث تصبح حركة (S) منتظمة على طول المسافة BD حيث BD=25m .

- أحسب خلال كل مرحلة شدة القوة $\vec{F}$.

2- بعد أن قطع الجسم 30 m , ينقطع الحبل . ما هي طبيعة حركة الجسم ؟ أستنتج المدة الزمنية التي استغرقها مند انطلاقه من النقطة A إلى حين رجوعه منها .

3- للقيام بهذه التجارب نستعمل الجهاز التالي :

الحبل ملفوف على أسطوانة P . شعاعها R = 25cm أسطوانة ثانية P_1 مثبتة على ألأسطوانة الأولى P وشعاعها R_1= 50cm ، لهما نفس المحور(Δ) .

نلف حبل آخر C′ حيث تبث في طرفه الحر جسما (S′) له حركة رأسية ويقوم بجر المجموعة نحو الأسفل .

عزم قصور المجموعة (P_1 ,P) $J_\Delta=1.375kg.m^2$

باعتمادك على المرحلتين اللتين تمت الإشارة إليهما في السؤال (1) . أحسب خلال كل مرحلة :

أ- المسافة المقطوعة من طرف S′ .

ب- توتر الحبل C′ .

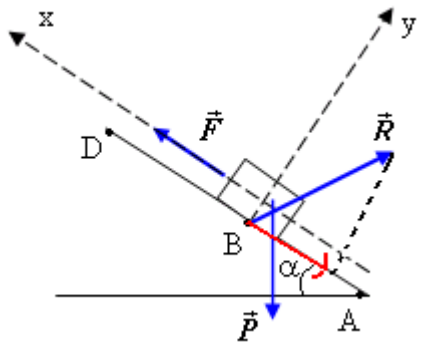
ج- قيمة الكتلة m_1

وأكتب المعادلة الزمنية لحركة (S′) خلال كل مرحلة .

4- أوجد السرعة الزاوية $\dot{\theta}$ للأسطوانة عند انقطاع الحبل C و كذلك أوجد السرعة الزاوية للأسطوانة والسرعة الخطية للجسم S′ عند اللحظة التي يمر فيها الجسم S من النقطة A .

الجواب :

1 ـ في المرحلة الأولى :



نطبق مبرهنة الطاقة الحركية في المرحلة الأولى :

$$\frac{1}{2}mv_B^2=F.\ell-\frac{mg}{10}\ell-mg\ell\sin\alpha$$

$$F=\frac{mv_B^2}{2\ell}+\frac{mg}{10}+mg\sin\alpha$$

$$F=595N$$

المرحلة الثانية a=0 حسب مبدأ القصور ؛

$$\sum\vec{F}_{ext}=\vec{0}\Rightarrow\vec{F}+\vec{R}+\vec{P}=\vec{0}$$

نسقط العلاقة على $(O,\vec{i})$

$\boldsymbol{F=mg\sin\alpha+\frac{mg}{10}}$ تطبيق عددي $\boldsymbol{F=420N}$

2 ـ عند انقطاع الحبل :

نطبق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}'$

الاسقاط على $(O,\vec{i})$ $a'=-g(\sin\alpha+\frac{1}{10})\Rightarrow a'=-6m/s^2$

طبيعة الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام

المدة الزمنية المستغرقة مند انطلاق الجسم من النقطة A إلى حين الرجوع إليها .

$t=t_1+t_2+t_3+t_4$

t_1 المدة المستغرقة لقطع المسافة AB $\Delta V=a.\Delta t\Rightarrow \Delta t=\frac{\Delta V}{a}=t_1$

إذن $t_1=2s$

المدة الزمنية المستغرقة خلال المرحلة التي انقطع فيها الحبل : $\Delta x=V_B t_2\Rightarrow t_2=\frac{BD}{V_B}=5s$

t_3

بما أن الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام وهي متباطئة ،

$\Delta v=a'\Delta t\Rightarrow \Delta t=-\frac{v_B}{a'}=0,83s$

والمسافة التي يقطعها الجسم هي : $DE=\frac{1}{2}a't^2+v_Bt=2,08m$

المدة الزمنية المستغرقة خلال مرحلة الرجوع

حساب التسارع :

$mg\sin\alpha-\frac{mg}{10}=ma''\Rightarrow a''=g(\sin\alpha-0,1)=3,92m/s^2$

نعتبر أن أصل المعلم هو E وأصل التواريخ كذلك : $EA=\frac{1}{2}a''t^2\Rightarrow t_4=\sqrt{\frac{2EA}{a''}}=4,04s$

إذن $t=11,87s$

3 ـ الدراسة التحريبية

<u>حساب المسافة المقطوعة خلال المرحلتين السابقتين</u> :

العلاقة بين x وz بحيث أن x موضع الجسم في لحظة t وz موضع الجسم S' في نفس اللحظة t

نعتبر أنه في نفس اللحظة t أن الأفصول الزاوي للأسطوانة هو θ . نعتبر أن الحبل غير قابل الانزلاق على

الأسطوانة $x=R\theta$ و $z=R_1\theta$ أي أن $\frac{x}{R}=\frac{z}{R_1}$ وبما أن $R_1=2R$ نستنتج من هذه العلاقة $z=2x$

* في المرحلة الأولى x=AB وبما أن AB=5m فإن z=10m

* في المرحلة الثانية x=BD وBD=25m فإن z=50m

<u>حساب التوتر T_1</u>

نطبق القانون الثاني لنيوتن على S لحساب التسارع في المرحلة الأولى نستعمل معطيات السؤال (1) :

$\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=m\vec{a}$

الإسقاط على $(O,\vec{i})$:

$F-mg\sin\alpha-f=ma\Rightarrow a=\frac{F-mg\sin\alpha-f}{m}$

$a=2,5m/s^2$

دراسة المجموعة في الحالة الجديدة :

نطبق القانون الثاني لنيوتن في الحالة الجديدة على الجسم (S):

$$\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=m\vec{a}$$

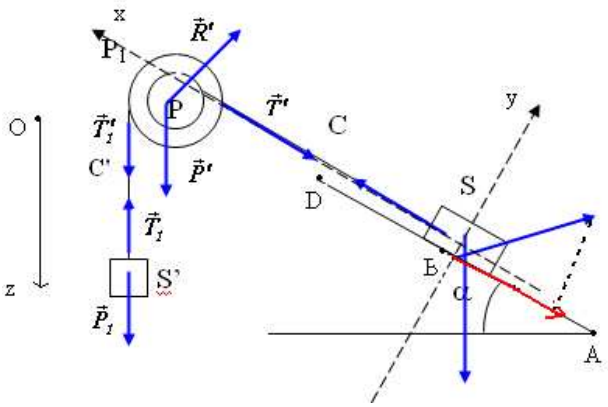
إسقاط العلاقة على $(O,\vec{i})$ (1) $T=mg\sin\alpha+\frac{mg}{10}+ma$

نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة (2) $T_1R_1-TR=J_\Delta\ddot{\theta}$

نطبق القانون الثاني لنيوتن على S′ (3) $T_1=m_1(g-a_1)$

من العلاقة (1) والعلاقة (2) نستنتج

$$T_1=\frac{J_\Delta a}{R.R_1}+T\frac{R}{R_1} \quad et \quad T=F\Rightarrow T_1=\frac{J_\Delta a}{R.R_1}+F\frac{R}{R_1}$$



في المرحلة الأولى : T_1=325N

في المرحلة الثانية T_1=210N a=0

<u>حساب الكتلة في المرحلتين</u> : نطبق العلاقة (3)

$$T_1=m_1(g-a_1)$$

$$z=2x\Leftrightarrow\ddot{z}=2\ddot{x}$$

$$a_1=2a$$

$$T_1=m_1(g-2a) \quad \text{أي أن} \quad m_1=\frac{T_1}{g-2a}$$

في المرحلة الأولى : m_1=65g

في المرحلة الثانية m_1=21g (m_1 الكتلة التي يجب أن يأخذها الجسم S′ للحصول على حركة بالمواصفات المذكورة في المرحلة 2)

<u>المعادلات الزمنية :</u>

* المرحلة الأولى $z=2,5t^2$

* المرحلة الثانية $z=10t+10$

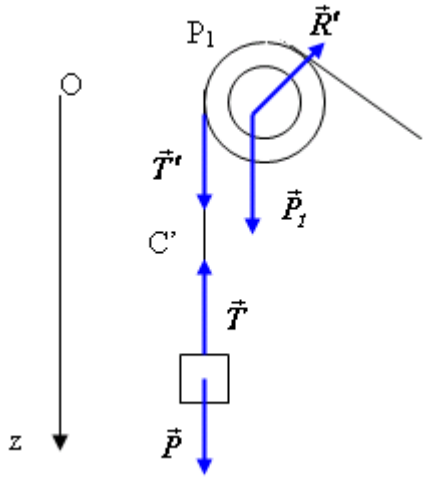
<u>4 ـ عندما ينقطع الحبل .</u>

<u>السرعة الزاوية للأسطوانة</u> : $x=R\theta\Leftrightarrow\dot{x}=R\dot{\theta}$

$$\dot{\theta}=\frac{V_D}{R}$$

تطبيق عددي : $\dot{\theta}=20rad/s$

<u>لحساب السرعة الزاوية للأسطوانة والسرعة الخطية للجسم S′ :</u>



<u>ـ نحسب المدة الزمنية المستغرقة من طرف S لمروره من A</u>

<u>عندما ينقطع الحبل :</u> $t=4,87s$ أنظر السؤال 2

<u>ـ الدراسة الدينامكية للمجموعة { أسطوانة +جسم S′ } عند انقطاع الحبل</u>

نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجسم S′ $\vec{P}+\vec{T}=m_1\vec{a}$

الاسقاط على Oz $P-T=m_1a_2$

نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة : $T'.R_1=J_\Delta\ddot{\theta}'$

نستنتج T=T′

$$(m_1g-m_1R_1\ddot{\theta}')R_1=J_\Delta\ddot{\theta}'$$

$$\ddot{\theta}'=\frac{m_1gR_1}{m_1R_1+J_\Delta}\Rightarrow\ddot{\theta}'=15,85rad/s^2$$

حركة البكرة حركة دورانية متغيرة بانتظام عند اللحظة t=3,9s السرعة الزاوية للأسطوانة هي

$$\dot{\theta}=15.85t+20\Rightarrow\dot{\theta}=97,2rad/s$$

وسرعة الجسم S′ هي $V = R_1\dot{\theta} \Rightarrow V = 48,6m/s$

تمرين4

نعتبر جسما صلبا (S_1) كتلته $m_1 = 1kg$ قابل للانزلاق على سكة أفقية . (S_1) مرتبط بجسم (S_2) كتلته m_2 بواسطة خيط غير مدود ، كتلته مهملة ، يمر في مجرى بكرة (B) متجانسة شعاعها $r = 4cm$ قابلة للدوران بدون احتكاك حول محور (Δ) أفقي ثابت يمر من مركزها . خلال الحركة لا ينزلق الخيط على البكرة (B) .

عزم قصور (B) بالنسبة للمحور (Δ) هو J_Δ .

نحرر المجموعة المتكونة من من (S_1) و (S_2) و (B) بدون سرعة بدئية عند اللحظة ذات التاريخ $t_0 = 0$.

يمثل المنحنى الممثل في الشكل (2) تغيرات السرعة الزاوية $\dot{\theta}(t)$ للبكرة .

1 ـ أوجد مبيانيا معادلة السرعة الزاوية $\dot{\theta}(t)$.

2 ـ حدد معللا جوابك ، طبيعة حركة (B) .

3 ـ أوجد تعبير n عدد الدورات المنجزة من طرف (B) عند اللحظة t بدلالة الزمن t و $\ddot{\theta}$ التسارع الزاوي لحركة (B) . أحسب n عند اللحظة $t = 1,25s$.

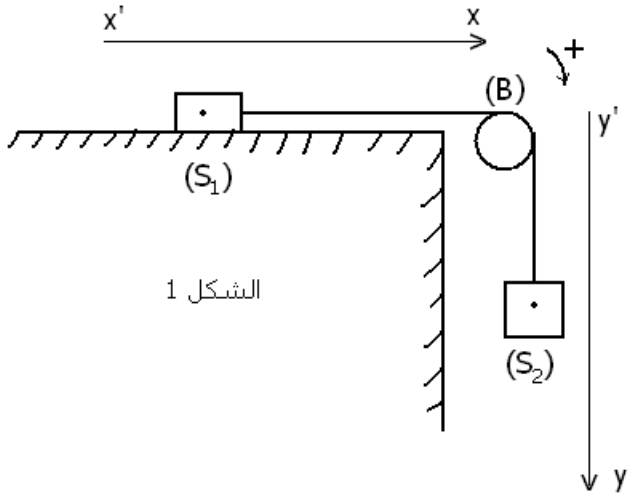
4 ـ حدد ، معللا جوابك ، طبيعة حركة كل من (S_1)و (S_2) ، ثم أحسب قيمة تسارعهما a .

5 ـ يتم التماس بين (S_1) والسكة باحتكاك حيث φ زاوية الاحتكاك . بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على كل من (S_1) و (S_2) و العلاقة الأساسية للتحريك على (B) ، بين أن تعبير التسارع a يكتب على الشكل التالي

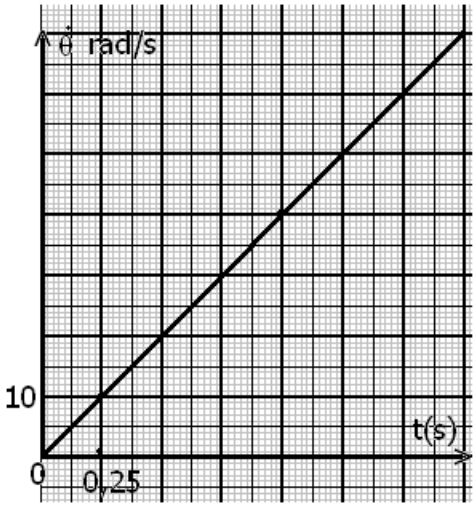
$$a = \frac{(m_2 - m_1.k)g}{m_1 + m_2 + \frac{J_\Delta}{r^2}}$$

حيث g تسارع الثقالة و $k = tan\,\varphi$ معامل الاحتكاك .

6 ـ بين أن حركة (S_1) لا تتم إلا إذا كانت m_2 كتلة (S_2) أكبر من قيمة يجب تحديدها . نعطى $k = tan\,\varphi = 0,16$



الشكل 1



الشكل 2

الجواب :

1 ـ إيجاد مبيانيا السرعة الزاوية $\dot{\theta}(t)$:

من خلال المبيان يتبين أن $\dot{\theta}(t)$ هي دالة خطية تمر من أصل المعلم معاملها الموجه هو :

$a = \frac{\Delta\dot{\theta}}{\Delta t} = 40rad/s^2$ وبالتالي فالمعادلة تكتب على الشكل التالي : $\dot{\theta}(t) = 40t$

2 ـ طبيعة حركة (B) :

السرعة الزاوية عبارة عن دالة خطية على شكل $\dot{\theta}(t) = \ddot{\theta}t$ أي أن $\frac{d\dot{\theta}}{dt} = 40rad/s^2 = cte$ وبالتالي فحركة البكرة : حركة دورانية متغيرة بانتظام تسارعها الزاوي $\ddot{\theta} = 40rad/s^2$.

3 ـ تعبير n عدد الدورات البكرة عند اللحظة t :

بما أن الحركة دورانية متغيرة بانتظام فإن معادلتها الزمنية تك

$$\theta(t) = \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2 \Rightarrow \theta(t) = 20t^2$$

ونعلم أن عدد الدورات خلال اللحظة t هو : $\theta(t) = 2\pi n \Rightarrow n = \frac{\theta(t)}{2\pi}$

أي أن : $n = \frac{20t^2}{2\pi} = \frac{10t^2}{\pi}$

عند $t = 1,25s$ يكون عدد الدورات هو : $n = 4,97 \simeq 5$

4 ـ طبيعة كل من S_1 و S_2 :

بما أن الخيط لا ينزلق على البكرة وغير مدود فإن المسافة x_1 التي ينتقل بها الجسم S_1 على $(O,\vec{i})$ هي نفس المسافة y_1 التي سينتقل بها الجسم S_2 على المحور $(O,\vec{j})$ ونفس طول القوس s_B الذي ستنتقل به نقطة على مجرى البكرة أي أن $x_1 = y_1 = s_B$ ولدينا $s_B = r\theta$ أي أن

$$x_1 = y_1 = r\theta \Rightarrow v_1 = v_2 = r\dot{\theta} \Rightarrow a_1 = a_2 = r\ddot{\theta}$$

نستنتج أن S_1 و S_2

هي حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .

حساب قيمة تسارعهما $a = r\ddot{\theta} = 1,6m/s^2$

5 ـ لنثبت العلاقة التالية : $\mathrm{a} = \frac{(\mathrm{m}_2 - \mathrm{m}_1.\mathrm{k})\mathrm{g}}{\mathrm{m}_1 + \mathrm{m}_2 + \frac{\mathrm{J}_\Delta}{\mathrm{r}^2}}$

نطبق القانون الثاني لنيوتن على كل من S_1 و S_2 :

على S_1 : $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m.\vec{a}$

نسقط العلاقة على $(O,\vec{j})$:

$$m_2g - T_2 = m_2a \Rightarrow T_2 = m_2g - m_2a$$

على S_1 : $\vec{P}_2 + \vec{R} + \vec{T}_2 = m_1.\vec{a}$

الإسقاط على $(O,\vec{i})$:

$$-f + T_2 = m_2a$$

على $(O,\vec{j})$: $R_N - m_1g = 0 \Rightarrow R_N = m_1g$

نعلم أن $k=\tan\varphi=\frac{f}{R_N}\Rightarrow f=m_1gk$

في العلاقة الأولى : $T_2=km_1g+m_1a$

نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على B

$$\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{T_1}\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{T_2}\right)=J_\Delta\ddot{\theta}\Rightarrow -T_1.r+T_2r=J_\Delta.\frac{a}{r}$$

$$T_2-T_1=\frac{J_\Delta}{r^2}$$

نعوض T_1 و T_2 بتعبيريهما المحصل عليه سابقا :

$$a\left(m_1+m_2+\frac{J_\Delta}{r^2}\right)=m_2g-km_1g\Rightarrow a=\frac{g\left(m_2-km_1\right)}{m_1+m_2+\frac{J_\Delta}{r^2}}$$

لكي تتم حركة S_1 يجب أن يكون التسارع $a>0$ أي أن

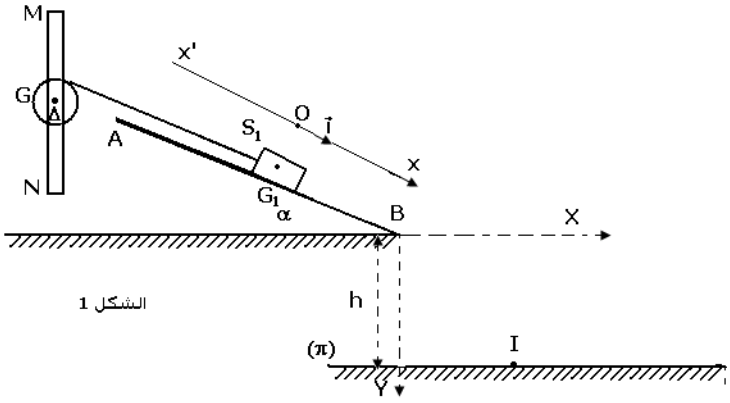
$$a=\frac{g\left(m_2-km_1\right)}{m_1+m_2+\frac{J_\Delta}{r^2}}>0\Rightarrow m_2-km_1>0$$

$$m_2>km_1\Rightarrow m_2>0.16kg$$

تمرين5

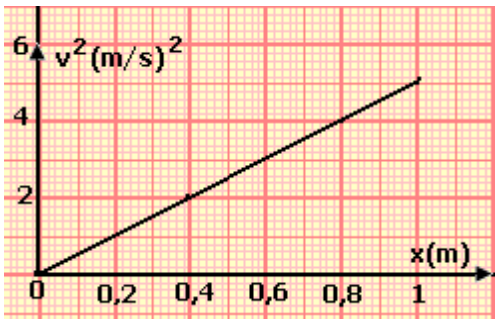
نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g=10m/s^2$

نعتبر المجموعة (S) الممثلة في الشكل (1) والمتكونة من :



ـ بكرة متجانسة شعاعها r=5cm ملتحمة بساق طولها MN=2L=40cm يتطابق مركز قصورها مع المركز G للبكرة . المجموعة {الساق ، البكرة } قابلة للدوران في المستوى الرأسي حول محور أفقي Δ ثابت يمر من المركز G . عزم قصور المجموعة بالنسبة للمحور Δ هو J_Δ .

ـ خيط f غير مدود كتلته مهملة ملفوف حول مجرى البكرة وثبت أحد طرفيه بجسم صلب S_1 كتلته m=0,8kg ومركز قصوره G_1 . الجسم S_1 قابل للانزلاق على مستوى مائل بزاوية $\alpha=30°$ بالنسبة للمستوى الأفقي وفق الخط الأكبر ميلا .



نعتبر أن الخيط f لا ينزلق على مجرى البكرة أثناء الحركة .

نحرر المجموعة (S) بدون سرعة بدئية عند لحظة t=0 حيث يكون G_1 منطبقا مع الأصل O للمعلم $(O,\vec{i})$. نمعلم عند كل لحظة موضع G_1 بالأفصول x .

1 ـ أوجد اعتمادا على الدراسة التحريكية ، تعبير التسارع a لحركة الجسم S_1 بدلالة m ، r ، J_Δ ، α و g .

2 ـ يمثل منحنى الشكل (2) تغيرات مربع السرعة للجسم (S) بدلالة x ($v^2=f(x)$) .

2 ـ 1 حدد قيمة a واستنتج قيمة التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ للمجموعة {الساق ، البكرة } .

2 ـ 2 ينفصل الجسم S_1 عن الخيط لحظة مروره بالنقطة B ذات الأفصول $x_B=0,8m$ فيسقط عند I على المستوى الأفقي (π) الذي يوجد على مسافة h=1m من النقطة B .

2 ـ 2 ـ 1 أوجد إحداثيي النقطة I في المعلم $(\overrightarrow{BX},\overrightarrow{BY})$.

2 ـ 2 ـ 2 أحسب السرعة الخطية للطرف M للساق بعد انفصال الجسم S_1 عن الخيط .

الجواب :

الدراسة التحريكية للجسم (S_1) :

المجموعة المدروسة : الجسم (S_1)

المعلم : مرتبط بالأرض و يعتبر غاليليا

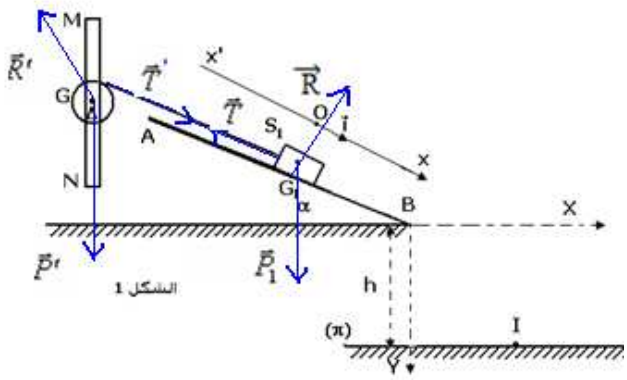
جرد القوى : وزن الجسم $\vec{P}_1$ ، تأثير السطح $\vec{R}$ ، تأثير الخيط (f) $\vec{T}$.

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m_1.\vec{a}$ و منه :

$\vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{T} = m_1.\vec{a}$.

إسقاط العلاقة المتجهية على المحور $(O;\vec{i})$ نحصل على : $m_1.g.\sin\alpha - T = m_1.a$ و بالتالي :

$$(1)\quad T = m_1 g\sin\alpha - m_1 a$$



نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة :

المجموعة المدروسة : البكرة

المعلم : مرتبط بالأرض و يعتبر غاليليا

جرد القوى : وزن البكرة $\vec{P}'$ ، تأثير محور الدوران $\vec{R}'$ ، تأثير الخيط (f) $\vec{T}'$.

$\sum M_\Delta(\vec{F}_{app}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$ و منه : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}') + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}') + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}') = J_\Delta.\ddot{\theta}$ مع $M_\Delta(\vec{P}') = M_\Delta(\vec{R}') = 0$

و بالتالي نحصل على المعادلة التالية : $(2)\quad T'.r = J_\Delta.\ddot{\theta}$

بما أن الخيط غير مدود و كتلته مهملة فان : $T' = T$ و من جهة أخرى لا ينزلق على مجرى البكرة فان :

$\theta = \frac{x}{r}$ و منه : $\ddot{\theta} = \frac{a}{r}$. من المعادلتين (1) و (2) نستنتج تعبير تسارع الجسم حيث : $a = g.\frac{m.\sin\alpha}{m + \frac{J_\Delta}{r^2}}$

2 – 1 – من خلال المبيان يتبين أن $V^2 = f(x)$ دالة خطية معادلتها : $v^2 = b.x$ مع a يمثل المعامل الموجه للمنحنى ، نحصل باشتقاق هذه المعادلة بالنسبة للزمن على : $2.v.\frac{dv}{dt} = b.v$ و منه :

$a = \frac{b}{2} = \frac{1}{2}.\frac{\Delta(v^2)}{\Delta(x)} = 2.5 m.s^{-2}$.

حساب التسارع الزاوي للمجموعة : $\ddot{\theta} = \frac{a}{r} = \frac{2.5}{5.10^{-2}} = 50 rad.s^{-2}$.

2 – 2 – 1 – إحداثيي النقطة I :

حساب السرعة v_B

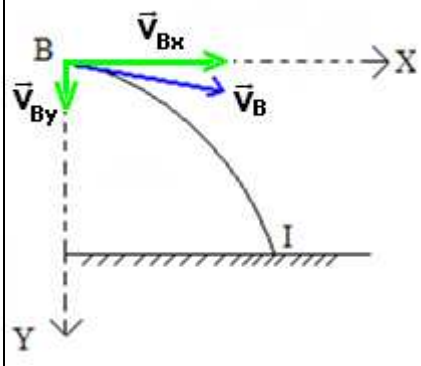
باستعمال المعادلة الزمنية للحركة $x(t)$ و $v(t)$ عند انتقال الجسم من A إلى B ، وإقصاء الزمن بينهما :

$$x_B - x_A = \frac{1}{2}at^2$$

$$v_B - v_A = at$$

$$V_B = \sqrt{2.a.x_B} = 2 m.s^{-1}$$

المعادلتين الزمنيتين :



بعد إقصاء الزمن $t = \frac{x}{V_B.\cos(\alpha)}$ $\begin{cases} x = V_B.\cos(\alpha).t \\ y = \frac{1}{2}.g.t^2 + V_B.\sin(\alpha).t \end{cases}$

نحصل على معادلة المسار

$y = \frac{g}{2.V_B^2.\cos^2(\alpha)}.x^2 + \tan(\alpha).x$ و منه : $y_I = h = \frac{g}{2.V_B^2.\cos^2(\alpha)}.x_I^2 + \tan(\alpha).x_I$ و بالتالي نحصل على

معادلة من الدرجة الثانية : $\frac{g}{2.V_B^2.\cos^2(\alpha)}.x_I^2 + \tan(\alpha).x_I - h = 0$ التي يمكن كتباتها على الشكل التالي :

$1.66.x_I + 0.577.x_I - 1 = 0$ و أحد حلولها $x_I = 0.62m$

إحداثيتي النقطة I $\begin{cases} x_I = 0.62m \\ y_I = 1m \end{cases}$

2 – 2 – 2 – السرعة الخطية للطرف M بعد انفصال الجسم :

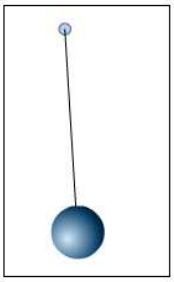
$\dot{\theta}_B = \dot{\theta}_M$ و التعويض نجد : $\frac{V_B}{r} = \frac{V_M}{L}$

و بالتالي : $\boxed{V_M = V_B \frac{L}{r} = 8m.s^{-1}}$.

المجوعة الميكانيكية المتذبذبة
Système mecanique oscillant

I ـ تقديم مجموعات ميكانيكية متذبذبة

النواس الوازن


النواس البسيط

نواس اللي

النواس المرن

1 ـ تعريف بالمجموعة الميكانيكية المتذبذبة

المجموعة الميكانيكية هي مجموعة تنجز حركة دورية حول موضع توازنها المستقر

تذكير بتعريف الحركة الدورية : هي حركة تتكرر مماثلة لنفسها خلال مدد زمنية متساوية .

أ ـ النواس الوازن

النواس الوازن هو كل مجموعة غير قابلة للتشويه بإمكانها إنجاز حركة تذبذبية حول محور ثابت تحت تأثير وزنها .

مثال : رقاص ساعة جدارية :

عند حركة الرقاص ، يخضع إلى القوى التالية : $\vec{P}$ وزن الرقاص . $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ) محور الدوران .

القوى التي لها مفعول على حركة الرقاص هي وزنه فقط ، بينما $\vec{R}$ ليس لها أي مفعول على حركة الرقاص .

ب ـ النواس البسيط

النواس البسط هو كل نقطة مادية تتأرجح على مسافة ثابتة من محور أفقي ثابت

عمليا للحصول على نواس بسيط نعلق جسم صغير كثافته جد عالية بطرف خيط كتلته مهملة وغير قابل الامتداد ونشد الطرف الآخر بحامل ثابت .

عند حركة النواس البسيط فهو يخضع للقوى التالية : $\vec{P}$ وزن الجسم و $\vec{F}$ تأثير الخيط على الجسم .

القوة الوحيدة التي لها مفعول على حركة النواس البسيط هي وزنه فقط ، بينما $\vec{F}$ خط تأثيرها يتقاطع مع محور الدوران وبالتالي ليس لها مفعول على حركته .

ملحوظة : أبعاد الجسم جد صغيرة أما طول الخيط $(r \ll \ell)$ يمكن اعتبار في هذه الحالة أن الجسم نقطيا والنواس البسيط متذبذبا ميكانيكيا مثاليا وحالة خاصة للنواس الوازن .

ج ـ نواس اللي

نواس اللي جهاز يتكون من سلك فلزي ثبت أحد طرفيه إلى حامل ، ومن قضيب متجانس معلق من مركز قصوره بالطرف الثاني للسلك .

عند إدارة القضيب أفقيا بزاوية θ حول المحور (Δ) المجسم بالسلك ، فإن السلك يلتوي ، فيسعى للعودة إلى حالته البدئية ،

وهي مزدوجة ارتداد Couple de rappel تقاوم التواء السلك وبالتالي تحدث حركة تذبذبية للقضيب حول موضع توازنه المستقر .

د ـ النواس المرن

يتكون النواس المرن من جسم صلب معلق بطرف نابض ذي لفات غير متصلة وكتلة مهملة الثاني للنابض مثبت بحامل ثابت .

عند تشويه النابض وتحريره نلاحظ أن ينجز حركة تذبذبية حول موضع توازنه المستقر ، تعزى هذه الحركة إلى القوة المطبقة من طرف النابض على الجسم والتي تتعلق بحالة النابض إذا كان مطالا أو مكبوسا أو مضغوطا إذ تقاوم هذه القوة تشوه النابض ، لذلك تسمى بقوة الارتداد .

2 ـ الحركة التذبذبية ومميزاتها .

2 ـ 1 تعريف

الحركة التذبذبية هي حركة دهاب وإياب حول موضع معين ، وهي حركة تميز المتذبذبات الميكانيكية
هناك ثلاثة أنواع للحركة التذبذبية :
ـــ الحركة التذبذبية الحرة : هي التي ينجزها متذبذب ميكانيكي دون اكتساب طاقة ما من المحيط الخارجي بعد إحداث حركته .
ـ الحركة التذبذبية المصانة : هي التي ينجزها المتذبذب وذلك بتعويض الطاقة المفقودة خلال التذبذبات بواسطة جهاز خارجي . مثال الساعة الحائطية .
الحركة التذبية القسرية : عندما تفرض مجموعة ميكانيكة تسمى بالمثير تردد لذبذبات على المجموعة المتذبذبة والتي تسمى بالرنان .

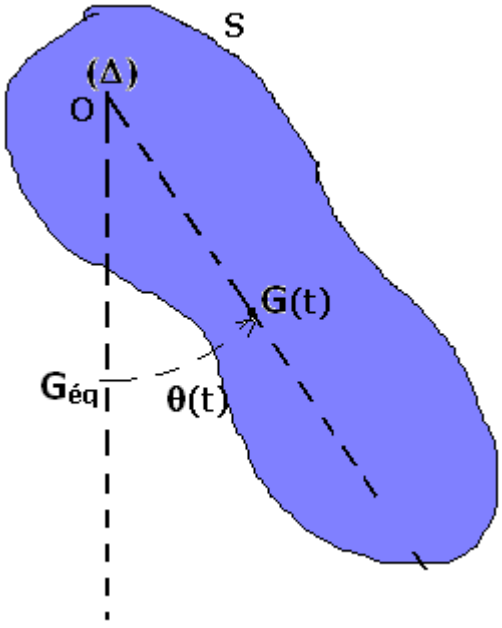
2 ـ 2 مميزات الحركة التذبذبية

أ ـ موضع التوازن المستقر

كل متذبذب ميكانيكي حر لا يمكنه أن ينجز حركته التذبذبية إلا حول موضع توازنه المستقر

ب ـ وسع الحركة

وسع الحركة لمتذبذب ميكانيكي حر وغير مخمد هو القيمة القصوى الموجبة التي يأخذها المقدار الذي يعبر عن مدى ابتعاد أو انحراف المتذبذب عن موضع توازنه المستقر .
بالنسبة للنواس الوازن والنواس البسيط ونواس اللي نستعمل الأفصول الزاوي θ .
بالنسبة للنواس المرن ، نستعمل الأفصول المنحني (حركة إزاحة مستقيمية)
مثال :

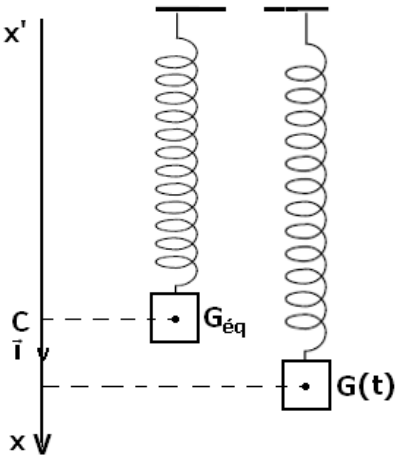


- **النواس الوازن**

عند إزاحة النواس الوازن عن موضع توازنه المستقر ، ثم نحرره ، ينجز ذبذبات حرة في المستوى الرأسي الذي يحتوي على الموضع البدئي وعلى موضع التوازن المستقر لمركز قصوره G .
الأفصول الزاوي لنواس وازن (أو بسيط) هو الزاوية الموجهة $\theta(t)$
بحيث :
$\theta(t)=\left(\overrightarrow{OG_{(eq)}},\overrightarrow{OG_{(t)}}\right)$ ، $G_{(éq)}$ موضع G عند التوازن المستقر
و $G_{(t)}$ هو موضع G عند اللحظة t .
أثناء الحركة يأخذ الأفصول الزاوي θ قيما موجبة وقيما سالبة .
وبإهمال الخمود بالنسبة للذبذبات الأولى ، يتغير θ بين قيمة قصوى θ_m وقيمة دنيا $(-\theta)$وتسمى القيمة المطلقة لهاتين القيمتين وسع الحركة للنواس الوازن الحر وغير المخمد .

- **النواس المرن**

عند إزاحة الجسم عن موضع توازنه المستقر وفق اتجاه محور النابض وتحريره ، فإنه ينجز حركة تذبذبية حرة حول هذا الموضع . نمعلم مواضع مركز قصور النواس المرن في المعلم $\mathcal{R}\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ متعامد وممنظم محوره $\left(O,\vec{i}\right)$ رأسي وموجه نحو الأسفل بالأفصول $x(t)$ بحيث أن $\overrightarrow{G_{éq}G}=x(t)\vec{i}$
$G_{éq}$ موضع G عند التوازن المستقر .



أثنا الحركة الحرة وغير المخمدة للنواس ، تأخذ x قيما موجبة أكبرها x_m وقيما سالبة أصغرها $-x_m$ ، نسمي x_m وسع الحركة للنواس المرن .

ج ـ الدور الخاص

الدور الخاص T_0 لمتذبذب ميكانيكي حر وغير مخمد هو المدة الزمنية الفاصلة بين مرورين متتالين للمتذبذب من موضع توازنه المستقر في نفس المنحى ، وحدته في النظام العالمي للوحدات هي الثانية (s)

2 ـ 3 خمود الذبذبات الميكانيكية

أ ـ ظاهرة الخمود

تجربة :

عند إزاحة متذبذب ميكانيكي (مثلا نواس وازن) عن موضع توازنه المستقر وتحريره ، فإنه ينجز ذبذبات حرة يتناقص وسعها تدريجيا مع الزمن ، إلى أن يتوقف عند موضع توازنه المستقر ، تسمى هذه الظاهرة ظاهرة الخمود الميكانيكي .

تعزى هذه الظاهرة إلى الاحتكاكات والتي يمكن تصنيفه إلى نوعين :

ـ احتكاكات صلبة والتي ينتج عنها خمود صلب للذبذبات .

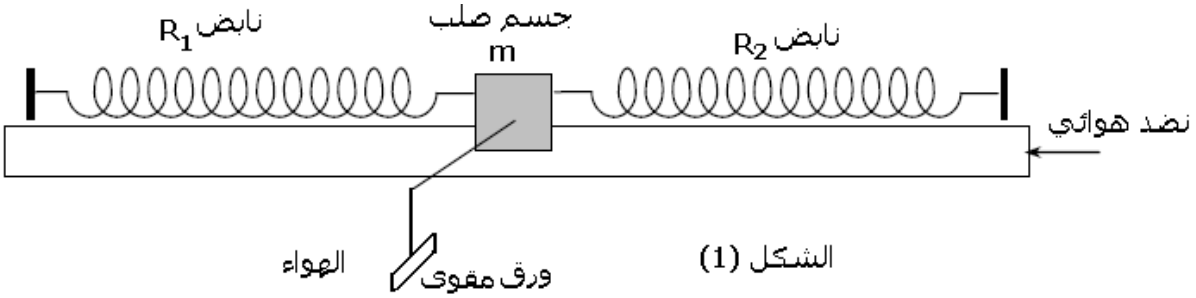
ـ احتكاكات مائعة والتي ينتج عنها خمود مائع للذبذبات .

ب ـ أنظمة خمود الذبذبات الميكانيكية .

الخمود بالاحتكاكات المائعة :

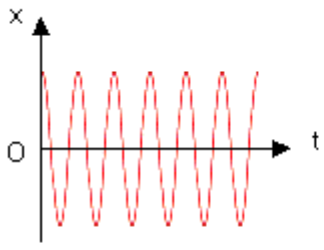
دراسة تجريبية :

ننجز التركيب التجريبي المبين في الشكل (1) حيث الخيال في حالة توازن فوق نضد هوائي أفقي ، بحيث يكون النابضان مطالين .



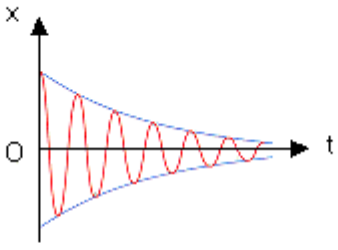
الشكل (1)

نشغل المعصفة ونزيح الخيال عن موضع توازنه ، ثم نحرره بدون سرعة بدئية . فنحصل على الشكل (2) نثبت على الخيال قطعة من الورق المقوى ونعيد نفس التجربة فنحصل على المنحنى الشكل



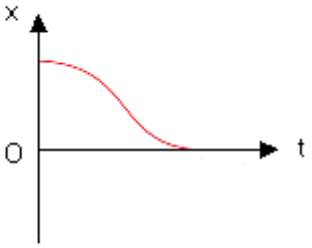
احتكاكات منعدمة

الشكل (2)



احتكاكات ضعيفة

الشكل (3)



احتكاكات مهمة

الشكل(4)

1 ـ ما طبيعة ذبذبات الخيال عند تشغيل المعصفة مع إهمال الاحتكاكات .

2 ـ حدد صنف الخمود ونظام اشتغال المتذبذب في كل حالة .
3
خلاصة :
ـ حالة الخمود الضعيف : النظام شبه الدوري .
في هذه الحالة ينجز المتذبذب الميكانيكي
موضع توازنه المستقر .
كما أنه في هذه الحالة أن حركة المتذبذب ليست دورية نقول إنها شبه دورية ودورها
الخاص T_0 للمتذبذب . عموما $(T_0 < T)$. نسمي T شبه الدور .

شبه الدور بالنسبة لمتذبذب ميكانيكي خموده ضعيف هو المدة الزمنية
مرورين متتاليين للمتذبذب من موضع توازنه المستقر في نفس المنحى .
ملحوظة : كلما كان خمود المتذبذب ضعيفا ، كلما تناهى شبه الدور T نحو الدور الخاص T_0 .
كلما صار الخمود مهما ، كلما تناقص وسع الحركة بشدة إلى أن ينعدم خلال فترة زمنية وجيزة
ب ـ حالة الخمود الحاد : النظام اللادوري .
في هذه الحالة تكون حركة المتذبذب غير دورية ، نقول أنها لا دورية
على الحالات التالية :
ـ النظام تحت الحرج : ينجز المتذبذب ذبذبة واحدة قبل أن يتوقف .
ـ النظام الحرج : حيث يعود المتذبذب إلى موضع توازنه المستقر دون أن يتذبذب .
ـ النظام فوق الحرج :
يتذبذب .
ملحوظة : لصيانة حركة تذبذبية نوظف بعض الأجهزة الميكانيكة تكمن وظيفتها في تعو
المبددة في كل دور . مثال : صيانة ذبذبات شفرة هزاز بواسطة كهرمغنطيس .

ج ـ الخمود بالاحتكاكات الصلبة
مثال النواس الوازن
تكون الاحتكاكات على مستوى محور الدوران " الصلبة " تكون
في هذه الحالة ذبذبات النواس شبه دورية ويتناقص وسعها
بكيفية خطية . ويساوي شبه الدور للذبذبات الدور الخاص
للمتذبذب إذا كان حرا وغير مخمد .

II ـ دراسة ذبذبات المجموعة { جسم صلب ـ نابض }

1 ـ قوة الارتداد التي يطبقها نابض .

الدراسة التجريبية :
نعلق بالحامل نابضا ذا صلابة k ، طوله الأصلي ℓ_0
نعلق بالطرف A لنابض كتلة معلمة m ، فيطال النابض حيث
يصبح طوله ℓ بحيث ينتقل طرفه الحر بالمسافة $A_0A_{éq}$

1 ـ ذكر بالطريقة العملية لتعيين صلابة النابض .
2 ـ أعط بدلالة k, ℓ_0, ℓ ، تعبير شدة القوة المطبقة من طرف النابض على الكتلة المعلمة ، واستنتج
تعبير $\vec{F}$ بدلالة k والمتجهة $\overrightarrow{A_0A_{éq}}$.

نعتبر نواسا مرنا في وضع أفقي ، عندما يكون النابض حرا تحتل نقطة تماسه مع الجسم الموضع A_0 ،
تكون في هذه الحالة A_0 و $A_{éq}$ متطابقتين .
عندما يكون النابض مطالا (مضغوطا) تحتل هذه النقطة الموضع A .

1 ـ 1 القوى المطبقة على الجسم
$\vec{P}$ وزن الجسم و $\vec{R}$ تأثير السطح على الجسم (غياب الاحتكاك) ، $\vec{F}$ القوة المطبقة من طرف النابض
على الجسم وهي قوة ارتداد تسعى إلى إرجاع الجسم إلى موضعه البدئي .

1 ـ 2 مميزات قوة الارتداد

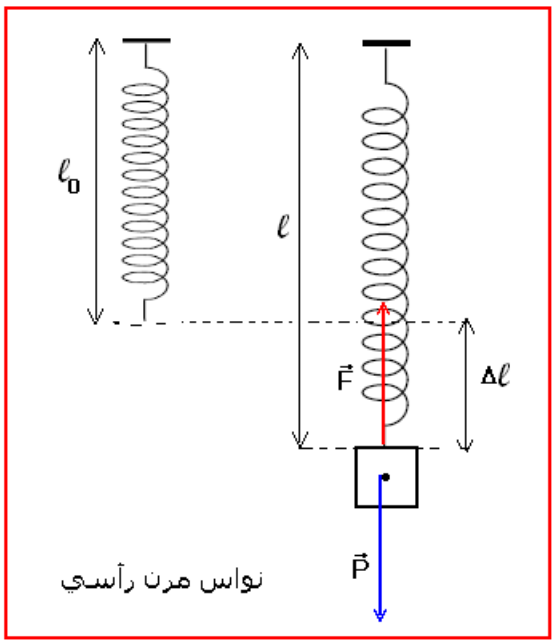
نقطة التأثير : نقطة التماس الجسم والنابض .

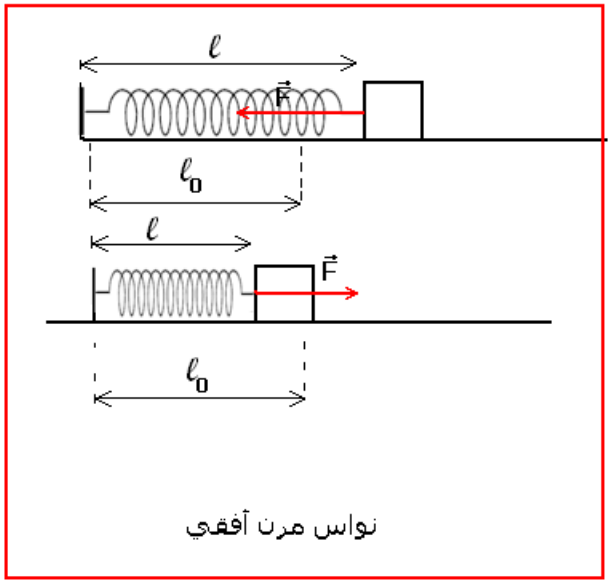
خط التأثير : محور النابض

المنحى : موجه نحو داخل النابض في حالة النابض مطالا ، أو خارجه في حالة النابض مضغوط .

الشدة : $F = k\Delta\ell = k\left(\ell - \ell_0\right)$ حيث k صلابة النابض و $\Delta\ell$ إطالته بالمتر و ℓ_0 طوله البدئي ، ℓ طوله النهائي .

يمكن أن نقرن بإطالة النابض $\Delta\ell$ المتجهة $\overrightarrow{A_0A}$ وهي متجهة انتقال النقطة A بحيث أن $\vec{F} = -k\overrightarrow{A_0A}$.



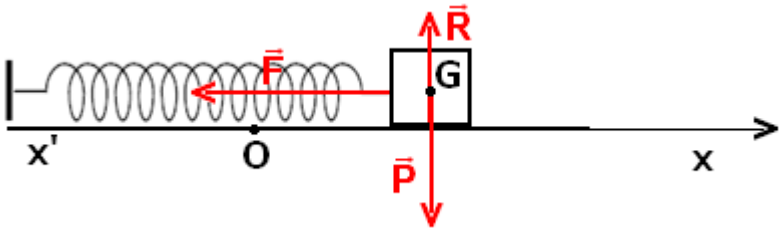


2 ـ المعادلة التفاضلية

نعتبر نواسا أفقيا بحيث ينجز الجسم الصلب (S) ذبذبات حرة وغير مخمدة .

نعلم G مركز قصور الجسم الصلب بالأفصول x في معلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ متعامد وممنظم محوره $(O,\vec{i})$ أفقي يطابق أصله G_0 موضع G عند التوازن : $\overrightarrow{OG} = x\vec{i}$.

المعلم $\mathcal{R}$ مرتبط بمرجع أرضي باعتباره غاليليا حيث نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) أثناء حركته .



المجموعة المدروسة : الجسم (S) ذو كتلة m .

القوى المطبقة على الجسم : $\vec{P}$ وزنه و $\vec{R}$ تأثير المستوى الأفقي على الجسم و $\vec{F}$ قوة الارتداد التي يطبقها النابض على الجسم بحيث أن $\vec{F} = -k\overrightarrow{A_0A}$. بما أن الجسم في حركة إزاحة $\overrightarrow{A_0A} = \overrightarrow{G_0G}$

ومنه فإن $\vec{F} = -kx\vec{i}$

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}$

لدينا $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$ لغياب الحركة على المحور $(O,\vec{j})$ وبالتالي $\vec{F}=m.\vec{a}$

الإسقاط على $(O,\vec{i})$: $F=-kx\vec{i}$ بحيث أن x موضع G عند اللحظة t أي أن $-kx\vec{i}=\ddot{x}\vec{i}$.

نستنتج المعادلة التفاضلية من العلاقة السابقة : $kx+m\ddot{x}=0\Rightarrow \ddot{x}+\frac{k}{m}x=0$

العلاقة : $\ddot{x}+\frac{k}{m}x=0$ تمثل المعادلة التفاضلية للنواس المرن .

ملحوظة : نفس المعادلة يمكن التوصل إليها بالنسبة للنواس المرن الرأسي . أنظر التمرين التطبيقي 1

3 ـ حل المعادلة التفاضلية :

لدينا معادلة تفاضلية خطية حلها بصفة عامة هو على الشكل التالي : $x(t)=x_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ حيث :

$(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$: طور التذبذبات عند اللحظة t وحدته rad .

φ طور الذبذبات عند اللحظة t=0 نعبر عنه ب rad .

x_m وسع الحركة بالمتر (m)

T_0 الدور الخاص للذبذبات ب s

طبيعة حركة مركز القصور G للجسم مستقيمية جيبية دالتها الزمنية هي : $x(t)=x_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$

ـ تحدد قيمتي x_m و φ انطلاقا من الشروط البدئية .

ـ لدينا : $-1\le\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)\le+1\Rightarrow -x_m\le x(t)\le+x_m$

4 ـ تعبير الدور الخاص

يحدد تعبير الدور الخاص انطلاقا من المعادلة التفاضلية بحيث نبحث عن الشرط الذي ينبغي توفره لكي تكون الدالة $x(t)=x_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة :

لدينا $\dot{x}(t)=-\frac{2\pi}{T_0}x_m\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ و كذلك $\ddot{x}(t)=-\frac{4\pi^2}{T_0^2}x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

في المعادلة التفاضلية :

$$-\frac{4\pi^2}{T_0^2}x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)+\frac{k}{m}x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)=0$$

$$x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)\left(\frac{k}{m}-\frac{4\pi^2}{T_0^2}\right)=0$$

$\left(\frac{k}{m}-\frac{4\pi^2}{T_0^2}\right)=0\Rightarrow T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ مهما كانت t أي أن

بحيث أن T_0 الدور الخاص للنواس المرن

m كتلة الجسم (S) ب kg و k صلابة النابض ب (N/m)

نعبر كذلك عن التردد الخاص للذبذبات بالعلاقة التالية : $f_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

وحدة التردد في النظام العالمي للوحدات هي الهرتز . (Hz)

دراسة تجريبية : التحقق من العلاقة $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

نعلق كتلة معلمة بنابض ، ونمعلم موضع النقطة A عند التوازن $A_{éq}$.

نزيح الكتلة المعلمة رأسيا نحو الأسفل بالوسع x_m ونحررها بدون سرعة بدئية . بواسطة ميقت يدوي نقيس مدة 10 ذبذبات .

نعيد التجربة 3 مرات بحيث في كل مرة قيمة x_m .

نعيد التجربة 3 مرات مع تغيير الكتلة في كل مرة مع الاحتفاظ بنفس النابض .

نعيد التجربة 3 مرات مع تغيير النابض في كل مرة واستعمال نفس الكتلة المعلمة .

1 ـ لماذا لا نقيس مباشرة ذبذبة واحدة ؟ هل يتعلق الدور الخاص بوسع الحركة ؟

2 ـ ما تأثير كل من كتلة الجسم المعلق و صلابة النابض على الدور الخاص ؟

3 ـ هل هذه النتيجة تتوافق مع العلاقة التي تم التوصل إليها في الدراسة النظرية ؟

III ـ دراسة ذبذبات نواس اللي

1 ـ مزدوجة الارتداد المطبقة من طرف سلك اللي .

عند تطبيق مزدوجة قوتين على قضيب معلق بسلك ، فإن هذا الأخير يلتوي . وعند حذف المزدوجتين ، يعود السلك إلى موضع توازنه بفعل قوة الارتداد التي تطبقها مولدات السلك على القضيب وموجوع هذه القوى يكون مزدوجة تسمى بمزدوجة اللي ونرمز لها ب $\mathcal{M}_C$.

عزم هذه المزدوجة مستقل عن المحور ونعبر عنه بالعلاقة التالية : $\mathcal{M}_C = -C.\theta$

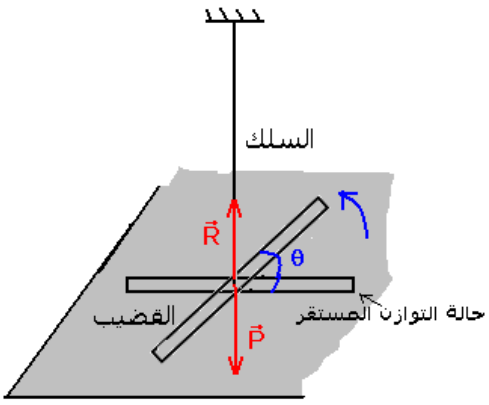
بحيث أن C ثابتة لي السلك وحدتها هي $N.m.rad^{-1}$ و θ زاوية اللي ب rad

تتعلق ثابتة اللي بطول السلك وبمقطعه وبنوعيته .

2 ـ المعادلة التفاضلية لحركة الجسم الصلب وحلها .

نعتبر نواس اللي في توازنه المستقر . ندير القضيب عن موضع توازنه بالزاوية θ_m ، ونحرره بدون سرعة بدئية ، فينجز القضيب حركة تذبذبية حرة حول موضع توازنه المستقر .

نعتبر الاحتكاكات مهملة . J_Δ عزم قصور القضيب بالنسبة للمحور (Δ) المجسد بالسلك . و C ثابتة اللي للسلك.



ندرس حركة القضيب في مرجع مرتبط بالأرض والذي نعتبره مرجعا غاليليا ، ونمعلم موضع القضيب بأفصوله الزاوي θ والذي نقيسه بالنسبة لاتجاه مرجعي وهو اتجاه القضيب عند التوازن .

جرد القوى المطبقة على القضيب : $\vec{P}$ وزن القضيب ، $\vec{R}$ تأثير السلك على القضيب ، ومزدوجة اللي وعزمها هو $\mathcal{M}_C = -C.\theta$.

تطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على القضيب:

$$\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{P}\right) + \mathcal{M}_\Delta\left(\vec{R}\right) + \mathcal{M}_C = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

بما أن خط تأثير القوتين $\vec{P}$ و $\vec{R}$ متطبقان لمحور الدوران فمفعولهما علة دوران القضيب منعدم أي أن عزمهما منعدم .

$$\mathcal{M}_C = J_\Delta.\ddot{\theta} \Rightarrow -C\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

وبالتالي تكون المعادلة التفاضلية لحركة القضيب هي : $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}\theta = 0$

حل المعادلة التفاضلية :

المعادلة التفاضلية شبيهة من ناحية الشكل بالمعادلة التفاضلية التي تم التوصل إليها بالنسبة للنواس المرن وقياسا على ذلك فإن حلها سيكون على الشكل التالي : $\theta(t)=\theta_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

θ_m و φ تتعلقان بالشروط البدئية للحركة .

3 ـ الدور الخاص :

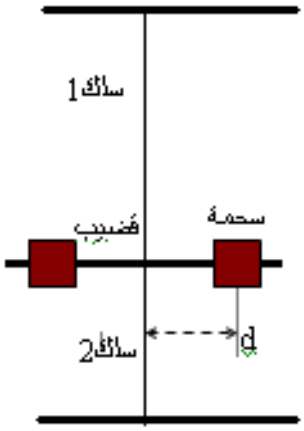
بتعويض حل المحصل عليه في المعادلة التفاضلية نحصل على الدور الخاص للنواس اللي الحر وهو على الشكل التالي :

$T_0=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$ حيث J_Δ عزم قصور القضيب (الجسم الصلب) بالنسبة للمحور (Δ) نعبر عنه $kg.m^2$ و

C ثابتة اللي للسلك نعبر عنها $N.m.rad^{-1}$.

التردد الخاص لنواس اللي هو : $f_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$

دراسة تجريبية : التحقق التجريبي من العلاقة $T_0=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$



الجهاز التجريبي

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل جانبه والمتكون من سلكين ثلبتة ليهما على التوالي C_1 و C_2 بحيث أن ثابتة اللي المكافئة للسلكين هي

$C=C_1+C_2$

ونعلم أن ثابتة اللي تتعلق بطول السلك ℓ وهي تتناسب عكسيا مع الطول ℓ

قضيب معدني متجانس يحمل في طرفيه سحمتين كتلة كل واحدة منهما هي m عزم قصوره هو $J'_\Delta=J_\Delta+2md^2$ حيث J_Δ عزم قصور القضيب

نزيح القضيب عن موضع توازنه بالزاوية θ_m ونطلقه بدون سرعة بدئية .

نلاحظ : ينجز القضيب حركة تذبذبية دورانية حول موضع توازنه في المستوى المتعامد مع القضيب

1 ـ تأثير عزم قصور القضب

تجربة : نأخذ سلك ثابتة ليه C ونغير عزم قصوره J'_Δ

$J'_\Delta=J_\Delta+2md^2$

J_Δ عزم قصور القضيب . m كتلة السحمة أو الجسم المثبت على القضيب

d المسافة بين المحور (Δ) والسحمة .

نغير المسافة d ونقيس الدور الخاص T_0 بواسطة خلية كهر ضوئية مرتبطة بميقات إلكتروني .

نقارن قيم T_0 و J'_Δ ماذا نلاحظ ؟

كلما ازدادت d ازدادت كذلك T_0 أي كلما ازدادت J'_Δ ازدادت T_0

استنتاج : J'_Δ و T_0 يتناسبان أطرادا .

$$T_0=k\sqrt{J'_\Delta}$$

2 ـ تأثير ثابتة اللي للسلك .

نثبت عزم قصور القضيب J'_Δ ونغير السلك ـ طوله أو طبيعته ـ

نقارن قيم T_0 و C ماذا نلاحظ ؟

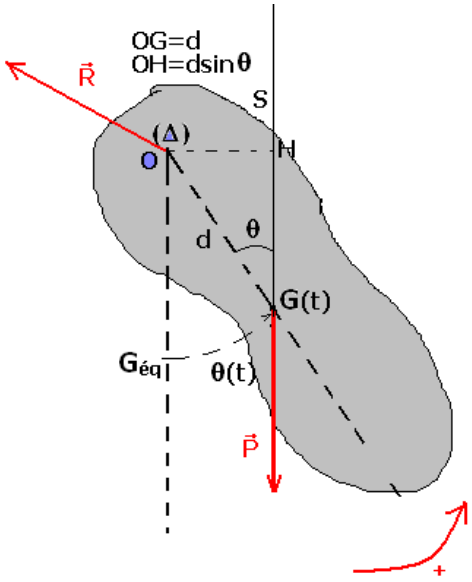
نلاحظ : أنه كلما ازدادت ثابتة اللي للسلك يتناقص الدور الخاص T_0

أي أن T_0 و C يتناسبان عكسيا والدراسة الكمية تبين أن : $T_0 = \frac{k'}{\sqrt{C}}$

3

IV ـ دراسة ذبذبات النواس الوازن .

1 ـ المعادلة التفاضلية لحركة النواس الوازن وحلها .



المجموعة المدروسة : الجسم (S) كتلته m وعزم قصوره بالنسبة لمحور الدوران (Δ) الأفقي J_Δ .

المعلم : مرتبط بالأرض، المرجع الأرضي ونعتبره غاليليا .

في كل لحظة نمعلم موضع النواس G بالأفصول الزاوي $\theta(t)$

جرد القوى المطبقة على المجموعة :

ـ وزنها $\vec{P}$

ـ تأثير المحور (Δ) على المجموعة $\vec{R}$.

نطبق العلاقة الأساية للتحريك على المجموعة في حالة الدوران حول المحور (Δ) : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

بما أن خط تأثير القوة $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ) فإن عزمها منعدم بالنسبة لهذا المحور : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

وبالتالي : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

لدينا : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -mgd\sin\theta$ أي أن (1) $-mgd\sin\theta = J_\Delta.\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mgd}{J_\Delta}\sin\theta = 0$

العلاقة التي تم التوصل إليها هي المعادلة التفاضلية لحركة النواس الوازن وهي غير خطية وبالتالي فحلها ليس جيبيا .

حالة الذبذبات ذات وسع صغير .

تعتبر الذبذبات ذات وسع صغير إذا كانت $\theta \le 15°$ بعني أن $\theta \le 0,26rad$ في هذه الحالة تكون $\sin\theta \approx \theta$ وتصبح المعادلة التفاضلية (2) $\ddot{\theta} + \frac{mgd}{J_\Delta}\theta = 0$

قياسا مع ما سبق نقبل أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي :

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

2 ـ الدور الخاص لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة وغير مخمدة وذات وسع صغير .

الدور الخاص لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة وغير مخمدة وذات وسع صغير:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mgd}}$$

J_Δ عزم قصور الجسم بالنسبة للمحور (Δ) نعبر عنه ب $(kg.m^2)$

d المسافة الفاصلة بين المحور (Δ) ومركز قصور المجموعة المتذبذبة . ب (m)

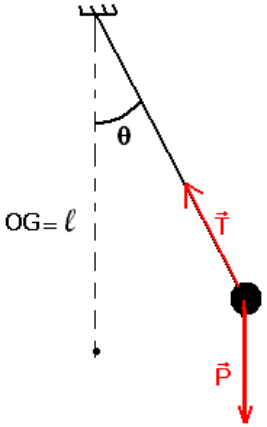
m كتلة المجموعة ونعبر عنها ب (kg)

g شدة الثقالة $\left(m/s^2\right)$.

تعبير التردد الخاص f_0 لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة غير مخمدة وذات وسع صغير : $f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgd}{J_\Delta}}$

3 ـ النواس البسيط

النواس البسيط هو نموذج مثالي للمتذبذب ميكانيكي . وهو حالة خاصة للنواس الوازن حيث :
$d=\ell$ و $J_\Delta=m\ell^2$. في هذه الحالة تكون المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :



$$\ddot{\theta}+\frac{g}{\ell}\theta=0$$

وتقبل هذه المعادلة كحلا لها : $\theta(t)=\theta_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ وتمثل المعادلة الزمنية لحركة النواس البسيط .

تعبير الدور الخاص للنواس البسيط : $T_0=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ حيث ℓ طول النواس البسيط ب (m) و g شدة مجال الثقالة $\left(m/s^2\right)$.

طول النواس البسيط المتواقت مع النواس البسيط :
نقول أن النواس البسيط متواقت مع النواس الوازن إذا كان لهما نفس الدور
أي أن دور النواس البسيط =دور النواس الوازن .

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mgd}}\Rightarrow\ell=\frac{J_\Delta}{md}$$

V ـ ظاهرة الرنين الميكانيكي

1 ـ الذبذبات القسرية

في الواقع تؤثر الاحتكاكات على حركة المتذبذبات الميكانيكية والتي تؤدي إلى خمود حركتها مع الزمن في حالة ما لم يتم تعويض الطاقة المفقودة من طرف المحيط الخارجي . عكس ذلك تكون حركة المتذبذب مصانة . للحصول على هذا النوع من الذبذبات يتم تجميع المتذبذب الميكانيكي مع جهاز يمنحه الطاقة اللازمة . يسمى هذا الأخير بالمثير وهو مجوعة ذات حركة جيبية تفرض دورها T_e على المجموعة المتذبذبة والتي تسمى بالرنان ، فتصبح هذه الأخيرة تنجز ذبذبات قسرية دورها $T_0=T_e$.

2 ـ تمرين تجريبي (بكالوريا فرنسية يونيو 2003 Ile de La Réunion) بتصرف

ننمذج النوابض أو المخمدات (les amortisseurs) التي تحمل السيارة بنابض ذي لفات غير متصلة كتلته مهملة وصلابته $K=40N/m$ (القيمة المشار إليها من طرف الصانع)

I ـ دراسة حالة التوازن

للتأكد من قيمة صلابة النابض ، نقيس الطول الأصلي للنابض $\ell_0=10,0cm$ ، ثم ، في تجربة أخرى نعلق بطرفه الحر جسم كتلته $m=100g$ ، فيصبح طول النابض النهائي $\ell=12,4cm$. نعطي $g=10m/s^2$.

1 ـ 1 أحسب صلابة النابض K' .

دراسة توازن الجسم المعلق بالنابض :

جرد القوى المطبقة على الجسم : $\vec{P}$ وزن الجسم ، $\vec{F}$ توتر النابض

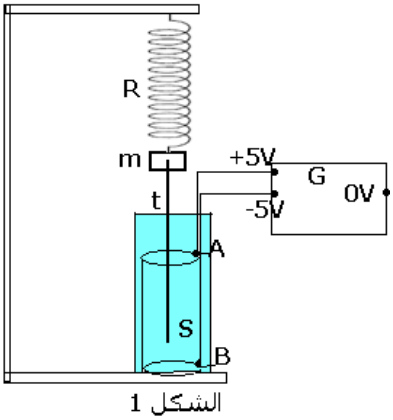
نطبق شرطا التوازن بالنسبة لجسم خاضع لقوتين وفي حالة توازن أن لهتين القوتين نفس الشدة

$F=P\Rightarrow mg=K\Delta\ell$ وبالتالي فإن $K=\frac{mg}{\Delta\ell}=42N/m$

2 ـ 1 المشار K إليه من طرف الصانع .

نذكر بأن الخطأ النسبي لمقدار X هو $\frac{X_{\exp} - X_{th}}{X_{th}}$

حسب العلاقة الخطأ النسبي هو : $\frac{42-40}{42} = 0,05 = 5\%$



الشكل 1

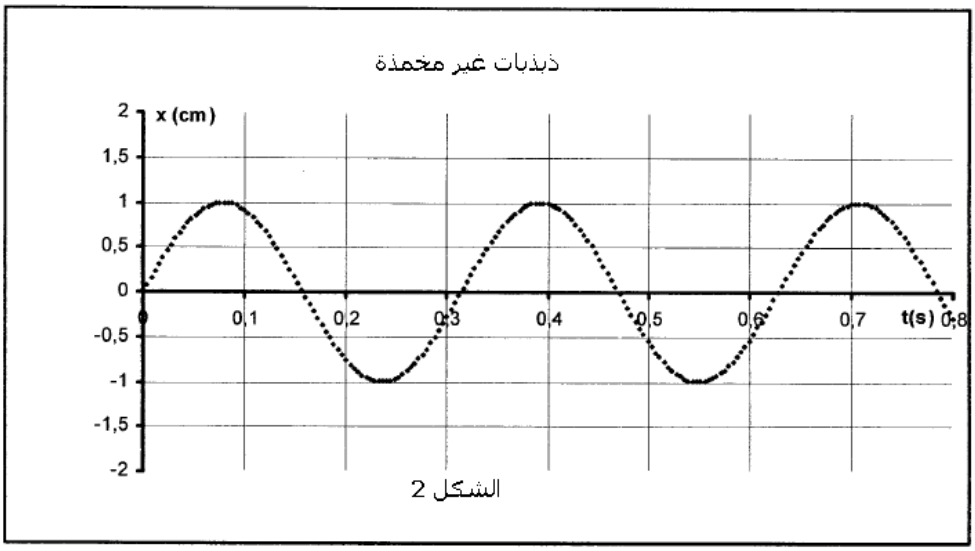
II ـ الدراسة التحريكية

لدراسة حركة المجموعة { النابض + الجسم } نستعمل المجموعة الممثلة في الشكل (1) والتي تتكون من إلكترودين A و B ، مثبتين في محلول S ، ومرتبطين بالقطبين $(+5V, -5V)$ لمولد التوتر المستمر .

قضيب فلزي t مكسوا كليا بعازل ومثبت بكتلة معلمة m . طرفه E يتبع حركة الكتلة المعلمة m .

يمكّن قياس التوتر بين النقطة O والقطب $0V$ للمولد من كشف موضع النقطة E . مما يمكن كذلك من معرفة موضع الكتلة m خلال الحركة التذبذبية .

هذه المجموعة مرتبطة بجهاز يستقبل المعطيات وبواسطة برنم ملائم يمكن معالجتها للحصول على منحنى تغيرات الأفصول x للكتلة m بدلالة الزمن t وذلك بعد أن إزاحة الكتلة m عن موضع توازنها نحو الأسفل ب $1cm$ وتحريرها بدون سرعة بدئية . حيث نحصل على ذبذبات حرة وغير مخمدة . أنظر الشكل 2 .



الشكل 2

1 ـ حدد الدور الخاص لحركة المتذبذب . هل هذه القيمة توافق القيمة النظرية للدور الخاص ؟ من خلال المبيان نحصل على القيمة التجريبية للدور اللخاص للمتذبذب المرن $T_{0\exp} = 0,33s$.

حساب القيمة النظرية للدور الخاص : $T_{0th} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 0,314s$ تتوفق مع القيمة التجريبية .

2 ـ باستعمال معادلة الأبعاد ، بين أن وحدة الدور الخاص هي الثانية.

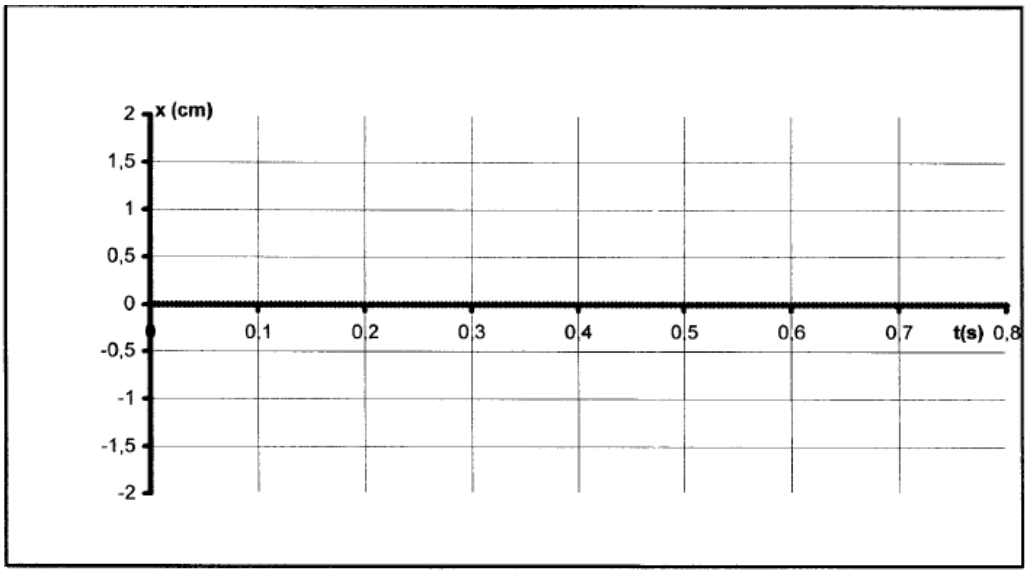
نعلم أن $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ بدون وحدة و وحدة الكتلة هي kg و وحدة صلابة النابض N/m

وأن النيوتن هو $kg.m/s^2$

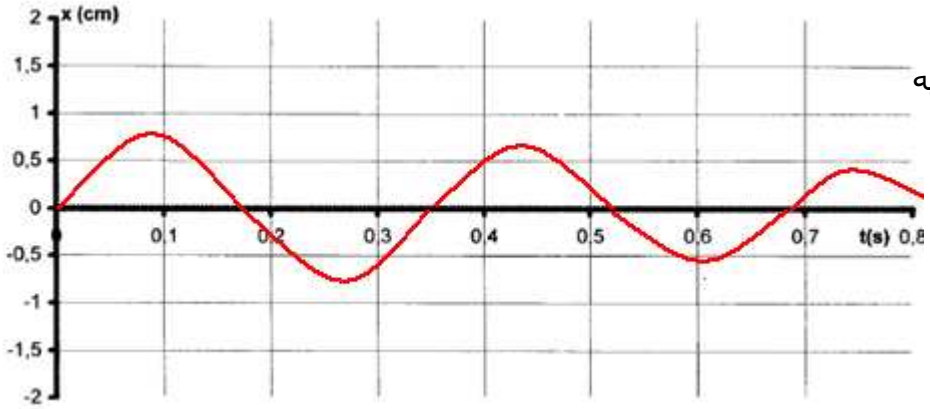
تكتب معادلة الأبعاد للدور الخاص T_0 على الشكل التالي :

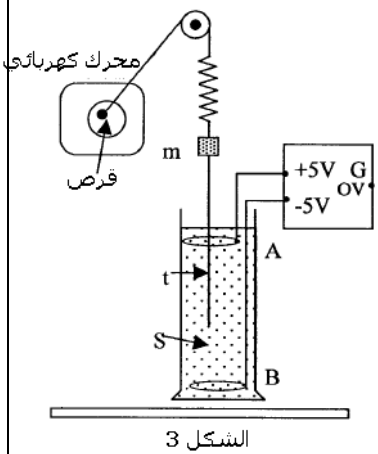
$$[T_0]=\left(\frac{[M].[L].[T]^2}{[M].[L]}\right)^{1/2}=[T]$$ أي أن وحدة الدور الخاص هي الثانية (s) .

3 ـ نعوض المحلول (S) بمحلول آخر لزوجته أكبر . خط شكل المنحنى المحصل علية في هذه الحالة .



شكل المنحنى المحصل عليه :





الشكل 3

III ـ دراسة ذبذبات قسرية

ننجز التركيب التجريبي التالي الشكل 3 ، حيث بواسطة خيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة يمر من مجرى بكرة مثبتة ، نربط طرف النابض بمحرك كهربائي يحدث لقرص حركة دوران منتظم حول محور ثابت . عند تشغيل المحرك يحدث الجهاز { المحرك ، القرص ، الخيط } للنواس المرن حركة تذبذبية ترددها يتناسب اطرادا مع سرعة دوران القرص . ننجز عدة تسجيلات لمختلف سرعات دوران القرص المرتبط بالمحرك حيث تردده f بالهرتز .

ونسجل تغيرات وسع كل تسجيل بدلالة التردد f فنحصل على الجدول التالي :

$f\,(Hz)$	1,5	2	2,5	2,8	3,1	3,2	3,3	3,6	4	4,5
$x_{\max}\,(cm)$	0,4	0,6	1	1,5	2,1	2,3	2	1,5	1	0,7

1 ـ حدد من خلال هذه التجربة المجموعة التي تلعب دور المثير

والمجموعة التي تلعب دور الرنان .

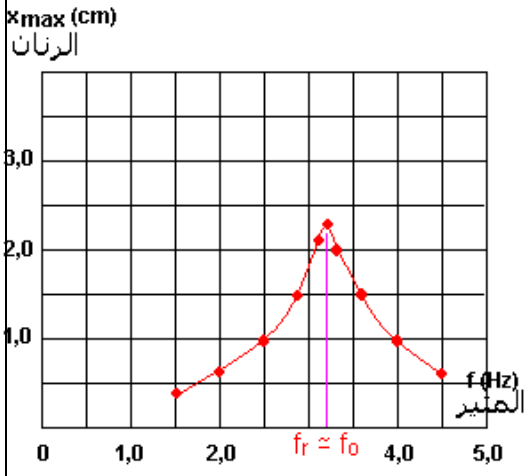
تنجز مجموعة ميكانيكية ذبذبات قسرية عندما يفرض مثير دوره على هذه المجموعة التي تسمى بالرنان

2 ـ مثل على ورق مليمتري $x_m = g(f)$ باستعمال السلم : $1cm \leftrightarrow 0,5Hz$ و $1cm \leftrightarrow 0,5cm$

3 ـ ما اسم الظاهرة المحصلة عند $f = 3,2Hz$ ؟ استنتج في هذه الحالة دور الذبذبات .

4 ـ قارن هذا الدور مع دور الذبذبات الحرة غير المخمدة .

5 ـ ما التغيرات الملاحظة عند استعمال محلول (S) ذي لزوجة أكبر ؟



عندما نستعمل محلول لزوجته أكبر ستزداد الاحتكاكات وبالتالي سيتناقص وسع الذبذبات وكذلك دورها عند الرنين .

تأثير الخمود على الرنين :

في حالة الخمود الضعيف للرنان ، يأخذ وسع الذبذبات القسرية عند الرنين قيمة كبيرة ، نقول أن الرنين حادا .

في حالة الخمود القوي للرنان ، يأخذ وسع الذبذبات القسرية عند الرنين قيمة صغير ، نقول إن الرنين ضبابي

IV ـ المجموعة معاليق السيارة

تتكون المجموعة معاليق السيارة من نوابض ومخمدات . تكون السيارة المجموعة المتذبذبة ترددها الخاص f_0 .

تحدث الرياح على رمال الصحراء ممرات متموجة تسمى بالمطالة المتموجة فهي تحتوي على حدبات متتالية ومنتظمة تفصل بينها مسافة L (بعض العشرات من السنتيمترات) بالنسبة لسرعة v_R ، تخضع السيارة لذبذبات ذات وسع قوي والتي يجب تجنبها حتى لا يتم إتلاف السيارة .

1 ـ فسر هذه الظاهرة موضحا دور الممرات المتموجة .

ننمذج معاليق السيارة بمتذبذب ميكانيكي تردد الخاص f_0 له دور الرنان ، عند مرورها من تموجات أو حدبات مم

المثير في حالة هذا التردد يساوي تردد الرنان f_0 ستكون عندنا ظاهرة الرنين وبالتالي ستتلف السيارة

2 ـ عبر عن السرعة v_R بدلالة f_0 و L .

المدة الزمنية المستغرقة خلال مرور السيارة من حدبتين هي $\Delta t = \dfrac{L}{v_R}$ وهي تمثل دور المثير أي أن

تردده هو : $f_e = \dfrac{1}{T_e} = \dfrac{v_R}{L}$ بما أنه عند الرنين $f_e = f_0$ فإن $v_R = L.f_0$.

تطبيق عددي : $v_R = 14,4km/h$

المجموعة الميكانيكية المتذبذبة ومظاهر الطاقة
تمارين

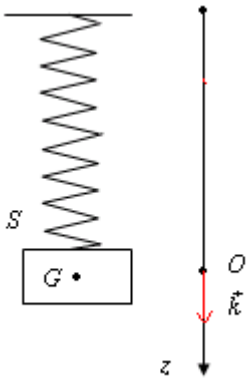
تمرين 1

نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g=10m/s^2$

نعتبر نواسا مرنا رأسيا مكونا من :

ـ نابض لفاته غير متصلة وكتلته مهملة وصلابته K=40N/m مثبت بحامل .

ـ جسم صلب S كتلته m=100g ومركزه G مثبت بالطرف الحر للنابض



1 ـ أوجد إطالة النابض $\Delta\ell$ عند التوازن بدلالة g,K,m واحسب $\Delta\ell$

2 ـ نزيح الجسم S رأسيا نحو الأسفل ، عن موضع توازنه المنطبق مع المعلم الفضاء Oz ،

بمسافة $Z_m=4cm$ ونحرره بدون سرعة بدئية عند لحظة نختارها كأصل للتواريخ .

2 ـ 1 أوجد باعتمادك على الدراسة التحريكية المعادلة التفاضلية المميزة للحركة واستنتج طبيعتها .

2 ـ 2 أكتب المعادلة الزمنية للحركة z=f(t) .

2 ـ 3 بين أن سرعة الجسم S لحظة مروره أول مرة من موضع توازنه تكتب

$$V_1 = -Z_m\sqrt{\frac{K}{m}}$$

أحسب V_1 .

3 ـ ينفصل الجسم عن النابض لحظة مروره من موضع توازنه في منحى $\vec{k}$. أوجد تعبير المعادلة الزمنية z=f(t) لحركة S في المعلم Oz . نختار لحظة انفصال S عن النابض كأصل للتواريخ .

تمرين 2

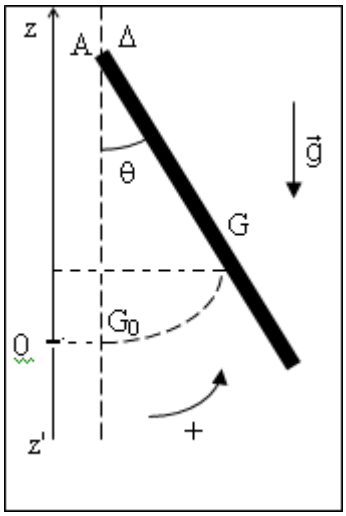
نعتبر مجموعة (S) مكونة من كرة متجانسة شعاعها R وكتلتها $m=100g$ ومن ساق متجانسة لها نفس المتلة وطولها $\ell=10R$ طرفها الأسفل ملحم بالكرة عند النقطة A . المجموعة (S) قابلة للدوران حول محور (Δ) أفقي وثابت . عزم قصور المجموعة (S) بالنسبة للمحور (Δ) هو $J_\Delta=10^{-2}kg.m^2$.

نزيح المجموعة عن موضع توازنها المستقر بزاوية $\theta_m=10°$ ، ثم نحررها بدون سرعة بدئية في اللحظة $t=0$. نعتبر الاحتكاكات مهملة .

1 ـ اوجد المعادلة التفاضلية لحركة المجموعة (S) .

2 ـ حدد طبيعة الحركة ودورها الخاص واكتب المعادلة الزمنية لحركتها .

نعطي : R=2.5cm, $g=9.8m/s^2$



3 ـ أعط بدلالة الزمن ، تعبير الطاقة الحركية للمجموعة (S) وحدد قيمتها القصوية.

4 ـ أستنتج بدلالة الزمن ، تعبير طاقة الوضع الثقالية للمجموعة (S).

تمرين 3

نعتبر ساقا متجانسة AB كتلتها M=0,25Kg وطولها L=0,6m ومركز قصورها G ، بإمكانها الدوران في مجال الثقالة حول محور Δ أفقي ثابت يمر من طرفها A . نعلم موضع مركز قصور الساق في كل لحظة بالأفصول الزاوي θ (t) .

ونعطي عزم قصور الساق بالنسبة للمحور Δ

$$J_\Delta = \frac{1}{3}ML^2$$ و $g= 10m/s^2$

نهمل جميع الاحتكاكات خلال هذه الدراسة.

I ـ الدراسة التحريكية.

نزيح الساق عن موضع توازنها بزاوية θ_m في المنحى الموجب ثم نحررها بدون سرعة بدئية عند اللحظة t=0

1 ـ أوجد تعبير المعادلة التفاضلية لحركة الساق. ما هي طبيعة الحركة ؟

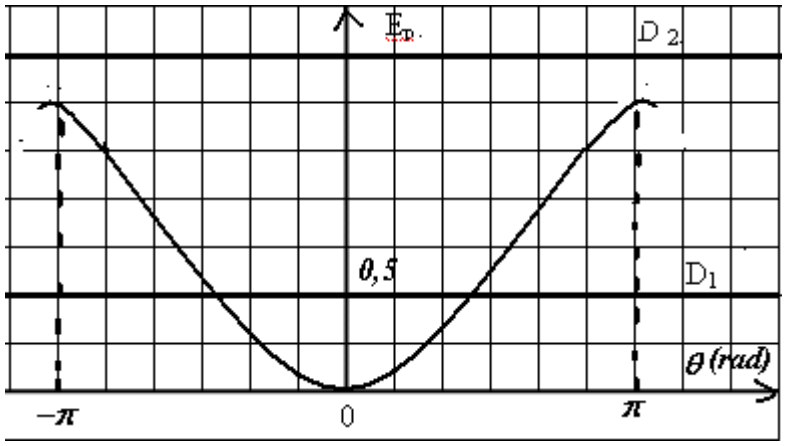
2 ـ أوجد حل للمعادلة التفاضلية في حالة التذبذبات ذات وسع صغير $\theta_m = \frac{\pi}{30} rad$

3 ـ أحسب قيمة الدور T_0.

II ـ الدراسة الطاقية

يمثل الشكل جانبه تغيرات طاقة الوضع الثقالية للمجموعة بدلالة الزاوية θ . نعتبر المستوى الأفقي المار من G_0 مرجعا لطاقة الوضع الثقالية .

1 ـ بين أن طاقة الوضع للساق يمكن أن نعبر عنها بالعلاقة التالية : $E_p = MgL\frac{(1-\cos\theta)}{2}$



خلال حركة الساق حول المحور Δ يمكن إعطاء قيمتين للطاقة الميكانيكية والمتمثلتين في الشكل بالمستقيمين D_1 وD_2.

الحالة الأولى: يمثل D_1 الطاقة الميكانيكية للمجموعة.

أ ـ عين السرعة الزاوية للساق أثناء مرورها بموضع التوازن في المنحى الموجب.

ب ـ عين من خلال المنحنى موضع أو مواضع الساق التي تكون فيها قيمة الطاقة الحركية $E_C = 0,25J$

الحالة الثانية : يمثل D_2 الطاقة الميكانيكية الجديدة للمجموعة . ما هو شكل مسار مركز القصور G للساق ؟ علل الجواب .

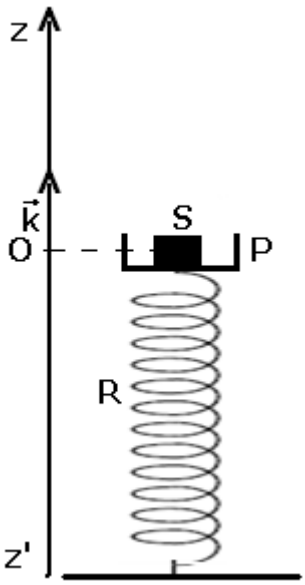
أحسب القيمة الدنوية للسرعة الزاوية $\dot{\theta}_1$ للساق وقيمتها القصوية $\dot{\theta}_2$ حينما تدور في المنحى الموجب

تمرين 4

نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g = 10m/s^2$.

يمثل الشكل جانبه جسم (S) نعتبره كنقطة مادية كتلته $m_1 = 100g$ موضوع على كفة P ذات سمك صغير جدا وكتلتها $m_2 = 200g$. نثبت عند مركزها O طرف نابض R ذي لفات غير متصلة وكتلة مهملة ، صلابته $k = 300N/m$ يوجد في وضع رأسي الطرف الأخر مثبت على مستوى أفقي ثابت .

توجد المجموعة في حالة توازن حيث ينتمي مركز قصورها G إلى نفس الخط الأفقي المار من O أصل معلم ثابت $(O,\vec{k})$.



1 ـ أوجد الانضغاط $|\Delta\ell|$ للنابض بدلالة m_1 و m_2 و g و k . أحسب $|\Delta\ell|$.

2 ـ عند اللحظة $t=0$ نقوم بضغط المجموعة $\{S,P\}$ نحو الأسفل ب $0,2m$ وذلك بإعطائها سرعة بدئية $\vec{v}_0$ موجهة نحو الأسفل وقيمته $v_0=1,2m/s$ ، فنحصل على حركة تذبذبية رأسية .

2 ـ 1 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على المجموعة $\{S,P\}$ ، اوجد المعادلة التفاضلية لحركة G .

2 ـ 2 تقبل المعادلة التفاضلية حلا لها $z(t)=z_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ ، استنتج الدور الخاص للحركة وحدد z_m و φ .

3 ـ الدراسة الطاقية

نختار أصل المعلم كمرجع لطاقة الوضع الثقالية $(E_{pp}=0)$ وطاقة الوضع المرنة $(E_{pe}=0)$.

3 ـ 1 أوجد تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة واستنتج المعادلة التفاضلية لحركة المتذبذب .

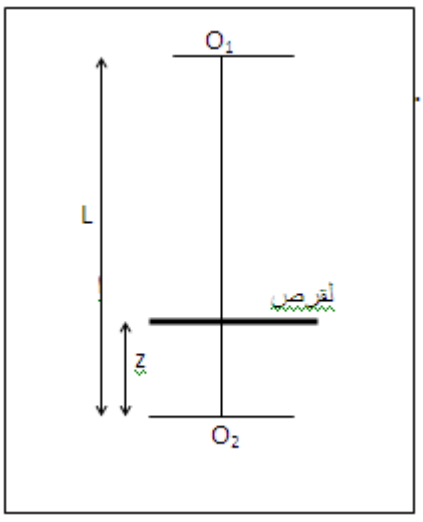
3 ـ 2 أحسب السرعة v عند مرور المجموعة $\{S,P\}$ من النقطة O لأول مرة .

3 ـ 3 بين أن المجموعة ممكن أن تذبذب بوسع z_i أكبر من z دون أن يغادر الجسم (S) الكفة (P) طالما أن قيمة z_i لم تتجاوز قيمة قصوية z_{max} . أحسب z_{max} . ما هو استنتاجك ؟

4 ـ تجريبيا عندما تمر المجموعة من النقطة O مباشرة ينفصل الجسم (S)عن الكفة .

نقبل أن $z<0$ الجسم (S) يبقى ملتصقا بالكفة و $z>0$ الجسم (S) ينفصل عن الكفة و $z=0$ الجسم (S) و الكفة (P) لهما نفس السرعة v .

نضع z_{max} الارتفاع القصوي الذي يمكن أن يصل إليه الجسم (S) و Z_{max} الارتفاع القصوي الذي يمكن أن تصل غليه الكفة والنابض . أوجد تعبيري z_{max} و Z_{max} .



<u>تمرين 5</u>

ننجز نواس لي بتعليق قرص عزم قصوره بالنسبة للمحور Δ $J_\Delta=5.10^{-5}kg.m^2$ بطرف سلك فلزي رأسي طوله $L=0,50m$. الطرف الآخر للسلك مثبت في النقطة O_1 بحيث يكون محوري دوران السلك والقرص منطبقين . يوجد القرص في مستوى أفقي .

1 ـ أوجد طبيعة حركة القرص وأعط تعبير دوره الخاص T_0 .

2 ـ احسب ثابتة لي السلك إذا كان $T_0=0,92s$.

3 ـ نثبت الآن طرفي السلك الذي يبقى رأسيا في النقطتين O_1 وO_2.
يوجد مركز قصور القرص على المسافة z من الطرف السفلي O_2 للسلك نهمل سمك القرص بالنسبة ل z .

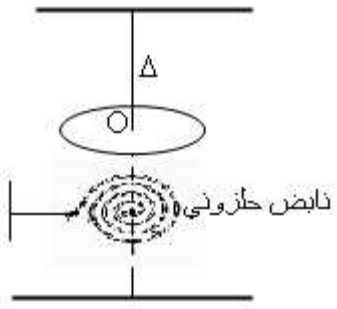
أ ـ أوجد طبيعة حركة النواس الجديد وأعط تعبير دوره T_0' بدلالة T_0 و L و z علما أن ثابتة لي السلك تتناسب عكسيا مع طوله .

ب ـ أحسب T_0' نعطي $\left(z=\frac{L}{3}\right)$

ج ـ بين أن الدور T_0' يبلغ قيمة قصوية T'_{max} عندما تأخذ z قيمة معينة z_m احسب z_m واستنتج T'_{max} .

تمرين 6

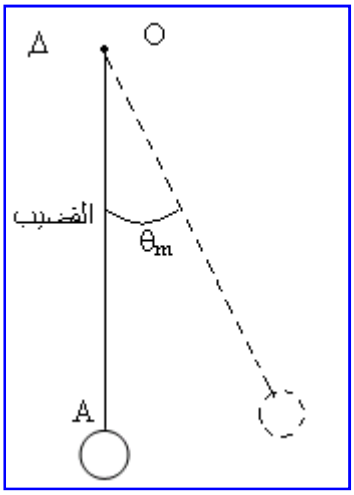
النابض الحلزوني لساعة مماثل لسلك ثابتة ليه $C=4.10^{-5}N.m.rad^{-1}$.
يدير هذا النابض رقاصا له شكل عجلة ، عزم قصورها بالنسبة لمحورها الثابت هو $J_\Delta =4.10^{-6}kg.m$
نبعد الرقاص عن موضع توازنه حيث يكون النابض مرتخيا بإدارته بزاوية $\alpha=30°$ ونطلقه بدون سرعة بدئية .



1 ــ عين السرعة الزاوية القصوية للرقاص .
2 ــ أحسب الطاقة الحركية وطاقة الوضع للنواس عندما تأخذ الاستطالة الزاوية θ القيمة $\frac{\theta_m}{2}$

تمرين 7

نثبت في أحد قضيب طوله l=40cm جسما صلبا (A) كتلته m=10g بحيث يمكن اعتباره نقطة مادية.
يمكن للقضيب أن يدور في مستوى رأسي بدون احتكاك، حول محور Δ أفقي وثابت يمر من النقطة O .
نهمل كتلة القضيب بالنسبة لكتلة الجسم (A) فنحصل على نواس عزم قصوره بالنسبة للمحور Δ هو $J_\Delta = m\ell^2$



1 ــ نزيح القضيب عن موضع توازنه الرأسي بزاوية θ_m ثم نطلقه بدون سرعة بدئية .
أ ـ بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك , برهن على أن حركة الجسم (A) دائرية جيبية في حالة التذبذبات ذات الوسع الضعيف .
ب ـ أعط تعبير الدور T لهذا النواس . واحسب قيمة T .
2 ــ نعتبر المجموعة {الجسم (A) ـ القضيب، الأرض}.
أ ـ برهن على أن الطاقة الحركية للمجموعة تساوي الطاقة الحركية للجسم (A).
ب ـ أعط تعبير هذه الطاقة بدلالة m, l والسرعة الزاوية $\dot{\theta}$ للقضيب .
ج ـ أوجد تعبر طاقة الوضع الثقالية للمجموعة بدلالة m وا وθ وg .
θ : زاوية انحراف القضيب مع وضعه الرأسي.
نختار كمرجع لطاقة الوضع المستوى الأفقي المار من (A) في حالة توازن القضيب.
د ـ عين تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة بدلالة m وا وg و θ_m .
3 ــ نعتبر من جديد القضيب في وضعه الرأسي (التوازن المستقر), نعطي للجسم (A) سرعة بدئية أفقية $\vec{V}_A$ منظمها 2m/s.
أ ـ بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد الزاوية القصوية لانحراف القضيب بالنسبة لوضعه الرأسي.
ـ ما السرعة الدنوية التي يجب اعطاؤها للجسم (A) لكي يصل القضيب إلى وضع توازنه غير المستقر .
ـ صف حركة المتذبذب إذا فاقت السرعة V_A قيمة هذه السرعة الدنوية . نعطي : $g=10m/s^2$

المجموعات الميكانيكية المتذبذبة ومظاهر الطاقة
تصحيح التمارين

تمرين 1

1 ـ 1 تحديد $\Delta\ell$ عند التوازن $\vec{P}+\vec{F}=\vec{0}$ الإسقاط على Oz $mg-K\Delta\ell=0$

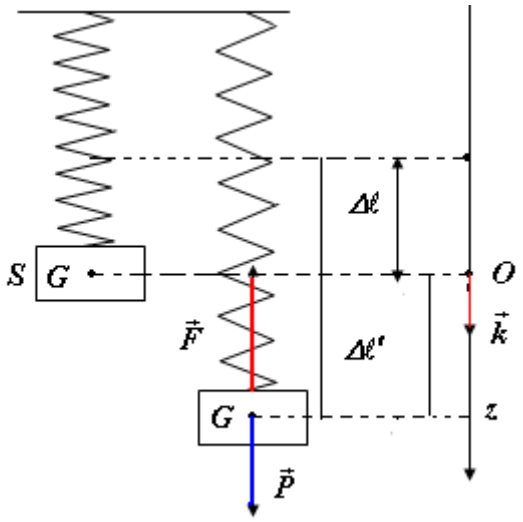
إذن $\Delta\ell=\frac{mg}{K}$ تطبيق عددي $\Delta\ell=2,5cm$

2 ـ1 تحديد المعادلة التفاضلية

نختار معلم Oz كمعلم غاليلي ونطبق العلاقة الأساسية للديناميك $\vec{P}+\vec{F}'=m\vec{a}$ إسقاط العلاقة على Oz

$mg-K\Delta\ell'=m\ddot{z}$ بحيث أن $\Delta\ell'$ إطالة النابض عند اللحظة t $\Delta\ell'=\Delta\ell+z$

عند التوازن $mg-K\Delta\ell=0$ إذن $-Kz=m\ddot{z}$ أي



أن المعادلة التفاضلية للحركة هي $\ddot{z}+\frac{K}{m}z=0$

نضع $\omega_0^{\,2}=\frac{K}{m}$ وتصبح المعادلة $\ddot{z}+\omega_0^{\,2}z=0$

إذن فالحركة مستقيمية جيبية نبضها الخاص هو :

$$\omega_0=\sqrt{\frac{K}{m}}$$

2 ـ 2 المعادلة الزمنية للحركة

$z=Z_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$ بحيث أن

$Z_m=4.10^{-2}m$ و $\omega_0=20rad/s$ و عند اللحظة t=0 عندنا $z=Z_m$ أي أن $\cos\varphi=1\Rightarrow\varphi=0$

المعادلة الزمنية تكتب على الشكل التالي

$$z=4.10^{-2}\cos(20t)$$

2 ـ 3 نبين أن $V_1=-Z_m\sqrt{\frac{K}{m}}$

نحدد السرعة في اللحظة t وذلك باشتقاق z(t) $v=-Z_m\omega_0\sin(\omega_0 t+\varphi)$

عند مرور الجسم من موضع توازنه تكون القيمة المطلقة لسرعته قصوية $V_1=\pm Z_m\omega_0$ وبما أنه يمر لأول مرة فسيكون منحى السرعة عكس المتجهة $\vec{k}$ أي أن $\vec{V}_1=-Z_m\sqrt{\frac{K}{m}}\vec{k}$ أي أن $V_1=-Z_m\sqrt{\frac{K}{m}}$

تطبيق عددي $V_1=0,8m/s$

3

الهواء

تسارع الجسم هو a=g ونأخذ $z_0=0$ والسرعة البدئية $V_0=-V_1$

$$z=5t^2+0,8t$$

تمرين 2

1 ـ المعادلة التفاضلية لحركة المجموعة (S)

المجموعة (S) قابلة للدوران حول المحور Δ

نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على المجموعة (S) في معلم أرضي نعتبره غاليليا .

جرد القوى المطبقة على المجموعة (S) :

$\vec{P}$ و $\vec{R}$ تأثير المحور على الجسم (S) .

$$\mathcal{M}_{\Delta}\left(\vec{P}\right)+\mathcal{M}_{\Delta}\left(\vec{R}\right)=J_{\Delta}.\ddot{\theta}$$

$$\mathcal{M}_{\Delta}\left(\vec{R}\right)=0\Rightarrow\mathcal{M}_{\Delta}\left(\vec{P}\right)=J_{\Delta}.\ddot{\theta}$$

من خلال الشكل يتبين أن

$$\mathcal{M}_{\Delta}\left(\vec{P}\right)=-2mg.OH$$

$$OH=OG\sin\theta$$

لنحدد OG بتطبيق العلاقة المرجحية على المجموعة (S) :

$\overrightarrow{OG}=\dfrac{m\overrightarrow{OG_1}+m\overrightarrow{OG_2}}{2m}$ بحيث أن G_1 مركز قصور الساق و G_2 مركز قصور الكرة ز

ونختار O متطابقة مع المحور Δ . أي أن $\overrightarrow{OG_1}=5R\vec{i}$ و $\overrightarrow{OG_2}=11R\vec{i}$

$\overrightarrow{OG}=\dfrac{16R}{2}\vec{i}=8R\vec{i}$ وبالتالي فإن $OG=8R$

$$\mathcal{M}_{\Delta}\left(\vec{P}\right)=-2mg.OG\sin\theta\Rightarrow\mathcal{M}_{\Delta}\left(\vec{P}\right)=-16mgR\sin\theta$$

وبالتالي : $16mgR\sin\theta+J_{\Delta}\ddot{\theta}=0\Rightarrow\ddot{\theta}+\dfrac{16mgR}{J_{\Delta}}\sin\theta=0$

بما أن $\theta_m=10°$ فإن $\sin\theta\approx\theta$ أي أن $\ddot{\theta}+\dfrac{16mgR}{J_{\Delta}}\theta=0$

طبيعة حركة المجموعة دورانية جيبية بحيث المعادلة التفاضلية تقبل حلا لها المعادلة ذات الشكل التالي $\theta(t)=\theta_m\cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$.

دورها الخاص يكتب على الشكل التالي : $T_0=2\pi\sqrt{\dfrac{J_{\Delta}}{16mgR}}=1s$

2 ـ المعادلة الزمنية لحركة المجموعة (S) هي :

$\theta(t)=\theta_m\cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ بحيث أن $\theta_m=10°=\dfrac{\pi}{18}rad$

عند اللحظة $t=0$ لدينا $\theta(0)=\theta_m=\theta_m\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=1\Rightarrow\varphi=0$

$$\theta(t)=\frac{\pi}{18}\cos(2\pi t)$$

5 ـ الطاقة الحركية للمجموعة بدلالة الزمن t

$$E_C=\frac{1}{2}J_{\Delta}\dot{\theta}^2\Rightarrow E_C=\frac{1}{2}J_{\Delta}\omega_0{}^2\theta_m{}^2\sin^2(2\pi)$$

تكون الطاقة E_C قصوية

$$-1 \le \sin(2\pi t) \le 1 \Rightarrow \sin^2(2\pi t) \le 1$$

$$\frac{1}{2} J_\Delta \omega_0^2 \theta_m^2 \sin^2(2\pi t) \le \frac{1}{2} J_\Delta \omega_0^2 \theta_m^2$$

$$E_C \le \frac{1}{2} J_\Delta \omega_0^2 \theta_m^2$$

إذن القيمة القصوية للطاقة الحركية هي : $E_C = \frac{1}{2} J_\Delta \omega_0^2 \theta_m^2$

تطبيق عددي : $E_{Cmax}=6.10^{-3}J$

6 ـ نستنتج تعبير طاقة الوضع التقالية للمجموعة S :

بما أن الاحتكاكات مهملة نطبق انحفاظ الطاقة الميكانيكية بين موضعين وهما الموضع التوازن الذي تمر منه المجموعة وتكون هنا السرعة قصوية أي أن الطاقة الميكانيكية قصوية $E_{C\max} = \frac{1}{2} J_\Delta \omega_0^2 \theta_m^2$ ونعتبر أن طاقة الوضع منعدمة أي أن $E_m = \frac{1}{2} J_\Delta \omega_0^2 \theta_m^2$. و موضع ثاني في اللحظة t أي أن الطاقة الميكانيكية هي $E_m = \frac{1}{2} J_\Delta \omega_0^2 \theta_m^2 \sin^2(\omega_0 t) + E_p$

انحفاظ الطاقة الميكانيكية $\frac{1}{2} J_\Delta \omega_0^2 \theta_m^2 \sin^2(\omega_0 t) + E_p = \frac{1}{2} J_\Delta \omega_0^2 \theta_m^2$

$$E_p = \frac{1}{2} J_\Delta \omega_0^2 \theta_m^2 \left(1 - \sin^2(\omega_0 t)\right)$$

$$E_p = E_{C\max} \cos^2(2\pi t)$$

تمرين 3

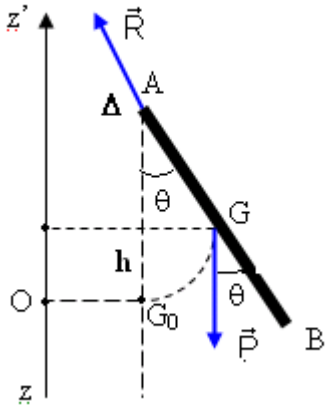
I ـ الدراسة التحريكية

1 ـ المعادلة التفاضلية

القوى المطبقة على الساق $\vec{P}$ و $\vec{R}$

نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على الساق :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta \ddot{\theta}$$



$$-Mg\frac{L}{2}\sin\theta = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{MgL}{2J_\Delta}\sin\theta = 0$$

حسب شكل المعادلة التفاضلية فهي ليست خطية إذن فحركة الساق حركة تذبذبية

2 ـ المعادلة التفاضلية في حالة تذبذبات ذات وسع صغير حسب قانون التواقت (لا يتعلق دور حركة النواس بوسع الذبذبات في حالة الذبذبات ذات وسع صغير)

في حالة تذبذبات ذات وسع صغير $\theta_m = \frac{\pi}{10} rad$ نعتبر أن $\sin\theta \approx \theta$

وتصبح المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

بما أن $\ddot{\theta} + \frac{MgL}{2J_\Delta}\theta = 0$ إذن فالمعادلة التفاضلية هي $J_\Delta = \frac{1}{3}ML^2$ $\ddot{\theta} + \frac{3g}{2L}\theta = 0$

3 ـ حساب قيمة الدور :

حسب المعادلة التفاضلية في حالة التذبذبات ذات وسع صغير فإن حركة النواس حركة تذبذبية جيبية دورها الخاص $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$ تطبيق عددي : $T_0 = 1,26s$

II ـ الدراسة الطاقية

1 ـ نبين العلاقة

نعلم أن طاقة الوضع الثقالية هي : $E_p = Mgz + C$ حسب الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية وحسب الشكل جانبه

$E_p = 0$ بالنسبة $z = 0$ إذن $C = 0$ وطاقة الوضع تكتب على الشكل التالي $E_p = Mgz$ بحيث أن

$$z = \frac{L}{2}(1-\cos\theta)$$

ومنه $E_p = \frac{MgL(1-\cos\theta)}{2}$

2 ـ أ

الحالة الأولى : عند مرور الساق من موضع توازنها . فحسب الشكل $\boldsymbol{\theta = 0}$ و $\boldsymbol{E_m = E_C = 0,5J}$ و $\boldsymbol{E_p = 0}$

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_m^{\,2} = 0,5 \Rightarrow \dot{\theta}_m = \sqrt{\frac{2\times 0,5}{J_\Delta}} = 5,77\,rad/s}$$

ب ـ موضع الساق عندما تكون $\boldsymbol{E_C = 0,25J}$ أي أن

$E_m = E_p + E_C \Rightarrow E_P = E_m - E_C = 0,5 - 0,25 = 0,25J$ فحسب الشكل $\boldsymbol{\theta = \pm\frac{\pi}{3}rad}$

الحالة الثانية :

عندما تكون $\boldsymbol{E_m > E_p \Rightarrow E_c \neq 0}$ مهما كانت t أي أن الساق ستدور حول المحور Δ .

- القيمة القصوية والقيمة الدنوية للسرعة الزاوية $\dot{\theta}$

تكون السرعة الزاوية قصوية عندما تكون الطاقة الحركية E_C قصوية ونرمز لها ب $E_{C\max}$ حيث تكون طاقة الوضع ذنوية وحسب المبيان أن طاقة الوضع الدنوية عندما تكون $\theta = 0$ أي $E_{p\min} = 0$ وفي هذه الحالة

$$E_m = E_{C\max} = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2_{\max} \Rightarrow \dot{\theta}_{\max} = \sqrt{\frac{2E_m}{J_\Delta}}$$

لدينا $J_\Delta = \frac{1}{3}ML^2 = 3.10^{-2}\,kg.m^2$ وأن E_m حسب الشكل هي : $E_m = 1,5J$

$$\dot{\theta}_{\max} = \sqrt{\frac{2E_m}{J_\Delta}} = 10,8rad/s$$

تكون السرعة الزاوية دنوية عندما تكون الطاقة الحركية دنوية $E_{C\min}$ وتكون طاقة الوضع قصوية وفي هذه الحالة

$$E_m = E_{c\min} + E_{p\max} \Rightarrow E_{C\min} = E_m - E_{p\max}$$

أي أن $\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2_{\min} = E_m - E_{p\max} \Rightarrow \dot{\theta}_{\min} = \sqrt{\frac{2\left(E_m - E_{p\max}\right)}{J_\Delta}}$

حسب المبيان لدينا :

$\dot{\theta}_{\min} = \sqrt{\frac{2\left(E_m - E_{p\max}\right)}{J_\Delta}} = 4,08 rad/s$: وبالتالي $E_{p\max} = 1,5J$ و $E_m = 1,75J$

تمرين 4

نعتبر أن النابض عندما يكون لا مطال ولا مكبوس وتوجد فوقه الكفة P أن طوله هو ℓ_0 عند وضع الجسم (S) فوق الكفة يصبح طول النابض ℓ_1 ويعتبر هذا الموضع موضع التوازن المستقر حيث نعتبره أصل المحور الرأسي $(O,\vec{k})$ موجه نحو الأعلى .

1 ـ عند التوازن القوى المطبقة على المجموعة

$\vec{F}$ و $\vec{P}$ نطبق شرط التوازن في المركز G

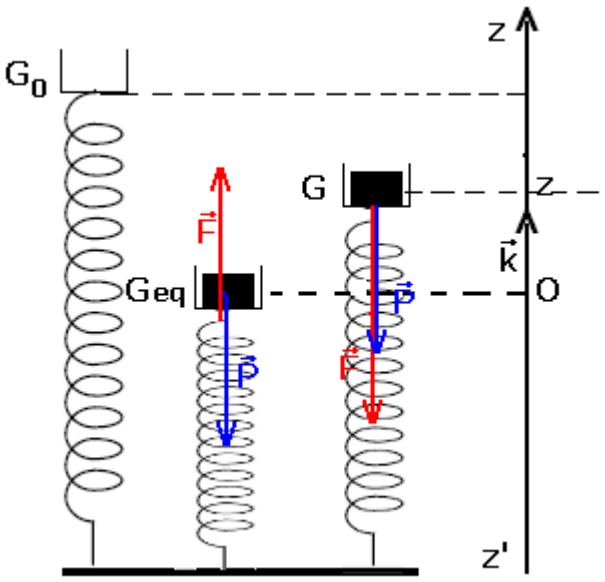
$\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$ ونسقط هذه العلاقة على المحور Oz

$\vec{P} - k\overrightarrow{G_0G_{eq}} = \vec{0}$

$-(m_1 + m_2)g + k\left|\Delta\ell\right| = 0$

$\left|\Delta\ell\right| = \frac{(m_1 + m_2)g}{K}$

$\left|\Delta\ell\right| = 1cm$



2 ـ1 المعادلة التفاضلية للحركة :

نطبق العلاقة الأساسية للديناميك على المجموعة

$\vec{F} + \vec{P} = (m_1 + m_2)\vec{a}$

$-k\overrightarrow{G_0G} + \vec{P} = (m_1 + m_2)\vec{a} \Rightarrow -k\left(\overrightarrow{G_0G_{eq}} + \overrightarrow{G_{eq}G}\right) + \vec{P} = (m_1 + m_2)\vec{a}$

$-k\overrightarrow{G_0G_{eq}} - k\overrightarrow{G_{eq}G} + \vec{P} = (m_1 + m_2)\vec{a}$

حسب السؤال السابق لدينا $\vec{P} - k\overrightarrow{G_0G_{eq}} = \vec{0}$

أي أن $-k\overrightarrow{G_{eq}G} = (m_1 + m_2)\vec{a}$

نسقط هذه العلاقة المتجهية على Oz : $-kz = (m_1 + m_2)\ddot{z}$

إذن المعادلة التفاضلية لحركة المجموعة هي : $\ddot{z} + \frac{k}{m_1 + m_2}z = 0$

نستنتج الدور الخاص للحركة : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{(m_1 + m_2)}{k}}$

حساب T_0 :

$T_0 = 0,2s$

2 ـ 2 المعادلة الزمنية لحركة المجموعة :

حركة G حركة تذبذبية فمعادلتها الزمنية والتي هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة هي :

تحديد الطور عند اللحظة t=0

$z(0) = Z_m \cos\varphi \Rightarrow 0,2 = Z_m \cos\varphi$

بالنسبة للسرعة عند اللحظة t=0

$$\dot{z}(t) = -Z_m \frac{2\pi}{T_0}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$t = 0 \Leftrightarrow \dot{z}(0) = -Z_m \frac{2\pi}{T_0}\sin\varphi$$

وحسب المعطيات أن $\dot{z}(0) < 0$ إذن $\dot{z}(0) = -1,2 = -Z_m \frac{2\pi}{T_0}\sin\varphi$

من المعادلتين نستنتج :

$$\begin{cases} 0,2 = Z_m \cos\varphi \\ 1,2 = Z_m 10\pi \sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{0,2}{Z_m} = \cos\varphi \\ \frac{1,2}{10\pi Z_m} = \sin\varphi \end{cases}$$

$\cos\varphi = \frac{0,200}{0,203} \Rightarrow \varphi = 10° = \frac{\pi}{18} rad$ و بالنسبة ل $Z_m = 0,203m$

$$z(t) = 0,2\cos(10\pi t + \frac{\pi}{18})$$

3 **ـ نختار أصل لمعلم كمرجع لطاقة الوضع الثقالية** :

نحن بصدد اختيار Oz موجه نحو الأعلى إذن $E_p(t) = (m_1 + m_2)gz(t) + C$ بما أنه الحالة المرجعية تم اختيارها في المستوى حيث $z = 0$ فإن $C = 0$

طاقة الوضع المرنة حسب التعريف $E_p = \frac{1}{2}ka^2 + Cte$ حيث a إطالة النابض

بحيث أن $a = |\Delta\ell| - z$ ونختار كحالة مرجعية z=0 إذن $0 = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 + Cte \Rightarrow Cte = -\frac{1}{2}k\Delta\ell^2$

عند نشر هذه العلاقة نحصل على $E_p(t) = \frac{1}{2}k(|\Delta\ell| - z)^2 - \frac{1}{2}k\Delta\ell^2$ $E_p(t) = \frac{1}{2}kz^2 - k|\Delta\ell|z$

إذن الطاقة الميكانيكية للمجموعة هي :

$$E_m(t) = E_p(t) + E_c(t)$$

$E_p(t)$ طاقة الوضع الكلية للمجموعة و $E_c(t)$ الطاقة الحركية للمجموعة .

$$E_m(t) = \frac{1}{2}kz^2 - k|\Delta\ell|z + (m_1 + m_2)gz + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\dot{z}^2$$

نعلم أنه عند التوازن $-(m_1 + m_2)g + k|\Delta\ell| = 0$

إذن $E_m(t) = \frac{1}{2}kz^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\dot{z}^2$

نستنتج المعادلة التفاضلية للحركة نعلم أن الحركة تتم بدون احتكاك إذن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية

$$\frac{dE_m(t)}{dt}=0 \Rightarrow (m_1+m_2)\ddot{z}+kz=0$$

$$\ddot{z}=-\frac{k}{(m_1+m_2)}z$$

$$\ddot{z}+\frac{k}{(m_1+m_2)}z=0$$

3 ـ 2 السرعة V التي ستمر بها المجموعة من النقطة O لأول مرة .

نطبق مبدا انحفاظ الطاقة الميكانيكية عند انتقال الجسم من الموضع ذي الأنسوب z_m =z و z=0

$$\frac{1}{2}kZ_m^{\,2}+0=\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2+0$$

يعني أن $V=\sqrt{\frac{kZ_m^{\,2}}{m_1+m_2}}$ تطبيق عددي V=1,2m/s

نبين أن المجموعة ممكن أن تتذبذب بوسع z_i>z دون أن يغادر الجسم الكفة :

نطبق القانون الثاني الثاني لنيوتن على الجسم S الموضوع على الكفة $\vec{P}+\vec{R}=(m_1+m_2)\vec{a}$

إسقاط العلاقة على Oz $-(m_1+m_2)g+R=(m_1+m_2)\ddot{z}$ حسب الدراسة السابقة

$$\ddot{z}=-\frac{k}{m_1+m_2}z$$

نعوض $\ddot{z}$ في العلاقة

$$-(m_1+m_2)g+R=-(m_1+m_2)\frac{k}{m_1+m_2}$$

$$R=(m_1+m_2)g-kz$$

لكي لايغادر الجسم الكفة يجب أن تكون $R>0$ هذا يعني أن $z_i<\frac{(m_1+m_2)g}{k}$

نضع $Z_m=\frac{(m_1+m_2)g}{k}$ لكي يبقى الجسم في حركة تذبذب حول O يجب $z_i<Z_m \Rightarrow z_i<1cm$

مما يبين أن دراستنا النظرية لايمكن أن توافق ما هو تجريبي وهذا ما سنتطرق إليه في الجزء الثاني

4 ـ تعبيري Z_{max} و z_{max}

نطبق انخفاض الطاقة الميكانيكية قبل الانفصال وبعد الانفصال .

بالنسبة للجسم : قبل الانفصال : $E_m=\frac{1}{2}m_1V^2+0$

بعد الانفصال : $E'_m=0+m_1gz_{max}$

$E_m=E'_m \Rightarrow z_{max}=\frac{V^2}{2g}$ تطبيق عددي z_{max}=7,2cm

بالنسبة للنابض والكفة

مباشرة قبل الإنفصال : $E_m=\frac{1}{2}m_2V^2+0+0$

بعد الانفصال $E'_m = \frac{1}{2}kZ_{max}^2 + m_2 g Z_{max}$

$E_m = E'_m \Rightarrow Z_{max}^2 + 2m_2 g Z_{max} - m_2 V^2 = 0$

معادلة من الدرجة الثانية $Z_m^2 + 4Z_m - 0,29 = 0$

نحتفظ بالحل الموجب $Z_{max} = 0,07m$

تمرين 5

1 ـ طبيعة حركة القرص :

نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على القرص له حركة دوران حول محور يجسده السلك

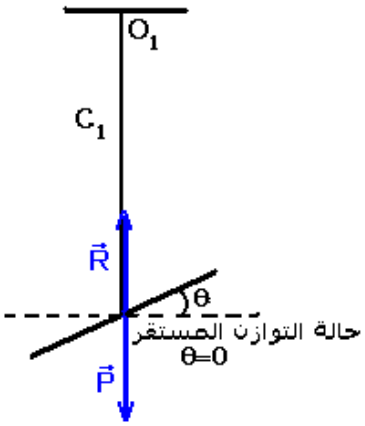
جرد القوى المطبقة على السلك :

$\vec{P}$ وزن القرص ، $\vec{R}$ تأثير السلك على القرص ، مزدوجة اللي المطبقة من طرف السلك .

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_C = J_\Delta \ddot{\theta}$ لدينا $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0$ و $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$ أي أن $\mathcal{M}_C = J_\Delta \ddot{\theta} \Rightarrow -C\theta = J_\Delta \ddot{\theta}$

وبالتالي نحصل على المعادلة التفاضلية التالية : $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}\theta = 0$ خطية حلها جيبي وبالتالي فطبيعة حركة القرص حركة دورانية جيبية .

دورها هو : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$



2 ـ حساب ثابتة اللي بالنسبة ل $T_0 = 0,92s$:

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{J_\Delta}{C} \Rightarrow C = \frac{4\pi^2 J_\Delta}{T_0^2} = 0,233.10^{-2}\, N.m.rad^{-1}$$

3 ـ طبيعة حركة النواس الجديد :

نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على النواس الجديد :

جرد القوى المطبقة على النواس الجديد :

$\vec{P}$ وزن القرص ، $\vec{R}$ تأثير السلك على القرص ، مزدوجة اللي المطبقة من طرف السلك (1) ومزدوجة اللي المطبقة من طرف السلك (2) .

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_{C1} + \mathcal{M}_{C_2} = J_\Delta \ddot{\theta}$ وبما أن $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0$ و

$\mathcal{M}_{C1} + \mathcal{M}_{C_2} = J_\Delta \ddot{\theta}$ فإن $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

بحيث أن $\mathcal{M}_{C1} = -C_1\theta$ و $\mathcal{M}_{C2} = -C_2.\theta$.

حسب المعطيات لدينا أن C_1 تتناسب عكسيا مع طول السلك ، أي أن $C_1 = \frac{K}{L-z}$ و $C_2 = \frac{K}{z}$ أي أن ثابتة اللي للسلك الذي طوله L كذلك تتناسب عكسيا مع الطول : $C = \frac{K}{L}$

$-C_1\theta - C_2\theta = J_\Delta \ddot{\theta} \Rightarrow -(C_1 + C_2)\theta = J_\Delta \ddot{\theta}$ نعوض C_1 و C_2 في المعادلة $-K\left(\frac{1}{L-z} + \frac{1}{z}\right)\theta = J_\Delta \ddot{\theta}$

لدينا كذلك : $K = C.L$ أي

$$-C.L\left(\frac{1}{L-z} + \frac{1}{z}\right)\theta = J_\Delta \ddot{\theta} \Rightarrow -\frac{L^2}{z(L-z)}C = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{L^2.C}{z(L-z).J_\Delta}\theta = 0$$

ب ـ تعبير الدور T'_0 :

$$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{z(L-z).J_\Delta}{L^2.C}} = \frac{T_0}{L}\sqrt{z(L-z)}$$

حساب T_0' في حالة $z = \frac{L}{3}$

$$T_0' = \frac{T_0}{L}\sqrt{\frac{L}{3}\left(\frac{2L}{3}\right)} = \frac{T_0}{3}\sqrt{2} = 0,43s$$

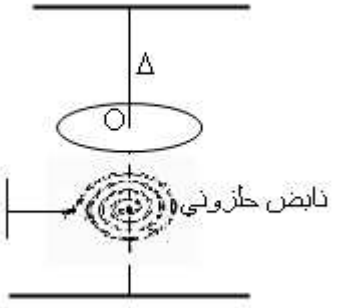
ج ـ لنبين أن T_0' تأخذ قيمة قصوية بالنسبة ل $z = z_{\max}$

نحسب المشتقة الأولى ل T_0' :

$\frac{dT_0'}{dt} = \frac{T_0(L-2z)}{2L\sqrt{z(L-z)}} = 0 \Rightarrow L-2z=0$ وبالتالي فإن T_0' تأخذ قيمة قصوية بالنسبة ل $z = \frac{L}{2}$

في هذه الحالة تكون $T_{0\max}' = \frac{T_0}{2} = 0,46s$

<u>تمرين6</u>



1 ـ السرعة الزاوية القصوية للرقاص :

طاقة الوضع للي بالنسبة للنابض الحلزوني $E_p = \frac{1}{2}C\theta^2 + Cte$ نختار كحالة مرجعية الحالة التي يكون فيها النابض غير مشوه ، عند موضع التوازن $\theta = 0$ يكون النابض غير مشوه $E_p = 0$ أي أن $Cte = 0$ و

$$E_p = \frac{1}{2}C\theta^2$$

نعلم أن الرقاص يأخذ سرعة قصوية عند مروره بموضع توازنه . كما أنه عند حركة النواس هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية أي : $E_m(0) = E_m(equilibre)$ بحيث أن $E_m(0) = E_p(0) + E_C(0)$ الطاقة الميكانيكية عند انطلاق الرقاص بدون سرعة بدئية $E_C(0) = 0$ و $E_p(0) = \frac{1}{2}C\theta_m^{\ 2}$ يعني أن

$$(1)\ E_m = \frac{1}{2}C\theta_m^{\ 2}$$

عند مروره من موضع توازنه $E_p = 0$ و $E_C = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2{}_{max}$ يعني أن $(2)\ E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_{max}^{\ 2}$

من العلاقتين (1) و(2) نستنتج $\frac{1}{2}C\theta_m^{\ 2} = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2{}_{max} \Rightarrow \dot{\theta}_{max} = \theta_m\sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$

تطبيق عددي : $\dot{\theta}_{max} = 1,66rad/s$

2 ـ حساب طاقة الوضع والطاقة الحركية للنواس

نطبق انحفاظ الطاقة الميكانيكية بين موضعين مثلا عند مروره من موضع التوازن وموضع في اللحظة

$$\frac{1}{2}J_{\Delta}\dot{\theta}_{max}^{\ 2} = \frac{1}{2}C\theta^2 + E_C(t) \Rightarrow E_C(t) = \frac{1}{2}C\theta_m^{\ 2} - \frac{C\theta_m^{\ 2}}{8}$$

$$E_C(t) = \frac{3C\theta_m^{\ 2}}{8}$$

حساب طاقة الوضع : $E_p = \frac{1}{2}C\theta^2 \Rightarrow E_p = \frac{C\theta_m^{\ 2}}{8}$

تطبيق عددي : $E_C = 0{,}042.10^{-4}\,J$ و $E_p = 0{,}014.10^{-4}\,J$

<u>تمرين 7</u>

1 ـ أ ـ نطبق العلاقة الأساسية على الجسم A : $\sum \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_i) = J_{\Delta}\ddot{\theta}$

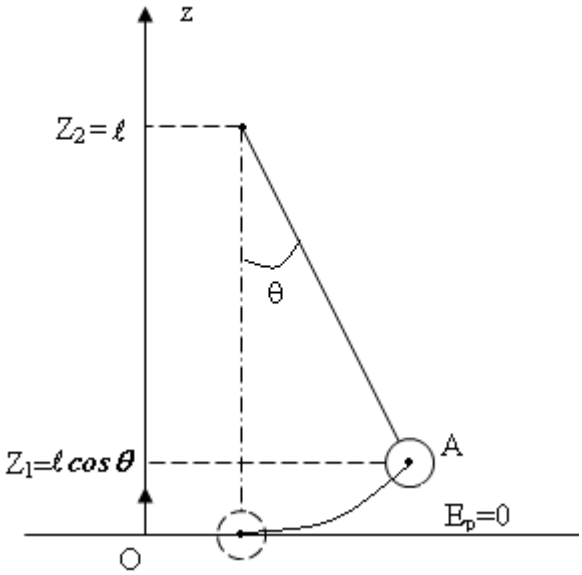
جرد القوى المطبقة على الجسم A :

$\vec{P}$ وزن الجسم A

$\vec{T}$ توتر القضيب

$\vec{R}$ تأثير المحور على القضيب .

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{T}) = J_{\Delta}\ddot{\theta}$ وبما أن خط تأثير القوة $\vec{T}$ والقوة $\vec{R}$ يتقاطعا مع المحور Δ فإن عزمهما منعدم . أي أن $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) = J_{\Delta}\ddot{\theta}$



إذن $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) = -mgd$ بحيث أن $d = l\sin\theta$

$$-mg\ell\sin\theta = J_{\Delta}\ddot{\theta}$$

ونستنتج المعادلة التفاضلية لحركة الجسم A

$$\ddot{\theta} + \frac{mg\ell}{J_{\Delta}}\sin\theta = 0$$ في حالة التذبذبات ذات الوسع صغير في هذه الحالة الدور الخاص لا يتعلق بوسع التذبذبات : $\sin\theta \approx \theta$

وتصبح المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$\ddot{\theta} + \frac{mg\ell}{m\ell^2}\theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\theta = 0$$

يتبين من المعادلة التفاضلية أن حركة A حركة دائرية جيبية .

ب ـ تعبير الدور T_0 لهذا النواس : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ حساب الدور T : $T_0 = 0,4\pi s = 1,26s$

2 ـ أ البرهان على أن الطاقة الحركية للمجموعة تساوي الطاقة الحركية للقضيب :

$$E_C = E_C(tige) + E_C(A) + E_C(terre)$$

$$E_C = \frac{1}{2}J'_{\Delta}\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_{\Delta}\dot{\theta}^2 + 0$$

نعلم أن كتلة القضيب مهملة بالنسبة لكتلة الجسم إذن فعزم قصوره منعدم في هذه الحالة لأن كتلة المجموعة مركزة في الجسم A إذن الطاقة الحركية للمجموعة : $E_C = E_C(A)$

ب ـ تعبير الطاقة الحركية للمجموعة : $E_C = \frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}^2 \Rightarrow E_C = \frac{1}{2} m\ell^2 \dot{\theta}^2$

ج ـ طاقة الوضع الثقالية للمجموعة :

حسب تعريف طاقة الوضع الثقالية : $E_p = mgz + cte$ نختار Oz موجه نحو الأعلى أي أن

$$z = 0 \Rightarrow E_p = 0 \Rightarrow cte = 0$$

$E_p = mg\ell(1 - \cos\theta)$ في حالة التذبذبات ذات الوسع صغير فإن $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$ وفي هذه الحالة تكون طاقة الوضع على الشكل التالي :

$$E_p = mg\ell\frac{\theta^2}{2}$$

د ـ الطاقة الميكانيكية للمجموعة :

$$E_m = E_c + E_p$$

بما أننا بصدد حركة تذبذبية جيبية فإن معادلتها الزمنية تكتب على الشكل التالي

$$\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \phi\right)$$

$$\dot{\theta} = -\frac{2\pi}{T_0}\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \phi\right)$$

نعوض في المعادلة للطاقة الميكانيكية :

$$E_m = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}mgl\theta^2$$

$$= \frac{1}{2}ml^2\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\theta_m{}^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \phi\right) + \frac{1}{2}mgl\theta_m{}^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \phi\right)$$

حسب المعادلة التفاضلية عندنا $\omega_0{}^2 = \frac{g}{l}$

$$E_m = \frac{1}{2}ml^2\frac{g}{l}\theta_m{}^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \phi\right) + \frac{1}{2}mgl\theta_m{}^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \phi\right)$$

$$= \frac{1}{2}ml\theta_m{}^2\left(\sin^2(\frac{2\pi}{T_0}t + \phi) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \phi\right)\right)$$

$$E_m = \frac{1}{2}ml\theta_m{}^2$$

نستنتج أن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية نظرا لأن $E_m = Cte$

3 ـ 1 ـ نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين الوضع المستقر والوضع التي تكون فيه الزاوية قصوية α_m

$$-\frac{1}{2}mv_A^{\,2} = -mgl(1-\cos\alpha_m)$$

$$mv_A^{\,2} = 2mgl - 2mgl\cos\alpha_m$$

$$\cos\alpha_m = 1 - \frac{v_A^{\,2}}{2gl}$$

تطبيق عددي نجد $\alpha_m = \frac{\pi}{3}$

أ ـ السرعة الدنوية التي يجب إعطاؤها للجسم A لكي يصل القضيب إلى وضع توازنه غير المستقر :

وضع التوازن غير المستقر : $\alpha_m = \pi$ أي أن $\cos\alpha_m = -1$ يعني أن $v'_A = 2\sqrt{gl}$

تطبيق عددي $v'_A = 4m/s$

ب ـ حركة القضيب ستكون في هذه الحالة حركة دورا نية حول المحور Δ أي مسار الكرة مسار دائري مركزه النقطة التي يمر منها المحور Δ .

المظاهر الطاقية

I ـ شغل قوة

1 ـ شغل قوة ثابتة (تذكير)

نعبر عن شغل قوة ثابتة $\vec{F}$ عند انتقال نقطة تأثيرها من A إلى نقطة B بالعلاقة التالية :

$$W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)=\vec{F}.\overrightarrow{AB}=F.AB.\cos\alpha$$

بحيث أن α الزاوية بين $\vec{F}$ و $\overrightarrow{AB}$

AB المسافة الفاصلة بين النقطة A و النقطة B تسمى بالانتقال ونعبر عنها بالمتر (m)

F شدة القوة ب (N)

$W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)$ شغل القوة $\vec{F}$ ونعبر عنه بالجول (J)

* لا يتعلق شغل قوة ثابتة بالمسار المتبع من طرف نقطة التأثير

2 ـ الشغل الجزئي لقوة غير ثابتة

نعتبر قوة $\vec{F}$ غير ثابتة ونقطة تأثيرها تنتقل من A إلى B .

لحساب شغل غير ثابتة نجزء المسار إلى مسارات جزئية $\overrightarrow{\delta\ell}$ متناهية في الصغر تسمح باعتبار $\vec{F}$ ثابتة في كل منها .

تعبير الشغل الجزئي للقوة $\vec{F}$ خلال الانتقال الجزئي $\overrightarrow{\delta\ell}$ هو : $\delta W\left(\vec{F}\right)=\vec{F}.\overrightarrow{\delta\ell}$

الشغل الكلي للقوة المتغيرة $\vec{F}$ هو مجموع الأشغال الجزئية :

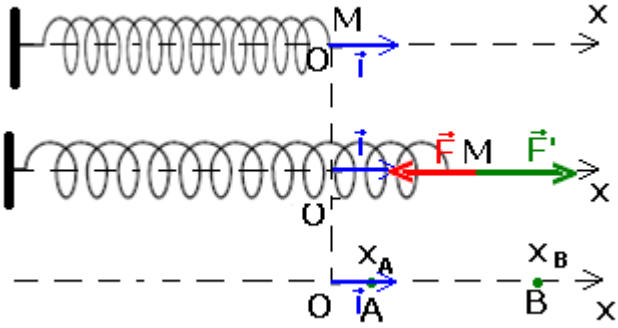
$$W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)=\sum_A^B\delta W\left(\vec{F}\right)=\sum_A^B\vec{F}.\overrightarrow{\delta\ell}$$

3 ـ شغل القوة الخارجية المطبقة من طرف نابض

نعتبر نابضا R ذا لفات غير متصلة صلابته k وكتلته مهملة ، في وضع أفقي على مستوى أفقي .

نثبت أحد طرفيه بحامل ثابت .

نطبق على النابض عند طرفه الحر M قوة $\vec{F}'$ ، فيطال النابض بحيث تنتقل النقطة M بالمقدار $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}$.



تمثل النقطة O موضع M في الحالة البدئية للنابض .

حسب القانون الثالث لنيوتن ، قانون التأثيرات المتبادلة ، فإن النابض يطبق قوة $\vec{F}$ على المجرب وهي قوة ارتداد $\vec{F}=-\vec{F}'$ بحيث أن $\vec{F}=-kx\vec{i}$ أي أن $\vec{F}'=kx\vec{i}$ أي أن $\vec{F}'$ تتعلق بالأفصول x إذن فهي غير ثابتة .

تعبير شغل القوة $\vec{F}'$ عندما ينتقل طرف النابض من A إلى B

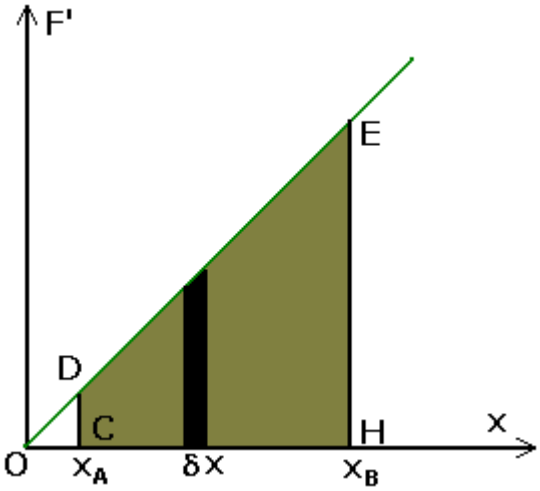
$$W_{A\to B}\left(\vec{F}'\right)=\sum_A^B\delta W\left(\vec{F}'\right)=\sum_A^B\vec{F}'.\overrightarrow{\delta\ell}=\sum_A^Bkx\vec{i}.\delta x.\vec{i}$$

يمكن استعمال طريقتين لتحديد هذا المجموع :

أ ـ الطريقة المبيانية :

في نظمة محورين نمثل تغيرات F بدلالة الأفصول x وهي إطالة النابض . $F=kx$ أي أنها دالة خطية تمر من أصل النظمة .

يوافق الشغل الجزئي $\delta W\left(\vec{F}'\right)=k.x.\delta x$ مساحة المستطيل الجزئي بالأسود المبين في الشكل جانبه .



عند انتقال النقطة M من A أفصولها x_A إلى B أفصولها x_B ،

فإن الشغل الكلي للقوة $\vec{F}'$ يوافقه مجموع مساحات المستطيلات الجزئية ويساوي مساحة شبه المنحرف $CDEF$

$$W_{A\to B}\left(\vec{F}'\right)=\mathcal{A}_{CDEF}=\mathcal{A}_{OEH}-\mathcal{A}_{OCD}$$

$$W_{A\to B}\left(\vec{F}'\right)=\frac{1}{2}kx_B^2-\frac{1}{2}kx_A^2$$

ب ـ الطريقة التحليلية

نعوض في العلاقة السابقة المجموع $\sum$ بالتكامل $\int$

ولانتقال الجزئي $\delta\ell$ ب المقدار التفاضلي dx فنحصل على العلاقة التالية :

$$W_{A\to B}\left(\vec{F}'\right)=\int_{x_A}^{x_B}kxdx=\left[\frac{1}{2}kx^2\right]_{x_A}^{x_B}$$

$$W_{A\to B}\left(\vec{F}'\right)=\frac{1}{2}kx_B^2-\frac{1}{2}kx_A^2$$

خلاصة :

تعبير شغل قوة المطبقة من طرف مجرب على الطرف الحر لنابض يجعله ينتقل من موضع A إلى موضع B أفصولهما على التوالي x_A و x_B هو : $W_{A\to B}\left(\vec{F}'\right)=\frac{1}{2}kx_B^2-\frac{1}{2}kx_A^2$.

وبما أن $\vec{F}=-\vec{F}'$ فإن شغل قوة الارتداد المطبقة من طرف النابض هو : $W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)=\frac{1}{2}kx_A^2-\frac{1}{2}kx_B^2$

يتعلق شغل قوة الارتداد $\vec{F}$ بالموضع البدئي والموضع النهائي لمركز قصور الجسم .

II ـ طاقة الوضع المرنة

عندما يكون النابض مضغوطا أو مطالا فإنه يختزن يختزن طاقة ترتبط بحالة تشوهه تسمى طاقة الوضع المرنة .

عندما يطبق المجرب قوة $\vec{F}'$ على الطرف الحر للنابض لجعل نقطة تأثيره تنتقل من النقطة A أفصولها x_A في حالة سكون إلى النقطة B أفصولها x_B حيث توجد كذلك في حالة سكون ، فإنه حسب مبرهنة الطاقة الحركية لدينا :

$$\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)+W_{A\to B}\left(\vec{F}'\right)=0\Rightarrow W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)=-W_{A\to B}\left(\vec{F}'\right)$$

$$W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)=\frac{1}{2}kx_A^2-\frac{1}{2}kx_B^2$$

أي أن الشغل المطبق من طرف المجرب على طرف النابض يساوي تغير شكل من أشكال الطاقة للمجموعة { المجرب ، النابض } وهي طاقة وضع مرنة .

نضع أن $W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)=E_{Pe}(A)-E_{Pe}(B)$

نعرف طاقة الوضع المرنة لمجموعة مكونة من { جسم ـ نابض } في وضع أفقي هي الطاقة التي تختزنه هذه المجموعة من جراء تشويه الجسم وتعبيرها هو : $E_{pe}=\frac{1}{2}kx^2+C$.

C ثابتة تحدد انطلاقا من الحالة المرجعية لطاقة الوضع المرنة .

وبصفة عامة نختار طاقة الوضع المرنة منعدمة في الموضع الموافق للأفصول $x=0$ حيث $(C=0)$

فيكون تعبير طاقة الوضع المرنة هو : $E_{pe}=\frac{1}{2}kx^2$ وحدتها في النظام العالمي للوحدات هي الجول . و

x إطالة النابض و k صلابته .

ملحوظة : $\Delta E_{pe}=-W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)$

III ـ الدراسة الطاقية للمجموعة { جسم صلب ، نابض } في وضع أفقي .

1 ـ الطاقة الحركية للمجموعة .

يتوفر الجسم الصلب غير قابل للتشويه كتلته m وسرعته v في إزاحة بالنسبة لمرجع معين ، على

طاقة حركية E_C بحيث $E_C=\frac{1}{2}mv^2$ وحدة E_C في النظام العالمي للوحدات هي الجول .

بما أن الجسم في حركة إزاحة ، فإن سرعة الجسم الصلب هي سرعة مركز قصوره

بالنسبة لمتذبذب مرن ، الطاقة الحركية لهذا المتذبذب هي الطاقة الحركية للجسم الصلب

$x=x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ بحيث أن $E_C=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\dot{x}^2$

2 ـ الطاقة الميكانيكية للمجموعة .

تعريف بالطاقة الميكانيكية :

في مرجع معين الطاقة الميكانيكية لمجموعة ما في لحظة t هي مجموع الطاقة الحركية وطاقة الوضع لهذه المجموعة .

طاقة الوضع لمتذبذب مرن أفقي هي مجموع طاقة وضعه الثقالية وطاقة وضعه المرنة $E_P=E_{pp}+E_{Pe}$

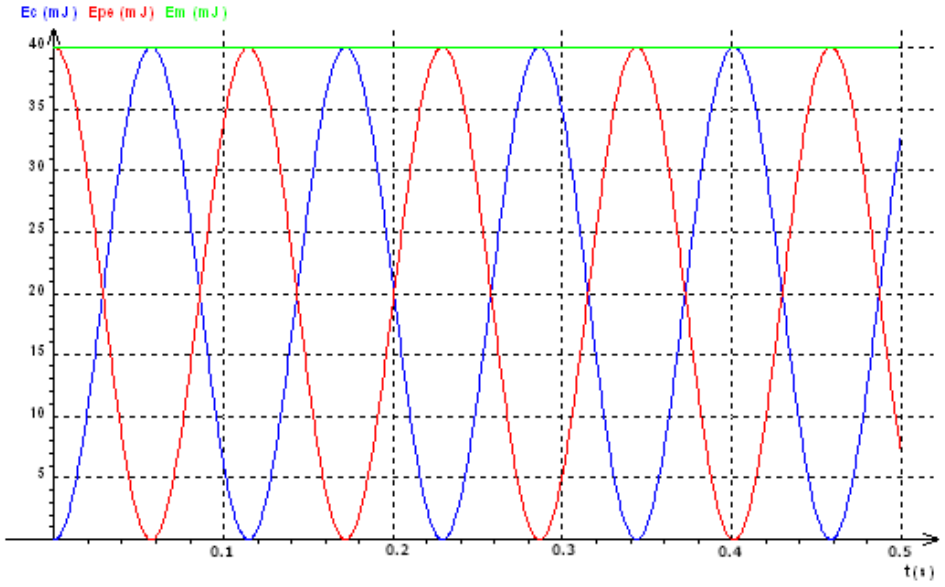
نختار الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية منطبقة مع المستوى الأفقي المار من G مركز قصور

المتذبذب $\left(E_{PP}=0\right)$ نحصل على $E_P=E_{Pe}$ أي أن تعبير الطاقة الميكانيكية لمجموعة مكونة من جسم

صلب ونابض أفقي هو : $E_m=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2+C$

باختيار حالة مرجعية لطاقة الوضع المرنة وهي : $E_{pe}=0$ عند التوازن أي ان $x=0$ نحصل على التعبير

التالي : $E_m=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$



أ ـ حالة إهمال الاحتكاكات

في هذه الحالة يبقى وسع التذبذبات x_m ثابتا ، فنحصل على نظام دوري دوره الخاص T_0 ، فيكون عندنا انحفاظ الطاقة الميكانيكية للمجموعة . $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ مهما كانت قيم x و v

ـ عندما تأخذ الاستطالة قيمتها القصوية x_m فإن الطاقة الميكانيكية $E_m = \frac{1}{2}kx_m^2$

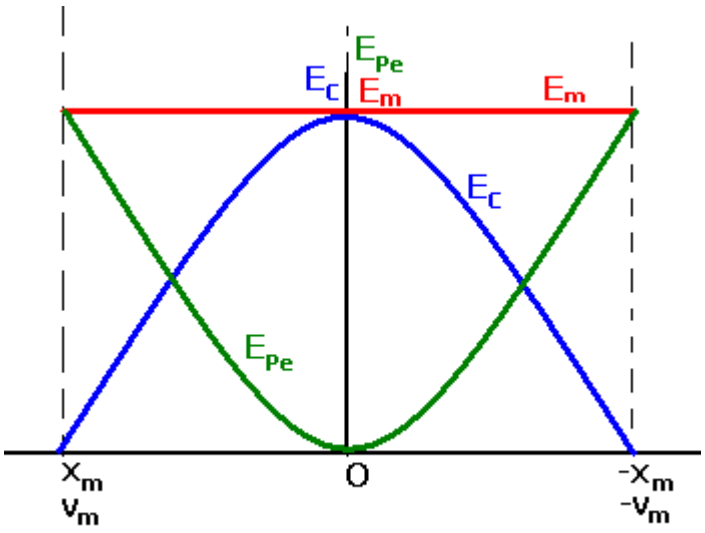
ـ عنما تكون الاستطالة منعدمة $x = 0$ فإن $E_m = \frac{1}{2}mv_m^2$ وبالتالي فإن $E_m = \frac{1}{2}kx_m^2 = \frac{1}{2}mv_m^2$ ومنه نستنتج العلاقة : $v_m = x_m\sqrt{\frac{k}{m}}$

كذلك يمكن أن نحصل على المعادلة التفاضلية للمتذبذب انطلاقا من الطاقة الميكانيكية أي بعملية اشتقاقها بالنسبة للزمن :

$$\frac{dE_m}{dt} = kx\dot{x} + m\dot{x}\ddot{x} = 0 \Rightarrow m\ddot{x} + kx = 0$$

مخططات الطاقة للنواس المرن الأفقي :

تمثيل على نفس النظمة E_{Pe} و E_C و E_m



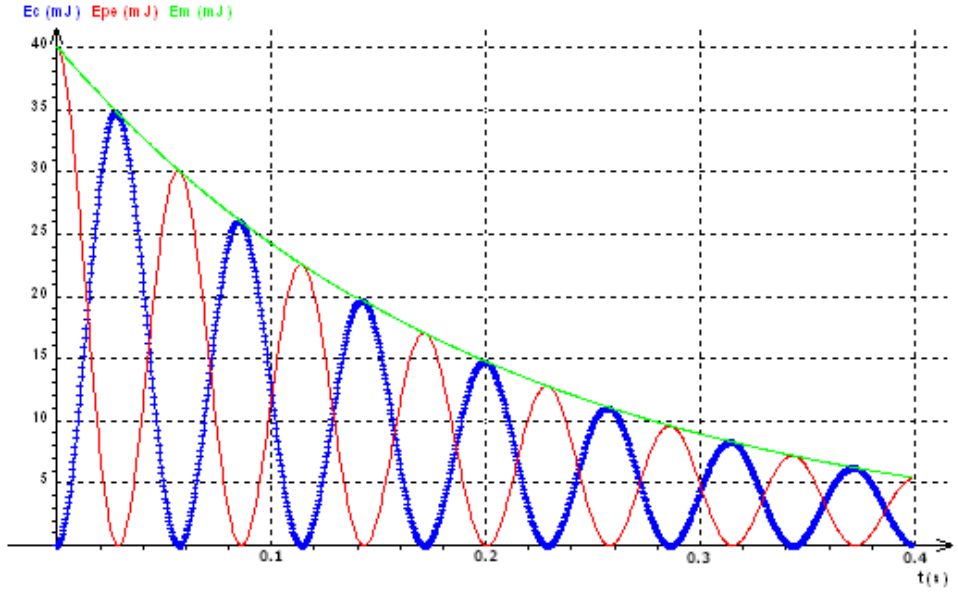
خلاصة : في غياب الاحتكاكات تنحفظ الطاقة الميكانيكية لنواس مرن أفقي وحر .

ب ـ حالة احتكاكات غير مهملة .

في هذه الحالة يتناقص وسع الذبذبات تدريجيا مع الزمن t ، فنحصل على نظام شبه دوري أو لا دوري في حالة احتكاكات مهمة .

يعزى تناقص الطاقة الميكانيكية للمجموعة مع الزمن t إلى الانتقال الحراري (وجود الاحتكاكات)

شكل منحنى تغيرات E_{pe} و E_C و E_m بدلالة الزمن :



IV ـ الدراسة الطاقية لنواس اللي .

1 ـ الطاقة الحركية للمجموعة .

المجموعة المتذبذبة هي { القضيب ـ السلك }

بما أن السلك كتلته مهملة فإن الطاقة الحركية لنواس اللي تنحصر في الطاقة الحركية للقضيب ، وبما أنه في حركة دوران حول محور ثابت (Δ) سيكون تعبير الطاقة الحركية على الشكل التالي :

$E_C = \frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}^2$ حيث J_Δ عزم قصور القضيب بالنسبة للمحور (Δ) المجسد من طرف السلك و $\dot{\theta}$ السرعة الزاوية لدوران القضيب .

2 ـ طاقة الوضع للي المجموعة .

نعتبر نواس لي ثابتة ليه C في حركة تذبذبية حول محور (Δ) يجسده السلك ، عزم قصور القضيب بالنسبة للمحور (Δ) هو J_Δ . نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على هذه المجموعة بين موضعين أفصولهما الزاوي تباعا : θ_1 و θ_2 .

جرد القوى المطبقة على القضيب أثناء حركته : $\vec{P}$ وزن القضيب وتأثير السلك على القضيب $\vec{R}$ وإلى مزدوجة اللي عزمها $\mathcal{M}_C = -C.\theta$ ،

نطبق المبرهنة : $\frac{1}{2} J_\Delta \theta_2^2 - \frac{1}{2} J_\Delta \theta_1^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W_C$ بما أن خط تأثير القوتين $\vec{P}$ و $\vec{R}$ يتقاطعان مع المحور (Δ) فإن شغلهما منعدم أي أن $\frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}_2^2 - \frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}_1^2 = W_C$

نعلم أن المعادلة الزمنية لحركة المجموعة المتذبذبة هي على الشكل التالي : $\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$

نأخذ $\varphi = 0$ لتبسيط العمليات الحسابية .

$\theta_1 = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t_1\right)$ و $\theta_2 = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t_2\right)$ أي أن $\dot{\theta}_1 = -\theta_m \frac{2\pi}{T_0} \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t_1\right)$ و

$\dot{\theta}_2 = -\theta_m \frac{2\pi}{T_0} \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t_2\right)$ وبتعويض هذه التعابير في العلاقة (1) $W_C = \frac{1}{2} C\theta_1^2 - \frac{1}{2} C\theta_2^2$

هذه العلاقة تمثل شغل مزدوجة اللي عندما يتغير الأفصول الزاوي من θ_1 إلى θ_2 . أي أن شغل مزدوجة اللي يساوي تغير شكل من أشكال الطاقة للمجموعة { القضيب ـ السلك } وهي طاقة الوضع للي . $W_C = E_{pt}(1) - E_{pt}(2)$ بحيث أن $E_{pt}(1) = \frac{1}{2}C\theta_1^2$ و $E_{pt}(2) = \frac{1}{2}C\theta_2^2$ وبالتالي نعرف طاقة الوضع للي بالمقدار التالي : $E_{pt} = \frac{1}{2}C\theta^2 + Cte$ ، Cte ثابتة تتعلق بالحالة المرجعية وتحدده الشروط البدئية .

3 ـ الطاقة الميكانيكية للمجموعة .

تعبير الطاقة الميكانيكية لنواس اللي هو : $E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}C\theta^2 + Cte$.

أ ـ في حالة احتكاكات مهملة .

نعتبر أن التذبذبات الأولى لنواس لي حر غير مخمدة معادلته التفاضلية $J_\Delta\ddot{\theta} + C\theta = 0$.

انطلاقا من تعبير الطاقة الميكانيكية يمكن أن نبين أن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية للمجموعة وذلك باشتقاق تعبير E_m بالنسبة للزمن :

$$\frac{dE_m}{dt} = J_\Delta\ddot{\theta}\dot{\theta} + C\dot{\theta}\theta = \dot{\theta}\left(J_\Delta\ddot{\theta} + C\theta\right) = 0 \Rightarrow E_m = cte$$

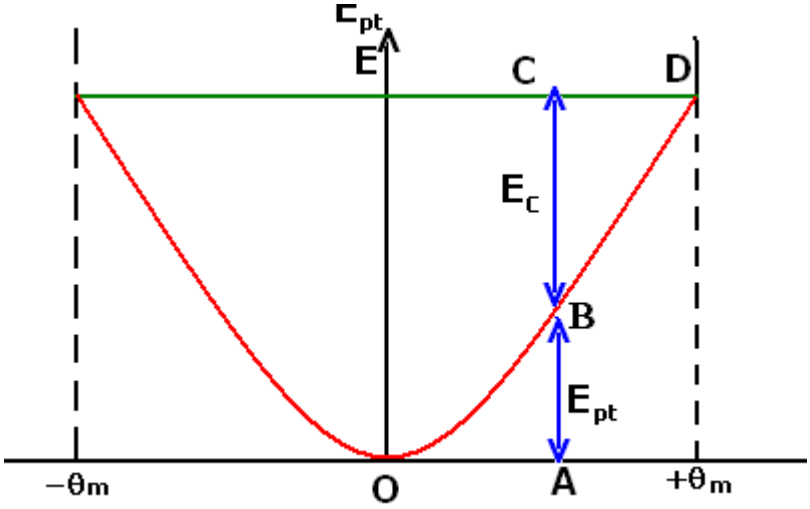
أي أن الطاقة الميكانيكية تنحفظ .

ويمكن أن نبين كذلك انطلاقا من المعادلة الزمنية $\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ أن هذه الثابتة هي :

$$E_m = \frac{1}{2}C\theta_m^2 = cte$$

خلاصة : تنحفظ الطاقة الميكانيكية لنوس لي حر وغير مخمد : $E_m = \frac{1}{2}C\theta_m^2 = cte$

مخططات الطاقة هي على الشكل التالي :



من خلال مخططات الطاقة يتبين أنه خلال الذبذبات الحرة غي المخمدة لنواس لي تتحول الطاقة الحركية إلى طاقة وضع والعكس صحيح .

ب ـ في حالة وجود الاحتكاك

تتناقص الطاقة الميكانيكة للنواس اللي بحيث تتحول إلى طاقة حرارية .

V ـ الدراسة الطاقية للنواس الوازن

نعتبر المجموعة النواس الوازن {الحامل ـ الجسم S } بحيث أن J_Δ عزم قصور الجسم S ونمعلم حركة مركز قصوره بالأفصول الزاوي θ عند كل لحظة t بالنسبة لمعلم مرتبط بمرجع أرضي .

ـ الطاقة الحركية للمجموعة : يتوفر النواس الوازن على طاقة حركية في المرجع المرتبط بالأرض :

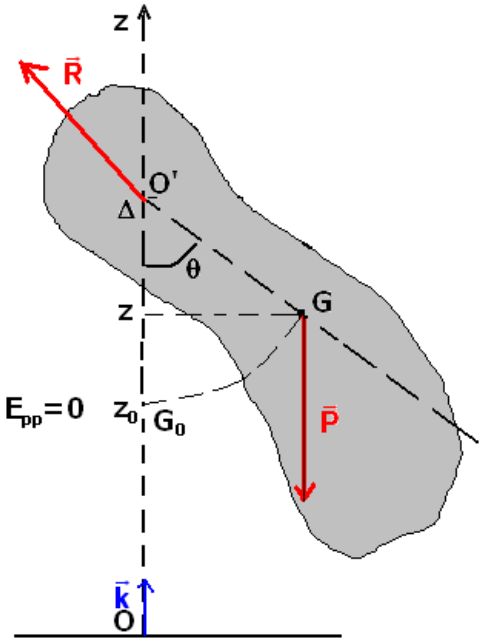
$$E_C = \frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}^2$$

ـ طاقة الوضع الثقالية للمجموعة

تعبير طاقة الوضع الثقالية لنواس وازن في مجال الثقالة هو :

$E_{pp} = mgz + cte$ حيث m كتلة الجسم S و z أنسوب مركز قصوره في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ متعامد وممنظم محوره $(O,\vec{k})$ رأسي وموجه نحو الأعلى ، و g شدة الثقالة .

الثابتة cte تحدد انطلاقا من الحالة المرجعية .



ـ الطاقة الميكانيكية للنواس الوازن.

$$E_m = E_C + E_{pp}$$

تعبير الطاقة الميكانيكية لنواس وازن في معلم مرتبط بمرجع أرضي هو :

$$E_m = mgz + \frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}^2 + cte$$

مثال :

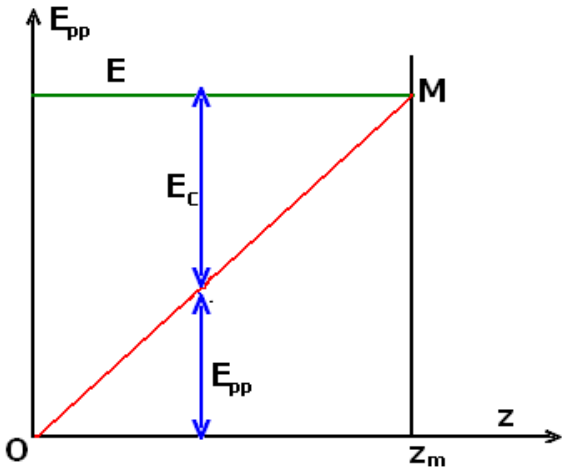
حسب الشكل : $z = z_0 + h$ بحيث أن

$h = O'G - O'G\cos\theta$ نضع $O'G = d$

$$z = z_0 + d\left(1 - \cos\theta\right)$$

يمكن تحديد الثابتة cte انطلاقا من الحالة المرجعية :

$E_{pp} = 0$ عند $z = z_0$ أي أن $cte = -mgz_0$



$$E_m = mgd(1-\cos\theta) + \frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}^2 \quad ..$$

$$\frac{dE_m}{dt} = mg\dot{\theta}\sin\theta + J_\Delta \dot{\theta}\ddot{\theta}$$

$$= \dot{\theta}\left(mgd\sin\theta + J_\Delta \ddot{\theta}\right) = 0$$

$$E_m = cte$$

في غياب للاحتكاكات تبقى الطاقة الميكانيكية للنواس الوازن في مجال الثقالة ثابتة . **<u>إذن النواس الوازن</u>** **<u>مجموعة محافظة</u>**

ـ مخططات الطاقة

أ ـ الحالة العامة

* التمثيل المبياني لتغيرات طاقة الوضع الثقالية بدلالة الأنسوب z .

$$E_{pp} = mgz$$

$$E_m = g(z) = cte$$

$$E_m - E_{pp} = E_c$$

الطاقة الحركية إما موجبة أو منعدمة.

في النقطة M $E_{pp} = mgz_M$ و $E_C = 0$

$$E_m = E_{pp} = mgz_M$$

أي أن z لايمكنها أن تتجاوز z_M يعني أن $z < z_M$

في النقطة O : $E_{pp} = 0$ و $E_C = E_m = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$

عندما تزداد z تنقص الطاقة الحركية E_C ةتزداد طاقة الوضع E_{pp} إلى أن تصبح $z = z_m$ فيتوقف الجسم

أي أن $E_C = 0$

ب ـ حالة النواس الوازن

ـ طاقة الوضع الثقالية للنواس الوازن نختار كحالة مرجعية $E_{pp} = 0$ بالنسبة $z=z_0$ في هذه الحالة

$$E_{pp} = mgd\left(1-\cos\theta\right)$$

ـ مخططات الطاقة

الطاقة الميكانيكية وهي ثابتة بالنسبة للنواس الوازن $E_m = E_{pp} + E_C$

طاقة الوضع الثقالية $E_{pp} = mgd(1-\cos\theta)$ $E_{pp} = f(\theta)$

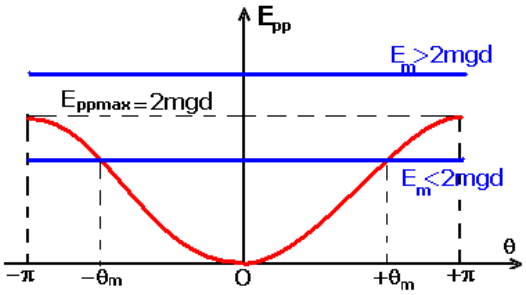
حساب تغيرات $E_{pp}(\theta)$

$$\frac{dE}{d\theta} = mgd\dot{\theta}\sin\theta = 0 \Leftrightarrow \sin\theta = 0$$

$$\theta = \pi \text{ أو } \theta = -\pi$$

$$-\pi \le \theta \le \pi$$

$$0 \le E_{pp} \le 2mgd$$



ـالحالة الأولى:

$E_m > 2mgd$ و $E_m = E_{pp} + E_C$ أي أن $E_C > 0$

وبالتالي فالنواس الوازن لايتوقف ويمكنه ان يدور حول المحور (Δ)

ـ الحالة الثانية :

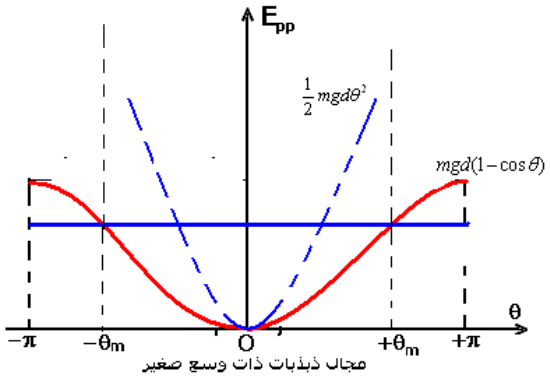
$E_m < 2mgd$ أي أن $E_C = E_m - E_{pp}$ وبما أن $E_C \ge 0$ في هذه الحالة تنعدم الطاقة الحركية للنواس الوازن بالنسبة لقيمتين θ_m و $-\theta_m$ في هذه الحالة

للمجموعة حركة تذبذبية حرة وغير مغمدة تتحول خلالها الطاقة الحركية إلى طاقة وضع ثقالية $\Delta E_C = -\Delta E_{pp}$.

في حالة ذبذبات ذات وسع صغير $\sin\theta \approx \theta$ و $\sin\theta \cong \theta$

$$\cos\theta \cong 1 - \frac{\theta^2}{2}$$

$$E_P = mgd\left(1 - 1 + \frac{\theta^2}{2}\right) = mgd\frac{\theta^2}{2}$$



تمارين حول درس مظاهر الطاقة .

تمرين 1

نقذف كرة بلياردو كهربائي كتلتها $m = 55g$ بواسطة نابض ذي لفات غير متصلة وكتلة مهملة وصلابة $k = 14N/m$ وطول أولي $\ell_0 = 12cm$.

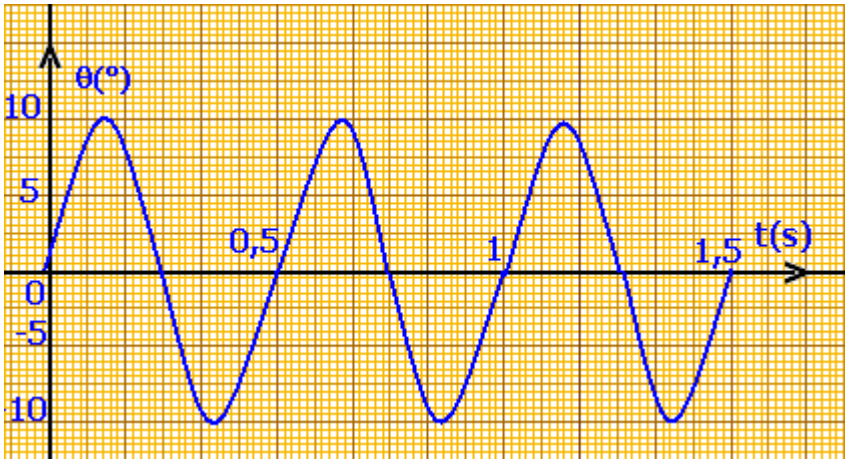
1 ـ قبل قذف الكرة ، يكون النابض مضغوطا حيث طوله يساوي $\ell_0 / 2$. أحسب في هذه الحالة E_{Pe} طاقة الوضع المرنة المخزونة في النابض عند انضغاطه .

2 ـ أثناء قذف الكرة يمنح النابض طاقته المخزونة كليا . ما شكل الطاقة التي اكتسبتها الكرة ؟

3 ـ استنتج السرعة القصوى لإرسال الكرة .

تمرين 2

نعطي أسفله المخطط $\theta = f(t)$ لنواس لي حر يتكون من سلك ومن فضيب فلزيين ، حيث θ هو الأفصول الزاوي . ثابتة اللي للسلك تساوي $C = 2.10^{-5} N.m/rad$.



1 ـ عين الدور الخاص T_0 ، واستنتج قيمة J_Δ عزم قصور القضيب .

2 ـ هل الاحتكاكات مهملة أثناء مدة التسجيل ؟

3 ـ أحسب الطاقة الحركية للنواس عند مرور القضيب من موضع توازنه .

4 ـ أحسب طاقة الوضع للي E_{pt} والطاقة الحركية E_C للنواس عنما تأخذ θ القيمة $\theta = 0,8rad$.

5 ـ أحسب المجموع $(E_C + E_{pt})$. ماذا تستخلص ؟

تمرين 3

نعتبر نواسا وازنا مكونا من جسم صلب (S) كتلته $m = 1,3kg$ يتذبذب في مستوى رأسي حول محور أفقي (Δ) .

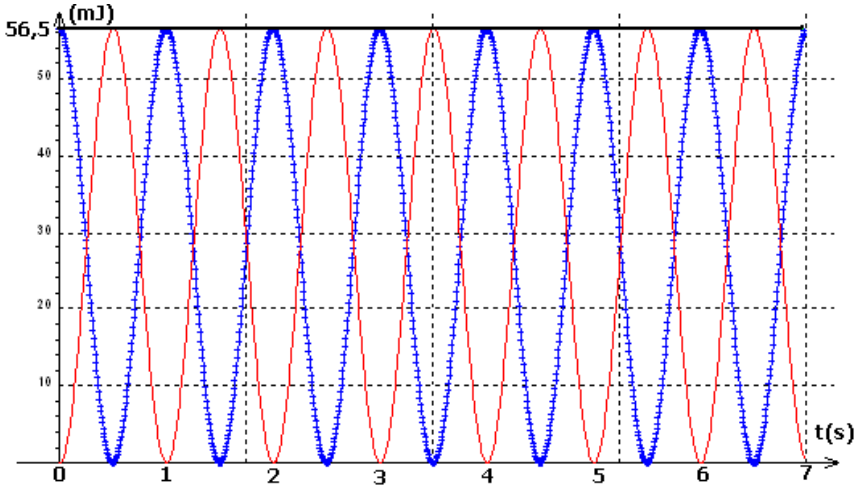
عزم قصور الجسم الصلب بالنسبة للمحور (Δ) هو $J_\Delta = 0,24kg.m^2$ ، والمسافة بين G مركز قصور (S) والمحور (Δ) تساوي $d = 18cm$. نهمل الاحتكاكات .

1 ـ أحسب دور الذبذبات الصغيرة لهذا النواس بالنسبة للأفصول الزاوي بحيث $\theta < 10°$

2 ـ أعط بدلالة m و d و θ و g شدة الثقالة تعبير E_{pp} طاقة الوضع الثقالية للنواس . نأخذ $E_{pp} = 0$ في المستوى الأفقي المار من موضع G عند التوازن .

3 ـ أحسب $\dot{\theta}_{max}$ السرعة الزاوية القصوى للمتذبذب ، علما أن $E_{pp} = 7,5mJ$ نعطي $g = 9.8m/s^2$

تمرين 4



تقدم الوثيقة أسفله تطورات E_{pp} طاقة الوضع الثقالية ، و E_C الطاقة الحركية و E_m الطاقة الميكانيكية بدلالة الزمن لمتذبذب وازن أزيح عن موضع توازنه المستقر وأطلق بدون سرعة بدئية في لحظة $t=0$.

1 ـ حدد ، معللا جوابك المنحنى الموافق لكل شكل من أشكال الطاقة .

2 ـ ما قيمة الدور T_0 لحركة النواس الوازن ؟

3 ـ أ ـ كم سيكون طول نواس بسيط له نفس الدور الخاص T_0 ؟

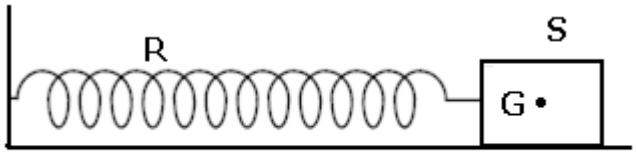
كتلة النواس البسيط $m=220g$

ب ـ أوجد تعبير طاقة الوضع الثقالية القصوى للنواس .

ج ـ تأكد من أن التقريب المستعمل بالنسبة للزاويا الصغيرة يتحقق .

تمرين 5

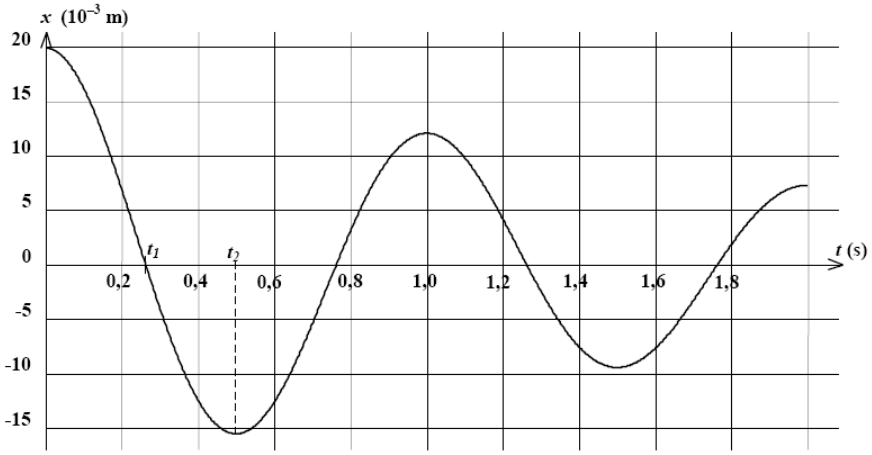
يتكون متذبذب مرن من جسم صلب ذي كتلة $m=250g$ مشدود بطرف نابض لفاته غير متصلة ، وكتلته مهملة ، وصلابته $k=10N/m$.



يمكن للجسم أن يتذبذب أفقيا فوق ساق .

ندرس حركة G مركز قصور تاجسم على المحور الأفقي $(O,\vec{i})$ لمعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ متعامد وممنظم ومرتبط بمرجع أرضي ، ونمعلم موضعه بالأفصول x . تنطبق النقطة O مع G_0 موضع G عند التوازن .

الاحتكاكات غير مهملة ، إذ نعتبر أن قوى الاحتكاك مكافئة لقوة وحيدة $\vec{f}=-\mu\vec{v}$ حيث $\vec{v}$ متجهة سرعة G و μ معامل موجب .



1 ـ باستعمال الوثيقة (1) عين شبه الدور T للذبذبات وقارنه مع T_0 الدور الخاص للنواس .

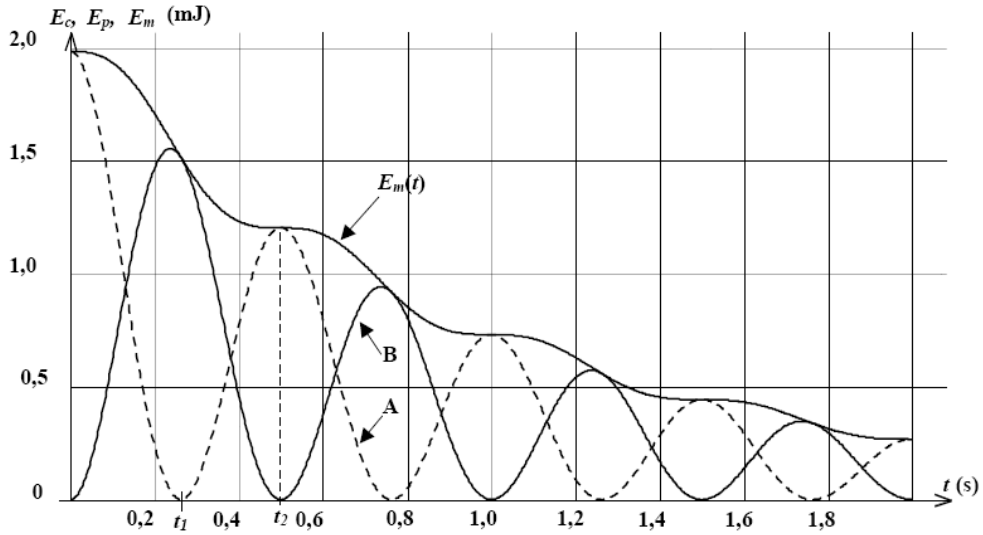
2 ـ ماذا يمثل المنحنيان (أ) و (ب) في الوثيقة الأولى ؟

3 ـ كيف تفسر تناقص الطاقة الميكانيكية E_m للمتذبذب .

4 ـ أ ـ ما سرعة G عند اللحظتين t_1 و t_2 ؟ علل جوابك .

ب ـ استنتج قيمة الشدة f عند هاتين اللحظتين .

ج ـ علل شكل المنحنى E_m .



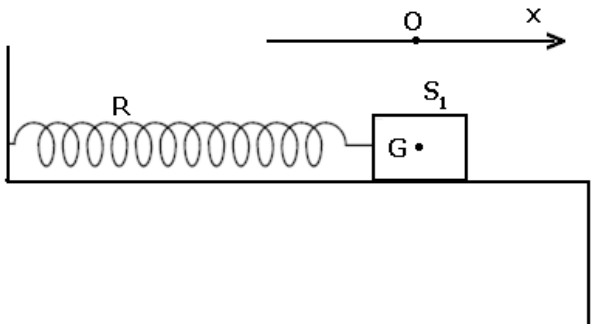
تمرين 6

نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g = 10m/s^2$

I ـ نعتبر التركيب التجريبي الممثل في الشكل أسفله والمتكون من :

ـ نابض R لفاته غير متصلة ، ومتلته مهملة وصلابته k

ـ جسم صلب S_1 كتلته m_1 .



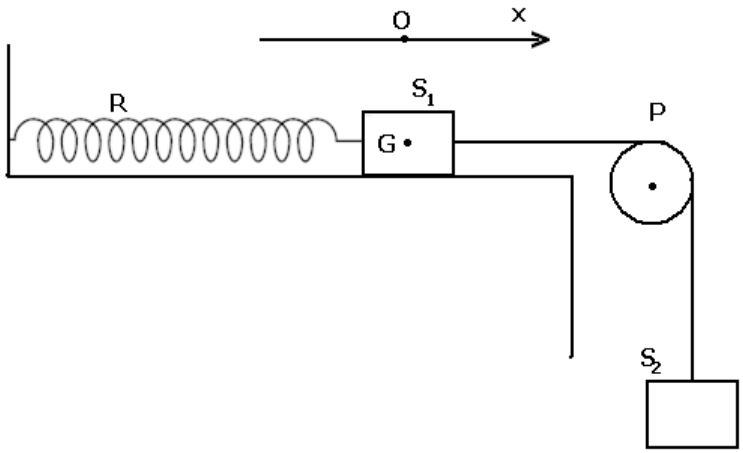
نزيح الجسم S_1 عن موضع توازنه ، في المنحى الموجب ، بمسافة x_0 ثم نحرره بدون سرعة بدئية في اللحظة $t = 0$. نختار كمرجع لطاقة الوضع المرنة ، الموضع الذي يكون فيه النابض غير مشوه ومرجعا لطاقة الوضع الثقالية المستوى الأفقي المار من G .

1 ـ أعط تعبير الطاقة الحركية للمجموعة {الجسم S_1 ، النابض } .

2 أعط تعبير طاقة الوضع للمجموعة {الجسم S_1 ، النابض } . واستنتج تعبير طاقتها الميكانيكية في لحظة t بدلالة k و x و $\dot{x}$.

3

II ـ نثبت المتذبذب المرن الأفقي السابق ، بطرف خيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة يمر دون انزلاق بمجرى بكرة (P) شعاعها r وكتلتها M ، ونعلق بالطرف الآخر جسما صلبا (S_2) كتلته $m_2 = m_1 = m$ (أنظر الشكل)



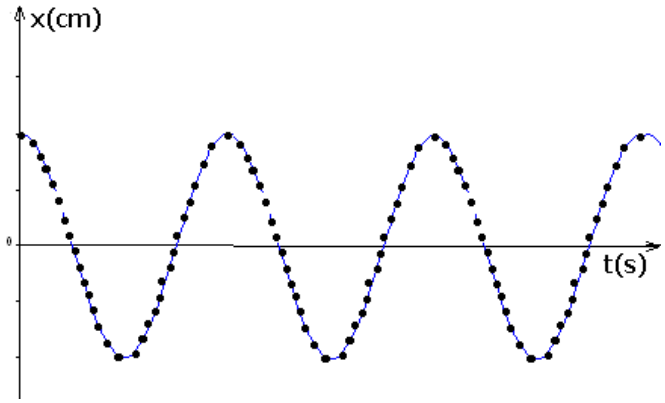
عزم قصور البكرة J_Δ بالنسبة للمحور الأفقي المار من مركزها هو $J_\Delta = \frac{1}{2}Mr^2$ حيث $M = 2m$.

1 ـ حدد بدلالة المقادير اللازمة إطالة النابض عند التوازن .

2 ـ نزيح الجسم (S_2) نحو الأسفل بمسافة z_m ثم نحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t=0$. يمثل الشكل أسفله تسجيل حركة نقطة من S_1 بالسلم الحقيقي ، خلال مدد زمنية متساوية ومتتالية $\tau = 40ms$.

2 ـ 1 عين الدور T_0 للمتذبذب .

2 ـ 2 عين الوسع x_m لحركة S_1 .



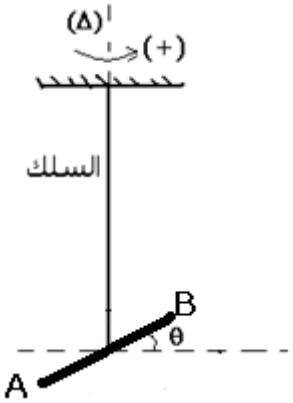
3 ـ باعتمادك على العلاقة الأساسية للتحريك بين أن المعادلة التفاضلية لحركة الجسم S_1 تكتب على الشكل التالي : $\ddot{x}+\frac{1}{3}\frac{k}{m}x=0$

4 ـ أكتب المعادلة الزمنية لحركة S_1 (x أفصول مركز قصور الجسم S_1 عند اللحظة t) .

5 ـ حدد صلابة النابض k علما أن $m=200g$

تمرين 7

يتكون نواس اللي من سلك فولادي رأسي ثابتة ليه C مثبت من طرفه الأعلى في حامل ، ويحمل في طرفه الأسفل قضيبا متجانسا AB ، طوله $\ell = 2cm$ ، عزم قصوره بالنسبة لمحور رأسي هو $J_\Delta = 4.10^{-4} kg.m^2$.



ندير القضيب AB أفقيا حول المحور (Δ) في المنحى الموجب بالزاوية θ_m انطلاقا من موضع توازنه ، ثم نحرره بدون سرعة بدئية في اللحظة ذات التاريخ $t=0$.

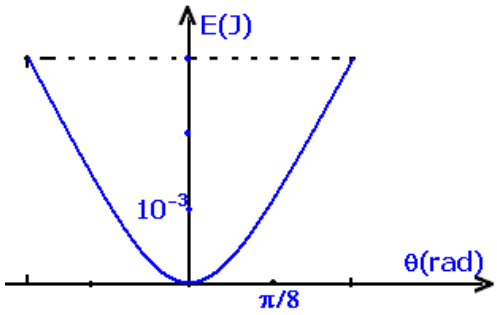
نعلم موضع القضيب في كل لحظة بأفصوله الزاوي θ . الذي نقيسه بالنسبة لموضع التوازن . نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $\pi^2 = 10$.

1 ـ بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك ، أوجد المعادلة التفاضلية لحركة القضيب ، واستنتج تعبير الدور الخاص T_0 بدلالة J_Δ و C .

2 ـ باختيار موضع التوازن القضيب مرجعا لطاقة الوضع للي ، أوجد تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة { حامل ، سلك ، قضيب } بدلالة J_Δ و C والأفصول الزاوي θ والسرعة الزاوية $\dot{\theta}$.

3 ـ يمثل المبيان أسفله مخططي الطاقة الميكانيكية وطاقة وضع اللي للمجموعة .

باعتمادك على هذا المبيان أوجد :



3 ـ 1 القيمة القصوى لطاقة الوضع للي .

3 ـ 2 الوسع θ_m

3 ـ 3 ثابتة اللي للسلك C .

4 ـ أعط المعادلة الزمنية لحركة القضيب .

5 ـ نثبت على القضيب وعلى نفس المسافة $d=\ell/4$ من المحور (Δ) سحمتين مماثلتين كتلتيهما $m_1=m_2=m$. ونزيح القضيب عن موضع توازنه بنفس الزاوية θ_m ونحرره بدون سرعة بدئية .

أحسب الكتلة m ، علما أن المتذبذب ينجز 10ذبذبات خلال مدو $\Delta t = 15s$.

نعطي $J'_\Delta = J_\Delta + 2md^2$ عزم قصور المجموعة { القضيب ، السحمتين } بالنسبة للمحور Δ .

تصحيح تمارين حول درس مظاهر الطاقة .

تمرين 1

1 ـ حساب طاقة الوضع المرنة المخزونة في النابض عند انضغاطه :

نعتبر الحالة المرجعية لطاقة الوضع المرنة عندما يكون النابض غير مشوه :

$E_{pe}=\frac{1}{2}kx^2+Cte$ في الحالة المرجعية : $E_{pe}=0$ عند $x=0$ أي أن $Cte=0$ وبالتالي فطاقة الوضع

المرنة في هذه الحالة هي : $E_{pe}=\frac{1}{2}kx^2$

قبل قذف الكرة يكون النابض مضغوطا حيث طوله يساوي $\ell_0/2$ أي أن تقلص النابض هو

$E_{pe}=\frac{1}{8}k\ell_0^2=6,3.10^{-3}J$ وبالتالي فإن $x=\left|\frac{\ell_0}{2}-\ell_0\right|=\left|\frac{\ell_0}{2}\right|$

2 ـ شكل الطاقة التي اكتسبتها الكرة : طاقة حركية

السرعة القصوية لإرسال الكرة :

عند مرور الكرة والنابض من النقطة O تكون للكرة سرعة قصوية عند مروره من موضع توازنه حيث أنه

حسب المعطيات كل طاقة الوضع المرنة تكتبها الكرة على شكل طاقة حركية :

$$E_{pe}=\frac{1}{2}mv_{\max}^2\Rightarrow v_{\max}=\sqrt{\frac{2E_{pe}}{m}}=0,36m/s$$

تمرين 2

تعيين الدور الخاص من المبيان : $T_0=0,5s$

لنستنتج عزم قصور الساق :

من خلال المنحنى يتبين أن حركة النواس تذبذبية جيبية وتوصلنا خلال الدرس أن دورها الخاص هو

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}\Rightarrow T_0^2=4\pi^2\frac{J_\Delta}{C}$$

$$J_\Delta=\frac{C.T_0^2}{4\pi^2}=1,25.10^{-7}kg.m^2$$

يلاحظ أن هذه القيمة صغيرة جدا .

2

التسجيل .

3 ـ حساب الطاقة الحركية للنواس عند مروره من موضع توازنه :

موضع التوازن تكون سرعة النواس قصوية وتكون $\theta=0$

بما أن الاحتكاكات مهملة فالطاقة الميكانيكية تكون منحفظة خلال حركة النواس وتعبيرها يكون عند

$\theta=\theta_m$ هي $E_m=\frac{1}{2}C\theta_m^2+0=\frac{1}{2}C\theta_m^2$ وعند موضع التوازن تكون $\theta=0$ و $\dot\theta=\dot\theta_m$ أي أن سرعة

النواس تكون قصوية وبالتالي $E_m=\frac{1}{2}J_\Delta\dot\theta_m^2+0=\frac{1}{2}J_\Delta\dot\theta_m^2$

انحفاظ الطاقة الميكانيكية يكافئ $\frac{1}{2}J_\Delta\dot\theta_m^2=\frac{1}{2}C\theta_m^2\Rightarrow\dot\theta_m=\theta_m\sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$

تطبيق عددي :

$$\theta_m=10^\circ=\frac{\pi}{18}rad$$

$$\dot\theta_m=2,02rad/s$$

4 ـ حساب طاقة الوضع اللي E_{pt} والطاقة الحركية E_C للنواس عند $\theta = 0,8rad$

لا يمكن لأن القيمة القصوية لهذه الحركة هي $\theta_m = 10° = \frac{\pi}{18} = 0,174rad < 0,8rad$

يمكن ان نتعامل نع هذا التمرين باعتبار $\theta = 0,08rad = 4,5°$

نعلم أن $E_{pt} = \frac{1}{2}C\theta^2 + Cte$ نختار الحالة المرجعية التي يكون فيها القضيب في حالة توازنه المستقر

حيث $\theta = 0$ وبالتالي فالثابتة $Cte = 0$ أي أن $E_{pt} = \frac{1}{2}C\theta^2$

تطبيق عددي : $E_{pt} = 0,64.10^{-7}\,J$

الطاقة الحركية للنواس هي :

نعلم أ، الطاقة الميكانيكية للنواس هي :

$$E_m = E_{pt} + E_C \Rightarrow E_C = E_m - E_{pt}$$

$$E_C = \frac{1}{2}C\left(\theta_m^2 - \theta^2\right) = 0,024.10^{-5}\,J$$

تمرين 3

1 ـ دور الذبذبات الصغيرة :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mgd}}$$

تطبيق عددي : $T_0 = 2,01s$

2 ـ تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس الوازن :

نأخذ الحالة المرجعية $E_{pp} = 0$ عند $z = 0$ أي أننا نختار المحور $(O,\vec{k})$ موجه نحو الأعلى وO متطابقة مع موضع التوازن G وبالتالي فإن $E_{pp} = mgz + Cte$

في الحالة المرجعية لدينا : $E_{pp} = 0 = 0 + Cte \Rightarrow Cte = 0$ أي أن $E_{pp} = mgz$ بحيث أن

$z = d\left(1 - \cos\theta\right)$ وبالتالي فإن $E_{pp} = mgd\left(1 - \cos\theta\right)$

باعتبار أن الذبذبات ذات وسع صغير فإن $1 - \cos\theta = \frac{\theta^2}{2}$ أي أن $E_{pp} = \frac{1}{2}mgd\theta^2$

3 ـ حساب $\dot{\theta}_{\max}$ السرعة الزاوية القصوى للمتذبذب

تكون للنواس الوازن سرعة زاوية قصوى عند مروره من موضع توازنه أي $\theta = 0$ أي أن $E_{pp\min} = 0$

والطاقة الميكانيكية في هذه الحالة هي $E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_{\max}^2$

بما أن الاحتكاكات مهملة فإن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية أي أن الطاقة الميكانيكية للنواس عند $\theta = \theta_{\max}$ تساوي $E_m = E_{pp\max} + E_{C\min} = E_{pp\max} + 0 = E_{pp\max}$ الطاقة الميكانيكة للنواس عند مروره من موضع توازنه أي أن :

$$E_{pp\max} = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_{\max}^2 \Rightarrow \dot{\theta}_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{pp\max}}{J_\Delta}}$$

$$\dot{\theta}_{\max} = 0,25rad$$

تمرين 4

1 ـ تحديد المنحنى الموافق لكل شكل من أشكال الطاقة : أنظر الشكل جانبه

2 ـ قيمة الدور T_0 لحركة النواس الوازن :

يلاحظ من خلال المنحنيات E_{pp} أو E_C دالتين دورتين دور كل منهما هو $T=\frac{T_0}{2}$ أي أن $T_0=2T$

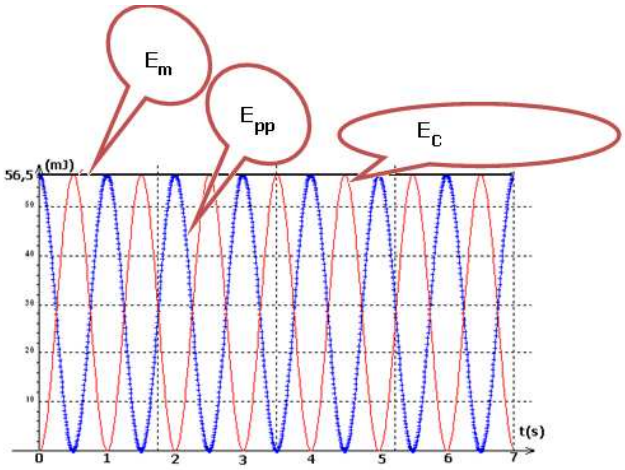
وحسب الشكل فإن $T=1s \Rightarrow T_0=2s$

3 ـ أ ـ طول النواس البسيط الذي له نفس الدور الخاص T_0 :

نعلم أن دور النواس البسيط : $T_0=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ لكي

يكون متواقت مع النواس الوازن الذي دوره $T_0=2s$

هو كالتالي : $4=4\pi^2\frac{\ell}{g} \Rightarrow \ell=\frac{g}{\pi^2}=1m$



ب ـ تعبير طاقة الوضع الثقالية القصوى للنواس البسيط : $E_{pp}=mg\ell(1-\cos\theta)$

بالنسبة لدبدبات ذات وسع صغير لدينا $1-\cos\theta=\frac{\theta^2}{2}$ أي أن $E_{pp}=\frac{1}{2}mg\ell\theta^2$

ج ـ لنتأكد من أن التقريب المستعمل بالنسبة للزوايا الصغيرة يتحقق أي قانون التواقت نحسب $\theta_{\max}$ من

خلال المعادلة التالية: $E_{pp\max}=\frac{1}{2}mg\ell\theta^2_{\max}$ باعتبار أن للنواس البسيط نفس الطاقة الميكانيكية نجد أن

$$\theta_{\max}=\sqrt{\frac{2E_{pp\max}}{mg\ell}}=0,226rad=13°$$

تمرين 5

1 ـ تحديد شبه الدور T انطلاقا من المنحنى في الوثيقة جانبه :

من خلال الشكل يتبين أن شبه الدور هو : $T=1s$

الدور الخاص للنواس هو :

$T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=1s$ مما يبين أن شبه الدور والدور الخاص للمتذبذب تقريبا متساويان .

2 ـ تحديد المنحنيان (أ) و (ب) :

(أ) الطاقة الحركية للمتذبذب : $E_C=\frac{1}{2}m\dot{x}^2$

و (ب) طاقة الوضع المرنة $E_{pe}=\frac{1}{2}kx^2$

3 ـ يفسر تناقص الطاقة الميكانيكية E_m نتيجة وجود قوى الاحتكاك المسؤولة عن تبدد الطاقة على شكل طاقة حرارية .

4 ـ أ سرعة G عند اللحظة t_1 :

عند اللحظة t_1 لدينا $x=0$ أي أن G تمر من موضع توازنها وبالتالي فإن السرعة في هذه النقطة قصوية أي أن الطاقة الحركية قصوية وطاقة الوضع منعدمة أي دنوية وبالتالي فالطاقة الميكانيكية

$$E_m(t_1)=E_{C\max}(t_1)\Rightarrow \frac{1}{2}m\dot{x}_{\max}^2=E_m(t_1)$$

$$\dot{x}_{\max}=\sqrt{\frac{2E_m(t_1)}{m}}=\sqrt{\frac{2\times 1,6.10^{-3}}{0,25}}=0,113m/s$$

عند اللحظة t_2 تكون الطاقة الحركية دنوية أي $E_C(t_2)=0\Rightarrow v(t_2)=0$

ب ـ قيمة الشدة $\vec{f}$ عند هاتين اللحظتين :

عند اللحظة t_1 تكون السرعة قصوية أي أن شدة القوة $f=\mu v$ ستكون كذلك قصوية $f_{\max}=\mu.\dot{x}_{\max}$

عند اللحظة t_2 تكون السرعة منعدمة وبالتالي فشدة القوة $\vec{f}$ ستكون منعدمة كذلك .

ج ـ تعليل شكل المنحنى E_m

عندما تكون شدة قوة الاحتكاك منعدمة (مثلا t_2) فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ وسيكون المنحنى E_m عبارة عن جزء من عتبة أفقية (palier) وبعد تزداد شدة القوة أي أن الطاقة الميكانيكية تنقص .

وهذا الشكل ناتج عن أن قوى الاحتكاك غير ثابتة .

تمرين 6

1 ـ تعبير الطاقة الحركية للمجموعة { الجسم الصلب ، النابض }

$$E_C=E_C(S_1)+E_C(R)$$

بما أن كتلة النابض مهملة فإن طاقته الحركية منعدمة $E_C(R)=0$ وبالتالي فإن الطاقة الحركية للمجموعة هي : $E_C=\frac{1}{2}m\dot{x}^2$

2 ـ تعبير طاقة الوضع للمجموعة :

$E_P=E_{pp}+E_{pe}$ بحيث أن E_{pp} طاقة الوضع الثقالية للجسم وهي منعدمة لأنه حسب المعطيات أن $E_{pp}=0$ في المستوى الذي يمر من G (حركة G أفقية وبالتالي فإن $z=0$) و E_{pe} طاقة الوضع المرنة للنابض وهي : $E_{pe}=\frac{1}{2}kx^2+Cte$ تمثل x إطالة النابض عند اللحظة t لكون أن $\Delta\ell_0=0$ لأن النابض أفقي .

حسب الحالة المرجعية أن $E_{pe}=0$ عند $x=0$ أي أن $Cte=0$ وبالتالي فإن $E_p=\frac{1}{2}kx^2$

نستنتج الطاقة الميكانيكية للمجموعة :

$$E_m=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}kx^2$$

3 ـ المعادلة التفاضلية لحركة المتذبذب المرن :

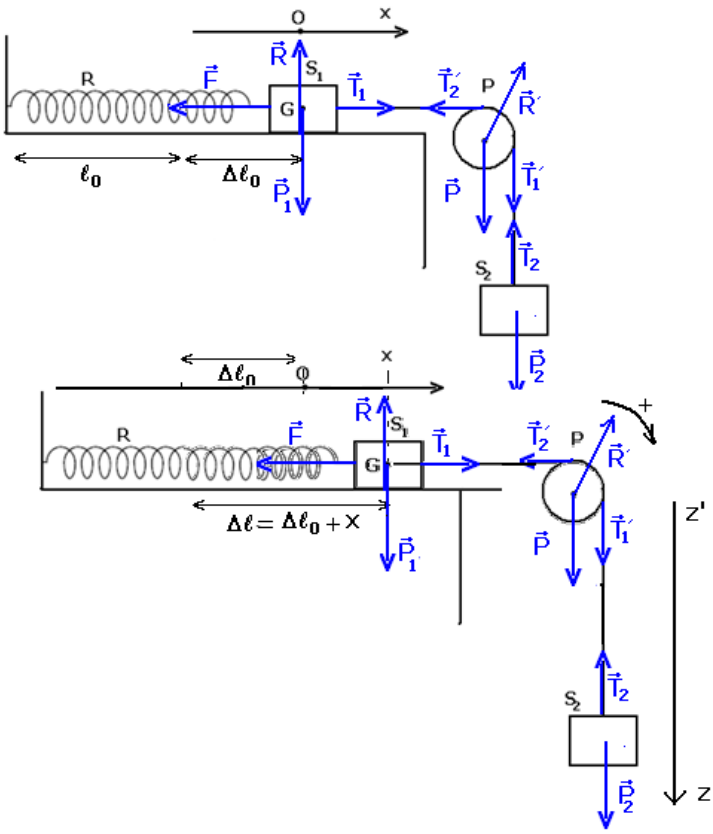
بما أن الاحتكاكات مهملة فإن الطاقة الميكيانيكية تنحفظ أي أن $\frac{dE_m}{dt}=0$ وبالتالي فإن :

$$kx\dot{x}+m\dot{x}\ddot{x}=0\Rightarrow kx+m\ddot{x}=0\quad(\dot{x}\neq 0)$$

$$\ddot{x}+\frac{k}{m}x=0$$

II ـ 1 إطالة النابض عند التوازن :

من خلال التبيانة ، وبتطبيق شرطا التوازن على كل من الجسم S_1 و الجسم S_2 في حركة إزاحة والبكرة وهي في حركة دوران نحصل على :



دراسة توازن الجسم S_1 :

القوى المطبقة على S_1 : $\vec{P}_1$ وزن الجسم و $\vec{R}$ تأثير السطح الأفقي و $\vec{T}_1$ توتر الخيط و $\vec{F}$ قوة ارتداد النابض .

$$\vec{P}_1+\vec{T}_1+\vec{R}+\vec{F}=\vec{0}$$

نسقط هذه العلاقة على $(O,\vec{i})$:

$$-k\Delta\ell_0+T_1=0 \quad (1)$$

دراسة توازن الجسم S_2 :

القوى المطبقة على الجسم S_2 : $\vec{P}_2$ وزن الجسم S_2 ، $\vec{T}_2$ توتر الخيط .

$$\vec{P}_2+\vec{T}_2=\vec{0}$$

إسقاط العلاقة على $(O,\vec{k})$: $mg-T_2=0$ (2)

دراسة توازن البكرة (قابلة للدوران حول محور ثابت)

القوى المطبقة على البكرة : $\vec{P}$ وزن البكرة ، $\vec{R}'$ تأثير المحور على البكرة ، $\vec{T}_1'$ توتر الخيط و $\vec{T}_2'$ توتر الخيط .

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}')+\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_1')+\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_2')=0$$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})=0$ و $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}')=0$ لكون خطي تأثيرهما يمر من مجرى البكرة .

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_1')+\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_2')=0\Rightarrow -T_1'.r+T_2'.r=0$$

$$T_1'=T_2'$$

وبما أن الخيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة : $T_1'=T_1$ و $T_2'=T_2$ وبالتالي فإن $T_1=T_2$

ومن العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن $-k\Delta\ell_0+mg=0\Rightarrow\Delta\ell_0=\dfrac{mg}{k}$

2 ـ 1 الدور T_0 للمتذبذب وهو حسب التسجيل لدينا $T_0=30.\Delta t=1,2s$

2 ـ 2 الوسع هو حسب المبيان : $x_m=2cm=2.10^{-2}m$

3 ـ 1 المعادلة التفاضلية لحركة الجسم S_1

دراسة حركة الجسم S_1 وهو في حركة إزاحة :

القوى المطبقة على S_1 : $\vec{P}_1$ وزن الجسم و $\vec{R}$ تأثير السطح الأفقي و $\vec{T}_1$ توتر الخيط و $\vec{F}$ قوة ارتداد النابض .

نطبق القانون الثاني لنيوتن في مرجع مرتبط بالأرض نعتبره غاليليا :

$$\vec{P}_1+\vec{T}_1+\vec{R}+\vec{F}=m.\vec{a}$$

نسقط هذه العلاقة على $(O,\vec{i})$: $-k\Delta\ell+T_1=m_1.\ddot{x}$ بحيث أن $\Delta\ell$ هي إطالة النابض عند اللحظة t وهي حسب الشكل :

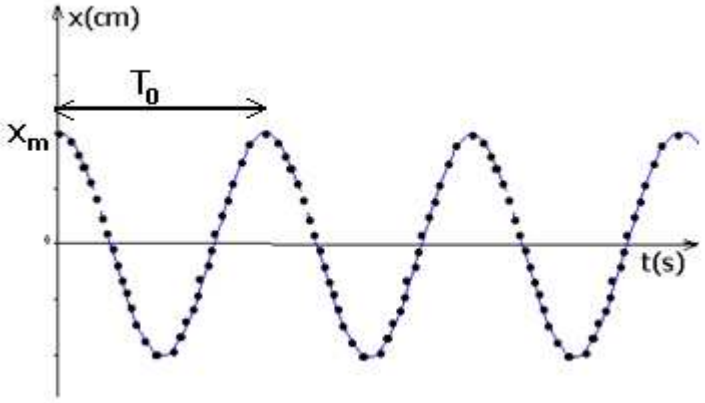
$\Delta\ell=\Delta\ell_0+x$ أي أن العلاقة السابقة تصبح : $-k(\Delta\ell_0+x)+T_1=m_1.\ddot{x}$

دراسة حركة الجسم S_2 :

القوى المطبقة على الجسم S_2 :

$\vec{P}_2$ وزن الجسم S_2 ، $\vec{T}_2$ توتر الخيط

.



نطبق القانون الثاني لنيوتن في مرجع مرتبط بالأرض نعتبره غاليليا :

$\vec{P}_2+\vec{T}_2=m_2\vec{a}$

إسقاط العلاقة على $(O,\vec{k})$:

$m_2g-T_2=m_2\ddot{z}$ (2)

دراسة حركة البكرة (حركة دوران حول محور ثابت)

القوى المطبقة على البكرة : $\vec{P}$ وزن البكرة ، $\vec{R}'$ تأثير المحور على البكرة ، $\vec{T}_1'$ توتر الخيط و $\vec{T}_2'$ توتر الخيط .

نطبق العلاقة الأساسية للتحريك في مرجع مرتبط بالأرض نعتبره غاليليا :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}')+\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_1')+\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_2')=J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})=0$ و $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}')=0$ لكون خطي تأثيرهما يمر من مجرى البكرة .

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_1')+\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_2')=J_\Delta.\ddot{\theta}\Rightarrow -T_1'.r+T_2'.r=J_\Delta.\ddot{\theta}$$

بما أن الخيط غير قابل الانزلاق على مجرى البكرة فإن $\ddot{x}=\ddot{z}=r\ddot{\theta}\Rightarrow\ddot{\theta}=\dfrac{\ddot{x}}{r}$

$$-T_1'+T_2'=J_\Delta\frac{\ddot{x}}{r^2}$$

وبما أن الخيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة : $T_1'=T_1$ و $T_2'=T_2$ بالتالي $-T_1+T_2=J_\Delta\dfrac{\ddot{x}}{r^2}$ (3)

نعوض العلاقتين (1) و (2) في العلاقة (3) نستنتج أن

$$-(m_1.\ddot{x}+k(\Delta\ell_0+x))+(m_2g-m_2\ddot{x})=J_\Delta\frac{\ddot{x}}{r^2}$$

$$\ddot{x}\left(m_1+m_2+\frac{J_\Delta}{r^2}\right)-m_2g+k\Delta\ell_0+kx=0$$

$$-m_2g+k\Delta\ell_0=0\Rightarrow\ddot{x}\left(m_1+m_2+\frac{J_\Delta}{r^2}\right)+kx=0$$

$$m_1=m_2=m$$

$$J_\Delta=\frac{1}{2}Mr^2=mr^2$$

$$3m\ddot{x}+kx=0\Rightarrow\ddot{x}+\frac{k}{3m}x=0$$

3 ـ 2 المعادلة الزمنية لحركة المتذبذب :

بما أن المعادلة التفاضلية خطية ومن الدرجة الثانية فإنها تقبل حلا جيبيا على الشكل التالي

$$x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

بحيث أن $T_0 = 1,2s$ و $x_m = 2.10^{-2} m$

تحديد φ ، عند اللحظة $t = 0$ لدينا

$$x(0) = x_m = x_m \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1$$

$$\varphi = 0$$

5 ـ صلابة النابض :

من خلال المعادلة التفاضلية فإن الدور الخاص لحركة S_1 هو :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{k}} \Rightarrow k = \frac{12\pi^2.m}{T_0^2} = 16,7N/m$$

تمرين 7

1 ـ المعادلة التفاضلية لحركة القضيب :

بنفس الطريقة المتبعة في التمارين السابقة نتوصل إلى المعادلة التفاضلية التالية

$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}\theta = 0$$

2

طاقة الوضع للمجموعة قضيب وسلك هي : $E_P = E_{pt} = \frac{1}{2}C\theta^2 + Cte$ وحسب الحالة المرجعية فإن $Cte = 0$ أي أن الطاقة الميكانيكية للقضيب هي :

$$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}C\theta^2$$

3 ـ 1 القيمة القصوى لطاقة الوضع اللي : $E_{Pt\max} = 3.10^{-3} J$

3 ـ 2 الوسع $\theta_m = \frac{\pi}{4} rad$

3 ـ 3 ثابتة اللي للسلك :

$$E_{Pt\max} = \frac{1}{2}C\theta_{\max}^2 \Rightarrow C = \frac{2E_{Pt\max}}{\theta_{\max}^2} 9,72.10^{-3} N.m/rad$$

4 ـ المعادلة الزمنية لحركة القضيب : $\theta = \frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

نحسب الدور الخاص للمتذبذب : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{4.10^{-4}}{9,7.10^{-3}}} = 1,3s$

بالنسبة ل φ فحسب الشروط البدئية أنه عند اللحظة $t = 0$ لدينا $\theta(0) = \theta_m = \theta_m \cos\varphi \Rightarrow \varphi = 0$

وبالتالي فالمعادلة الزمنية هي : $\theta = \frac{\pi}{4}\cos(5t)$

5

القضيب فإن المجموعة المحصل عليها تكون متذبذب ميكانيكي وهو نواس اللي حيث معادلته التفاضلية على الشكل التالي : $\ddot{\theta} + \frac{C}{J'_\Delta}\theta = 0$ بحيث أن J'_Δ عزم قصور المجموعة وهي حسب المعطيات

أي أن المعادلة التفاضلية تصبع على الشكل التالي : $J'_{\Delta} = J_{\Delta} + 2m\left(\frac{\ell}{4}\right)^2$

$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta} + 2m\left(\frac{\ell}{4}\right)^2}\theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta} + \frac{m\ell^2}{8}}\theta = 0$$

$$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_{\Delta} + \frac{m\ell^2}{8}}{C}} \Rightarrow T'^2_0 = \frac{4\pi^2\left(J_{\Delta} + \frac{m\ell^2}{8}\right)}{C} \Rightarrow CT'^2_0 = 4\pi^2 J_{\Delta} + 4\pi^2\frac{m\ell^2}{8}$$

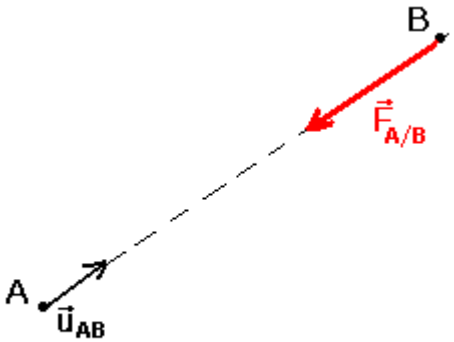
$$m = \frac{2CT'^2_0}{10\ell} - \frac{8J_{\Delta}}{\ell^2} = 2,9kg$$

الذرة ومكانيك نيوتن
Atome et mecanique de Newton
خاص بالعلوم الرياضية والعلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية

I ـ حدود ميكانيك نيوتن

1 ـ قانون نيوتن وقانون كولم

أ ـ قانون نيوتن : التأثير البيني التجاذبي



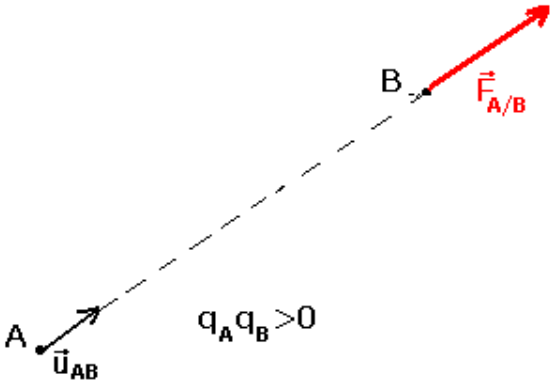
جسمان نقطيان A كتلته m_A و B كتلته m_B يطبق الواحد منهما على الآخر قوة تجاذب كوني اتجاهها هو المستقيم المار من A و B ، ومنحاهما نحو الجسم المؤثر ، وشدتهما تساوي :

$$F_{A/B} = F_{B/A} = G\frac{m_A.m_B}{(AB)^2}$$

بحيث G هي ثابتة التجاذب الكوني . $G = 6,67.10^{-11}\,N.m^2.kg^{-2}$

$$\vec{F}_{A/B} = -G\frac{m_A m_B}{(AB)^2}\vec{u}_{AB}$$

ب ـ قانون كلوم



جسمان نقطيان A شحنته q_A و B شحنته q_B يطبق كلاهما على الآخر قوة تجاذب أو تنافر اتجاهها هو المستقيم المار من A و B ، ومنحاهما يتعلق بإشارتي q_A و q_B ، وشدتهما تساوي :

$$F_{A/B} = F_{B/A} = k\frac{q_A.q_B}{(AB)^2}$$

بحيث أن $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ حيث ε_0 هي ثابتة العزل في الفراغ

$$k = 9.10^9\,N.m^2.C^{-2}$$

$$\vec{F}_{A/B} = k\frac{q_A.q_B}{(AB)^2}\vec{u}_{AB}$$

ملحوظة : التأثير البيني التجاذبي في الذرة مهمل أمام التأثير البيني الكهرساكن .
مثلا في حالة ذرة الهيدروجين لدينا :

$$\frac{F_g}{F_e} = \frac{Gm_e.m_p}{k.e^2} \approx 4,4.10^{-40}$$

2 ـ النموذج الكوكبي للذرة

باستعمال المماثلة بين قوى التأثير البيني التجاذبي الكوني ، وقوى البيني الكهرساكن ، ا روذرفورد في مطلع القرن العشرين " نموذجا كوكبيا " للذرة حيث نمذج النواة بكوكب ما ونمذج الإلكترونات بأقمار هذا لكوكب ز ومثلما تتحكم قوى التأثير البيني التجاذبي في حركة الأقمار حول الكوكب ، تتحكم قوى التأثير البيني الكهرساكن في حركة الإلكترونات حول النواة .

3 ـ حدود ميكانيك نيوتن

بالنسبة لمجموعة كوكبية (أرض ـ قمر اصطناعي) مثلا ، تسمح ميكانيك نيوتن بالتنبؤ بإمكانية وضع القمر الاصطناعي في مدار حول الأرض
يمكن تغيير تلك الشروط البدئية ، فإن شعاع مدار القمر الاصطناعي (باعتباره دائريا) يمكنه أن يأخذ جميع القيم الممكنة .
باعتبار ذرة الهيدروجين وتخيلنا أن إلكترون الذرة في حركة دائرية منتظمة حول النو
ميكانيك نيوتن يمكن لشعاع مدار الإلكترون أن يأخذ جميع القيم الممكنة ، وبالتالي فإن ذرتي

هيدروجين سيكون لهما حجمان مختلفان حسب شعاع المدار وهذا غير صحيح لأن ذرتي هيدروجين لهما نفس الحجم وبصفة عامة جميع ذرات الهيدروجين لها نفس المميزات . وهذا ما يجعل مكيانيك نيوتن تعجز عن تفسيره .

لايمكن لميكانيك نيوتن أن تفسر الظواهر الفيزيائية التي تحدث على مستوى الذرات أو الجزيئات من بين هذه الظواهر الفيزيائية ، التبادلات الطاقية بي المادة وإشعاع ضوئي والتي تبرزها أطياف الذرات

II ـ تكمية التبادلات الطاقية

يحدث تبادل الطاقة

ـ عند اصطدام ذرة بدقيقة مادية

ـ عندما يحدث تأثير بيني بين الذرة وإشعاع ضوئي .

سنة 1900م وضع الفيزيائي الألماني ماكس بلانك فرضية : المادة والضوء لا يمكنهما أن يتبادلا الطاقة إلا بكميات منفصلة تسمى **كمات الطاقة** .

الطاقة المتبادلة E_{ech} بين المادة وإشعاع ضوئي لا يمكنها أن تأخذ إلا قيما محددة ومنفصلة ، نقول أن هذه الطاقة المتبادلة مكماة .

وحسب مبدأ انحفاظ الطاقة ، فإن الطاقة المتبادلة من طرف ذرة تساوي تغير طاقتها بين قيمتين E_1 و E_2 أي أن $\Delta E = E_2 - E_1$.

1 ـ نموذج الفوتون

طور إنشتاين فرضية ماكس بلانك على شكل كمات الطاقة ، وذلك بإثبات أن كمات الطاقة هاته تحملها دقائق تسمى **بالفوتونات .**

ما هو الفوتون ؟

الفوتون دقيقة ليست لها كتلة ، وغير مشحونة ، تنتقل في الفراغ بسرعة الضوء : $c = 3,00.10^8 m/s$.

تتكون موجة كهرمغنطيسية ترددها ν ، وطول موجتها في الفراغ λ من فوتونات .

طاقة كل فوتون : $E = h.\nu = h\frac{c}{\lambda}$.

ν تردد الموجة ب Hz و λ طول الموجة ب المتر m و h ثابتة بلانك $(J.s)$ و E طاقة الفوتون ب J .

للتعبير عن طاقة الفوتون نستعمل غالبا الإلكترون ـ فولط : $1eV = 1,60.10^{-19} J$

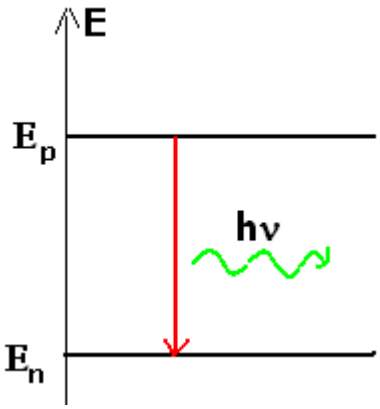
تمرين تطبيقي :

أحسب بالجول ، ثم بالإلكترون فولط ، طاقة فوتون مقرون بلإشعاع الأحمر لطيف يساوي $657nm$. نعطي : سرعة الضوء في الفراغ : $c = 3,00.10^8 m/s$ و ثابتة بلانك $h = 6,626.10^{-34} J.s$

الجواب : طاقة الفوتون هي : $E = h.\nu = \frac{h.c}{\lambda}$

حساب طاقة الفوتون بالجول : $E = \frac{6,626.10^{-34} \times 3.10^8}{656.10^{-9}} = 3,03.10^{-19} J$

حساب طاقة الفوتون ب eV : $E = 1,89eV$



2 ـ موضوعات بوهر

تبين الدراسة التجريبية لطيف الانبعاث لذرة الهيدروجين في المجال المرئي أنه يتكون من عدة حزات ملونة توافق كل منها إشعاعا معينا أحادي اللون ، وهو يتكون من أربع حزات طول موجاتها هو كالتالي :

$\lambda_1 = 411nm$ و $\lambda_2 = 435nm$ و $\lambda_3 = 487nm$ و $\lambda_4 = 657nm$.

لتفسير هذه الظاهرة وضع العالم الفيزيائي الدنماركي نيلس بوهر موضوعات تحمل اسمه :

* تغيرات الطاقة لذرة تغيرات مكماة .

*

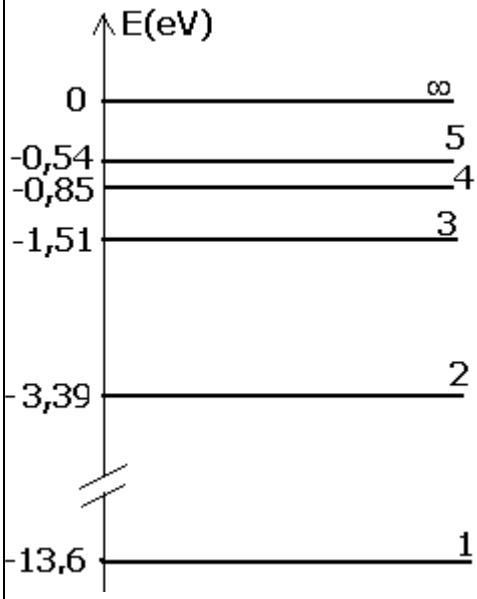
* يتم انبعاث فوتون تردده ν عندما تنتقل الذرة من مستوى طاقي E_p إلى مستوى طاقي E_n أقل

بحيث : $E_p - E_n = h\nu$

III ـ تكمية مستويات الطاقة .

1 ـ تكمية مستويات الطاقة في الذرات

النموذج الذي وضعه بوهر يتناسب والأفكار الجديدة للتكمية ، يتمثل هذا النموذج في كون طاقة الذرة مكماة أي لا تأخذ سوى بعض القيم المنفصلة والمحددة تسمى **مستويات الطاقة** . أي أن كل مستوى طاقي لهة طاقة معينة ونميزها بعدد n يسمى **بالعدد الكمي** ، والذي يأخذ الأعداد 1 و 2 و 3 .....



ـ مستوى الطاقة بالنسبة للعدد الكمي $n=1$ يسمى المستوى الأساسي وهو يوافق المستوى ذا الطاقة الأصغر (الحالة المستقرة للذرة)

ـ مستويات الطاقة ذات العدد الكمي $n>1$ توافق المستويات المثارة .

ـ المستوى الطاقي دو العدد الكمي $n=\infty$ يوافق الطاقة $E_\infty = 0$

حيث الإلكترون غير مرتبط بالنواة . إن هذا الاصطلاح يستوجب أن تكون لكل المستويات الطاقية تأخرى طاقة سالبة .

مخطط مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين .

في غياب أي اضطراب خارجي ، إذا كانت الحالة الأساسية لذرة هي حالتها البدئية ، فإن الذرة تبقى في هذه الحالة .

عندما تكتسب ذرة طاقة خارجية ، فإنها تنتقل من حالتها الأساسية إلى إحدى الحالات المثارة والتي تكون في الغالب غير مستقرة ، لكن سرعان ما تعود إلى إحدى حالاتها ذات مستوى طاقي أقل ، وذلك بفقدان طاقة تكون مكماة .

الانتقال هو المرور من حالة إلى أخرى ذات مستوى طاقي أكبر (إثارة) أو ذات مستوى طاقي أقل (فقدان الاثارة)

تمرين تطبيقي :

باستعمال مخطط مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين :

1

الأساسية .

2 ـ ما هي أكبر قيمة ممكنة لطاقة الانتقال بين حالتين متتاليتين ؟

الجواب :

ـ 1

$$E_4 - E_1 = -0,85 - (-13,6) = 12,75eV$$

2 ـ الحالتان المتتاليتان اللتان تبعدان أكثر عن بعضهما البعض هما الحالة الأساسية والحالة المثارة الأولى :

$$E_2 - E_1 = 10,2eV$$

2 ـ تكمية مستويات الطاقة في الجزيئات

تتكون الجزيئات من ذرات في تأثير بيني ، مما يكثر من عدد مستويات الطاقة ويوسعها مكماة أيضا ، وهي تتعلق بالإلكترونات ، وباهتزازات الجزيئة حول مركز الكتلة ، وبدورانها

3 ـ تكمية مستويات الطاقة في النوى .

إن طاقة النواة مكماة كذلك ، بحيث أن

وذلك بفقدان طاقة أو باكتسابها . كما يمكن للنواة أن تثار بفعل اصطدامها مع دقيقة مادية عالية الطاقة

تتوفر الذرات والجزيئات والنوى على مستويات الطاقة مكماة .

عندما تتبادل هذه المجموعات طاقة مع الوسط الخارجي ، فإنها تنتقل من مستوى طاقي E_P إلى مستوى طاقي E_n أو العكس .

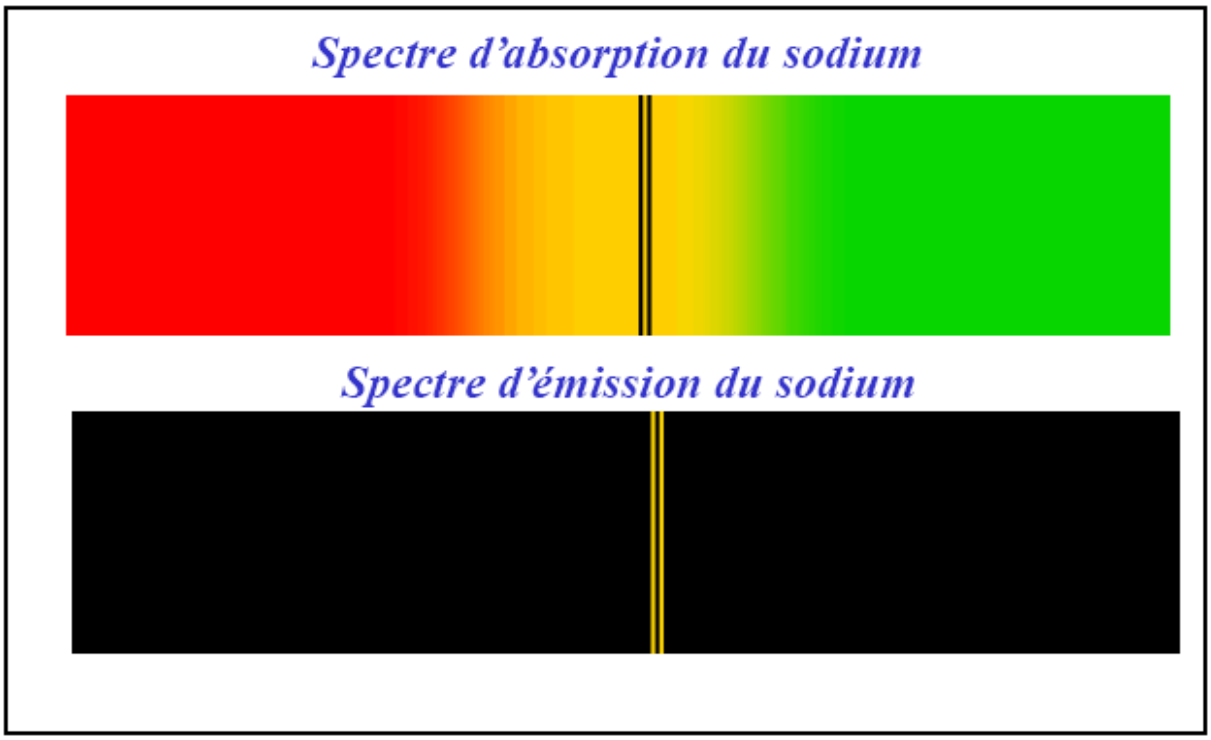
هذه الطاقة التبادلة تحكمها علاقة بوهر : $\Delta E = E_p - E_n$ بحيث أن $E_P > E_n$

VI ـ تطبيقات على الأطياف .

تعريف بطيف ضوء

نسمي طيف ضوء مجموع الإشعاعات التي يتكون منها هذا الضوء ، ويتميز كل إشعاع منها بطول الموجة في الفراغ .

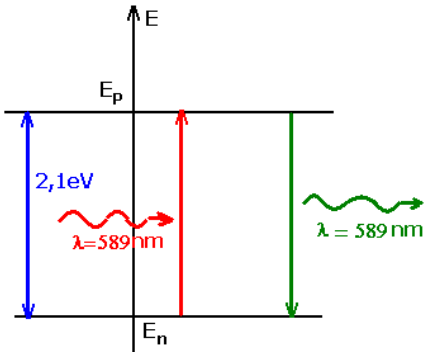
1 ـ أطياف الذرات



http://www.unice.fr/lasi/pagesperso/golebiowski/cours.htm

تمثل الوثيقة أعلاه طيف حزات الامتصاص وطيف حزات الانبعاث لذرة الصوديوم ويلاحظ أن الحزات المظلمة تحتل نفس مواضع حزات الانبعاث .

عندما تنتقل ذرة من مستوى طاقي E_P إلى آخر ذي طاقة E_n أقل فإنها تفقد طاقة تبعثها على شكل إشعاع تردده ν ، بحيث أن $\Delta E = E_p - E_n = h\nu$



* كلما كان الفرق ΔE كبيرا كلما كان التردد ν مهما .

* ترددات الإشعاعات المنبعثة تحددها مستويات الطاقة ؛ ففي طيف الانبعاث الذري ، كل حزة أحادية اللون (أحادية طول الموجة) توافق انتقالا بين مستويين للطاقة .

* لا تتعلق مستويات الطاقة لذرة إلا بطبيعة الذرة . هذه الأخيرة تبعث إشعاعات تميزها والتي تكون قادرة على امتصاصها أيضا ؛ إن طيف الانبعاث لذرة يميز الذرة شأنه في ذلك شأن مستويات الطاقة .

وعند إضاءة ذرات بواسطة ضوء أحادي طول الموجة في الفراغ تردده ν ، تنتقل الذرة من مستوى طاقي E_n إلى مستوى طاقي E_P مع $(n < p)$

امتصاص الإشعاع إذا كانت $h\nu = E_p - E_n$

إذا كانت $h\nu$

اضطراب .

عندما تنتقل ذرة من مستوى طاقي E_p إلى مستوى طاقي E_n أكبر فإنها تمتص إشعاعا تردده ν

بحيث أن $\Delta E = E_p - E_n = h\nu$.

مثال نشاط تجريبي : دراسة طيف حزات الهيدروجين

تجربة :

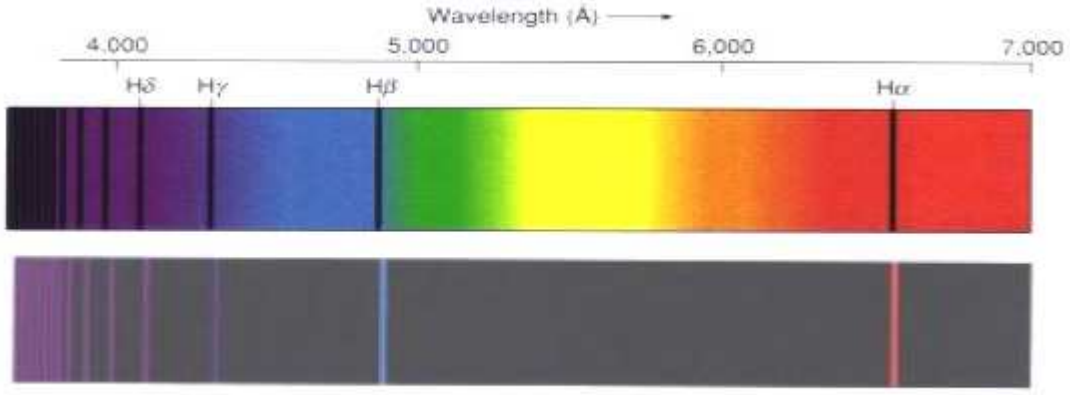
فينبعث منه ضوءا الذي يكون طيف الانبعاث لذرة الهيدروجين . والذي يمكن معاينته بواسطة مطياف .

نلاحظ :

ـ طيف متقطع .

ـ يحتوي على حزات طيفية أهمها الأربع التالية :

أحمر $657nm$ أزرق $487nm$ نيلي $435nm$ بنفسجي $411nm$



Comparaison des spectres d'émission et d'absorption de l'hydrogène

www2.ac-lyon.fr/lyc69/herriot/SPC/2nde/cours/PHYSIQUE/chapP4.pdf

في سنة 1908 م اقترح ريتز علاقة رياضية تمكن من حساب أطوال الموجة لطيف الانبعاث لذرة الهيدروجين في المجالات المرئي ، وفوق البنفسجي ، وتحت الأحمر ، وتربط هذه العلاقة أطوال الموجة λ_{np} بعددين طبيعيين n و p حيث $n=1$ أو $n=2$ أو $n=3$ ... و $p>n$ وهي :

$$\frac{1}{\lambda_{np}} = R_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right) \qquad (1)$$ بحيث أن R_H ثابتة ريدبيرك Rhydberg : $R_H = 1,09737320.10^7\, m^{-1}$

انطلاقا من قيمة معينة لعدد n يمكن حساب متسلسلة من الحزات وذلك بتغيير العدد p .

ـ متسلسلة بالمير توافق $n=2$ وتعطي اطوال الموجة لأربع حزات مرئية توافق كل حزة قيمة معينة لعدد p .

ـ متسلسلة باشين نحصل عليها بالنسبة للعدد $n=3$ و $p>3$

متسلسلة ليمان نحصل عليه بالنسبة للعدد $n=1$ و $p>1$

ـ متسلسلة براكيت نحصل عليها بالنسبة للعدد $n=4$ و $p>4$

في سنة 1913

توصل إلى كون طاقة ذرة هيدروجين معزولة هي : (eV) $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ ؛ حيث n عدد صحيح موجب

يسمى العدد الكمي الرئيسي . يستخلص من هذا أن طاقة ذرة الهيدروجين مكماة بحيث لا تأخذ إلا قيما محددة ، يميزها العدد n .

استثمار :

1 ـ تحقق من صحة العلاقة (1) بحساب أطوال الموجة للحزات المرئية لمتسلسلة بالمير ، ثم قارن القيم المحصلة مع معطيات الوثيقة .

2 ـ أ ـ أحسب الترددات ν_{np} للحزات الأربع الأولى لمتسلسلات السالفة الذكر .

ب ـ أنقل قيم الترددات ν_{np} على محور رأسي للترددات ، ممثلا كل حزة بخط أفقي ، ومقرنا بكل حزة العددين n و p الموافقين .

يستعمل السلم $1cm \leftrightarrow 2.10^{14}\,Hz$

3 ـ أ ـ بين أنه إذا كانت طاقة الذرة مكماة ، فإن تغيرات الطاقة $\left(E_p - E_n\right)$ التي توافق التبادلات الطاقية مع الوسط الخارجي هي تغيرات مكماة أيضا .

ب ـ أثبت العلاقة التي تمكن من حساب الفرق $\left(E_p - E_n\right)$.

2 ـ أطياف الجزيئات :

يتكون طيف الامتصاص لجزيئة من حزات ومن مجالات الامتصاص ، حيث تنخفض الشدة الضوئية لإشعاع ممتص فجأة ، حيث يوافق كل قمة مقلوبة تردد الإشعاع الممتص .

رتبة قدر إشعاع ممتص هي $10^{11}\,Hz$ بالنسبة لجزيئة ، مما يدل على أن مجالات الامتصاص توجد غالبا في المجال تحت الأحمر ، وبالتالي فهي غير مرئية ، ومن تم ينبغي تسجيلها باستعمال مكثفات ذات حساسية لهذه الإشعاعات .

إن تحليل طيف الامتصاص لجزيئة يمكن من التعرف على هذه الجزيئة ، كونه يقدم معلومات عن المجموعة الوظيفية وعن الروابط التي تحتوي عليها الجزيئة .

تمرين تطبيقي :

في الكيمياء العضوية تمتص المجموعات المميزة إشعاعات كهرمغنطيسية تمكن من التعرف على الجزيئات ، تتميز هذه الامتصاصات بعدد الموجة $\sigma = \frac{1}{\lambda}\left(cm^{-1}\right)$ ، نقدم في الجدول التالي أمثلة منها :

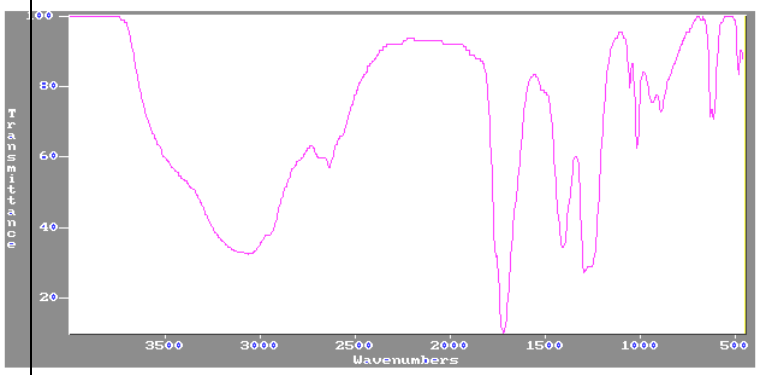
المجموعة المميزة	$C=O$	$O-H$	$C=C$
$\sigma = \frac{1}{\lambda}\left(cm^{-1}\right)$	1700	3350	1650

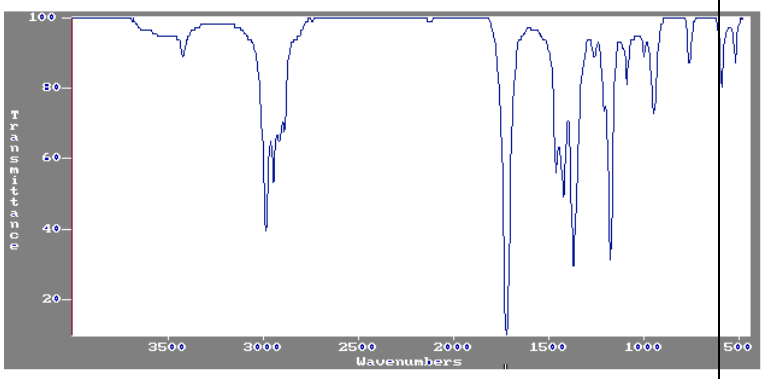
1 ـ أحسب بالوحدة (eV) طاقات الإشعاعات الممتصة من طرف المجموعات المميزة .

2 ـ ماذا تستنتج من خلال وجود شرائط الامتصاص بخصوص طاقة الجزيئة ؟

3 ـ نعتبر الجزيئة البوتان ـ 2 ـ أون وحمض الإيثانويك أكتب الصيغة نصف المنشورة لهاتين الجزيئتين .

أقرن بكل من الطيفين التاليين الجزيئة الموافقة .





3 ـ أطياف النوى

طاقة النواة هي أيضا مكماة ، ففي النشاط الإشعاعي ، تكون النوى الناتجة عن تفتت إشعاعي نوى مثارة . فقدان الإثارة لهذه النوى يصاحبه انبعاث فوتونات ذات طاقة عالية (إشعاعية النشاط γ) تميز النوى الباعثة .

رتبة قدر تغيرات الطاقة في النواة تناهز الميغاإلكترون ـ فولط (MeV) .

تمرين تطبيقي :

نعطي جانبه جدولين : الجدول (1) يقدم القيم المتوسطة لشعاعي مداري قمرين اصطناعيين وشعاع مدار القمر . ويعطي الجدول (2) الشعاعات الذرية لمجموعة من العناصر الكيميائية .

الجدول (1)

أقمار الأرض	شعاع المدار ب (km)
هوبل Huble	$6,0.10^2$
سبوت 5 $spot5$	$8,3.10^2$
القمر La lune	$3,83.10^5$

الجدول (2)

العنصر الكيميائي	H	Fe	U
الشعاع الذري (pm)	25	140	175

1 ـ دراسة مجموعة الجدول (1)

1 ـ 1

المستعملة .

2 ـ 1

1 ـ 3 استنتج تعبير v^2 مربع سرعة مركز قصور القمر الاصطناعي بدلالة r شعاع مداره الذي نعتبره دائريا .

1 ـ 4 نقبل أن تعبير طاقة الوضع الثقالية للقمر الاصطناعي ذي الكتلة m هو : $E_{pp} = -G\frac{mM_T}{r}$ ، حيث M_T كتلة الأرض ، و G ثابتة التجاذب الكوني و r شعاع مدار القمر الاصطناعي .

أوجد تعبير الطاقة الميكانيكية E_m للقمر الاصطناعي . هل E_m دالة متواصلة بدلالة r ؟

1 ـ 5 أعط بالمتر رتبة قدر شعاع مدار كل جسم من الأجسام الواردة في الجدول (1) .

هل رتبتا قدر شعاعي مداري القمرين الاصطناعيين قابلتان للمقارنة مع رتبة قدر شعاع مدار القمر ؟

2 ـ دراسة مجموعة الجدول (2)

2 ـ 1 أعط تركيب الذرات ^1_1H و $^{56}_{28}Fe$ و $^{238}_{92}U$

2 ـ 2 حدد رتبة قدر الشعاع الذري لكل عنصر . هل رتب القدر هاته قابلة للمقارنة فيما بينها ؟

2 ـ 3 فسر لماذا ذرات نفس العنصر الكيميائي لها نفس الشعاع الذري ؟

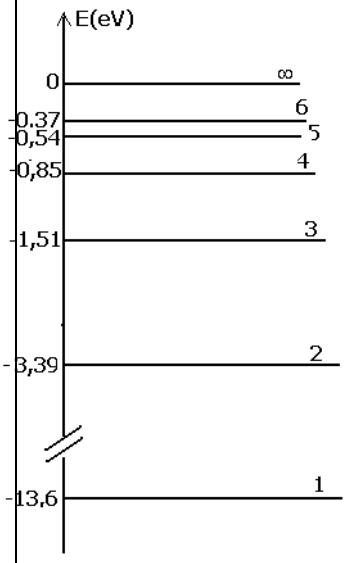
هل تعتبر المماثلة بين المجموعات : { أرض ـ أقمار اصطناعية } من جهة والمجموعة الذرية { نواة ـ إلكترونات } من جهة ثانية مماثلة مشروعة ؟ ما تستخلص ؟

الذرة وميكانيك نيوتن

تمارين

نعطي $1eV = 1,60.10^{-19}C$ و $h = 6,62.10^{-34}J.s$ و $c = 3,00.10^{8}m/s$

تمرين 1



نعطي جانبه مخطط الطاقة لذرة الهيدروجين . المستوى الطاقي الأكبر $(n=\infty)$ يوفق حالة تأين الذرة ، ونخصه اصطلاحيا بطاقة منعدمة .

المستوى $n=1$ يوافق الحالة الأساسية . أجب بصحيح أو خطأ على الاقتراحات التالية . معللا جوابك .

1 ـ مستويات الطاقة ذات الأعداد من $n=2$ إلى $n=6$ توافق حالات مثارة لذرة الهيدروجين .

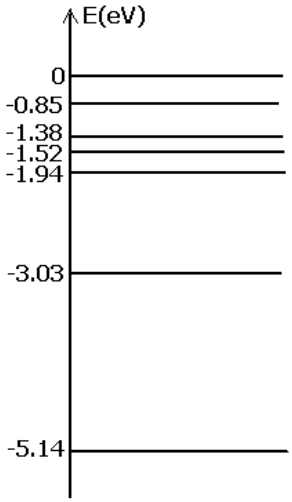
2 ـ المستوى ذو طاقة منعدمة هو الأكثر استقرارا .

3 ـ عندما تنتقل الذرة من المستوى $n=3$ إلى المستوى $n=2$ فإنها تبعث إشعاعا مرئيا .

4 ـ تبعث الذرة إشعاعا ينتمي للمجال فوق البنفسجي عندما تنتقل من المستوى $n=1$ إلى المستوى $n=3$

5 ـ يمكن لذرة هيدروجين توجد في حالتها الأساسية أن تمتص فوتونا طاقته $3,39eV$.

تمرين 2



نستعمل مخطط الطاقة لذرة الهيدروجين أعلاه .

1 ـ أحسب الطاقة التي ينبغي منحها لذرة الهيدروجين التي توجد في حالتها الأساسية لكي تتأين .

2 ـ طول الموجة في الفراغ لإشعاع منبعث خلال انتقال من مستوى طاقي إلى آخر يساوي $661nm$. حدد هاذين المستويين .

تمرين 3

يمثل مخطط الطاقة جانبه مختصر لمستويات الطاقة لذرة الصوديوم :

يبين تحليل الضوء المنبعث من مصباح طيفي للصوديوم تواجد حزة طول موجتها $589nm$.

1 ـ أحسب طاقة الفوتون المطابقة لهذا الإشعاع .

2 ـ حدد الانتقال المطابق لهذا الانبعاث .

تمرين 4

تعطي العلاقة $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ ب (eV) مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين حيث n عدد صحيح وموجب $n \geq 1$.

1 ـ 1 ـ 1 أحسب الطاقة المطابقة لكل من الحالة الأساسية والحالان الثلاث الأولى المثارة وحالة التأين

1 ـ 2 مثل هذه المستويات على مخطط للطاقة .

2 ـ بين أم ذرة الهيدروجين في حالتها الأساسية يمكن أن تمتص فوتونات طاقتها $10,2eV$ و $12,8eV$ و لا يمكنها امتصاص فوتون طاقتها $5,2eV$.

3 ـ في حالة الامتصاص :

3 ـ 1 مثل الانتقالات الممكنة على المخطط .

3 ـ 2 أحسب تردد وطول موجة الإشعاع المرتبط بالفوتونات ذات الطاقة $10,2eV$.

3 ـ 3 حدد موضع هذا الإشعاع على الطيف .

4 ـ هل يمكن إثارة ذرة الهيدروجين عند تصادمها :

4 ـ 1 إلكترون طاقته الحركية $5eV$ ؟

4 ـ 2 مع إلكترون طاقته الحركية $12eV$.

التساؤلات التي تطرح على الكيميائي

I ـ مجالات الكيمياء وأنشطة الكيميائي

1 ـ مجالات الكيمياء

ـ الكيمياء الثقيلة

صناعة مواد كيميائية بكميات كبيرة وبأقل كلفة وتصنف إلى قطاعين :

الكيمياء العضوية : تطورت هذه الكيمياء باكتشاف البترول حيث تستخرج منه جزيئات الأساس مثل الميثان والإيثان ولإيثيلين والبنزن الخ ... والتي تستعمل كوسيط في تصنيع المنتوجات العضوية كالمواد البلاستيكية والألياف الصناعية الخ....

الكيمياء المعدنية : فهي تهتم بإنتاج المركبات المعدنية الأساسية ، مثل حمض الكبريتيك H_2SO_4 و الأمونياك NH_3 والصودا NaOH وثنائي الكلور Cl_2 ولإيثانول C_2H_5OH إلخ ....

ـ الكيمياء الدقيقة

تهتم الكيمياء الدقيقة بتحضير جزيئات معقدة عن طريق عدة تفاعلات كيميائية متوالية جزيئات الأدوية ، الملونات الغذائية والعطريات إلخ ....

الكيمياء الموازية

تستعمل الكيميا

والصباغة والبرنيق واللصاق إلخ....

2 ـ أنشطة الكيميائي

ما هي الأنشطة التي يقوم بها الكيميائي في مختلف هذه المجالات ؟

أ ـ الفصل والكشف

تقنيات الفصل :

الترشيح أبسط عملية يمكن أن يقوم بها الكميائي لفصل نوعين كيميائيين .

مثال : عند إضافة محلول الصودا إلى محلول كبريتات النحاس

أزرق هيدروكسيد النحاس II للحصول على هذا النوع الكيميائي نقوم بعملية الترشيح تم التجفيف .

الاستخراج : هناك عدة تقنيات للاستخراج منها على الخصوص الاستخراج باستعمال مذيب والاستخراج بالتقطير المائي .

التحليل الكروماتوغرافي

التحليل الكروماتوغرافي على طبقة رقيقة

الدراسة التجريبية لـC.C.M

مرحلة التحضير :

* نأخذ قطعة من صفيحة (C.C .M) تكون الطور الثابت ونرسم عليها خطا ونضع على الخط قطرة من الزيت الليمونين المراد تحليلها وبجوارها قطرة من الليمونين التجاري هذه المجموعة الطور المتحرك .

* نأخذ كأس ونضع فيه كمية قليلة من مذيب مثلا السيكلوهكسان ون في وضع رأسي بحيث تكون القطرة غير مغمورة في السائل المذيب .

*

وتهاجر مكونات القطرتين نحو الأعلى

* نخرج الصفيحة من الكأس عندما تصل جبهة المذيب على مقربة من حا كلما كان النوع الكيميائي أكثر ذوبانية في الطور المتحرك هاجر أكثر نحو الأعلى .

مرحلة الكشف الكروماتوغرافي

هذه المرحلة تمكن من إظهار مختلف البقع الموافقة للأنواع الكيميائية المكونة للخليط غير الملونة بحيث نحصل على رسم التحليل الكروماتوغرافي ويسمى بالغروماتوغرام . وذلك باستعمال إحدى التقنيات التالية :

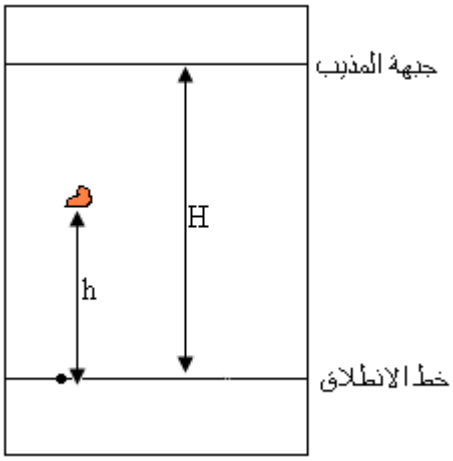
ــ الإظهار بواسطة محلول برمنغنات البوتاسيوم

ـ الإظهار بواسطة بخار ثنائي اليود وهو الذي نستعمله للكشف عن مكونات زيت زهرة الخزامى .

ـ الإظهار بواسطة الأشعة فوق البنفسجية .

كيفية استغلال الغروماتوغرام

النسبة الجبهية



نسمي النسبة الجبهية لنوع كيميائي المقدار :

$$R_f = \frac{h}{H}$$

h : المسافة المقطوعة من طرف النوع الكيميائي

H : المسافة المقطوعة من طرف المذيب خلال نفس المدة الزمنية

ملاحظات : كلما كانت قيمة النسبة الجبهية لنوع كيميائي كبيرة كان النوع الكيميائي أكثر ذوبانية في المذيب المستعمل .

إذا وجدت بقع على نفس الارتفاع من خط الانطلاق ، فإنها تتكون من نفس النوع الكيميائي .

الكشف بواسطة الخواص الفيزيائية

لكل نوع كيميائي خاصيات فيزيائية تميزه وتشكل بطاقة هويته . ولتحقق من هوية نوع كيميائي نلجأ إلى مقارنة خاصياته الفيزيائية مع الخاصيات الفيزيائية للأنواع كيميائية معروفة من بين الخواص الفيزيائية هناك درجة حرارة الانصهار ودرجة حرارة الغليان والكثافة واللون والذوبانية ومعامل الانكسار والنسبة الجبهية الخ ...

ب ــ التصنيع

أصبحت الكيمياء حاليا تقوم بتصنيع عدد هائل من الجزيئات الجديدة مما جعلها تساهم بشكل كبير في تطور عدة مجالات كالفلاحة والطب والصيدلة والرياضة الخ ...

مثال : تصنيع البراسيتامول paracétamol انطلاقا من أندريد الإيثانويك والبرأمينوفنول para-aminophenol

غالبا ما يستعمل في عملية التصنيع تقنية التسخين بالارتداد .

ج ــ التحليل analyse

يمكن التحليل من مراقبة جودة الهواء والماء والمواد الغذائية والمنتوجات الصناعية والكشف عن الأمراض الخ ...

تستعمل في التحليل عدة تقنيات منها :

المعايرات المخربة (أكسدة ــ اختزال ، حمض ــ قاعدة)

المعايرات غير المخربة (قياس المواصلة والتحليل الغروماتوغرافي)

د ــ الرسكلة Recyclage

تفاديا لتلوث البيئة بمخلفات المنتوجات الصناعية من جهة ونفاد المواد الأولية من جهة ثانية أصبح من الضروري التفكير في رسكلة المواد المستعملة .

رسكلة المواد البلاستيكية له ضرورة اقتصادية وواجب لحماية البيئة من التلوث .

ه ـ التنقية

التنقية نشاط يسعى من خلال

مثال :

في الكيمياء العضوية : تمكن إعادة التبلور من تنقية الأجسام الصلبة

في الكيمياء المعدنية : يمكن التحليل الكهربائي بالأنود القابلة للذوبان من تنقية الفلزات .

II ـ وقع الكيمياء على حياتنا اليومية وعلى بيئتنا .

1 ـ وقع الكيمياء على حياتنا اليومية .

أ ـ الكيمياء في النظافة والصحة

لقد شهدت المواد الخاصة بالنظافة والصحة تطورا كبيرا مع انطلاقة الكيمياء في القرن العشرين . ونذكر على سبيل المثال :

ـ المواد الفعالة في الأدوية

ـ المواد الصحية (مبيدات الحشرات ومبيدات الفطر ، الخ ....)

ـ المظهرات

ـ العطور

ب ـ الكيمياء في النقل ومواد البناء

ـ الإطارات المملوءة بالهواء المضغوط

ـ الصباغة

ـ المحروقات

ج ـ الكيمياء في التغذية

ـ العطريات

ـ الملونات

ـ مضادات التأكسد (تمكن الأطعمة من الحفاظ على خاصياتها لمدة أطول)

ـ تحليل الأغذية للتأكد من أنها لا تحتوي على الباكتيريا وثنائي الأوكسيجين و النترات والمعادن الثقيلة الخ ...

2 ـ وقع الكيميائي على البيئة

لقد أصبح عمل الكيميائي ضروريا في البيئة وذلك ل

أولويات المجتمع ، فمن بين اهتمامته في هذا المجال :

ـ معالجة المياه الصالحة للشرب

ـ معالجة المياه المستهلكة في المصانع لضمان عدم تلوث الوسط الذي تصب فيه

ـ تحليل مياه البحيرات والأنهار والبحار لضمان عدم خطورتها على

ـ تحليل الهواء للمراقبة والتنبيه إلى تلوث الغلاف الجوي والحد من ظاهرة الاحتباس الحراري

III ـ التساؤلات التي تطرح على الكيميائي

لقد تم التطرق في مقررات السنوات السابقة إلى التحولات الكيميائية السريعة والتي تصل فيها التفاعلات إلى التقدم الأقصى ، إلا أن التحولات ليست جميعها سريعة ولا تصل فيها التفاعلات دائما إلى التقدم الأقصى وهذا ما سنتطرق إليه خلال السنة الختامية وذلك بإجابة على الأسئلة التالية :

ـ هل تحول مجموعة كيميائية يكون دائما سريعا ؟

ـ هل تحول مجموعة كيميائية يكون دائما كليا ؟

ـ هل يمكن توقع منحى تطور مجموعة كيميائية ؟

ـ هل يمكن عكس المنحى التلقائي لتطور مجموعة كيميائية ؟

ـ كيف يتحكم الكيميائي في تحول المادة ؟

سنكتشف في البداية المظاهر المعيقة (البطء ، المحدودية) لبعض التحولات ، وبعد ذلك سنرى كيف استطاع الكيميائي التغلب عليها ، وكيف استطاع أن يتحكم في التحولات وتسريعها للرفع من مردودها أو تخفيض سرعتها للحد من تأثيرها ، كما سنرى كيف أصبح بإمكان الكيميائي تغيير المنحى التلقائي لبعض التحولات للحصول على الطاقة ، وكيف أصبح بإمكانه استعمال متفاعلات بديلة للتوصل بفعالية إلى النواتج نفسها .

تمرين الكيمياء : استخراج وتصنيع أسيتات الإيزوأميل .

الأوكاليبتوس Eucalyptus شجرة من أصل أسترالي . تتكون أوراقها أساسا من مادة كيميائية تسمى بالأوكاليبتول Eucalyptol يستعمل في الصناعة الصيدلية نظرا لمميزاته المضادة للأمراض المرتبطة بالتنفس كالربو مثلا .

I ـ استخراج الزيت الأساسية .

في حوجلة من $50m\ell$ ندخل 10g من ورق الأوكاليبتوس مفتت و$50m\ell$ من الماء . نسخن الخليط لمدة عشرين دقيقة باستعمال عملية التسخين بالارتداد . ونترك الخليط يبرد ، تم نرشحه فنحصل على رشاحة filtrat .

نضع الرشاحة في أنبوب التصفيق ونضيف إليها مذيب ملائم لاستخراج الزيت الأساسية من الأوكاليبتوس فنحصل على طورين طور مائي وطور عضوي A.

لاختيار مذيب مناسب نعطي الجدول التالي :

المذيب	التولوين	السيكلوهيكسان	الإيثانول
الامتزاج مع الماء	لايمتزج مع الماء	لا يمتزج مع الماء	يمتزج مع الماء
ذوبانية الأوكاليبتول	ضعيفة	جيدة جدا	جيدة جدا
الكثافة	0,87	0,78	0,81

1 ـ أعط تبيانة بسيطة لعملية التسخين بالإرتداد.

2 ـ ما هو الجسم المذيب الملائم في عملية التصفيق ؟ علل جوابك

3

4 ـ من ماذا يتكون الطور العضوي ؟ كيف يتم التخلص من المذيب ؟

II ـ عملية تصنيع الأسيتات الإيزوأميل Acétate d'isoamyle

يمكن تصنيع مادة الأسيتات الإيزوأميل وذلك بخلط $5m\ell$ من كحول إيزوأميليك $C_5H_{12}O$ و $8m\ell$ من حمض الإيتانويك $C_2H_4O_2$ في حوجلة ونضيف إلى الخليط بعض قطرات من حمض الكبريتيك مركز من أجل تسريع التفاعل . بعد تسخين الخليط لمدة معينة باستعمال عملية التسخين بالارتداد نحصل على أسيتات الأزوأميل $C_7H_{14}O_2$ و الماء H_2O. نفصل مرة أخرى باستعمال عملية التصفيق بعد إضافة $50m\ell$ من الماء المالح الطور العضوي عن الطور المائي .

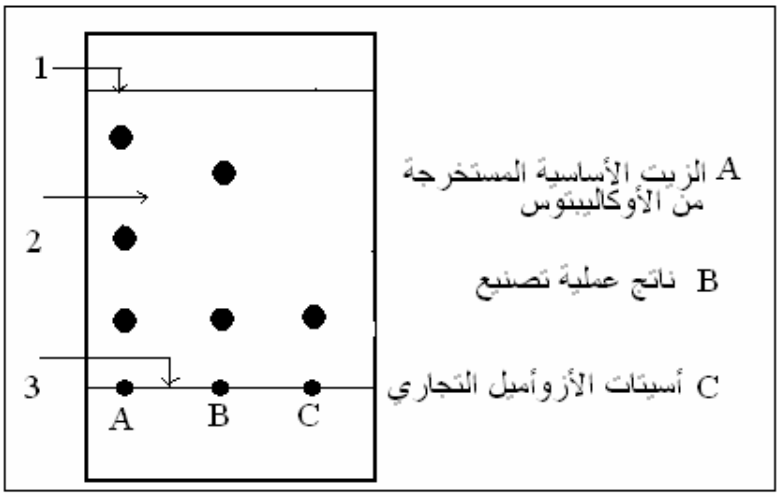
1 ـ أكتب معادلة التفاعل الكيمائي خلال هذه العملية ؟

2 ـ هل أسيتات الأزوأميل مادة طبيعية أم مصنعة ؟ علل جوابك .

III ـ عملية الكشف بالتحليل الغروماتوغرافي .

لمعرفة الأنواع الكيميائية التي تحتوي عليها المادة العضوية A نقوم بإنجاز تحليل غروماتوغرافي على طبقة رقيقة باستعمال كمذيب خليط من السيكلوهكسان وأسيتات الإيثيل

. فنحصل على الغروماتوغرام التالي



1 ـ حدد الطور المتحرك والطور الثابت خلال عملية التحليل الغروماتوغرافي
4 ـ أتمم الغروماتوغرام بوضع الاسم المناسب أمام كل رقم .
3 ـ كم نوعا كيميائيا تحتوي علية المادة الكيميائية A ؟ علل الجواب .
4 ـ هل تم تصنيع مادة أسيتات الأزوأميل فعلا؟ علل الجواب .
5 ـ حدد النوع أو الأنواع الكيميائية التي تحتوي عليهاA .

فرض محروس 2006ـ2007

تمرين الكيمياء : استخراج وتصنيع أسيتات الإيزوأميل .

الأوكاليبتوس Eucalyptus شجرة من أصل أسترالي . تتكون أوراقها أساسا من مادة كيميائية تسمى بالأوكاليبتول Eucalyptol
كالربو مثلا .

I ـ استخراج الزيت الأساسية .

في حوجلة من $50m\ell$ ندخل 10g من ورق الأوكاليبتوس مفتت و$50m\ell$ من الماء . نسخن الخليط لمدة عشرين دقيقة باستعمال عملية التسخين بالارتداد . ونترك الخليط يبرد ، تم نرشحه فنحصل على رشاحة filtrat .

نضع الرشاحة في أنبوب التصفيق ونضيف إليها مذيب ملائم لاستخراج الزيت الأساسية من الأوكاليبتوس فنحصل على طورين طور مائي وطور عضوي A.

لاختيار مذيب مناسب نعطي الجدول التالي :

المذيب	التولوين	السيكلوهيكسان	الإيثانول
الامتزاج مع الماء	لايمتزج مع الماء	لا يمتزج مع الماء	يمتزج مع الماء
ذوبانية الأوكاليبتول	ضعيفة	جيدة جدا	جيدة جدا
الكثافة	0,87	0,78	0,81

1 ـ أعط تبيانة بسيطة لعملية التسخين بالإرتداد.

2 ـ ما هو الجسم المذيب الملائم في عملية التصفيق ؟ علل جوابك

3

4 ـ من ماذا يتكون الطور العضوي ؟ كيف يتم التخلص من المذيب ؟

II ـ عملية تصنيع الأسيتات الايزوأميل Acétate d'isoamyle

يمكن تصنيع مادة الأسيتات الإيزوأميل وذلك بخلط $5m\ell$ من كحول إيزوأميليك $C_5H_{12}O$ و $8m\ell$ من حمض الإيتانويك $C_2H_4O_2$

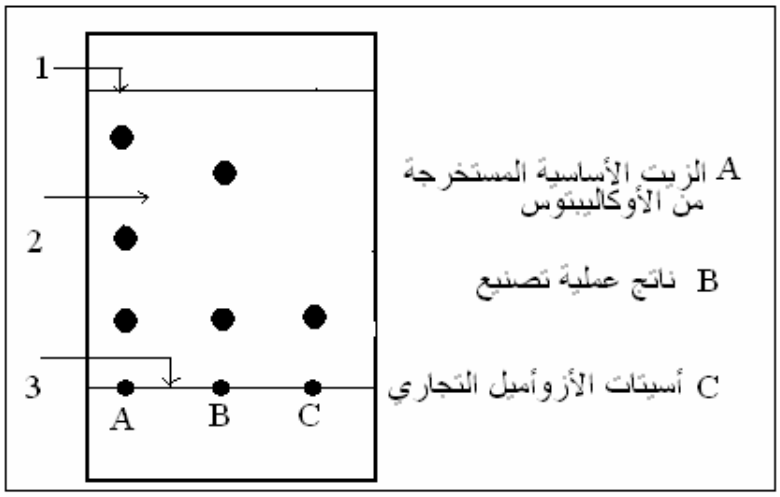
التفاعل . بعد تسخين الخليط لمدة معينة با
الإزوأميل $C_7H_{14}O_2$ و الماء H_2O. نفصل مرة أخرى باستعمال عملية التصفيق بعد إضافة $50m\ell$ من الماء المالح الطور العضوي عن الطور المائي .

1 ـ أكتب معادلة التفاعل الكيمائي خلال هذه العملية ؟

2 ـ هل أسيتات الإزوأميل مادة طبيعية أم مصنعة ؟ علل جوابك .

III ـ عملية الكشف بالتحليل الغروماتوغرافي .

لمعرفة الأنواع الكيميائية التي تحتوي عليها المادة العضوية A نقوم بإنجاز تحليل غروماتوغرافي على طبقة رقيقة باستعمال كمذيب خليط من السيكلوهكسان وأسيتات الإيثيل . فنحصل على الغروماتوغرام التالي :



1 ـ حدد الطور المتحرك والطور الثابت خلال عملية التحليل الغروماتوغرافي

4 ـ أتمم الغروماتوغرام بوضع الاسم المناسب أمام كل رقم .

3 ـ كم نوعا كيميائيا تحتوي علية المادة الكيميائية A ؟ علل الجواب .

4 ـ هل تم تصنيع مادة أسيتات الإزوأميل فعلا؟ علل الجواب .

5 ـ حدد النوع أو الأنواع الكيميائية التي تحتوي عليهاA .

التحولات السريعة والتحولات البطيئة
العوامل الحركية

I ـ تذكير بالمزدوجات مختزل/مؤكسد .

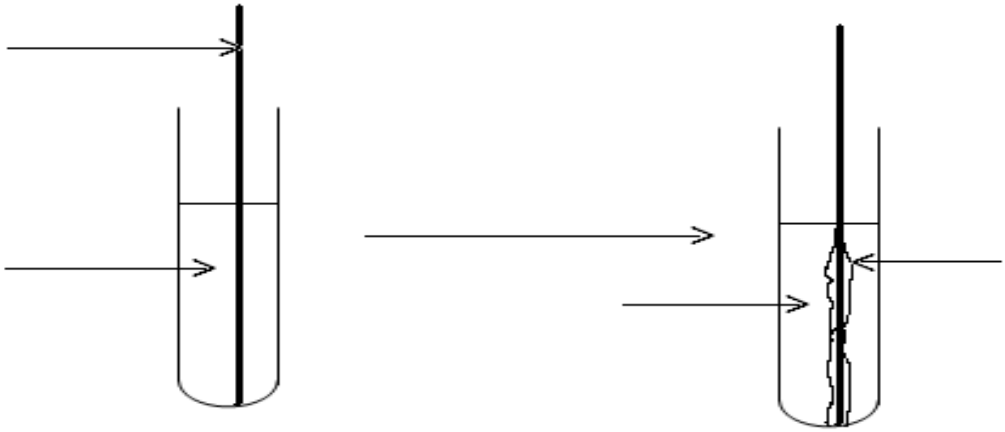
1 ـ مثال لتفاعل أكسدة ـ اختزال . : التفاعل بين ايونات الفضة $Ag^+(aq)$ وفلز النحاس Cu .

الدراسة التجريبية :

في أنبوب اختبار ، يحتوي على $5\,m\ell$ من محلول نترات الفضة $Ag^+(aq)+NO_3^-(aq)$

نضع سلكا نظيفا من النحاس .

1 ـ اتمم التبيانة بوضع الاسم المناسب أمام كل سهم . ماهي ملاحظاتك ؟



2 ـ كيف تفسر هده الملاحظات ؟

ظهور توضع ذي بريق فلزي حول الجزء المغمور من سلك النحاس . إنه فلز الفضة .

تكون فلز الفضة حسب نصف المعادلة التالية :

$$Ag^+(aq)+1e^-=Ag(s)$$

* يأخذ المحلول لونا أزرق مما يدل على تكون أيونات النحاس II وهي ناتجة عن تأكسد النحاس حسب نصف المعادلة التالية :

$$Cu(s)=Cu^{++}(aq)+2e^-$$

3 ـ حدد النوع الكيميائي الذي يلعب دور المؤكسد و النوع الكيميائي الذي يلعب دور المختزل .

و استنتج المزدوجات مختزل /مؤكسد المتداخلة في هذا التفاعل .

النوع الكيميائي الذي يلعب دور المؤكسد هو : أيون الفضة $Ag^+(aq)$ لكونه اكتسب إلكترونا واحدا خلال هذا التحول .

النوع الكيميائي الذي يلعب دور المختزل هو : فلز النحاس $Cu(s)$ لكونه فقد إلكترونا واحدا خلال هذا التحول .

المزدوجتين مختزل / مؤكسد : $Ag^+(aq)/\,Ag(s)$ و $Cu^{++}(aq)/\,Cu(s)$

4 ـ استنتج معادلة التفاعل بين ايونات الفضة و فليز النحاس

للحصول على المعادلة الحصيلة للتفاعل ننجز المجموع التالي :

$$(\times 2) \quad Ag^{+}(aq) + 1e^{-} = Ag(s)$$
$$(\times 1) \quad Cu(s) = Cu^{++}(aq) + 2e^{-}$$
$$---------- $$
$$2Ag^{+}(aq) + Cu(s) \rightarrow 2Ag(s) + Cu^{2+}(aq)$$

I ـ 2 ـ تعار يف

*** المؤكسد هو نوع كيميائي قادر على اكتساب الكترون او اكثر, ويسمى النوع الناتج, المختزل المرافق . oxydant+ne = réducteur**

***المختزل هو نوع كيميائي قادر على منح الكترون او اكثر, ويسمى النوع الناتج, المؤكسد المرافق reducteur=ne⁻+oxydant**

***المزدوجة مختزل/مؤكسد هي عبارة عن زوج مكون من مؤكسد ومختزل مرافقين.**

تتميز المزدوجة مختزل /مؤكسد بنصف المعادلة اكسدة ـ مختزل:

Ox+ne⁻=Red

خلال تفاعل اكسدة ـ اختزال تتدخل مزدوجتان مختزل /مؤكسد حيث يحدث انتقال الالكترونات بصفة عامة ، خلال تفاعل أكسدة اختزال تشارك مزدوجتان مؤكسدـ مختزل Ox_1 / Red_1 و Ox_2 / Red_2 . حيث يتفاعل مؤكسد إحدى المزدوجات مع مختزل المزدوجة الأخرى .

مثلا عند تفاعل المؤكسد Ox_1 مع المختزل Red_2 اي ان Ox_1 و Red_2 متفاعلان . للحصول على المعادلة الحصيلة للتفاعل ، نكتب نصفي المعادلة الإلكترونية وننجز ا

$$n_2 \times (Ox_1 + n_1 e^{-} = Red_1)$$
$$n_1 \times (Red_2 = Ox_2 + n_2 e^{-})$$
$$n_2 Ox_1 + n_1 Red_2 \rightarrow n_2 Red_1 + n_1 Ox_2$$

مثال : <u>اكتب معادلة تفاعل الاكسدة ـ اختزال بين ايونات البرمنغنات وايونات الحديد (II) في وسط حمضي .</u>

يحدث تفاعل أكسدة ـ اختزال بين المزدوجتين $MnO_{4aq}^{-} / Mn_{aq}^{2+}$ و $Fe_{aq}^{3+} / Fe_{aq}^{2+}$. النوعان المتفاعلان هما المؤكسد $MnO_4^{-}(aq)$ والمختزل (Fe_{aq}^{2+})

نكتب نصفي معادلتي الاكسدة ـ اختزال الموافقين لهاتين المزدوجتين :

بالنسبة للمزدوجة $MnO_{4aq}^{-} / Mn_{aq}^{2+}$:

لكتابة هذه المعادلة نتبع الخطوات التالية :

* $MnO_4^{-}(aq) = Mn^{2+}(aq)$

* توازن عنصر المنغنيز بين المؤكسد والمختزل . $MnO_4^{-}(aq) = Mn^{2+}(aq)$

* توازن عنصر الأوكسيجين بإضافة جزيئات الماء : $MnO_4^{2-}(aq) = Mn^{2+}(aq) + 4H_2O(\ell)$

* توازن عنصر الهيدروجين بإضافة أيونات الهيدروجين (لأن التحول من أيونات البرمنغنات إلى أيونات المنغنير عديمة اللون تساهم فيه أيونات $H^{+}(aq)$ أي يكون المحلول حمضيا)

$$MnO_4^{2-}(aq) + 8H^{+}(aq) = Mn^{2+}(aq) + 4H_2O(\ell)$$

* توازن الشحن الكهربائية بإضافة الإلكترونات :

$$MnO_4^{2-}(aq)+8H^+(aq)+5e^-=Mn^{2+}(aq)+4H_2O(\ell)$$

بالنسبة للمزدوجة Fe_{aq}^{3+} / Fe_{aq}^{2+} :

$$Fe_{aq}^{2+}=Fe_{aq}^{3+}+1e^-$$

ثم ننجز المجموع التالي :

$$(\times 1)\quad MnO_4^{2-}(aq)+8H^+(aq)+5e^-=Mn^{2+}(aq)+4H_2O(\ell)$$

$$(\times 5)\quad Fe_{aq}^{2+}=Fe_{aq}^{3+}+1e^-$$

المعادلة الحصيلة للتفاعل هي :

$$MnO_{4aq}^-+5Fe_{aq}^{2+}+8H_{aq}^+\rightarrow Mn_{aq}^{2+}+5Fe_{aq}^{3+}+4H_2O(\ell)$$

II ـ التحولات السريعة التحولات البطيئة

1 ـ التحولات السريعة

أ ـ مثال : التفاعل بين ايونات الهدروكسيد وايونات النحاس(II)

نصب في أنبوب اختبار $5m\ell$ من محلول كبريتات النحاس (II) ونضيف إليه قطرات من محلول الصودا .

1 ـ ماذا تلاحظ ؟ ما اسم المركب الناتج ؟

ترسب جسم صلب لونه أزرق . محلول هيدروكسيد النحاس II صيغته $Cu(OH)_2(s)$

2 ـ اكتب معادلة التفاعل التي تحدث في الأنبوب

$$Cu^{2+}(aq)+OH^-(aq)\rightarrow Cu(OH)_2(s)$$

3 ـ ما هي رتبة قدر المدة الزمنية التي يحدث فيها التفاعل ؟ما هو استنتاجك ؟

أقل من جزء الثانية لايمكن أن نتتبعه بالعين المجردة إذن فهو تحول سريع .

ب ـ تعريف

التحولات السريعة هي التحولات التي تحدث في مدة وجيزة أي لا يمكن تتبع تطورها بالعين المجردة أو بأجهزة القياس المعتادة و المتوفرة في المختبر

II ـ التحولات البطيئة

أ ـ مثال : تفاعل أكسدة ـ اختزال ذاتية لايونات ثيوكبريتات $S_2O_3^{2-}$ في وسط حمضي

نمزج في كأس $10m\ell$ من محلول حمض الكلوريدريك تركيزه $1.0mol/\ell$ و $50m\ell$ من محلول ثيوكبريتات الصوديوم تركيزه $1,0.10^{-1}mol/\ell$.

نسلط حزمة من الضوء الأبيض على جانب الكأس ونلاحظ محتواه .

يأخذ محتوى الكأس بعد لحظات لون يميل إلى الأزرق ثم يصبح اصفر ويفقد شفافيته بعد حين

1 ـ على ماذا يدل التطور التدريجي للخليط التفاعلي ؟

خلال هذا التحول تنتج دقائق صلبة من الكبريت عالقة في المحلول بوجود الضوء يتشتت هذا الأخير خاصة الضوء ذا الموجة الموافقة للضوء الأزرق . عند تكاثر كمية الكبريت الناتج يفقد الخليط شفافيته ويصبح لونه أصفر .

2 ـ ما هي رتبة قدر المدة الزمنية التي يحدث فيها التفاعل ؟ما هو استنتاجك ؟

تقدر المدة الزمنية المستغرقة خلال هذا التحول بدقيقة تقريبا نستنتج أن التفاعل بطيء لكوننا يمكن تتبعه بواسطة العين المجردة .

3 ـ أنبت معادلة التفاعل أكسدة ـ اختزال الذي تتدخل فيه المزدوجتان

$S(s)/S_2O_3^{2-}(aq)$ و $S_2O_3^{2-}(aq)/SO_2(aq)$.

إثبات المعادلة الحصيلة للتفاعل :

بالنسبة للمزدوجة : $S_2O_3^{2-}(aq)/S(s)$

$$S_2O_3^{2-}(aq)+6H^+(aq)+4e^-=2S(s)+3H_2O$$

بالنسبة للمزدوجة $SO_2(aq)/S_2O_3^{2-}(aq)$

$$2SO_2(aq)+2H^+(aq)+4e^-=S_2O_3^{2-}(aq)+H_2O(\ell)$$

في هذا التحول تلعب أيون ثيوكبريتات دور المؤكسد والمختزل وهو مانسميه بازدواجية التحول أو التحول الذاتي dismutation

للحصول على المعادلة الحصيلة لهذا التحول ننجز المجموع التالي :

$$S_2O_3^{2-}(aq)+6H^+(aq)+4e^-=2S(s)+3H_2O$$

$$S_2O_3^{2-}(aq)+H_2O(\ell)=2SO_2(aq)+2H^+(aq)+4e^-$$

$$2S_2O_3^{2-}(aq)+4H^+(aq)\rightarrow 2S(s)+2SO_2(aq)+2H_2O(\ell)$$

ب ـ تعريف

التحولات البطيئة هي التي تستغرق من عدة ثواني إلى عدة ساعات بحيث يمكن تتبع تطورها بالعين أو بأجهزة القياس المتوفرة في المختبر

تمرين تطبيقي

صنف التحولات الكيميائية التالية الى تحولات سريعة وتحولات بطيئة في الجدول اسفله :

تكون الصدأ

تكون راسب كلورور الفضة

احتراق الميتان

تفاعل حمض الكلوريدريك مع الزنك

التفاعل بين حمض الكلوريدريك و الصودا

تخمر كحولي

الاسترة

تفاعل الاكسدة ـ اختزال بين الزنك وايونات النحاس (II)

التحولات البطيئة	التحولات السريعة
تكون الصدأ	تكون راسب كلورور الفضة
تفاعل الاكسدة ـ اختزال بين الزنك وايونات النحاس (II)	التفاعل بين حمض الكلوريدريك و الصودا
تخمر كحولي	تفاعل حمض الكلوريدريك مع الزنك
الاسترة	احتراق الميتان

III ـ الإبراز التجريبي للعوامل الحركية .

تعريف :

نسمي عاملا حركيا كيميائيا ، كل مقدار يمكن من تغيير سرعة تطور مجموعة كيميائية

1 ـ تأثير تراكيز المتفاعلات

تجربة :

نحضر في ثلاث كؤوس تحتوي على حجوم مختلفة من محلول محمض ليودور البوتاسيوم $K^+(aq)+I^-(aq)$ ذي تركيز 0,2mol/l .

نصب في كل من هذه الكؤوس وفي نفس اللحظة 20ml من محلول الماء الأوكسيجيني ذي تركيز مولي 5.10^{-2}mol/l . نحرك بسرعة محتوى كل كأس ، ونلاحظ تطور لون الخليط في كل كأس .

1 ـ املأ الجدول التالي

كأس الرقم	(1)	(2)	(3)
حجم محلول اليودور البوتاسيوم	10ml	20ml	40ml
حجم حمض الكبريتيك	10ml	10ml	10ml
حجم الماء المقطر	60	50ml	30ml
حجم الماء الأوكسيجيني	20	20	20
حجم الخليط التفاعلي	100ml	100ml	100ml
التركيز البدئي $[I^-]_0$	0,02mol/l	0,04mol/l	0,08mol/l
التركيز البدئي $[H^+]_0$	0,1mol/l	0,1mol/l	0,1mol/l
التركيز البدئي $[H_2O_2]_0$	0,01mol/l	0,01mol/l	0,01mol/l
المدة الزمنية			

حساب التركيز البدئي للمتفاعلات

حساب التركيز البدئي للمتفاعلات :

* $[I^-]_0$

$$[I^-]_0 = \frac{C_0.V_0}{V_T}$$

C_0 التركيز البدئي لمحلول يودور البوتاسيوم و V_0 الحجم البدئي لمحلول يودور البوتاسيوم

* $[H_2O_2]_0$

$$[H_2O_2]_0 = \frac{C_1.V_1}{V_T}$$

C_1 التركيز البدئي لمحلول الماء االأوكسيجيني و V_1 الحجم البدئي لمحلول الماء الأوكسيجيني .

2 ـ أكتب نصفي المعادلة المقرونين بالمزدوجتين $H_2O_2aq / H_2O(\ell)$ و I_2aq / I^-aq

ثم استنتج معادلة التفاعل أكسدة ـ اختزال في الكأس .

حدد المؤكسد والمختزل في هذا التفاعل .

بالنسبة للمزدوجة : $H_2O_2(aq)/H_2O(\ell)$

$$H_2O_2(aq) + 2H^+(aq) + 2e^- = 2H_2O(\ell)$$

بالنسبة للمزدوجة $I_2(aq)/I^-(aq)$

$$2I^-(aq) = I_2(aq) + 2e^-$$

في هذا التحول يلعب الماء الأوكسيجيني دور المؤكسد وأيونات اليدور دور المختزل .

للحصول على المعادلة الحصيلة لهذا التحول ننجز المجموع التالي :

$$H_2O_2(aq) + 2H^+(aq) + 2e^- = 2H_2O(\ell)$$

$$2I^-(aq) = I_2(aq) + 2e^-$$

$$2I^-(aq) + H_2O_2(aq) + 2H^+(aq) \rightarrow I_2(s) + 2H_2O(\ell)$$

3 ـ بمقارنة اللحظات t_1 ، t_2 ، t_3 وربطها مع التراكيز البدئية للأيونات I^-aq في المحاليل ، استنتج تأثير هذه التراكيز على سرعة التحول .

نلاحظ أن $t_1<t_2<t_3$ نستنتج أن التركيز البدئي للمتفاعلات له تأثير على تطور تحول كيميائي .

كلما كان التركيز البدئي لمتفاعل أكبر ، كلما كان تطور التحول أسرع

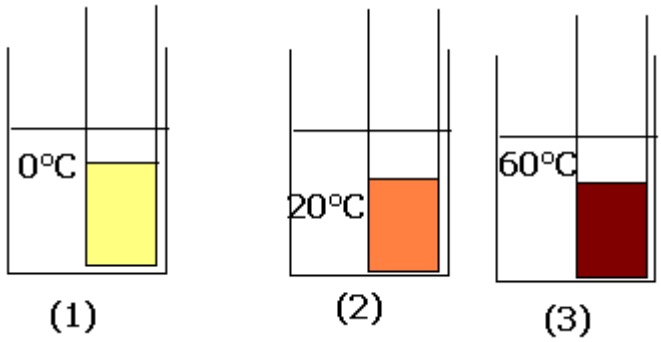
II ـ تأثير درجة الحرارة

تجربة :

نعتبر دائما تفاعل أكسدة الأيونات اليودور I^- بالماء الأوكسيجيني H_2O_2 :

$$2I^-(aq) + H_2O_2(aq) + 2H^+(aq) \rightarrow I_2(s) + 2H_2O(\ell)$$

نحضر ثلاثة أنابيب اختبار ، يحتوي كل واحد منها على 5ml من محلول محمض ليودور البوتاسيوم ذي التركيز المولي 0,2mol/l . نضع الأنبوب الأول في الكأس (1) التي تحتوي على خليط من الماء والثلج (0°C) والأنبوب الثاني في الكأس (2) التي تحتوي على ماء درجة حرارته اعتيادية 20°C والثالث في الكأس (3) التي تحتوي على الماء الساخن عند درجة الحرارة 60°C . في نفس الوقت نضيف 5ml من الماء الأوكسيجني ذي التركيز المولي 5.10^{-2}mol/l إلى كل أنبوب اختبار ، تم نحرك الخليط بسرعة .



ما تأثير درجة الحرارة على مدة تطور هذا التفاعل ؟

كلما كانت درجة حرارة الوسط التفاعلي مرتفعة كلما تم التوصل إلى الحالة النهائية للتحول خلال مدة أقل .

تؤثر درجة الحرارة على التحولات الكيميائية بطريقتين :

- **تسريع أو إطلاق تحول برفع درجة الحرارة .**

أمثلة لتسريع تحولات كيميائية :

تصنيع الأمونياك تفاعل بطيء عند درجة الحرارة الاعتيادية . من أجل تسريع هذا التحول يتم إنجازه عند درجة حرارة مرتفعة .
صناعة الحديد : تساعد درجة الحرارة المرتفعة في الأفران العالية Haut Fournaux (100°C) على تسريع اختزال أوكسيد الحديد إلى فلز الحديد .
طهي المواد الغذائية : نستعمل طنجرة الضغط لتسريع التحول الذي يحدث بين المواد المستعملة في الطهي .

- **<u>إبطاء أوتوقيف تحول بخفض درجة الحرارة</u>**

أمثلة :
إبطاء تفاعلات التحلل بسبب الجراثيم microorganisme للمواد الغذائية وذلك بحفظها في درجة حرارة جد منخفضة .
توقيف تحول كيميائي : نحتاج في مختبرات الكيمياء إلى تحليل تركيب ما عند لحظة معينة وبما أن الخليط هو في حالة تحول كميائي مستمر ، يجب توقيفه عند لحظة إنجاز القياسات لتكون التحليلات صحيحة . في هذه الحالة نقوم بالغطس الكيميائي trempe وهو غمر الخليط في تلك اللحظة في حمام من التلج (0°C) ويتوقف التفاعل .
يمكن كذلك إنجاز الغطس الكيميائي ، بإضا
لأن تخفيظ تراكيز المتفاعلات ، يجعل التحول جد بطيء .

سلسلة تمارين الكيمياء
السنة الثانية بكالوريا 2007ـ2008
التحولات السريعة والتحولات البطيئة
العوامل الحركية

تمرين 1

أكتب نصف معادلة الأكسدة ـ اختزال المقرونة بكل مزدوجة من المزدوجات التالية ، مع تحديد النوع المؤكسد والنوع المختزل .

$Cr_2O_{7\ aq}^{2-} / Cr_{aq}^{3+}$ *(milieu acide)* $\quad S_2O_{8\ aq}^{2-} / SO_{4\ aq}^{2-}$

$S_4O_{6\ aq}^{2-} / S_2O_{3\ aq}^{2-} \quad H_2O_{2(aq)} / H_2O_{(\ell)}$

$C\ell_{2aq} / C\ell_{aq}^{-} \quad CO_{2(aq)} / H_2C_2H_{4(aq)}$

$Fe_{aq}^{3+} / Fe_s \quad SO_{4\ (aq)}^{2-} / SO_{2(aq)}$

تمرين 2

ندخل قطعة صغيرة من ورق الألومنيوم $A\ell_{(s)}$ في ثنائي البر وم $Br_{2(\ell)}$ السائل ، فيحدث تفاعل ينتج عنه برومور الألومنيوم المكون من الأيونات $A\ell_{(aq)}^{3+}$ و $Br_{(aq)}^{-}$.

1 ـ ما هي المزدوجتان مختزل / مؤكسد المتدخلتان في هذا التفاعل ؟

2 ـ أكتب المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل .

3 ـ أحسب الكتلة القصوى للألومنيوم التي تتفاعل مع $2m\ell$ من ثنائي البروم .

نعطي كثافة ثنائي البروم d=3,1 و M(Br)=80g/mol و M(Al)=27g/mol .

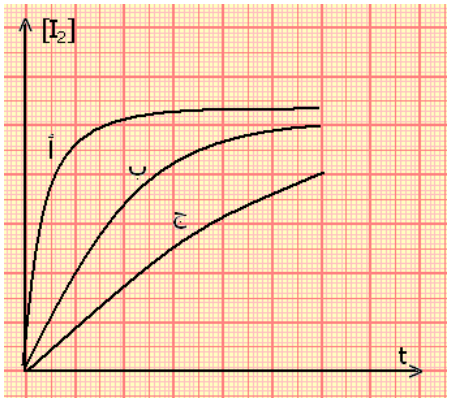
تمرين 3

لدراسة بعض العوامل الحركية المؤثرة على تفاعل فوق أوكسيد الهيدروجين أو الماء الأوكسيجيني مع أيونات اليودور في وسط حمضي ننجز ثلاث تجارب حسب الظروف البدئية التالية :

التجربة (1) : درجة الحرارة 25°C و $[H_2O_2]_i = 0,05\,mol/\ell$ و $[I_2]_i = 0,05\,mol/\ell$

التجربة 2 : درجة الحرارة 25°C و $[H_2O_2]_i = 0,10\,mol/\ell$ و $[I_2]_i = 0,10\,mol/\ell$

التجربة (3) : درجة الحرارة 50°C و $[H_2O_2]_i = 0,10\,mol/\ell$ و $[I_2]_i = 0,10\,mol/\ell$



يبين الشكل أسفله منحنى تطور تركيز ثنائي اليود I_2 المتكون بدلالة الزمن بالنسبة لكل تجربة

1 ـ أكتب معادلة تفاعل الأكسدة ـ اختزال بين المزدوجتين

$I_{2(aq)} / I_{(aq)}^{-}$ و $H_2O_{2(aq)} / H_2O_{(\ell)}$

2 ـ عين المنحنى الموافق لكل تجربة . علل أجوبتك .

تمرين 4

للماء الأوكسيجيني أو فوق أوكسيد الهيدروجين $H_2O_2(l)$ خاصيات مؤكسد ـ مختزل في آن واحد ، فهو يتفكك حسب تفاعل أكسدة ـ اختزال ذاتي . dismutation

المزدوجتان المتفاعلتان هما $H_2O_{2(aq)} / H_2O_{(\ell)}$ و $O_{2(g)} / H_2O_{2(aq)}$

1 ـ أكتب معادلة تفاعل أكسدة ـ اختزال الحاصل أثناء تفكك الماء الأوكسيجيني .

2 ـ لماذا يسمى بتفاعل أكسدة ـ اختزال ذاتي ؟

3

المنزلية ؟

تمرين 5 *

نريد تحديد النسبة الكتلية لأوكسيد القصدير II $SnO_2(s)$ في معدن ما للقصدير .
1 ـ نأخذ عينة كتلتها m=0,44g من هذا المعدن ، بعد سحقه ومعالجته في وسط حمضي وساخن بواسطة مسحوق الرصاص Pb(s) بوفرة ، فنحصل على محلول S يتكون أساسا من أيونات القصديرII وأيونات الرصاص II .
1 ـ 1
2 ـ 1
المعادلة الكيميائية الحصيلة . ما هو الدور الذي يلعبه الرصاص ؟ (مؤكسد أم مختزل)
2 ـ نعتبر أن الرصاص لا يتفاعل إلا مع أوكسيد القصدير II المتواجد في العينة . عند نهاية التفاعل نقوم بعزل الجسم الصلب النتبقي وبعد تنظيفه نضيفه إلى المحلول S .
نعاير المحلول S المحصل عليه بواسطة محلول ثنائي كرومات البوتاسيوم $\left(2K^+_{(aq)} + Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)}\right)$ تركيزه $C = 0,020\,mol/\ell$. خلال تفاعل المعايرة يتحول عنصر القصدير إلى أوكسيد القصدير II
2 ـ 1 ما هو الجسم الصلب المتبقي والذي تمت إضافته إلى المحلول S ؟ لماذا ؟
2 ـ 2 أثبت نصف المعادلة أكسدة ـ اختزال للمزدوجة $Cr_2O_7^{2-}{}_{aq} / Cr^{3+}{}_{aq}$.
2 ـ 3 استنتج المعادلة الكيميائية الحصيلة للتفاعل خلال معايرة المحلول S بواسطة محلول ثنائي كرومات البوتاسيوم .
3 ـ نحصل على التكافؤ ، عندما تتم إضافة حجم $V_E=21,7cm^3$ من محلول ثنائي كرومات البوتاسيوم .
3 ـ 1 بين أنه عند نقطة التكافؤ لدينا العلاقة التالية : $C.V_E = \frac{n_i\left(Si^{2+}\right)}{3}$
$n_i\left(Si^{2+}\right)$ كمية المادة البدئية لأيونات القصدير II .
3 ـ 2 استنتج النسبة الكتلية لأوكسيد القصدير II في المعدن المدروس .
نعطي M(Sn)=118,7g/mol

تمرين 6 *

نعتبر الأكسدة البطيئة لحمض الأوكساليك $H_2C_2O_4(aq)$ بواسطة أيونات البرمنغنات $MnO_4(aq)$.
عند اللحظة t=0 ، نمزج $V_0 = 25\,m\ell$ من محلول برمنغنات البوتاسيوم تركيزه $C_0 = 1,0.10^{-2}\,mol/\ell$
وحجم $V_r = 20\,m\ell$ من حمض الأوكساليك تركيزه $C_r = 1,0.10^{-1}\,mol/\ell$ ونضيف $V = 5,0\,m\ell$
من حمض الكبريتيك لجعل الوسط التفاعلي حمضي .
1
واستنتج المعادلة الكيميائية الحصيلة .
2 ـ أذكر النوع الكيميائي المؤكسد والنوع الكيميائي المختزل خلال هذا التحول .
3 ـ أحسب كمية المادة البدئية للمتفاعلات المتداخلة في هذا التفاعل .
4 ـ حدد المتفاعل المحد .
5 ـ أوجد الحصيلة النهائية إذا اعتبرنا أن هذا التفاعل تام . واستنتج تركيز أيونات المنغنيز عند نهاية التفاعل .
6
يتم إبراز تطور هذا التحول الكيميائي .

تصحيح السلسلة 1 الكيمياء
التحولات الكيميائية

تمرين 1

نصف المعادلة الأكسدة والاختزال المقرونة بكل مزدوجة :

*

$$Cr_2O_7^{2-}(aq)/Cr^{3+}(aq)$$

$$Cr_2O_7^{2-}(aq)+14H^+(aq)+6e^-=2Cr^{3+}(aq)+7H_2O(\ell)$$

*

$S_4O_6^{2-}(aq)$: أيون تتراتيونات و $S_2O_3^{2-}(aq)$ أيون ثيو كبريتات

$$S_4O_6^{2-}(aq)/S_2O_3^{2-}(aq)$$

$$S_4O_6^{2-}(aq)+2e^-=2S_2O_3^{2-}(aq)$$

*

$$C\ell_2(g)/C\ell^-(aq)$$

$$C\ell_2(g)+2e^-=2C\ell^-(aq)$$

*

$$Fe^{3+}(aq)/Fe(s)$$

$$Fe^{3+}(aq)+3e^-=Fe(s)$$

$S_2O_8^{2-}(aq)$: أيون بيروكسو ثنائي كبريتات

$$S_2O_8^{2-}(aq)/SO_4^{2-}(aq)$$

$$S_2O_8^{2-}(aq)+2e^-=2SO_4^{2-}(aq)$$

*

$$H_2O_2(aq)/H_2O(\ell)$$

$$H_2O_2(aq)+2H^+(aq)+2e^-=2H_2O(\ell)$$

*

$$SO_4^{2-}(aq)/SO_2(aq)$$

$$SO_4^{2-}(aq)+4H^+(aq)+2e^-=SO_2(aq)+2H_2O$$

*

$$CO_2(aq)/H_2C_2O_{4(aq)}$$

$$2CO_2+2H^+(aq)+2e^-=H_2C_2O_4(aq)$$

تمرين 2

1 ـ المزدوجتان المتدخلتان في التفاعل :

$Br_2(g)/Br^-(aq)$ و

2 ـ المعادلة الكيميائية للتفاعل :

المتفاعلين هما : Al وثنائي البروم Br_2 .

$$\times 3 \quad Br_2(aq) + 2e^- = 2Br^-(aq)$$
$$\times 2 \quad A\ell(s) = A\ell^{3+}(aq) + 3e^-$$
$$----------$$
$$2A\ell(s) + 3Br_2(aq) = 6Br^-(aq) + 2A\ell^{3+}(aq)$$

3 ـ حساب الكتلة القصوي للألومنيوم :

نحسب كمية المادة البدئية لثنائي البروم :

$$n_0(Br_2) = \frac{m(Br_2)}{M(Br_2)}$$

$$d = \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho.V$$

$$n_0(Br_2) = \frac{\rho.V}{M(Br_2)} = 0,039mol$$

الجدول الوصفي للتفاعل باستعمال تقدم التفاعل x :

	التقدم	$2(AlBr_3)$	$3Br_2$	2Al
بداية التفاعل	0	0	$n_0(Br_2)$	$n_0(Al)$
خلال التفاعل	x	2x	0,039-3x	$n_0(Al)$-2x
نهاية التفاعل	x_{max}	$2x_{max}$	0,039-$3x_{max}$	$n_0(Al)$-$2x_{max}$

للحصول على الكتلة القصوى للألومنيوم المتفاعل مع ثنائي البروم يجب أن تختفي كل المتفاعلات أي يجب أن يكون التفاعل متساوي المولات أو ستكيومتريا :

$n_0(Al) - 2x_{max} = 0$ و $0,039 - 3x_{max} = 0$

من العلاقة الثانية نستنتج أن $x_{max} = 0,013mol$ وبالتالي فإن

$$n_0(Al) - 2.0,013 = 0 \Rightarrow n_0(Al) = 0,026mol$$

$$n_0(Al) = \frac{m(Al)}{M(Al)} \Rightarrow m(Al) = 0,69g$$

تمرين 3

1 ـ المعادلة الكيميائية :

حسب المعطيات المتفاعلين هما الماء الأوكسيجيني و أيونات اليودور I^- :

$$H_2O_2(aq) + 2H^+(aq) + 2e^- = 2H_2O(\ell)$$
$$2I^-(aq) = I_2(g) + 2e^-$$

معادلة التفاعل هي :

$$H_2O_2(aq) + 2H^+(aq) + 2I^-(aq) \rightarrow 2H_2O + I_2(aq)$$

2 ـ خلال التجربة (1) و (2) حافظنا على نفس درجة الحرارة وغيرنا التركيز في المنحى التزايدي أي أن تكون اليود في التجربة (2) سيصل إلى نهاية التفاعل قبل (1)

في التجربة 3 أن تركيز المتفاعلات هو نفسه في الجربة (2) وغيرنا درجة الحرارة في المنحى التزايدي ونعلم أنه كلما ارتفعت درجة الحرارة تكون سرعة تطور التفاعل أكبر أي أن تكون اليود في التجربة (3) سيكون أسرع من (2) وبالتالي فالمنحى (أ) يمثل التجربة (3) والمنحى (ب) يمثل التجربة (2) والمنحى (ج) يمثل التجربة (1) .

تمرين 4

1 ـ معادلة التفاعل الأكسدة ـ اختزال الحاصل أثناء تفكك الماء :

$$H_2O_2(aq)+2H^+(aq)+2e^- = 2H_2O(\ell)$$

$$H_2O_2(aq) = O_2(aq)+2H^+(aq)+2e^-$$

$$2H_2O_2(aq) \rightarrow O_2(\ell)+2H_2O(\ell)$$

2

3

في الشروط الاعتيادية يكون هذا التفاعل بطيء جدا .

تمرين 5

عناصر الأجوبة :

1 ـ 2 :

$$SnO_2(s)+4H^+(aq)+2e^- = Sn^{2+}(aq)+2H_2O$$

$$Pb(s) = Pb^{2+}(aq)+2e^-$$

2 ـ 1 الرصاص . نعيده إلى المحلول لكي يبقى أوكسيد القصدير هو المتفاعل المحد .

2 ـ 3 $CrO_7^{2-}(aq)+2H^+ +3Sn^{2-}(aq) \rightarrow 2Cr^{3+}(aq)+3SnO_2(s)+H_2O$

3 ـ 1

المولات .

3 ـ 2 : $\%(SnO_2)=45\%$

التتبع الزمني لتحول كيميائي
سرعة التفاعل .

I ـ الطرق المستعملة في الحركية الكيميائية

1 ـ الهدف من الحركية الكيميائية

تهدف الحركية الكيميائية إلى تتبع تطور تحول كيميائي ، وخاصة بتحديد التقدم x بدلالة الزمن t : x=f(t) . لهذا الغرض تعتمد طرق فيزيائية وكيميائية .

2 ـ الطرق الفيزيائية :

نستعمل الطريقة الفيزيائية عندما تكون إحدى المقادير الفيزيائية القابلة للقياس في الوسط التفاعلي تتعلق بتركيز بعض الأنواع الكيميائية الموجودة في هذا الوسط .

ـ قياس المواصلة (الوسط التفاعلي يحتوي على أيونات تخضع لتحول)

ـ قياس pH (الوسط التفاعلي يحتوي على أيونات الأكسونيوم H_3O^+ تخضع لتحول حيث يسمح قياس pH بتحديد تركيز هذه الأيونات)

ـ قياس الحجم والضغط) إذا كان التفاعل ينتج أو يستهلك غازات)

ـ قياس الطيف الضوئي (spectrophotométrie) يستعمل عندما يكون أحد الأنواع المتدخلة ملوّنا .

3 ـ الطرق الكيميائية

ترتكز الطرق الكيميائية على معايرة أحد الأنواع الكيميائية خلال التفاعل . وهي طريقة سهلة غير أنها تنطوي على بعض العيوب :

ـ يجب أن يكون تفاعل المعايرة سريع أمام التحول الكيميائي المدروس .

ـ تنجز الدراسة بصفة متقطعة .

ـ تتم العملية على عينات تأخذ من الوسط التفاعلي .

نستخلص أن

الكيميائية خلال الزمن .

II ـ تتبع التطور الزمني لمجموعة كيميائية بواسطة المعايرة .

1 ـ أكسدة أيونات اليودور بواسطة الماء الأوكسيجيني .

نشاط التجريبي 1

<u>المناولة :</u>

نأخذ أربعة كؤوس من حجم 100ml ونصب في كل واحد منها 20ml من الماء المثلج ونضعها في حمام يحتوي على خليط من الماء والثلج .

نأخذ كأس من حجم 200ml ونصب فيها V_1=50,0ml من محلول الماء الأوكسيجيني تركيزه $C_1=5,4.10^{-2}mol/l$ و2ml من حمض الكبريتيك و50,0ml من محلول يودور البوتاسيوم تركيزه $C_2=1,0.10^{-1}mol/l$ ، مع إضافة قليلا من صمغ النشأ و نشغل الميقث ونحرك الخليط التفاعلي .

عند اللحظة t_1=2min ، نأخذ حجما 10,0ml من الخليط التفاعلي ونصبه في إحدى الكؤوس التي تحتوي على الماء المثلج .

ـ نعاير ثنائي اليود المتكون I_2 في العينة المأخوذة ، بواسطة المحلول المعاير لثيوكبريتات الصوديوم .

نسمي V_E حجم المحلول المعاير المضاف للحصول على التكافؤ (تغيير لون الخليط)

ـ نسجل قيمة V_E وندونها في جدول القياسات .

ـ نعيد نفس العملية عند لحظات t مختلفة كما يوضح الجدول أسفله :

t(min)	2,0	6,0	10,0	15,0	20,0	30,0	40,0	50,0	60,0
V_E(ml)	1,2	2,7	3,5	4,2	4,7	5,1	5,3	5,4	5,4
$n(I_2)$mol	0,6	1,3	1,7	2,1	2,3	2,5	2,6	2,7	2,7
x(mol)	0,6	1,3	1,7	2,1	2,3	2,5	2,6	2,7	2,7

استثمار النتائج .

1 ـ لماذا نصب العينة من الخليط التفاعلي في الماء المثلج قبل كل معايرة ؟

نقوم بهذه العملية لتوقيف التفاعل باستعمال طريقتين ، التخفيف والبرد وتسمى بعملية الغطس .

2 ـ أنشئ جدول التقدم لتفاعل أيونات ثيوكبريتات وثنائي اليود

المزدوجتان المتدخلتان في هذا التفاعل هما :

$$I_2(aq)/I^-(aq)$$

$$I_2(aq)+2e^- = 2I^-aq)$$

$$S_4O_6^{2-}(aq)/S_2O_3^{2-}(aq)$$

$$S_4O_6^{2-}(aq)+2e^- = S_2O_3^{2-}(aq)$$

خلال المعايرة تتفاعل أيونات ثيوكبريتات مع اليود سيحدث التفاعل في منحى اختفاء اليود وبالتالي فالمعادلة الكيميائية لتفاعل المعايرة هي :

$$I_2(aq)+2e^- = 2I^-(aq)$$

$$S_2O_3^{2-}(aq) = S_4O_6^{2-}(aq)+2e^-$$

$$I_2(aq)+S_2O_3^{2-}(aq) \rightarrow 2I^-(aq)+S_4O_6^{2-}(aq)$$

جدول التقدم للتفاعل خلال المعايرة :

معادلة التفاعل	$I_2(aq)$	+	$2S_2O_3^{2-}(aq)$	$\rightarrow$	$2I^-(aq)$	+	$S_4O_6^{2-}(aq)$
حالة المجموعة	التقدم x(mol)	كمية المادة (mol)					
البدئية	0	$n(I_2)$	C V	كبيرة	0		0
خلال التحول	x_i	$n(I_2)-x_i$	C V $-2x_i$	كبيرة	$2x_i$		x_i
النهائية	x_E	$n(I_2)-x_E$	C V $-2x_E$	كبيرة	$2x_E$		x_E

3 ـ عبر عن كمية مادة ثنائي اليود المتكونة $n(I_2)$ بدلالة الحجم المكافئ V_E والتركيز المولي C لمحلول ثيوكبريتات الصوديوم .

نعلم أنه عند التكافؤ لدينا :

$$\begin{cases} C.V_E-2x_E=0 \\ n(I_2)-x_E=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_E=\frac{C.V_E}{2} \\ n(I_2)=x_E \end{cases} \Rightarrow n(I_2)=\frac{C.V_E}{2}$$

4 ـ أنشئ جدول تقدم التفاعل الموافق لهذا التحول وعبر بدلالة التقدم x عن كمية مادة ثنائي اليود $n(I_2)$ المتكونة عند اللحظات t .

في هذا التفاعل تتدخل المزدوجتان : $I_2(aq)/I^-(aq)$ و $H_2O_2(aq)/H_2O(\ell)$

نصف المعادلة لكل مزدوجة :

$$I_2(aq)+2e^- = 2I^-(aq)$$

$$H_2O_2(aq)+2H^+(aq)+2e^- = 2H_2O(\ell)$$

المتفاعلات في هذا التفاعل هما أيون اليودور والماء الأوكسيجيني :

$$H_2O_2(aq) + 2H^+(aq) + 2e^- = 2H_2O(\ell)$$

$$2I^-(aq) = I_2(aq) + 2e^-$$

$$H_2O_2(aq) + 2I^-(aq) + 2H^+(aq) \rightarrow I_2(aq) + 2H_2O(\ell)$$

معادلة التفاعل	$H_2O_2(aq)$	$+ 2I^-(aq)$	$+ 2H^+(aq) \rightarrow$	$I_2(aq)$	$+ 2H_2O(\ell)$	
حالة المجموعة	التقدم x(mol)	كمية المادة (mol)				
البدئية	0	C_1V_1	C_2V_2	كبيرة	0	0
خلال التحول	x_i	$C_1V_1-x_i$	$C_2V_2-2x_i$	كبيرة	x_i	$2x_i$
النهائية	x_{max}	$C_1V_1-x_{max}$	$C_2V_2-2x_{imax}$	كبيرة	x_{imax}	$2x_{imax}$

جدول تقدم التفاعل :

نلاحظ أن تعبير كمية مادة ثنائي اليود المتكونة عند اللحظة t هو : $n(I_2)=x_i$

من العلاقتين $n(I_2)=x_i$ و $n(I_2)=\frac{C.V_E}{2}$ نستنتج أن $x_i=\frac{C.V_E}{2}$

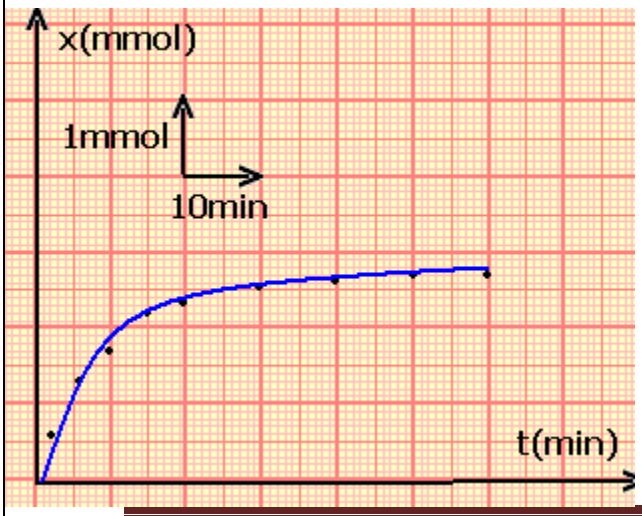
5 ـ أحسب x عند كل لحظة في 100ml من الخليط التفاعلي . اتمم الجدول السابق واستنتج التقدم الأقصى x_{max} .

العلاقة $n(I_2)=\frac{C.V_E}{2}$ تمكن من تعيين كمية مادة $n(I_2)$ في عينة i (10ml من الخليط التفاعلي) عند لحظة t .

وبما أن الخليط يتكون من 10 عينات ، فإن كمية مادة ثنائي اليود الكلية في الخليط عند كل لحظة t هي :

$n_t(I_2)=10n(I_2)$ ومنه فإن $n_t(I_2)=5.C.V_E$ أي أن $x=5C.V_E$.

t(min)	2,0	6,0	10,0	15,0	20,0	30,0	40,0	50,0	60,0
V_E(ml)	1,2	2,7	3,5	4,2	4,7	5,1	5,3	5,4	5,4
$n(I_2)$mmol	0,6	1,3	1,7	2,1	2,3	2,5	2,6	2,7	2,7
x(mmol)	0,6	1,3	1,7	2,1	2,3	2,5	2,6	2,7	2,7



من خلال الجدول يتبين أن التقدم الأقصى هو $x_{max}=2,7mmol$

6 ـ خط التمثيل المبياني x=f(t) باختيار سلم ملائم .

7 ـ حدد مبيانيا زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ الذي يوافق تقدما يساوي نصف التقدم الأقصى .

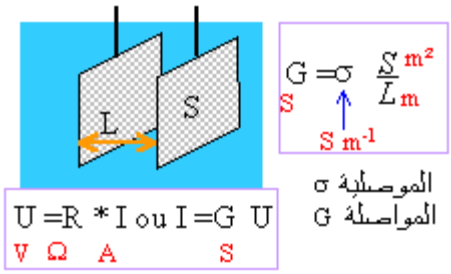
8 ـ خط المماسين للمنحنى x=f(t) عند اللحظتين t=0 و t=30min. كيف يتطور المعامل الموجه لهذين المماسين . ؟

III ـ تتبع تحول كيميائي بقياس الموصلية .

1 ـ تذكير بمواصلة جزء من محلول :

نعبر عن مواصلة جزء من محلول أيوني ، مقطعه S وطوله L بالعلاقة التالية : $G = \rho.\frac{S}{L}$

نسمي المعامل σ بموصلية المحلول ويعبر عنها ب S/m .



والمقدار $\frac{S}{L}$ يسمى بثابتة الخلية $K=\frac{S}{L}$ وهو يتعلق بأبعاد الخلية .

تذكير بالموصلية المولية للأيونات :

يتميز كل أيون في محلول بقده (taille) وشحنته وحالة تميهه وهذا التميز يجعله يختلف عن باقي الأنواع الأيونية الأخرى الموجودة في المحلول ، من حيث قدرته على توصيل التيار الكهربائي .

نعبر عن هذه القدرة بمقدار فيزيائي يسمى بالموصلية المولية الأيونية والتي يرمز ب عنها بالوحدة $S.m^2.mol^{-1}$.

العلاقة بين موصلية المحلول والموليات المولية الأيونية :

في محلول أيوني مائي يحتوي على n نوع من ألأيونات X_i الأحادية الشحنة ، يساهم كل نوع من الأيونات في الموصلية الإجمالية للمحلول بمقدار خاص به هو : $\sigma_i = \lambda_i [X_i]$ ، حيث تكتب موصلية المحلول كالتالي :

$$\sigma = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i [X_i]$$

σ : الموصلية الإجمالية للمحلول نعبر عنها $(S.m^{-1})$

$[X_i]$ التركيز المولي للنوع الكيميائي الأيوني X_i ونعبر عنه ب mol/ℓ

λ_i الموصلية المولية الأيونية للنوع الكيميائي X_i ويعبر عنها ب $S.m^2.mol^{-1}$

تمرين تطبيقي :

حدد موصلية محلول مائي لكلور الصوديوم ذي تركيز $C = 10^{-2} mol/\ell$ عند درجة $25°C$ باستعمال قيم الموصليات المولية الأيونية الموجودة في الجدول .

الحل :

لدينا :

$$\sigma = \lambda_{Na^+}\left[Na^+_{aq}\right] + \lambda_{C\ell^-}\left[C\ell^-_{aq}\right]$$

$$\left[Na^+_{aq}\right] = \left[C\ell^-_{aq}\right] = 10^{-2}\,mol/\ \ell = 10\,mol/\ m^3$$

$$\lambda_{Na^+} = 5,0.10^{-3}\,S.m^2.mol^{-1}$$

$$\lambda_{C\ell^-} = 7,6.10^{-3}\,S.m.mol^{-1}$$

$$\sigma = 126.10^{-3}\,S.m^{-1}$$

2ـ تتبع تحول كيميائي بقياس الموصلية

النشاط التجريبي 2

- يمكن تتبع تحول كيميائي بقياس الموصلية بالنسبة للتفاعلات التي يكون خلالها الفرق بين الموصلية المولية للنواتج والموصلية المولية للمتفاعلات مهما .

مثال : يتفاعل 2 ـ كلورو ـ 2 مثيل بروبان مع الماء في خليط من الماء والكحول حسب المعادلة التالية :

$$C_4H_9C\ell(\ell) + 2H_2O(\ell) \rightarrow C_4H_9OH(aq) + H_3O^+(aq) + C\ell^-(aq)$$

$\lambda_{H_3O^+} = 349,8.10^{-4}\,S.m^2.mol^{-1}$ و $\lambda_{C\ell^-} = 76,3.10^{-4}\,S.m^2.mol^{-1}$ الفرق بينهما مهم جدا .

تجربة

نصب في كأس 50ml من الماء المقطر و 25ml من الكحول ، ونضع الكأس في حمام مريم درجة حرارته 20°C .

نأخذ حجما V=1,0ml من 2 ـ كلورو ـ 2 مثيل بروبان ونصبه في الكأس عند t=0 لحظة تشغيل الميقت .

نعير مقياس المواصلة ونغمر خلية القياس في الخليط بعد تحريكه ليصبح متجانسا

نسجل بعد كل 200s الموصلية σ(t) للمحلول ونحصل على الجدول التالي :

t(s)	0	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600
□S.m^{-1})	0	0,489	0,977	1,270	1,466	1,661	1,759	1,856	1,905

1800	2000
1,955	1,955

استثمار النتائج :

1 ـ أكتب الصيغة نصف المنشورة لهذا المركب الكيميائي .

2

موصلية المحلول خلال التحول .

الأيونات الأوكسيونيوم وأيونات الكلورور .

3 ـ أنشئ جدول التقدم للتفاعل الحاصل .

معادلة التفاعل		$RCl(l) + H_2O(l) \longrightarrow ROH(aq) + H_3O^+(aq) + Cl^-(aq)$					
الحالة	التقدم	كميات المادة					
الحالة البدئية	0	n_0	بوفرة		0	0	0
خلال التحول	x	$n_0-x(t)$	—		$x(t)$	$x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	x_{max}	n_0-x_{max}	—		x_{max}	x_{max}	x_{max}

4 ـ استنتج تعبير المواصلة بدلالة $\lambda_{H_3O^+}$ و $\lambda_{C\ell^-}$ و $\left[H_3O^+\right]$ و K .

لدينا تعبير المواصلة $G = \sigma.\frac{S}{L}$ أو $G = K.\sigma$ بحيث أن

$$\sigma = \sigma_{H_3O^+} + \sigma_{C\ell^-} = \lambda_{H_3O^+}\left[H_3O^+\right] + \lambda_{C\ell^-}\left[C\ell^-\right]$$

$$G = K\left(\lambda_{H_3O^+}\left[H_3O^+\right] + \lambda_{C\ell^-}\left[C\ell^-\right]\right)$$

وحسب جدول التقدم لدينا $\left[H_3O^+\right] = \left[C\ell^-\right]$ وبالتالي :

$$G = K\left(\lambda_{H_3O^+}\left[H_3O^+\right] + \lambda_{C\ell^-}\left[C\ell^-\right]\right)$$

$$G = K.\left[H_3O^+\right]\left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C\ell^-}\right)$$

5 ـ استنتج أن موصلية المحلول يمكن التعبير عنها بالعلاقة التالية :

$$\sigma(t) = \sigma_f.\frac{x(t)}{x_{max}}$$

حسب العلاقة السابقة لدينا : $\sigma(t) = \left[H_3O^+\right]\left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C\ell^-}\right)$

وحسب جدول التقدم لدينا $\left[H_3O^+\right] = \left[C\ell^-\right] = \frac{x(t)}{V}$ يبقى حجم المحلول ثابتا . أي أن

$$\sigma(t) = \frac{x(t)}{V}\left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C\ell^-}\right)$$

عندما يصل التحول إلى الحالة النهائية لدينا : $x_f = x_{max} = n_0$

أي أن $\sigma_f = \frac{x_{max}}{V}\left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C\ell^-}\right)$

من العلاقتين :

$$\frac{\sigma(t)}{\sigma_f} = \frac{x(t)}{x_{max}} \Rightarrow \sigma(t) = \sigma_f.\frac{x(t)}{x_{max}}$$

6 ـ أحسب n_0 . واستنتج التقدم الأقصى x_{max} .

نعطي : الكتلة المولية ل 2 ـ كلورو ـ 2 مثيل بروبان M=92,0g/mol ، كتلته الحجمية $\rho = 0,85g/cm^3$

كمية المادة البدئية ل 2 ـ كلورو ـ 2 مثيل بروبان هي : $n_0 = \frac{m}{M}$

بحيث أن $m = \rho.V$ وبالتالي فإن $n_0 = \frac{\rho.V}{M}$.

تطبيق عددي : $n_0=9,1.10^{-3}mol$

حسب جدول التقدم التقدم الأقصى $x_{max}=n_0=9,2.10^{-3}mol$.

7 ـ استنتج تقدم التفاعل x(t) عند كل لحظة t من لحظات القياس ، ومثل المنحنى x=f(t) على ورق مليمتري .

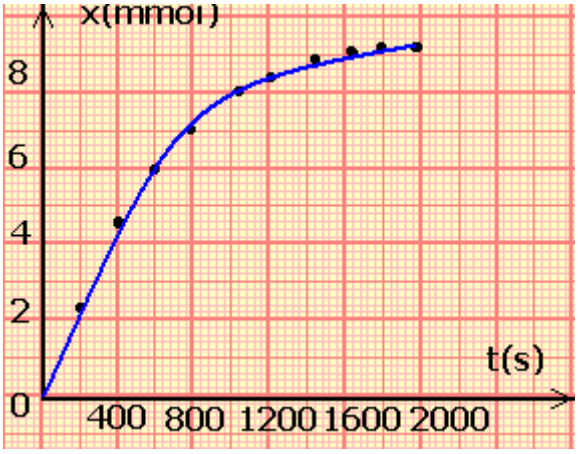
من خلال الجدول السابق موصلية الخليط التفاعلي عندما يصل غلى الحالة النهائية

$\rho_f = 1,955S.m^{-1}$

t(s)	0	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600
x(mmol)	0	2,40	4,60	5,98	6,90	7,82	8,62	8,73	8,96

1800	2000
9,20	9,20

تمثيل المنحنى x=f(t) على ورق مليمتري :



VI ـ سرعة التفاعل وزمن نصف التفاعل .

1 ـ سرعة التفاعل .

يتميز التحول الكيميائي ، بالسرعة التي يحدث بها التفاعل .

كيف نحدد سرعة التفاعل الكيميائي ؟

1 ـ بالنسبة للمنحنى الممثل لتغيرات التقدم x=f(t) بدلالة الزمن ، في التجربة الأولى ، خط المماسين للمنحنى عند اللحظتين t=0 و t=30min. كيف يتطور المعامل الموجه لهدين المماسين . ؟

بالنسبة للماس T_1 :

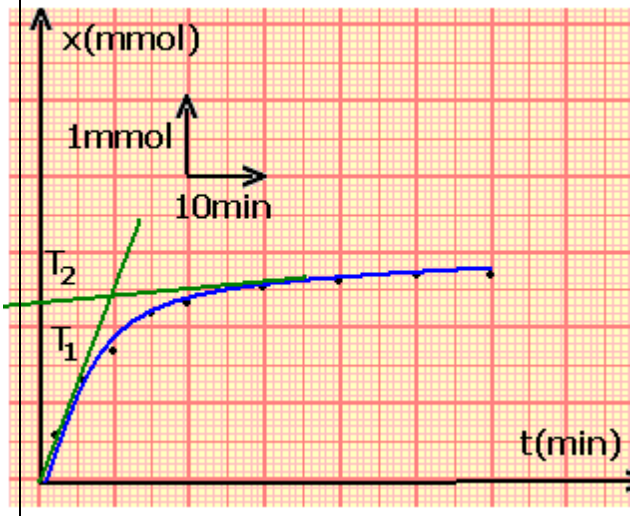
المعامل الموجه لهذا المماس هو :

$$K_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(2,5-0).10^{-3}}{10-0} = 2,5.10^{-4}mol/min$$

بالنسبة ل T_2 :

المعامل الموجه لهذا المماس هو :

$$K_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(2,5-2,3).10^{-3}}{30-0} = 0,07.10^{-4} mol/min$$



2 ـ علما أن سرعة التفاعل تتناسب مع المعامل الموجه لمماس المنحنى x=f(t) عند نقطة أفصولها t هل سرعة التفاعل تتزايد أم تتناقص خلال الزمن ؟

من خلال الحساب السابق يتبين أن سرعة التفاعل تتناقص بدلالة الزمن .

تعريف بالسرعة الحجمية للتفاعل : نعرف السرعة الحجمية v عند اللحظة t لتفاعل يحدث داخل حجم ثابت V ، بقيمة مشتقة التقدم x للتفاعل بالنسبة للزمن عند اللحظة t ، مقسومة على الحجم V :

$$v = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$$

السرعة الحجمية للتفاعل مقدار موجب .

وحدتها في النظام العالمي للوحدات : $mol.m^{-3}.s^{-1}$ حيث يعبر عن V ب m^3 و x بالمول .

هناك وحدات عملية مثلا : $mol.l^{-1}.min$.

يمكن كذلك التعبير عن السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة التركز الفعلي لنوع كيميائي

تطبيق :

الفعلي لثنائي اليود I_2 .

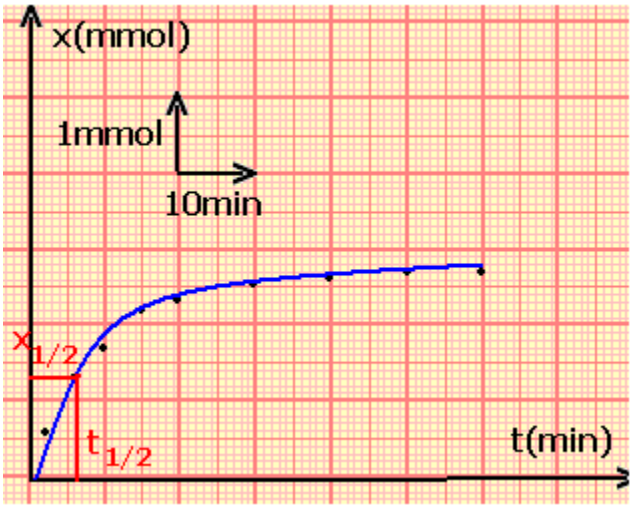
$$v = \frac{1}{V}\frac{dn(I_2)}{dt} = \frac{d\left(\frac{n(I_2)}{V}\right)}{dt} = \frac{d[I_2]}{dt}$$

طرق تحديد سرعة السرعة الحجمية للتفاعل .

ـ **الطريقة المبيانية** : تتطلب رسم المماس للمنحنى x=f(t) وحساب المعامل الموجه لهذا المماس . ثم نقسمه على حجم المحلول الذي يبقى ثابت خلال التحول .

ـ باستعمال مجدول يمكن مباشرة من حساب السرعة v_i انطلاقا من القيم V و t_i و x_i .

تطور سرعة التفاعل خلال الزمن .



يمكن أن نتأكد كذلك من خلال حساب السرعة الحجمية للتحول في النشاط التجريبي الثاني ونتوصل إلى أن سرعة التفاعل تتناقص خلال تطور التحول

إذن بصفة عامة نستخلص أن :

سرعة التفاعل تتناقص خلال التحول الكيميائي .

2 ـ زمن نصف التفاعل .

زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ، هو المدة الزمنية التي يصل فيها التقدم x نصف قيمته النهائية

$(x = \frac{x_f}{2})$ x_f

إذا كان التحول كليا (حيث يتم استهلاك الكلي لإحدى المتفاعلات) يوافق التقدم النهائي x_f التقدم الأقصى x_{max} ، أي أنه عند $t_{1/2}$ يكون $x = \frac{x_{max}}{2}$

أهمية زمن نصف التفاعل : يمكن من تقييم المدة الزمنية اللازمة لانتهاء التحول الكيميائي المدروس وهذا يؤدي إلى جعل المجرب يختار الطريقة الملائمة لتتبع تطور التحول المدروس

مثال :

المعايرة يتطلب مدة زمنية معينة .

تعيين زمن نصف التفاعل :

في النشاط التجريبي الأول ، حدد مبيانيا زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ الذي يوافق تقدما يساوي نصف التقدم الأقصى .

نحسب $x_{max}=2,7mmol$ نستنتج أن $\frac{x_{max}}{2} = 1,35mmol$

على المبيان نبحث عن $t_{1/2}$ الموافقة للقيمة $\frac{x_{max}}{2} = 1,35mmol$

نجد مبيانيا $t_{1/2}=0,6min$

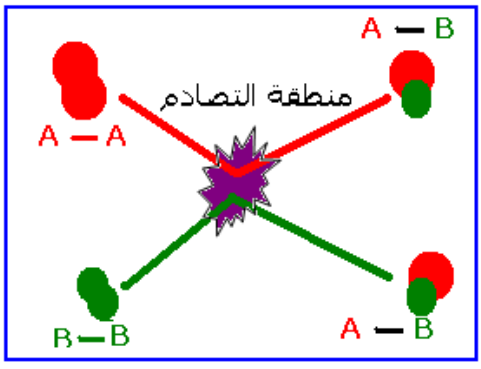
V ـ التفسير الميكروسكوبي

1 ـ الارتجاج الحراري

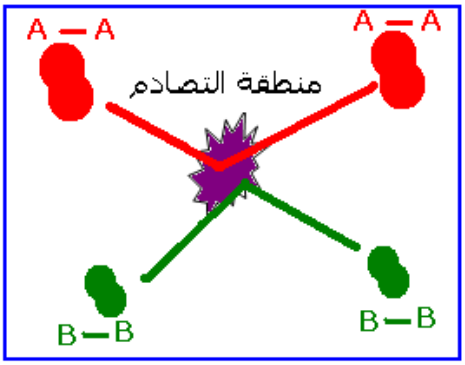
المكونات الكيميائية المتواجدة في مائع تتحرك بسرعة وبصفة دائمة وعشوائية ، مما يجعلها تتصادم فيما بينها بتردد مرتفع . كلما ارتفعت درجة الحرارة أي ارتجاج دقائقي قوي ، كلما زادت قيم سرعات هذه المكونات وتردد تصادمها .

مثال : خليط يتكون من جزيئات A_2 و B_2 تمكن التصادمات من تحويل هذه الجزيئات إلى جزيئات AB .

لكي يكون التصادم فعالا يجب كسر الرابطة A-A والرابطة B-B لتكون رابطتين A-B وهذا يستلزم توفير كمية من الطاقة كافية لكي يكون هناك تصادم فعال .



تصادم فعال



تصادم غير فعال

2 ـ العوامل الحركية

تتعلق سرعة التفاعل باحتمال حدوث تصادم فعال بين المكونات الكيميائية المتفاعلة خلال مدة زمنية معينة . كلما كان هذا الاحتمال كبيرا كلما كانت سرعة التفاعل مرتفعة .

- **تأثير التركيز البدئي**

يزيد تردد التصادمات عندما يزيد عدد المكونات المتواجدة في حجم معين وبالتال حدوث تصادم فعال .
كلما كان تركيز المتفاعلات مرتفعا كلما كانت سرعة التفاعل كبيرة .

- **تأثير درجة الحرارة**

ارتفاع درجة الحرارة يؤدي إلى ارتفاع الارتجاج الحراري مما يؤدي إلى الزيادة في تردد التصادمات بين المكونات الكيميائية بالإضافة إلى ارتفاع سرعتها أي الزيادة في طاقتها الحركية الشيئ الذي يؤدي إلى الزيادة في احتمال حدوث تصادمات فعالة . وبالتالي فكلما كانت درجة الحرارة مرتفعة كلما كانت سرعة التفاعل كبيرة .

تمارين الكيمياء السلسلة 2
التتبع الزمن لتحول ـ سرعة التفاعل
الثانية بكالوريا علوم فيزيائية
2007 ـ 2008

تمرين 1 تتبع تحول كيميائي بالمعايرة

يباع محلول الماء الأوكسيجيني في الصيدليات ويستعمل كمطهر . إن الماء الأوكسيجيني يتحلل ببطء ، ليعطي ثنائي الأوكسيجين حسب التفاعل ذي المعادلة $2H_2O_2(aq) \rightarrow O_2(g) + 2H_2O(\ell)$.

لدراسة حركية تحلل الماء الأوكسيجيني نحضر في كأس حجما V=100,0ml من محلول الماء الأوكسيجيني ، تركيزه $C=6,0.10^{-2}mol/l$ عند t=0 .

يعطي الجدول أسفله مجموعة نتائج محصلة خلال التجربة :

t(min)	0	5	10	15	20	25	30	40	60
$[H_2O_2]$ $(10^{-2}mol/l$	6,0	4,7	3,8	3,0	2,3	1,8	1,5	0,90	0,28

1 ـ أنشئ جدول تطور تقدم التفاعل ، واستنتج علاقة بين $n_i(H_2O_2)$ كمية مادة الماء الأوكسيجيني عند t=0 و $n(H_2O_2)$ كمية مادة الماء الأوكسيجيني عند اللحظة t والتقدم x .

2 ـ أحسب x بالنسبة لمختلف اللحظات المسجلة في جدول القياسات .

3 ـ خط المبيان الممثل للدالة x=f(t) باستعمال السلم : $5\min \leftrightarrow 1cm$ $0,5mol \leftrightarrow 1cm$

4 ـ حدد مبيانيا السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظتين t=5min و t=30min . ماذا تستنتج ؟

5 ـ عين زمن نصف التفاعل ، علما أن هذا التفاعل كلي .

تمرين 2

يتفاعل كربونات الكالسيوم $CaCO_3$ مع محلول حمض الكلوريدريك حسب المعادلة :

$$CaCO_3(s) + 2H_3O^+(aq) \rightarrow CO_2(g) + 3H_2O(\ell) + Ca^{2+}(aq)$$

لدراسة حركية هذا التفاعل ، نصب في حوجلة ، تحتوي على كمية وافرة من كربونات الكالسيوم ، حجما $_A$=100ml من محلول حمض الكلوريدريك ذي التركيز C=0,10mol/l .

نقيس ضغط ثنائي أوكسيد الكربون الناتج بواسطة لاقط فرقي للضغط ، مرتبط بحوجلة بواسطة أنبوب مطاطي يشغل الغاز حجما ثابتا $V=1\ell$ عند درجة الحرارة $\theta = 25°C$ أي 298K .

يعطي الجدول أسفله النتائج المحصلة .

t(s)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$P(CO_2)(hPa)$	12,5	22,8	33,2	41,2	48,8	55,6	60,9	65,4	69,4	714,7

1 ـ بتطبيق علاقة الغازات الكاملة ، أحسب كمية مادة ثنائي أوكسيد الكربون ($_2$ عند كل لحظة .

2 ـ أنشئ جدول تطور التحول ، واستنتج العلاقة بين التقدم x و $n(CO_2)$.

3 ـ خط المبيان الممثل لتغيرات التقدم x بدلالة الزمن .

4 ـ عين السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظتين t=0 و t=50s . ماذا تستنتج ؟

5 ـ علما أن التفاعل كلي وأن الأيونات $H_3O^+(aq)$ تكون المتفاعل المحد ، عين :

أ ـ التقدم الأقصى x_{max}

ب ـ زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

6 ـ اقترح طريقة أخرى تمكن من تتبع تطور هذا التفاعل . علل الجواب

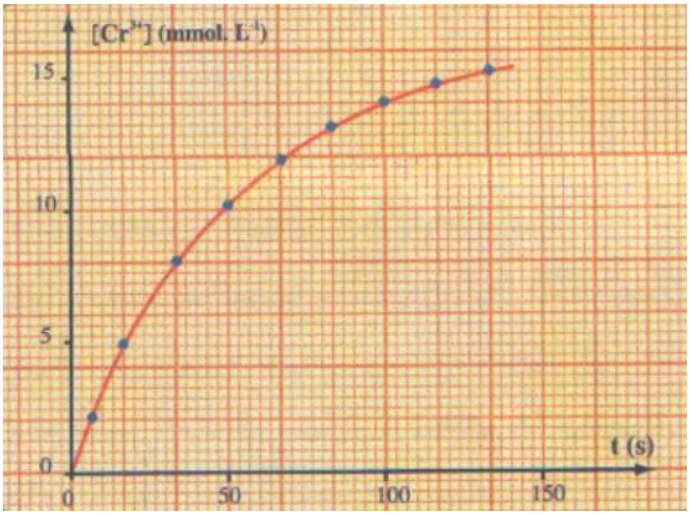
تمرين 3

ـ نريد إنجاز مناولة تتطلب محلولا S_1 لحمض الأوكساليك تركيزه 60mmol/l . نتوفر في المختبر على ميزان ذي دقة عالية والأواني الزجاجية اللازمة .المواد الكيميائية التالية : حمض الأوكساليك على شكل بلورات صيغته $(H_2C_2O_4, 2H_2O)$ وحمض الكبريتيك المركز والماء المقطر ومحلول محمض لثنائي كرومات البوتاسيوم تركيزه 16,7mmol/l .

1 ـ ما هي كتلة بلورات حمض الأوكساليك اللازمة لتحضير 100ml من المحلول S_1 ؟

صف طريقة العمل لتحضير المحلول S_1 .

2 ـ ندرس التطور ، بدلالة الزمن ، لخليط مكون بدئيا من 50ml من المحلول S_1 و 50ml من محلول ثنائي كرومات البوتاسيوم .



2 ـ 1 أكتب معادلة التفاعل بين المزدوجتين :

$$Cr_2O_7^{2-}(aq)/Cr^{3+}(aq)$$

$$CO_2/H_2C_2O_4$$

نحتفظ بدرجة الحرارة ثابتة ، ونتتبع تركيز الأيونات Cr^{3+} الناتجة عن التفاعل ، فنحصل على المنحنى التالي :

2 ـ 2 عرف السرعة الحجمية V لهذا التفاعل .

ما هي العلاقة التي تربط V ب $\frac{d\left[Cr^{3+}\right]}{dt}$ ؟

2 ـ 3 حدد هذه السرعة عند اللحظتين t=0 و t=50s .

2 ـ 4 ما هو الحد الذي يؤول إليه تركيز الأيونات Cr^{3+} ؟ استنتج زمن نصف التفاعل .

2 ـ 5 فسر كيفيا ، تغيرات السرعة الحجمية لهذا التفاعل خلال الزمن .

تمرين 4 (بكالوريا فرنسية)

في إطار مشروع متعدد الاختصاص حول موضوع يتعلق بعلم استكشاف المغارات . قرر تلاميذ السنة الثانية من سلك بكالوريا القيام برحلة علمية لاستكشاف مغارة والتي من الممكن أن يصادفو سحابة غاز ثنائي أوكسيد الكربون عندما تكون نسبته جد مرتفعة يؤدي ، داخل المغارة إلى للإ

الكربون عن تأثير المياه الجارية الحمضية على كربونات الكلسيوم $CaCO_3$ الموجود في الصخور الكيلسية . من أجل التعرف أكثر على هذا التفاعل اقترح أستاذ الكيمياء على تلاميذته دراسة هذا التفاعل

معطيات :

ـ درجة حرارة المختبر خلال التجربة 25°C

ـ الضغط الجوي : $P_{atm}=1,020.10^5 Pa$

ـ علاقة الغاز الكامل : PV=nRT

ـ ثابتة الغازات الكاملة R=8,31SI

ـ الكتل المولية الدرية : $M(C)=12g/mol, M(H)1g/mol, M(O)=16g/mol, M(Ca)=40g/mol$

ـ كثافة غاز بالنسبة للهواء : $d=\frac{M}{29}$ بحيث أن M الكتلة المولية للغاز .

بداخل حوجلة ، ننجز التفاعل بين كربونات الكالسيوم وحمض الكلوريدريك . نتتبع تكون ثنائي أوكسيد الكربون بواسطة انتقال الماء داخل مخبار مدرج .

نصب في حوجلة حجما V_S=100ml من حمض الكلوريدريك تركيزه 0,1mol/l. عند اللحظة t=o ندخل بسرعة في الحوجلة 2,0g من كربونات الكالسيوم $CaCO_3(s)$ ونشغل في نفس الوقت الميقت . نسجل بجدول القياسات قيم حجم ثنائي أوكسيد الكربون المحصل عليه خلال كل لحظة t . ضغط الغاز يساوي الضغط الجوي .

t(s)	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220
$V(CO_2)$(ml)	0	29	49	63	72	79	84	89	93	97	100	103

t(s)	240	260	280	300	320	340	360	380	400	420	440
$V(CO_2)$(ml)	106	109	111	113	115	117	118	119	120	120	121

يمكن نمذجة التحول الكيميائي بالمعدلة الكيميائية التالية :

$$CaCO_3(s)+2H_3O^+(aq)\rightarrow CO_2(g)+3H_2O(\ell)+Ca^{2+}(aq)$$

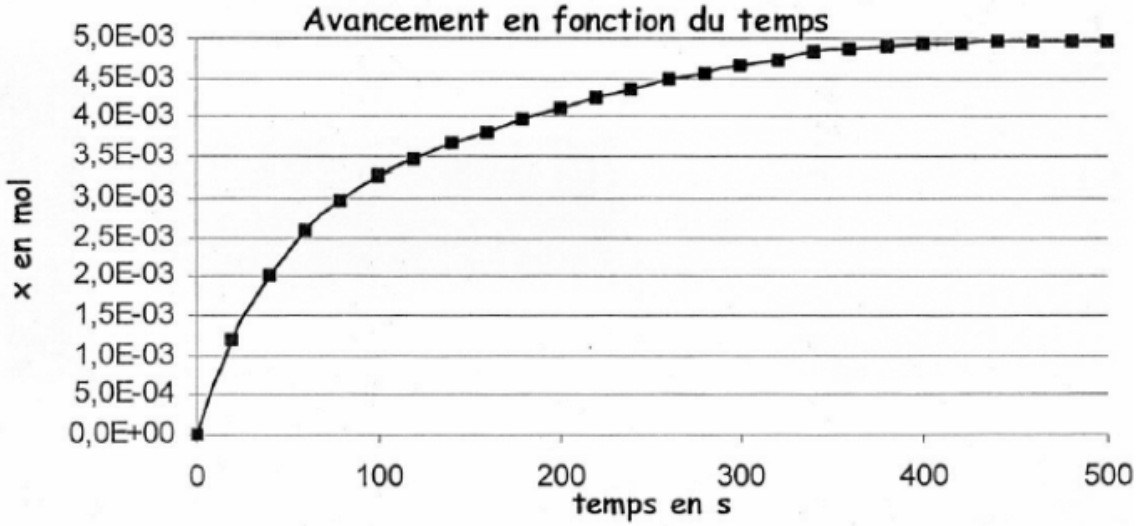
1 ـ أحسب كثافة غاز ثنائي أوكسيد الكربون بالنسبة للهواء . في أي جزء من المغارة يمكن لهذا الغاز أن يتجمع ؟

2 ـ أحسب كمية المادة البدئية لكل المتفاعلات .

3 ـ أنشئ جدول التقدم التفاعل . واستنتج التقدم الأقصى x_{max} . ما هو المتفاعل المحد ؟

4 ـ 1 أوجد تعبير التقدم x عند اللحظة t بدلالة V_{CO2} و T و P_{atm} و R . أحسب قيمته عند اللحظة t=20s

4 ـ 2 أحسب الحجم القصوي الممكن الحصول عليه في شروط التجربة . هل هذا التفاعل كلي ؟
5 ـ تم حساب قيم x وحصلنا على التمثيل المبياني ل x=f(t) أنظر المبيان 1



5 ـ 1 أعط تعبير السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة التقدم x والحجم V_S للمحلول . كيف تتغير السرعة الحجمية خلال الزمن ؟ علل الجواب من خلال المبيان .
5 ـ 2 عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$. حدد مبيانيا قيمته .
6 ـ درجة حرارة المغارة المراد استكشافها أصغر من 25°C
6 ـ 1 ما هو تأثير انخفاظ درجة الحرارة على السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة t=0 .
6 ـ 2 مثل شكل المنحنى تطور التقدم x في هذه الحالة .
7 ـ يمكن تتبع هذا التطور بقياس الموصلية σ للمحلول بدلالة الزمن .
7 ـ 1 أجرد الأيونات المتواجدة في المحلول . حدد الأيون الذي لايتدخل في التفاعل وتركيزه يبقى ثابت
7 ـ 2 نلاحظ من خلال التجربة تناقص الموصلية . فشر بدون حساب هذه الملاحظة علما أن الموصلية الأيونية الحجمية للأيونات عند 25°C :

$$\lambda_{H_3O^+} = 35,0 mS.m^2.mol^{-1}$$

$$\lambda_{Ca^{2+}} = 12,0 mS.m^2.mol^{-1}$$

$$\lambda_{C\ell^-} = 7,5 mS.m^2.mol^{-1}$$

7 ـ 3 أحسب الموصلية σ للمحلول عند t=0 .
7 ـ 4 بين أن الموصلية مرتبطة بالتقدم x بالعلاقة التالية : $\sigma = 4,25 - 580x$
7 ـ 5 أحسب موصلية المحلول بالنسبة للتقدم الأقصى .

تصحيح تمارين الكيمياء
السلسلة 2
التتبع الزمني لتحول كيميائي ـ سرعة التفاعل

تمرين 1

1 ـ جدول تطور تقدم التفاعل :

معادلة التفاعل		$2H_2O_2(aq)$	$\rightarrow$	$O_2(g)$	+	$2H_2O(\ell)$
الحالة الزمنية	التقدم	كميات المادة				
بداية التفاعل	0	CV		0		0
خلال التفاعل	x	CV-2x		x		2x

نستنتج العلاقة بين كمية الماء الأوكسيجيني البدئية وكمية مادة الماء الأوكسيجيني عند اللحظة حسب جدول التطور التقدم لدينا خلال اللحظة t :

$$n(H_2O_2) = CV - 2x \Rightarrow x = \frac{1}{2}(CV - n(H_2O_2))$$

$$n(H_2O_2) = [H_2O_2].V$$

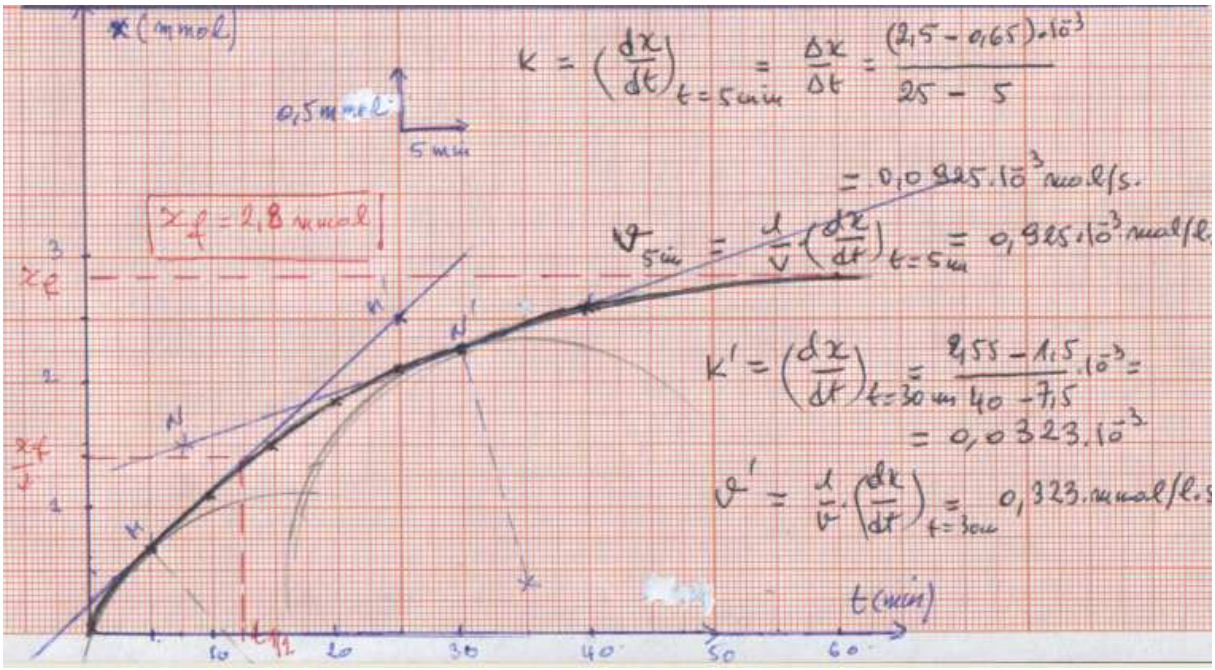
$$x = \frac{1}{2}(CV - [H_2O_2].V)$$

2 ـ حساب x بالنسبة لمختلف اللحظات المسجلة في جدول القياسات :

t(min)	0	5	10	15	20	25	30	40	60
$X(mol).10^{-3}$	0	0,65	1,1	1,5	1,85	2,1	2,25	2,55	2,86

3ـ المبيان :

أنظر الشكل (1)



4 ـ حدد مبيانيا السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظتين t=5min و t=30min

نمثل المماس للمنحنى x=f(t) عند اللحظة t=5min ونحسب المعامل الموجه لهذا المماس فنحصل على :

عند اللحظة t=5min تكون السرعة الحجمية للتفاعل هي : $v(t=5\min)=0,925 mmol/\ell.s$

عند اللحظة t=30min تكون السرعة الحجمية للتفاعل هي : $v(t=30\min)=0,323 mmol/\ell.s$

نستنتج أن السرعة الحجمية للتفاعل تتناقص خلال تطور المجموعة المتفاعلة .

5 ـ زمن نصف التفاعل :

حسب التعريف أن زمن نصف التفاعل هو $t_{1/2}$ المدة الضرورية لكي يصبح التقدم x مساويا لنصف قيمته النهائية :

حسب الشكل لدينا x_f=2,9mmol أي أن $\frac{x_f}{2}=1,45 mmol \Rightarrow t_{1/2}=12,5\min$

تمرين 2

1 ـ نطبق علاقة الغازات الكاملة لحساب كمية مادة ثنائي أوكسيد الكربون $n(CO_2)$ عند كل لحظة :

$$P.V=n(CO_2).R.T \Rightarrow n(CO_2)=\frac{P.V}{R.T}$$

$$n(CO_2)=\frac{10^{-3}.P}{2476,38}$$

t(s)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$n(CO_2)$mmol	0,50	0,92	1,34	1,66	1,97	2,25	2,46	2,64	2,80	2,89

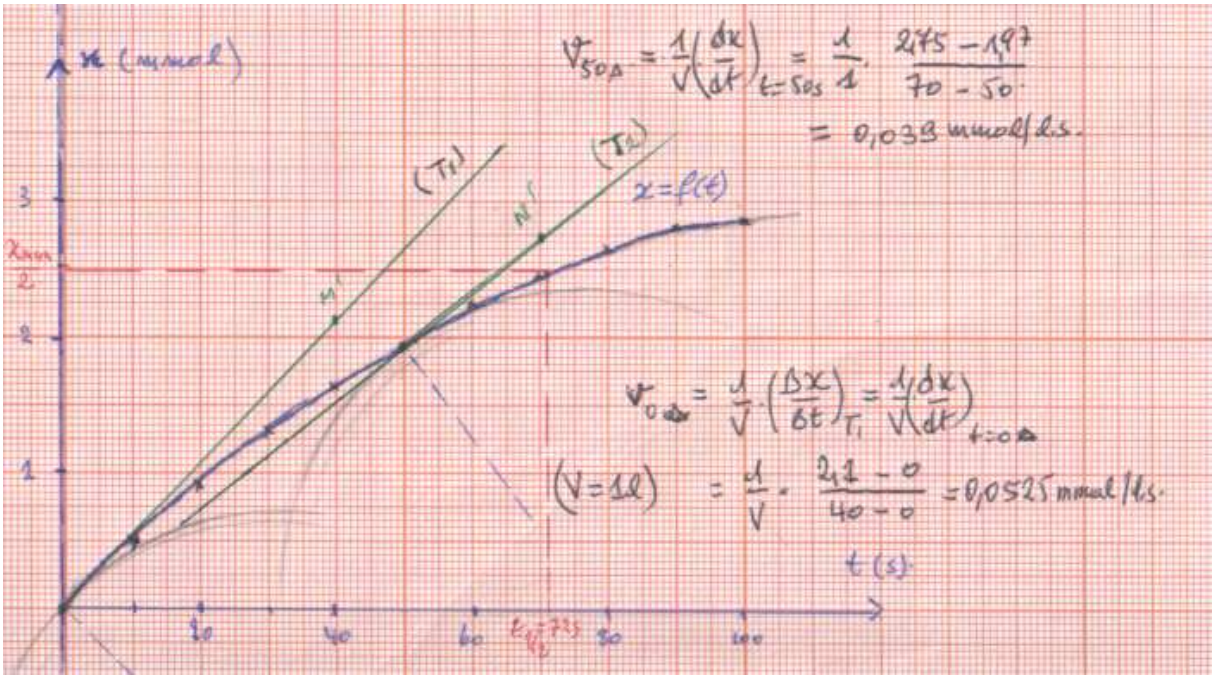
2 ـ جدول تطور التحول :

معادلة التفاعل		$CaCO_{3(s)} + 2H_3O^+(aq) \rightarrow CO_2(g) + Ca^{2+}(aq) + 3H_2O$					
الحالة	التقدم	كميات المادة					
الحالة البدئية	0	n_0	C_AV_A		0	0	
خلال التفاعل	x	n_0-x	C_AV_A-2x		x	x	
الحالة النهائية	x_{max}	n_0-x_{max}	$C_AV_A-2x_{max}$		x_{max}	x_{max}	

من خلال الجدول يتبين أن $n(CO_2)=x$ وبالتالي سيكون الجدول كالتالي :

t(s)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$n(CO_2)$mmol	0,50	0,92	1,34	1,66	1,97	2,25	2,46	2,64	2,80	2,89
x(mmol)	0,50	0,92	1,34	1,66	1,97	2,25	2,46	2,64	2,80	2,89

3 ـ خط المبيان x=f(t)



4 ـ تعيين السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظتين t=0s و t=50s

نمثل المماس للمنحنى x=f(t) عند اللحظة t=0s و t=50s ونحسب المعامل الموجه لهذا المماس فنحصل على :

عند اللحظة t=0s تكون السرعة الحجمية للتفاعل هي : $v(t=0s)=0,0525mmol/\ell.s$

عند اللحظة t=50s تكون السرعة الحجمية للتفاعل هي : $v(t=50s)=0,039mmol/\ell.s$

نستنتج أن السرعة الحجمية للتفاعل تتناقص خلال تطور المجموعة المتفاعلة .

5 ـ في حالة أن التفاعل كلي وأن المتفاعل المحد هو H_3O^+ فإنه حسب جدول الوصفي للتقدم :

$$C_AV_A-2x_{max}=0\Rightarrow x_{max}=\frac{C_AV_A}{2}=5.10^{-3}mol$$

زمن نصف التفاعل نحصل عليه عندما يصبح التقدم مساويا لنصف التقدم النهائي وبما أن التفاعل تام فهو يساوي نصف التقدم الأقصى : $\frac{x_{max}}{2}=2.5mmol$ وفي التمثيل المبياني نحصل على

$$t_{1/2}=72s$$

6

التقدم لأيون الكالسيوم يتغير مع الزمن .

تمرين 3

1 ـ كتلة بلورات حمض الأوكساليك اللازمة لتحضير 100mL من المحلول S_1 :

نعلم أن علاقة التي تربط بين التركيز وكمية المادة هي :

$C_1=\frac{n}{V}$ أي أن الكتلة اللازمة لبلورات حمض الأوكساليك من أجل تحضير V=100mL من المحلول S_1 هي:

$$n=C_1.V\Rightarrow\frac{m}{M(H_2C_2O_4,2H_2O)}=C_1V$$

$$m=C_1.V.M(H_2C_2O_4,2H_2O)$$

تطبيق عددي : m=0,756g .

2 ـ 1 معادلة التفاعل بين المزدوجتين :

$$Cr_2O_7^{2-}(aq)/Cr^{3+}(aq)$$
$$Cr_2O_7^{2-}(aq)+14H^+(aq)+6e^- = 2Cr^{3+}(aq)+7H_2O(\ell)$$
$$CO_2(aq)/H_2C_2O_{4(aq)}$$
$$2CO_2+2H^+(aq)+2e^- = H_2C_2O_4(aq)$$
$$\times 3 \quad H_2C_2O_4(aq) = 2CO_2+2H^+(aq)+2e^-$$
$$Cr_2O_7^{2-}(aq)+14H^+(aq)+6e^- = 2Cr^{3+}(aq)+7H_2O(\ell)$$

$$3H_2C_2O_4(aq)+Cr_2O_7^{2-}(aq)+12H^+(aq) \rightarrow 6CO_2(aq)+2Cr^{3+}(aq)+7H_2O(\ell)$$

2 ـ 2 تعريف السرعة الحجمية للتفاعل :

نعرف السرعة الحجمية لهذا التفاعل بالعلاقة التالية : $v = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$

بحيث أن x تقدم التفاعل .

العلاقة التي تربط بين v السرعة الحجمية للتفاعل و $\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}$:

حسب المعادلة التفاعل وجدول التطور لهذا التفاعل لدينا :

$$n(Cr^{3+}) = 2x \Rightarrow x = \frac{n(Cr^{3+})}{2}$$

$$v = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt} \Rightarrow v = \frac{d}{dt}\left(\frac{n(Cr^{3+})}{2V}\right) \Rightarrow v = \frac{1}{2}\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}$$

2 ـ 3 بواسطة طريقة المماسات للمنحنى وبحساب المعامل الموجه وهو يساوي :

بالنسبة ل t=0s :

$$K = \frac{\Delta[Cr^{3+}]}{\Delta t} = \left(\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}\right)_{t=0s} = 0,75mmol/\ell.s$$

$$v = \frac{K}{2} = 0,375mmol/\ell.s$$

بالنسبة ل t=50s :

$$K' = \frac{\Delta[Cr^{3+}]}{\Delta t} = \left(\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}\right)_{t=50s} = 0,126mmol/\ell.s$$

$$v = \frac{K'}{2} = 0,063mmol/\ell.s$$

2 ـ 4 من خلال الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

معادلة التفاعل		$3H_2C_2O_4(aq)+Cr_2O_7^{2-}(aq)+12H^+(aq) \rightarrow 6CO_2(aq)+2Cr^{3+}(aq)+7H_2O(\ell)$						
الحالة	التقدم	كميات المادة ب mmol						
البدئية	0	3	0,835			0	0	
خلال التفاعل	x	3-3x	0,835-x			6x	2x	
النهائية	x_{max}	$3-3x_{max}$	$0,835-x_{max}$			$6x_{max}$	$2x_{max}$	

يلاحظ أن المتفاعل المحد في هذا التفاعل هو أيونات ثنائي كرومات . التعليل :

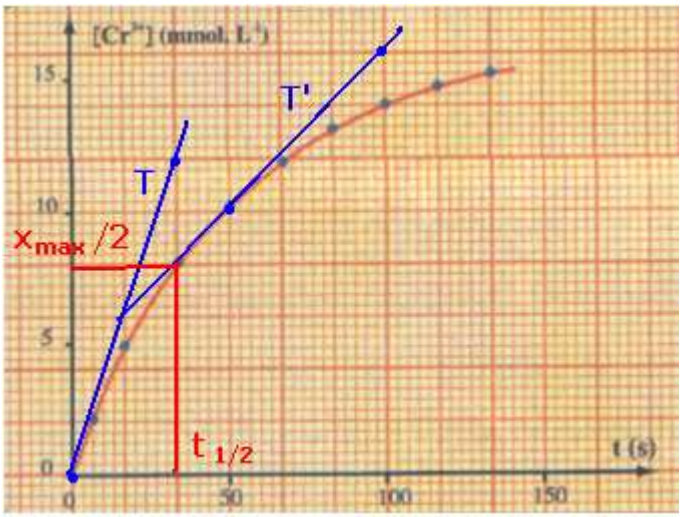
$0,825mmol < 1mmol$

وبالتالي فإن التقدم الأقصى هو : $0,835.10^{-3} - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = 0,835.10^{-3}\,mol$

أي أن

$$n(Cr^{3+}) = 2x_{max} = 1,67.10^{-3}\,mol$$

$$\left[Cr^{3+}\right] = \frac{n(Cr^{3+})}{V} \Rightarrow \left[Cr^{3+}\right] = 16,7mmol/\ell$$



وهذا التركيز هو الحد الذي تؤول إليه أيةنات ثنائي الكرومات .

نستنتج زمن نصف التفاعل :

زمن نصف التفاعل هو عندما يصبع التقدم x يساوي نصف التقدم النهائي وهو يساوي في هذه الحالة التقدم الأقصى أي :

$$\frac{x_{max}}{2} = \frac{\left[Cr^{3+}\right]_{max}}{2} = 8,35mmol/\ell.s$$

من خلال المبيان نحصل على $t_{1/2}$=35s

تمرين 4

1 ـ حساب كثافة غاز ثنائي أوكسيد الكربون :

$$d = \frac{M(CO_2)}{29} \Rightarrow d = 1,52$$

من خلال هذه النتيجة يتبين أن غاز ثنائي أوكسيد الكربون أكثر كثافة من الهواء أي أنه سيتجمع الأماكن السفلى للمغارة .

2 ـ حساب كمية مادة المتفاعلات :

كمية مادة أيونات الأوكسونيوم :

$$n_0(H_3O^+) = CV_s = 10^{-2}\,mol$$

كمية مادة كربونات الكالسيوم :

$$n_0(CaCO_3) = \frac{m}{M(CaCO_3)} = 2,0.10^{-2}\,mol$$

3 ـ جدول التقدم للتفاعل :

معادلة التفاعل		$CaCO_3(s) + 2H_3O^+(aq) \rightarrow Ca^{2+}(aq) + CO_2(aq) + 3H_2O(\ell)$				
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
البدئية	0	$2,0.10^{-2}$	1.10^{-2}	0	0	
خلال التفاعل	x	$2,0.10^{-2}$-x	1.10^{-2}-2x	x	x	
النهائية	x_{max}	$2.0.10^{-2}$-x_{max}	1.10^{-2}-2x_{max}	x_{max}	x_{max}	

المتفاعل المحد : نقارن $\frac{n_0(CaCO_3)}{1}$ و $\frac{n_0(H_3O^+)}{2}$ فنستنتج أن أيونات الأويونيوم هي المتفاعل المحد . ومنه نستنتج التقدم الأقصى :

$$1.10^{-2} - 2x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = 5.10^{-3}\,mol$$

1 ـ 4

المتكون خلال هذا التفاعل وضغطه يساوي الضغط الجوي يمكن أن نكتب :

$$P_{atm}.V_{co_2} = n(CO_2).R.T$$

وحسب جدول تقدم التفاعل فإن كمية مادة غاز ثنائي أوكسيد الكربون المتكون عند اللحظة
$n(CO_2) = x$

نعوض في علاقة الغازات الكاملة : $P_{atm}.V_{CO_2} = x.R.T \Rightarrow x = \frac{P_{atm}.V_{CO_2}}{R.T}$

عند اللحظة t=20s لدينا حسب جدول القياسات $V_{CO_2} = 29m\ell = 29.10^{-6}m^3$

في العلاقة السابقة : $x = \frac{1,020.10^5 \times 29.10^{-6}}{8,31 \times 298} = 1,2.10^{-3}mol$

4 ـ 2 الحجم القصوي الممكن الحصول عليه في هذه التجربة :

$$V_{CO_2\max} = \frac{x_{\max}.R.T}{P_{atm}} \Rightarrow V_{CO_2\max} = 1,21.10^{-4}m^3 = 121m\ell$$

يلاحظ من خلال جدول القياسات أن $V_{CO_2\max} = V_{CO_2 final} = 121m\ell$ وبالتالي فالتفاعل تام .

5 ـ 1 تعبير السرعة الحجمية للتفاعل : $v = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$

$\frac{dx}{dt}$ تمثل المعامل الموجه لمماس المنحنى x=f(t) .

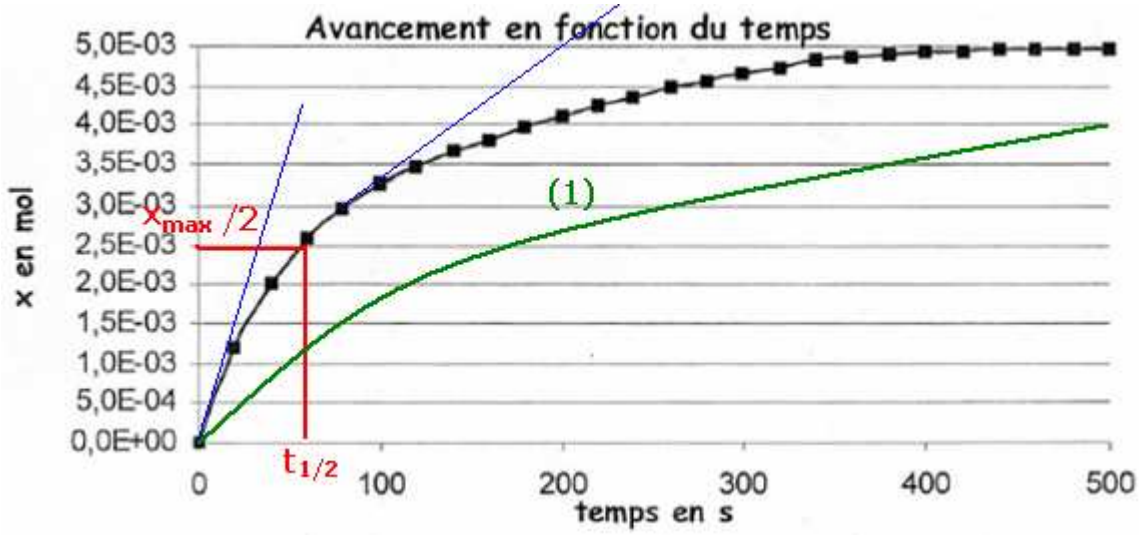
من خلال تمثيل المماس في لحظات مختلفة يتبين أن معامله الموجه يتناقص مع الزمن
السرعة الحجمية للتفاعل تتناقص مع الزمن t .

5 ـ 2 تعريف زمن نصف التفاعل : هو المدة الزمنية التي يصل فيها التقدم إلى نصف قيمته النهائية .

من خلال المنحنى يتبين أن : $x(t_{1/2}) = \frac{x_{\max}}{2} = 2,5.10^{-3}mol \Rightarrow t_{1/2} = 57s$

6 ـ 1 عند انخفاض درجة الحرارة ستنخفض السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة t=0 ستكون أقل من الحالة الأولى (25°C) .

6 ـ 2 ـ أنظر الشكل : المنحنى (1)



7 ـ 1 جرد الأيونات المتواجدة في المحلول : $H_3O^+(aq), Ca^{2+}(aq), C\ell^-(aq)$

الأيون الذي لا يتدخل في التفاعل هو أيون الكلورور .

7 ـ 2 تفسير تناقص الموصلية للمحلول :

من خلال معادلة التفاعل نلاحظ أنه لتكوين أيون كالسيوم يجب أن تختفي أيونين من أيونات الأكسونيوم وحسب المعطيات أن الموصلية المولية لأيونات الأوكسيونيوم مهمة جدا بالنسبة لأيونات الكالسيوم وبالتالي فموصلية المحلول ستنقص .

7 ـ 3 حساب موصلية المحلول عند t=0

ملاحظة : عند اللحظة t=0 لا توجد أيونات الكالسيوم في الخليط التفاعلي .

$$\sigma_0 = \lambda_{H_3O^+}\left[H_3O^+\right] + \lambda_{C\ell^-}\left[C\ell^-\right]$$

$$\left[H_3O^+\right]_0 = \left[C\ell^-\right] = C$$

$$\sigma_0 = C(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C\ell^-})$$

$$\sigma_0 = 4,25 S.m^{-1}$$

7 ـ 4

لنبين العلاقة التالية : $\sigma = 4,25 - 580x$

موصلية المحلول في اللحظة t هي :

$$\sigma = \lambda_{H_3O^+}\left[H_3O^+\right] + \lambda_{C\ell^-}\left[C\ell^-\right] + \lambda_{Ca^{2+}}\left[Ca^{2+}\right]$$

$$\sigma = \lambda_{H_3O^+}\frac{CV_s - 2x}{V_s} + \lambda_{C\ell^-}C + \lambda_{Ca^{2+}}\frac{x}{V_s}$$

$$\sigma = \left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C\ell^-}\right)\times C + \frac{x}{V_s}\left(\lambda_{Ca^{2+}} - 2\lambda_{H_3O^+}\right)$$

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{x}{V_s}\left(\lambda_{Ca^{2+}} - 2\lambda_{H_3O^+}\right)$$

$$\sigma = 4,25 - 580x$$

ملاحظة : أن الحجم بالوحدة m^3

7 ـ 5 حساب موصلية المحلول بالنسبة للتقدم الأقصى : $\sigma_{max} = 4,25 - 580x_{max} = 1,35 S.m^{-1}$

التحولات الكيميائية التي تحدث في المنحنيين .
Transformation chimique s'effectuant dans les deux sens

I ـ التفاعلات حمض ـ قاعدة (تذكير)

1 ـ المزدوجات قاعدة /حمض

تعريف :

نسمي حمضا حسب برنشتد، كل نوع كيميائي قادر على فقدان بروتون H^+ خلال تفاعل كيميائي .

نسمي قاعدة ، كل نوع كيميائي قادر على اكتساب بروتون H^+ خلال تفاعل كيميائي .

نعرف مزدوجة قاعدة/حمض (HA/A^- أو BH^+/B) بنصف المعادلة حمض ـ قاعدة .

$HA = A^- + H^+$ أو $BH^+ = B + H^+$

تمرين تطبيقي :

أكتب نصف المعادلة للمزدوجات قاعدة/حمض التالية :

$H_3O^+(aq)/H_2O(\ell)$	$HCO_3^-(aq)/CO_3^{2-}(aq)$
$H_3O^+(aq) = H^+ + H_2O(\ell)$	$HCO_3^-(aq) = H^+ + CO_3^-(aq)$
$H_2O(\ell)/HO^-(aq)$	$CO_2,H_2O(aq)/HCO_3^-(aq)$
$H_2O(\ell) = H^+ + HO^-(aq)$	$CO_2(aq) + H_2O(aq) = H^+ + HCO_3^-(aq)$

ملحوظة : يلاحظ أن H_2O وHCO_3^- تارة تتصرف كقاعدة وتارة تتصرف كحمض . لذلك نسميها أمفوليتات .

2 ـ التحول حمض ـ قاعدة .

نعرف تفاعل حمض ـ قاعدة كل تحول كيميائي يحدث خلاله انتقال برتونات بين النوع الحمضي والنوع القاعدي .

تمرين تطبيقي :

1 ـ أكتب معادلة التفاعل حمض ـ قاعدة التي يمكن أن تحدث بين :

أ ـ حمض المزدوجة $H_3O^+(aq)/H_2O(\ell)$ و قاعدة المزدوجة $NH_4^+(aq)/NH_3(aq)$

ب ـ حمض المزدوجة $H_2O(\ell)/HO^-(aq)$ و قاعدة المزدوجة $NH_4^+(aq)/NH_3(aq)$

ج ـ حمض المزدوجة $CH_3COOH(aq)/CH_3COO^-(aq)$ و قاعدة المزدوجة $HCO_3^-(aq)/CO_3^{2-}(aq)$

2 ـ حدد المزدوجتان المتدخلتان في التفاعل :

$$HCO_3^-(aq) + HO^-(aq) \rightarrow CO_3^{2-}(aq) + H_2O(\ell)$$

II ـ تعريف وقياس pH محلول مائي .

1 ـ تعريف pH محلول مائي .

الخاصيات الحمضية أو القاعدية لمحلول ما تتعلق بتركيز الأيونات H_3O^+ المتواجدة في المحلول .

$$10^{-14}\,mol/l \langle [H_3O^+] \langle 1\,mol/l$$

نلاحظ أ ن القيم العددية صعبة الاستعمال لكونها جد صغيرة التركيز لذ تم إدراج مقدار pH .

يعرف pH بالنبة للمحاليل المائية ذات التراكيز الضعيفة ، $[H_3O^+] \leq 5.10^{-2} mol/\ell$ بالعلاقة التالية : $pH = -\log[H_3O^+]$ ، تمثل $[H_3O^+]$ العدد الذي يقيس التركيز المولي لأيونات الأوكسيونيوم ، ونعبر عنه بالوحدة : mol/ℓ.

$$pH = -\log[H_3O^+] \Leftrightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH}$$

$$\log 10 = 1$$
$$\log 1 = 0$$
$$\log a.b = \log a + \log b$$
$$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$$
$$\log 10^x = x \log 10 = x$$
$$y = 10^x \Leftrightarrow x = \log y$$

تذكير لبعض خاصيات الدالة اللوغريتمية

تمرين تطبيقي :

نتوفر على أربعة محاليل مائية (A) و (B) و (C) و (D)

تركيز أيونات الأوكسونيوم في في المحلولين (A) و (B) تباعا هو :

$\left[H_3O^+\right]_A = 2,0.10^{-3} mol/\ell$ و $\left[H_3O^+\right]_B = 5,1.10^{-5} mol/\ell$

pH المحلولين (C) و (D) تباعا هو : pH_C=2,8 و pH_D=8,9 .

1 ـ أحسب pH المحلولين (A) و (B) .

نستعمل الآلة الحاسبة pH_A=2,7 و pH_B=4,3

2 ـ أحسب قيمة تركيز الأيونات $\left[H_3O^+\right]$ في المحلولين (C) و (D) .

نستعمل الآلة الحاسبة (10^x)

$\left[H_3O^+\right]_C \simeq 1,6.10^{-3} mol/\ell$ و $\left[H_3O^+\right]_D \simeq 1,3.10^{-9} mol/\ell$

3 ـ كيف يتغير تركيز أيونات H_3O^+ عند تزايد pH ؟

عند تزايد قيمة الpH يتناقص تركيز الأيونات H_3O^+ ، والعكس صحيح .

البرهان :

ليكن A و B محلولان مائيان تركيزهما $\left[H_3O^+\right]_A$ و $\left[H_3O^+\right]_B$ بحيث أن $\left[H_3O^+\right]_A > \left[H_3O^+\right]_B$

لدينا من المتساوية السابقة :

$$\log\left[H_3O^+\right]_A > \log\left[H_3O^+\right]_B$$
$$-\log\left[H_3O^+\right]_A < -\log\left[H_3O^+\right]_B$$
$$pH_A < pH_B$$

2 ـ قياس pH محلول مائي .

يمكن قياس pH محلول مائي من تحديد تركيز أيونات الأوكسونيوم $\left[H_3O^+\right]$ وكذلك الحالة النهائية لتفاعل كيميائي .

عمليا نستعمل طريقتان لقياس pH محلول مائي :

أ ـ استعمال الكواشف الملونة

الكواشف الملونة مواد عضوية عند استعمالها وسط يتغير فيه تركيز أيونات الأوكسونيوم أي يتغير لونها بوضوح .

تجربة : نأخذ ثلاثة محاليل ذات pH مختلف (pH<6,0 ، 6,0<pH<7,6 ، pH>7,6) نلاحظ بالتتابع أن الكاشف الملون أزرق البروموتيمول BBT يأخذ الألوان التالية : أصفر ، أخضر ، أزرق .

يسمى المجال [7,6; 6,0] منطقة انعطاف الكاشف الملون أزرق البروموتيمول .

ويسمى اللون الذي يأخذه المحلول في هذا المجال باللوينة الحساسة (اللون الأخضر) .

يمكن كذلك أن نستعمل ورق pH للقياس pH وهو ورق مشبع بالكواشف الملونة حيث نغمره في المحلول المراد قياسه ونقارن اللون الذي يظهر بسلم اللوينة المرافق لورق

يمكن ورق pH من تحديد قيمة pH بفارق وحدة .

ب ـ استعمال pH ـ متر .

مبدأ ال pH ـ متر :

يتكون ال pH ـ متر من مجس يكون في غالب الأحيان عبارة عن إلكترود ، مركبة من إلكترودين ، إلكترود مرجعية ذات جهد ثابت وإلكترود للقياس .

يمكن فرق الجهد الكهربائي U=a-b.pH المقاس بين هذين الإلكترودين من قياس pH محلول مائي شريطة أن يعير الجهاز مسبقا ليأخذ الpH ـ متر بعين الاعتبار قيمتي الوسيطين a و b . والتي تتعلق بدرجة الحرارة وبطبيعة الإلكترودين .
تقدر دقة القياس بواسطة ال pH ـ متر تقريبا ب 0,1 وحدة ، وتكون هذه الدقة من رتبة 0,05 بالنسبة للأجهزة الأكثر دقة .

كيفية استعمال pH ـ متر :

ـ يجب قبل إنجاز أي قياس غسل الإلكترود المركبة بالماء المقطر ومسحها بورق نشاف
ـ يجب تعيير جهاز ال pH ـ متر بواسطة محلولين عياريين لهما pH معروف .
* الضبط الأول يجب أن يكون بواسطة محلول عيار ذي pH=7
* الضبط الثاني يجب أن يكون ب pH=4 إذا كان المحلول المدروس حمضيا أو ب pH=9 إذا كان المحلول المدروس قاعديا .
ـ بعد الانتهاء من القياسات يجب غسل الإلكترود بالماء المقطر ووضعها في غمدها الوقائي

ج ـ دقة قياس ال pH .

تمرين :

لنعتبر محلولا مائيا ، حيث يعطي قياس pH المحلول القيمة 3,20 حسب هذه الإشارة تكون دقة قياس ال pH من رتبة 0,05 يعني أن $3,15 \le pH \le 3,25$

1 ـ ما هو تأطير تركيز ألأيونات H_3O^+ ؟

$$10^{-3,25} \le 10^{-pH} \le 10^{-3,15}$$
$$10^{-3,25} \le [H_3O^+] \le 10^{-3,15}$$
$$5,623.10^{-4} mol/\ell \le [H_3O^+] \le 7,079.10^{-4} mol/\ell$$

حساب الارتياب المطلق : :

$$\Delta[H_3O^+] = \frac{7,079.10^{-4} mol/\ell - 5,623.10^{-4} mol/\ell}{2} = 0,7.10^{-4} mol/\ell$$
$$[H_3O^+] = 6,3 \pm 0,7.10^{-4} mol/\ell$$

2 ـ ما هي دقة تحديد تركيز الأيونات H_3O^+ ؟

حساب دقة القياس أو الارتياب النسبي :

$$\frac{\Delta[H_3O^+]}{[H_3O^+]} = \frac{7.10^{-5}}{6,3.10^{-4}} = 0,11$$

acide acétique 99 - 100%
pur

C_2H_4O M=60,05g/mol
Point de cristallisation 16,0-16,6°C
CH_3COOH % 99,5 d=1,05

III ـ التحولات الكلية وغير الكلية .

1 ـ إبراز تحول غير كلي .

النشاط التجريبي 1

نصب في حوجلة معيرة سعتها $V_0=500,0m\ell$ مملوءة بالماء المقطر ، حجما $V=1,00m\ell$ من حمض الإيثانويك CH_3COOH الموجود في قنينة لصيقتها تحمل المعلومات الموجودة على الوثيقة جانبه .
بعد تجانس المحلول المحصل عليه نقيس pH المحلول المحصل عليه بواسطة جهاز pH ـ متر ، نحصل على النتيجة التالية : pH=3,10 .
1 ـ اكتب معادلة التفاعل حمض ـ قاعدة الذي يحدث بين حمض الإيثانويك والماء .

خلال هذا التفاعل يحدث انتقال البروتونات من حمض المزدوجة $CH_3COOH(aq)/CH_3COO^-(aq)$ إلى قاعدة المزدوجة $H_3O^+(aq)/H_2O(\ell)$.

معادلة التفاعل كالتالي :

$$CH_3COOH(aq)+H_2O(\ell)\rightarrow CH_3COO^-(aq)+H_3O^+(aq)$$

2 ـ أحسب كمية المادة البدئية لحمض الإيثانويك المستعمل .

لدينا كمية المادة البدئية لحمض الإيثانويك هي :

$$n_i=\frac{m_i}{M} \quad \text{بحيث أن}$$

$$d=\frac{\rho_{acide}}{\rho_{eau}}\Rightarrow \rho_{acide}=d.\rho_{eau}$$

$$\rho_{acide}=\frac{m}{V}\Rightarrow m_i=\rho_{acide}.V=d.\rho_{eau}.V$$

$$n_i=\frac{d.\rho_{eau}.V}{M}$$

$$n_i=\frac{1,05\times1\times10^3\times1\times10^{-3}}{60}=1,75.10^{-2}mol$$

3 ـ أنشئ الجدول الوصفي لتطور المجموعة الكيميائية .

انطلاقا من قيمة pH حدد التقدم النهائي للتفاعل .

المعادلة الكيميائية		$CH_3COOH(aq)+H_2O(\ell)\rightarrow CH_3COO^-(aq)+H_3O^+(aq)$				
الحالة	التقدم	كميات المادة				
البدئية	0	n_i	بوفرة		0	0
خلال التفاعل	x	$n_i - x$	بوفرة		x	x
النهائية	x_{max}	$n_i - x_{max}$	بوفرة		x_{max}	x_{max}

ـ المتفاعل المحد هو حمض الإيثانويك لأن الماء دائما يوجد بوفرة .

ـ التقدم الأقصى :

$$n_i-x_{max}=0\Rightarrow 1,75.10^{-2}-x_{max}=0\Rightarrow x_{max}=1,75.10^{-2}mol/\ell$$

استقرار pH الخليط التفاعلي على القيمة 3ة1 يدل على أن المجموعة توجد في حالتها النهائية أي أن تركيز الأيونات $\left[H_3O^+\right]$ في هذه الحالة هو :

$$\left[H_3O^+\right]=10^{-pH}\Rightarrow\left[H_3O^+\right]=10^{-3,1}\simeq 7,9.10^{-4}mol/\ell$$

حسب جدول التقدم أن : $\left[H_3O^+\right]=x$ فإن التقدم النهائي للتفاعل هو :

$$n\left(H_3O^+\right)=x_f\Rightarrow x_f=\left[H_3O^+\right]\times V_f$$

$$x_f=1,7.10^{-2}\times500.10^{-3}=4,0.10^{-4}mol$$

3 ـ قارن التقدم النهائي والتقدم الأقصى . ماذا تستنتج ؟

$x_f < x_{max}$ التقدم النهائي أصغر من التقدم الأقصى

وتكون كمية حمض الإيثانويك في الحالة النهائية هي :

$$n_f(CH_3COOH) = n_i - x_f \Rightarrow n_f(CH_3COOH) = 1,71.10^{-2}\,mol$$

نستنتج أن المتفاعل المحد لم يختف كليا وبالتالي فالتحول المدروس ليس كليا ، فكل المتفاعلات والنواتج تتواجد معا في الحالة النهائية .

2 ـ نسبة التقدم النهائي .

لمقارنة التقدم النهائي لتفاعل مع تقدمه الأقصى نعرف مقدار يسمى **نسبة التقدم النهائي** للتفاعل ونرمز له بالحرف τ حيث $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$.

وهو مقدار بدون وحدة . $0 < \tau < 1$ ويمكن أ، نعبر عنه بنسبة مائوية .

ملحوظة : في حالة $\tau = 1$ أي أن $x_f = x_{max}$ يعني أن التفاعل كلي .

4 ـ أحسب نسبة التقدم النهائي في النشاط السابق .

لدينا حسب العلاقة : $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{4,0.10^{-4}}{0,0175} = 2,3.10^{-2} = 2,3\%$

وهذا يدل على أن 2.3 من بين 100جزيئة لحمض الإيثانويك هي التي تفاعلت مع الماء . أي أن التفاعل محدود (غير كلي)

3 ـ منحنا تطور تحول كيميائي .

المناولة 2 في النشاط التجريبي 1

نضيف حوالي 0,50g من بلورات الإيثانوات الصوديوم CH_3COONa فنلاحظ أن pH يأخذ قيمة 5,10 .

1 ـ كيف تطورت قيمة pH ؟

$$pH_2 > pH_1 \Rightarrow \left[H_3O^+\right]_1 < \left[H_3O^+\right]_2$$

2 ـ في أي منحى تطورت المجموعة الكيميائية ؟

مما يدل على أن المجموعة تطورت في منحى تناقص الأيونات H_3O^+ ، أي في المنحى غير المباشر لمعادلة التفاعل .

3 ـ قارن منحيي التطور في الحالتين .

تطورت المجموعة في منحى اختفاء الأيونات H_3O^+ لأن الحجم بقي ثابتا تقريبا ، وبالتالي فإن المجموعة تطورت في المنحى غير المباشر لمعادلة التفاعل .

المنحى المباشر

(1)

$$CH_3COOH(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons CH_3CO_2^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

(2)

المنحى غير المباشر

نستنتج أن التفاعل الحاصل يحدث في منحيين نقول أن هذا **التفاعل محدود** وننمذجه بالمعادلة الكيميائية التالية مع استعمال الإشارة التالية : $\rightleftharpoons$

ونعمم هذه النتيجة بالنسبة لجميع تفاعلات حمض ـ قاعدة على الشكل التالي :

يحدث خلال تفاعل كيميائي غير كلي ، تفاعل في المنحيين . (المباشر وغير المباشر لمعادلة التفاعل)

IV ـ حالة توازن مجموعة كيميائية .

تعريف حالة توازن مجموعة كيميائية

مثال :

نحضر محلولا (S) لحمض الميثانويك HCOOH بإذابة $n_i = 5,00.10^{-3}mol$ من حمض الميثانويك في الماء الخالص للحصول على 1ℓ من محلول (S) .

تكون المجموعة المحصلة مقر تحول كيميائي ننمذجه بتفاعل معادلته :

$$HCOOH(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons HCO_2^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

يبين قياس pH المحلول (S) أن التقدم النهائي للتفاعل هو : $x_f = 0,86.10^{-3}mol$

ما تركيب المجموعة في الحالة النهائية ؟

ننشئ جدول التقدم لتطور المجموعة الكيميائية :

المعادلة الكيميائية		$HCOOH(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons HCO_2^-(aq) + H_3O^+(aq)$			
الحالة	التقدم	كميات المادة			
البدئية	0	$n_i(HCOOH)$	بوفرة	0	0
خلال التفاعل	x	$n_i - x$	بوفرة	x	x
النهائية	x_f	$n_i - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

في الحالة النهائية وحسب جدول التقدم لدينا :

$$n_f(HCOO^-) = n_f(H_3O^+) = x_f = 0,86.10^{-3}mol$$

وبالنسبة لحمض الميثانويك لدينا :

$$n_f(HCOOH) = n_i - x_f = 5,00.10^{-3} - 0,86.10^{-3} = 4,14.10^{-3}mol$$

يلاحظ أن المجموعة في الحالة النهائية تتكون من المتفاعلات والنواتج التي تبقى كمية مادتها ثابتة خلال الزمن أي أن المجموعة الكيميائية في حالة توازن كيميائي .

نعمم هذه النتيجة :

يمكن خلال التحول الكيميائي لبعض المجموعات ، أن نحصل على حالة تتواجد فيها المتفاعلات والنواتج معا بنسب ثابتة . تسمى هذه الحالة النهائية ، حالة التوازن الديناميكي.

V ـ التفسير الميكروسكوبي لحالة التوازن الديناميكي .

تكون مجموعة كيميائية في حالة توازن كيميائي ، إذا بقيت درجة الحرارة والضغط وتراكيز المتفاعلات والنواتج ثابتة خلال الزمن .

كيف نفسر ميكروسكوبيا هذا اللاتطور ؟ وما مدلول التوازن الكيميائي من وجهة النظر الميكروسكوبية ؟

نعتبر المجموعة الكيميائية التالية : $A + B \rightleftharpoons C + D$

ماذا نعني بحدوث تفاعل بين A و B ؟ يعني أن تصادمهما يؤدي إلى تكون نوعان كيميائيان DوC وذلك نتيجة التصادمات الفعالة والتي تؤدي إلى تكسير الروابط فحين هناك تصادمات غير فعالة لا تغير الروابط فكلما كان تراكيز الأنواع الكيميائية كبيرة ، كان احتمال الالتقاء والتصادمات الفعالة كبيرا وبالتالي تكون سرعة التفاعل أكبر .

إذا كانت المجموعة في الحالة البدئية تضم النوعين A و B فإن التفاعل يحدث بدئيا في المنحى المباشر (1) بسرعة v_1 . $A + B \rightarrow C + D$

ينتج عن تزايد تقدم هذا التفاعل ، خلال الزمن :

- تناقص كميتي النوعين A و B وبالتالي تناقص عدد التصادمات الفعالة بينهما مما يؤدي إلى تناقص السرعة v_1 .
- تزايد كميتي النوعين C و D وبالتالي تزايد عدد التصادمات الفعالة بينهما مما يؤدي إلى تزايد السرعة v_2 في المنحى غير المباشر $C+D \rightarrow A+B$

عند تساوي السرعتين v_1 و v_2 فإن كمية مادة المتفاعل A التي يستهلكها التفاعل المباشر تساوي كميته المتكونة خلال التفاعل في المنحى غير المباشر . أي أن التراكيز المولية للمجموعة تبقى ثابتة خلال الزمن . لكن على م
الحرارة والضغط و pH لاتتغير .

تمارين الكيمياء
التحولات الكيميائية التي تحدث في منحيين .
السلسلة 1
السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية

تمرين 1 *

إذابة حمض النتريك الخالص في الماء تفاعل كلي .

1 ـ أكتب معادلة هذا التفاعل .

2 ـ نذيب 0,63g من حمض النتريك في الماء المقطر لتحضير 1ℓ من المحلول الحمضي .

أحسب pH هذا المحلول .

نعطي : M(O)=16g/mol ، M(H)=1g/mol ، M(N)=14g/mol .

تمرين 2 *

أعطى قياس pH محلول حمض الإيثانويك ، تركيزه : $C=2,0.10^{-3}mol/\ell$ و pH=3,7 .

1 ـ هل التفاعل بين حمض الإيثانويك والماء كلي أم غير كلي ؟ علل جوابك .

2 ـ حدد المزدوجتين قاعدة /حمض المتفاعلتين واكتب معادلة التفاعل .

3 ـ حدد نسبة التقدم النهائي لهذا التفاعل .

تمرين 3 *

باستعمال مقياس pH ، يحمل إشارة الصانع $\Delta pH = 0,05$ ، لقياس pH محلول حمضي حصلنا على pH=3,90 .

1 ـ أحسب تركيز أيونات الأوكسونيوم في المحلول .

2 ـ أطر قيم تركيز أيونات الأوكسونيوم .

3 ـ استنتج الارتياب $\Delta\left[H_3O^+\right]$ الذي ارتكب في قياس تركيز أيونات الأوكسونيوم .

4 ـ أحسب الدقة في تحديد تركيز أيونات الأوكسونيوم .

تمرين 4 *

نحضر عن طريق التخفيف حجما V لحمض الإيثانويك $CH_3COOH(aq)$ تركيزه $C=0,10mol/\ell$.

1 ـ أكتب معادلة التفاعل بين حمض الإيثانويك والماء .

2 ـ تساوي موصلية المحلول المحصل $\sigma = 4,9mS.m^{-1}$ ، أحسب تركيز مختلف الأيونات المتواجدة في المحلول . نعطي : $\lambda_{H_3O^+} = 35mS.m^2.mol^{-1}, \lambda_{CH_3COO^-} = 4,1mS.m^2.mol^{-1}$

3 ـ أحسب نسبة التقدم النهائي τ لتفاعل محض الإيثانويك والماء .

ماذا تستنتج بخصوص ميزة هذا التفاعل ؟

4 ـ أحسب pH المحلول .

تمرين 5

نمزج حجما $V=5m\ell$ من محلول نترات الرصاص $Pb^{2+}(aq)+2NO^-_3(aq)$ تركيزه $C_A=2,0.10^{-2}mol/\ell$ وحجما $V_A=50m\ell$ من محلول يودور البوتاسيوم $(K^+(aq)+I^-(aq)$ تركيزه $C_B=4,0.10^{-2}mol/\ell$ ، فنلاحظ تكون راسب أصفر ليودور الرصاص $PbI_2(s)$.

نرشح الخليط ونغ غسل وتجفيف الراسب ، نحدد كتلته ، فنجد m=0,41g .

1 ـ أكتب معادلة الترسب .

2 ـ أحسب كمية مادة كل من أيونات الرصاص وأيونات اليودور في الحالة البدئية . ماذا نلاحظ بخصوص تركيب هذا الخليط ؟

3 ـ ما هو التقدم الأقصى لتفاعل الترسب ؟

4 ـ أحسب نسبة التقدم النهائي للتفاعل . ماذا تستنتج ؟

5 ـ ما هو تركيب المجموعة ، بالمول ، في الحالة النهائية ؟

تمرين 6 *

نتوفر على محلول مائي S_A لحمض الكلوريدريك تركيزه من المذاب المستعمل $C_A=2,0.10^{-3}mol/\ell$ ومحلول مائي S_B لمحلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه من المذاب المستعمل $C_B=1,2.10^{-3}mol/\ell$. نمزج حجما $V_A=100m\ell$ من المحلول S_A وحجما $V_B=150m\ell$ من المحلول S_B .

نحرك الخليط فنلاحظ ارتفاع درجة الحرارة .

بعد الرجوع إلى درجة الحرارة البدئية يعطي قياس pH الخليط : pH=4,1 .

1 ـ أعط الأدوات الضرورية لقياس pH الخليط .

2 ـ أجرد الأنواع الكيميائية المتواجدة في كل من S_A و S_B .

3

الهيدروكسيد .

4 ـ 1 أحسب كميتي المادة البدئيتين $n_i(H_3O^+)$ و $n_i(OH^-)$ في الخليط .

4 ـ 2 أنشئ الجدول الوصفي للتحول باستعمال التقدم x .

5 ـ أحسب التركيز ي $[H_3O^+]_f$ في الخليط عند الحالة النهائية ، واستنتج قيمة التقدم النهائي .

6 ـ أوجد نسبة التقدم النهائي . ماذا تستنتج ؟

تمرين 7*

نتوفر على محلولين S_1 و S_2 حمضيين ، لهما نفس التركيز : $C=5,0.10^{-2}mol/\ell$.

S_1 محلول البروميدريك أو برومور الهيدروجين ذو pH=1,3 .

S_2 محلول حمض الأسكوربيك (فيتامين C) ذو pH=2,7 .

1 ـ أكتب المعادلة العامة لتفاعل بين حمض صيغته AH و الماء .

2 ـ أنشئ الجدول الوصفي لتطور المجموعة الكيميائية باستعمال التقدم مع اعتبار $_{AH}$ تركيز المذاب AH المستعمل و V حجم المحلول .

3 ـ باستغلال الجدول الوصفي :

3 ـ 1 بين أن تحول حمض البرميدريك في الماء تحول كلي .

3 ـ 2 أكتب معادلة التفاعل الذي ينمذج هذا التحول .

4 ـ باستغلال الجدول الوصفي :

4 ـ 1 أوجد نسبة التقدم النهائي للتفاعل بين حمض الأسكوربيك والماء .

4 ـ 2 ماذا تستنتج ؟ أكتب إذن معادلة هذا التفاعل .

5 ـ يؤدي التحول المدرورس في السؤال 4 إلى توازن كيميائي .

5 ـ 1 أجرد الأنواع الكيميائية الموجودة في المحلول S_2 .، واحسب تراكيزها .

5 ـ 2 فسر مجهريا كيف تتحقق حالة التوازن . ولماذا نسميه بتوازن كيميائي ديناميكي ؟

معطيات : $C_6H_8O_6(aq)/C_6H_7O_6^-(aq), HBr(aq)/Br^-(aq)$

تصحيح تمارين الكيمياء
التحولات الكيميائية التي تحدث في منحيين .
السلسلة 1
السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية

تمرين 1

إذابة حمض النتريك الخالص في الماء تفاعل كلي .

1 ـ أكتب معادلة هذا التفاعل .

2 ـ نذيب 0,63g من حمض النتريك في الماء المقطر لتحضير 1ℓ من المحلول الحمضي .

أحسب pH هذا المحلول .

نعطي : M(O)=16g/mol ، M(H)=1g/mol ، M(N)=14g/mol .

الجواب :

1 ـ معادلة التفاعل

$$HNO_3(\ell) + H_2O(\ell) \rightarrow NO_3^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

2 ـ حساب pH المحلول :

نعلم أن $pH = -\log\left[H_3O^+\right]$

نحسب التركيز المولي لأيونات H_3O^+ :

من خلال الجدول الوصفي للتفاعل :

الحالة	التقدم	$HNO_3(\ell)$	+	$H_2O(\ell)$	$\rightarrow NO_3^-(aq)$	+	$H_3O^+(aq)$
البدئية	0	n_0		وفير	0		0
خلال التفاعل	x	n_0-x		وفير	x		x
نهاية التفاعل	x_{max}	n_0-x_{max}		وفير	x_{max}		x_{max}

حساب كمية المادة البدئية لحمض النتريك :

وبما أن الماء وفير فإن المتفاعل المحد هو : حمض النتريك . $n_0 = \frac{m}{M(HNO_3)} = 0,1mol$

أي أن $x_{max} = n_0 = 0,1mol$ وبالتالي فإن $\left[H_3O^+\right] = \left[NO_3^-\right] = n_0 / V = 0,1mol/\ell$

أي أن pH=1

تمرين 2

أعطى قياس pH محلول حمض الإيثانويك ، تركيزه : $C=2,0.10^{-3}mol/\ell$ و pH=3,7 .

1 ـ هل التفاعل بين حمض الإيثانويك والماء كلي أم غير كلي ؟ علل جوابك .

2 ـ حدد المزدوجتين قاعدة /حمض المتفاعلتين واكتب معادلة التفاعل .

3 ـ حدد نسبة التقدم النهائي لهذا التفاعل .

الجواب :

1 ـ نعلم أنه بالنسبة لتفاعل كلي pH=-logC لأن المتفاعل المد هو الحمض أي أنه سيختفي كليا .

نحسب pH انطلاقا من تركيز المحلول ، افتراضا أن التفاعل كلي : $pH = -\log C = 2,69$

وهذه القيمة تخالف قيمة pH المحصل عليها وبالتالي فالافتراض خاطئ وأن التفاعل غير كلي .

2 ـ المزدوجتين المتفاعلتين : $CH_3COOH / CH_3COO^-, H_3O^+ / H_2O$

معادلة التفاعل :

$$CH_3COOH(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons CH_3COO^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

3 ـ نسبة التقدم النهائي للتفاعل :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{n(H_3O^+)}{n_0(CH_3COOH)} = \frac{\left[H_3O^+\right]}{C}$$

$$\left[H_3O^+\right] = 10^{-pH} = 1,99.10^{-4} mol/\ell$$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{1,99.10^{-4}}{2.10^{-3}} = 9,95.10^{-2} = 9,95\%$$

تمرين 3

باستعمال مقياس pH ، يحمل إشارة الصانع $\Delta pH = 0,05$ ، لقياس pH محلول حمضي حصلنا على pH=3,90 .

1 ـ أحسب تركيز أيونات الأوكسونيوم في المحلول .

2 ـ أطر قيم تركيز أيونات الأوكسونيوم .

3 ـ استنتج الارتياب $\Delta\left[H_3O^+\right]$ الذي ارتكب في قياس تركيز أيونات الأوكسونيوم .

4 ـ أحسب الدقة في تحديد تركيز أيونات الأوكسونيوم .

تمرين 4

نحضر عن طريق التخفيف حجما V لحمض الإيثانويك $CH_3COOH(aq)$ تركيزه $C=0,10mol/\ell$.

1 ـ أكتب معادلة التفاعل بين حمض الإيثانويك والماء .

2 ـ تساوي موصلية المحلول المحصل $\sigma = 4,9mS.m^{-1}$ ، أحسب تركيز مختلف الأيونات المتواجدة في المحلول . نعطي : $\lambda_{CH_3COO^-} = 4,1mS.m^2.mol^{-1}, \lambda_{H_3O^+} = 35mS.m^2.mol^{-1}$

3 ـ أحسب نسبة التقدم النهائي τ لتفاعل محض الإيثانويك والماء .

ماذا تستنتج بخصوص ميزة هذا التفاعل ؟

4 ـ أحسب pH المحلول .

الجواب :

1 ـ معادلة التفاعل :

$$CH_3COOH(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons CH_3COO^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

2 ـ حساب مختلف تركيز الأيونات المتواجدة في المحلول :

ننشئ الجدول الوصفي للتفاعل :

الحالة	التقدم	$CH_3COOH(aq)$	+ $H_2O(\ell)$	$\rightleftharpoons CH_3COO^-(aq)$	+ $H_3O^+(aq)$
البدئية	0	n_0	وفير	0	0
خلال التفاعل	x	n_0-x	وفير	x	x
نهاية التفاعل	x_f	n_0-x_f	وفير	x_f	x_f

حسب المعادلة عند نهاية التفاعل لدينا $n(H_3O^+) = n(CH_3COO^-) = x_f$

موصلية المحلول عند نهاية التفاعل : $\sigma = \lambda_{H_3O^+}\left[H_3O^+\right] + \lambda_{CH_3COO^-}\left[CH_3COO^-\right]$

عند نهاية التفاعل لدينا $n(H_3O^+) = n(CH_3COO^-) = x_f$ أي أن

$$\left[H_3O^+\right]=\left[CH_3COO^-\right]=\frac{x_f}{V}$$

$$\sigma=\left[H_3O^+\right]\left(\lambda_{H_3O^+}+\lambda_{CH_3COO^-}\right)$$

$$\left[H_3O^+\right]=\frac{\sigma}{\left(\lambda_{H_3O^+}+\lambda_{CH_3COO^-}\right)}=\frac{4,9.10^{-3}}{39,1.10^{-3}}=0,125mol/\bar{m}^3=0,125.10^{\ 3}mol/\ell$$

$$\left[H_3O^+\right]=\left[CH_3COO^-\right]=0,125.10^{-3}mol/\ell$$

$$\left[CH_3COOH\right]=C-\left[H_3O^+\right]=0,10-0,125.10^{-3}=0,0998mol/\ell$$

3 ـ حساب نسبة التقدم :

$$\tau=\frac{x_f}{x_{\max}}=\frac{\left[H_3O^+\right]}{C}=0,125.10^{-2}=0,125\%$$

نستنتج أن هذا التفاعل جد محدود في المنحى المباشر .

4 ـ حساب pH المحلول :

$$pH=-\log\left[H_3O^+\right]\Rightarrow pH=3,9$$

<u>تمرين 5</u>

نمزج حجما V=50mℓ من محلول نترات الرصاص ($Pb^{2+}(aq)+2NO^-_3(aq)$ تركيزه $C_A=2,0.10^{-2}mol/\ell$ وحجما $V_A=50m\ell$ من محلول يودور البوتاسيوم ($K^+(aq)+I^-(aq)$ تركيزه $C_B=4,0.10^{-2}mol/\ell$ ، فنلاحظ تكون راسب أصفر ليودور الرصاص $PbI_2(s)$.

نرشح الخليط ونبع غسل وتجفيف الراسب ، نحدد كتلته ، فنجد m=0,41g .

1 ـ أكتب معادلة الترسب .

2 ـ أحسب كمية مادة كل من أيونات الرصاص وأيونات اليودور في الحالة البدئية . ماذا نلاحظ بخصوص تركيب هذا الخليط ؟

3 ـ ما هو التقدم الأقصى لتفاعل الترسب ؟

4 ـ أحسب نسبة التقدم النهائي للتفاعل . ماذا تستنتج ؟

5 ـ ما هو تركيب المجموعة ، بالمول ، في الحالة النهائية ؟

الجواب :

1 ـ معادلة الترسب : $Pb^{2+}(aq)+2I^-(aq)\rightarrow PbI_2(s)$

2 ـ حساب كمية مادة أيونات الرصاص وأيونات اليودور في الحالة البدئية :

$$n_0\left(Pb^{2+}\right)=C_AV_A=1mmol$$

$$n_0\left(I^-\right)=C_BV_B=2mmol$$

نلاحظ أن كمية المادة البدئية للمتفاعلات تتناسب مع المعاملات التناسبية أي أن الخليط ستوكيومتري

3 ـ الجدول الوصفي للتفاعل :

معادلة التفاعل		$Pb^{2+}(aq)$	+ $2I^-(aq)$	→	$PbI_2(s)$
الحالة البدئية	0	$n_0(Pb^{2+})$	$n_0(I^-)$		0
خلال التفاعل	x	$n_0(Pb^{2+})-x$	$n_0(I^-)-2x$		x
الحالة النهائية	x_{max}	$n_0(Pb^{2+})-x_{max}$	$n_0(I^-)-2x_{max}$		x_{max}

بما أن الخليط ستوكيومتري فإن كل المتفاعلات تختفي عند نهاية التفاعل ؛ أي أن

$$n_0\left(Pb^{2+}\right)-x_{max}=0\Rightarrow x_{max}=C_AV_A=1mmol$$

$$n_0\left(I^-\right)-2x_{max}=0\Rightarrow x_{max}=\frac{C_BV_B}{2}=1mmol$$

وبالتالي فالتقدم الأقصى هو : $x_{max}=1mmol$

نسبة التقدم النهائي هي :

$$\tau=\frac{x_f}{x_{max}}=\frac{x_{max}}{x_{max}}=1$$

نستنتج أن التفاعل كلي .

تركيب المجموعة في الحالة النهائية :

$$n\left(Pb^{2+}\right)=n\left(I^-\right)=0$$

$$n\left(NO_3^-\right)=2C_AV_A=2mmol$$

$$n\left(K^+\right)=C_BV_B=2mmol$$

$$n\left(PbI_2\right)=1mmol$$

<u>تمرين 6</u>

نتوفر على محلول مائي S_A لحمض الكلوريدريك تركيزه من المذاب المستعمل $C_A=2,0.10^{-3}mol/\ell$ ومحلول مائي S_B لمحلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه من المذاب المستعمل $C_B=1,2.10^{-3}mol/\ell$. نمزج حجما $V_A=100m\ell$ من المحلول S_A وحجما $V_B=150m\ell$ من المحلول S_B .

نحرك الخليط فنلاحظ ارتفاع درجة الحرارة .

بعد الرجوع إلى درجة الحرارة البدئية يعطي قياس pH الخليط : pH=4,1 .

1 ـ أعط الأدوات الضرورية لقياس pH الخليط .

2 ـ أجرد الأنواع الكيميائية المتواجدة في كل من S_A و S_B .

3

الهيدروكسيد .

4 ـ 1 أحسب كميتي المادة البدئيتين $n_i(H_3O^+)$ و $n_i(OH^-)$ في الخليط .

4 ـ 2 أنشئ الجدول الوصفي للتحول باستعمال التقدم x .

5 ـ أحسب التركيز ي $[H_3O^+]_f$ في الخليط عند الحالة النهائية ، واستنتج قيمة التقدم النهائي .

6 ـ أوجد نسبة التقدم النهائي . ماذا تستنتج ؟

الجواب :

1 ـ الأدوات الضرورية لقياس pH :

ـ جهاز pH متر

ـ محلول عيار pH=7 و pH=4

ـ ماء مقطر .

2 ـ الأنواع الكيميائية المتواجدة في S_A : $C\ell^-,H_3O^+,H_2O$ في المحلول S_B : Na^+,HO^-,H_2O

3 ـ المعادلة الكيميائية للتفاعل :

$$H_3O^+\left(aq\right)+HO^-\left(aq\right)\rightarrow 2H_2O\left(\ell\right)$$

4 ـ 1 حساب كميتي المادة البدئيتين لأيونات الأوكسونيوم وأيونات الهيدروكسيد :

$$n_i\left(H_3O^+\right)=C_AV_A=0,2mmol$$

$$n_i\left(HO^-\right)=C_BV_B=0,18mmol$$

3 ـ الجدول الوصفي للتفاعل :

معادلة التفاعل		$H_3O^+(aq)$	+ $HO^-(aq)$	→	$2H_2O(\ell)$
الحالة البدئية	0	C_AV_A	C_BV_B		0
خلال التفاعل	x	C_AV_A -x	C_BV_B -x		2x
الحالة النهائية	x_f	$C_AV_A-x_f$	$C_BV_B-x_f$		$2x_f$

5 ـ التركيز النهائي لأينات الأوكسونيوم :

$$pH = 4,1 \Rightarrow \left[H_3O^+\right]_f = 10^{-4,1} = 7,9.10^{-5}\, mol/\ell$$

قيمة التقدم النهائي :

$$n\left(H_3O^+\right)_f = C_A V_A - x_f \Rightarrow \left[H_3O^+\right]_f = \frac{C_A V_A}{V_A + V_B} - \frac{x_f}{V_A + V_B}$$

$$\Rightarrow x_f = C_A V_A - \left(V_A + V_B\right)\left[H_3O^+\right]_f \simeq 018 mmol$$

6 ـ نسبة التقدم النهائي :

حساب التقدم الأقصى : من خلال كمية المادة البدئية للمتفاعلات يتبين أن المتفاعل المحد هو أيونات الهيدروكسيد :

$$C_B V_B - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C_B V_B = 0,18 mmol$$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{0,18}{0,18} = 1$$

وبالتالي فإن التفاعل كلي :

<u>تمرين 7</u>

نتوفر على محلولين S_1 و S_2 حمضيين ، لهما نفس التركيز : $C=5,0.10^{-2}mol/\ell$.

S_1 محلول البروميدريك أو برومور الهيدروجين ذو pH=1,3 .

S_2 محلول حمض الأسكوربيك (فيتامين C) ذو pH=2,7 .

1 ـ أكتب المعادلة العامة لتفاعل بين حمض صيغته AH و الماء .

2 ـ أنشئ الجدول الوصفي لتطور المجموعة الكيميائية باستعمال التقدم مع اعتبار C_{AH} تركيز المذاب AH المستعمل و V حجم المحلول .

3 ـ باستغلال الجدول الوصفي :

3 ـ 1 بين أن تحول حمض البرميدريك في الماء تحول كلي .

3 ـ 2 أكتب معادلة التفاعل الذي ينمذج هذا التحول .

4 ـ باستغلال الجدول الوصفي :

4 ـ 1 أوجد نسبة التقدم النهائي للتفاعل بين حمض الأسكوربيك والماء .

4 ـ 2 ماذا تستنتج ؟ أكتب إذن معادلة هذا التفاعل .

5 ـ يؤدي التحول المدرورس في السؤال 4 إلى توازن كيميائي .

5 ـ 1 أجرد الأنواع الكيميائية الموجودة في المحلول S_2 .، واحسب تراكيزها .

5 ـ 2 فسر مجهريا كيف تتحقق حالة التوازن . ولماذا نسميه بتوازن كيميائي ديناميكي ؟

معطيات : $C_6H_8O_6(aq) / C_6H_7O_6^-(aq), HBr(aq) / Br^-(aq)$

حالة توازن مجموعة كيميائية
Etat d'équilibre d'un système chimique

I ـ خارج التفاعل Q_r .

لدراسة حالة مجموعة كيميائية نستعمل مقدار يميز التحول الحاصل في كل لحظة يسمى خارج التفاعل ونرمز له ب Q_r .

1 ـ حالة مجموعة تحتوي فقط على أنواع مذابة .

نعتبر مجموعة كيميائية تخضع لتحول كيميائي ننمذجه بالمعادلة التالية:

$$aA(aq) + bB(aq) \rightleftharpoons cC(aq) + dD(aq)$$

الأنواع الكيميائية A و B و C و D مذابة في محلول مائي . a و b و c و d معاملات التناسبية أو الستوكيومترية .

يعرف خارج التفاعل المقرون بالتفاعل في المنحى (1) المنحى المباشر بالنسبة لحالة معينة للمجموعة الكيميائية بالعلاقة :

$$Q_r = \frac{[C]^c.[D]^d}{[A]^a.[B]^b}$$

[X] يمثل العدد الذي يقيس التركيز المولي الفعلي للنوع X نعبر عنه ب mol/ℓ في حالة معينة للمجموعة. يمكن أن تكون هذه الحالة بدئية $[X_i]$ أو حالة نهائية $[X_f]$ أو حالة ما [X] لمجمعة أثناء تطورها .

تمرين تطبيقي 1

نعتبر التفاعل بين ثنائي اليود $I_2(aq)$ المذاب في الماء و أيونات تيومبريتات $S_2O_3^{2-}(aq)$

معادلة التفاعل هي : $I_2(aq) + 2S_2O_3^{2-}(aq) \rightleftharpoons 2I^-(aq) + S_4O_6^{2-}(aq)$

في اللحظة t ، تكون تراكيز الأنواع الكيميائية المذابة هي :

$$[I_2] = 1,0.10^{-3} mol/\ell$$

$$[S_2O_3^{2-}] = 2,0.10^{-3} mol/\ell$$

$$[I^-] = 5,0.10^{-2} mol/\ell$$

$$[S_4O_6^{2-}] = 2,0.10^{-4} mol/\ell$$

أحسب خارج التفاعل المقرون بالتحول الحاصل في المنحى المباشر (1)؟

جميع الأنواع الكيميائية مذابة في الماء ، إذن خارج التفاعل ، عند اللحظة t المقرون بالتحول الحاصل في المنحى المباشر هو :

$$Q_r = \frac{[I^-]^2.[S_4O_6^{2-}]}{[I_2].[S_2O_3^{2-}]^2} = 125$$

يعبر عن خارج التفاعل بعدد دون وحدة .

تمرين تطبيقي 2

نعتبر التفاعل بين حمض الإيثانويك والماء ننمذجه بالمعادلة التالية :

$$CH_3COOH(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons CH_3COO^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

1 ـ أعط تعبير خارج التفاعل المقرون بالتحول في المنحى المباشر (1).

$$Q_r = \frac{[CH_3COO^-].[H_3O^+]}{[CH_3COOH]}$$

2 ـ نجد في اللحظة t :

$$\left[CH_3COO^-\right]_t = \left[H_3O^+\right]_t = 1,2.10^{-4} mol/\ell$$
$$\left[CH_3COOH\right]_t = 9,6.10^{-4} mol/\ell$$

أحسب خارج هذا التفاعل في اللحظة t

$$Q_r = 1,5.10^{-5}$$

ملحوظة :

عن خارج التفاعل بدون وحدة .

2 ـ حالة مجموعة تحتوي على أجسام صلبة .

نعتبر تفاعل أكسدة فلز النحاس بأيونات الفضة $Ag^+(aq)$ حسب المعادلة التالية :

$$Cu(s) + 2Ag^+(aq) \rightleftharpoons Cu^{2+}(aq) + 2Ag(s)$$

المجموعة غير متجانسة لكونها تضم أجساما صلبة .

في لحظة t تضم المجموعة كل من النوعين الكيميائين المذابين Ag^+ و Cu^{2+} وكذلك الفليزين Ag و Cu .

تركيز الجسم الصلب غير معروف لذا نعوضه بالعدد 1 في خارج التفاعل عند اللحظة t ، وبالتالي يكون خارج التفاعل هو :

$$Q_r = \frac{\left[Cu^{2+}\right]}{\left[Ag^+\right]^2}$$

اصطلاح :

تمرين تطبيقي 3

1 ـ أكتب معادلات ترسيب كلورور الفضة $AgC\ell$ وكبريتات الفضة Ag_2SO_4 ، ومعادلة دوبان فوسفات الفضة Ag_3PO_4 .

2 ـ أعط في كل حالة ، تعبير خارج التفاعل .

3 ـ خارج التفاعل عند حالة التوازن

1 ـ تعريف :

نسمي خارج التفاعل عند التوازن $Q_{r.eq}$ القيمة التي يأخذها خارج التفاعل عندما تكون المجموعة المدروسة في حالة التوازن .

عندما تصل المجموعة إلى حالة التوازن ، تبقى التراكيز المولية الفعلية لمختلف الأنواع الكيميائية المكونة لهذه المجموعة ثابتة خلال الزمن ، وتأخذ قيما $[X]_{eq}$ معينة يمكن تحديدها بطرق مختلفة مثلا قياس المواصلة أو (الموصلية)

نشاط تجريبي : تحديد قيمة خارج التفاعل بقياس الموصلية .

نغمر خلية قياس في حجم V لمحلول S لحمض الإيثانويك تركيزه $C=1,0.10^{-3} mol/\ell$ ، فنجد قيمة موصلية المحلول عند 25°C هي : $\sigma = 5,2 mS.m^{-1}$.

1 ـ حدد في حالة التوازن التراكيز المولية الفعلية للأنواع الكيميائية المذابة .

نعطي عند درجة الحرارة 25°C :

$$\lambda_{H_3O^+} = 35,0 mS.m^2.mol^{-1}$$

$$\lambda_{CH_3COO^-} = 4,09 mS.m^2.mol^{-1}$$

2 ـ استنتج قيمة خارج التفاعل $Q_{r,éq}$ ، عند التوازن .

II ـ ثابتة التوازن المقرونة بتحول كيميائي .

هل تتعلق قيمة خارج التفاعل ، في حالة توازن مجموعة بالحالة البدئية ؟

نشاط تجريبي 2 : تأثير الحالة البدئية على خارج التفاعل في حالة التوازن .

نقيس الموصلية σ لمحاليل حمض الإيثانويك ذات تراكيز مولية مختلفة عند درجة الحرارة 25°C وندون النتائج في الجدول التالي :

$C(mol/\ell)$	$1,0.10^{-2}$	$5,0.10^{-3}$	$2,0.10^{-3}$	$1,0.10^{-3}$
$\sigma(S.m^{-1})$	$16,2.10^{-3}$	$11,4.10^{-3}$	$6,9.10^{-3}$	$4,9.10^{-3}$

1

التفاعل $Q_{r,éq}$ عند التوازن ، بالنسبة لكل محلول .

نعطي :

$$\lambda_{H_3O^+} = 35,0 mS.m^2.mol^{-1}$$

$$\lambda_{CH_3COO^-} = 4,09 mS.m^2.mol^{-1}$$

2 ـ ماذا نستنتج ؟

خلاصة :

عند درجة حرارة معينة ، يكون خارج التفاعل عند التوازن ثابتا أيا كانت الحالة البدئية للمجموعة .

1 ـ تعريف ثابتة التوازن

بالنسبة لتفاعل معين ، يأخذ خارج التفاعل عند التوازن قيمة $Q_{r,éq}$; تسمى ثابتة التوازن K ولاتتعلق إلا بدرجة الحرارة .

تكتب ثابتة التوازن ، بالنسبة لتفاعل في محلول مائي ، منمذج بالمعادلة

$$aA(aq) + bB(aq) \rightleftharpoons cC(aq) + dD(aq)$$

على الشكل التالي : $$K = Q_{r,éq} = \frac{[C]_{éq}^c . [D]_{éq}^d}{[A]_{éq}^a . [B]_{éq}^b}$$

ملحوظة : يعبر عن ثابتة التوازن بعدد بدون وحدة .

2 ـ ثابتة التوازن لتحول كلي

نعتبر أن التفاعل كليا عندما يكون تركيز المتفاعل المحد تقريبا منعدما أو يؤول إلى قيمة جد صغيرة أي عندنا تكون K كبيرة جدا ($K>10^4$) .

في هذه الحالة نستعمل سهما منفردا في المعادلة الحصيلة .

مثال : تفاعل كلورور الهيدروجين مع الماء فاعل كلي :

$$HC\ell(g) + H_2O(\ell) \rightarrow C\ell^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

3 ـ ثابتة التوازن في المنحى غير المباشر

نعتبر التفاعلين اللذين يحدثان في المنحيين (1) و (2) :

$$aA(aq) + bB(aq) \rightarrow cC(aq) + dD(aq) \quad K_1$$

$$cC(aq) + dD(aq) \rightarrow aA(aq) + bB(aq) \quad K_2$$

عند التوازن يكون تعبير ثابتة التوازن بالنسبة لكل تفاعل هو تعبير خارج التفاعل عند التوازن

$$K_1 = Q_{r1,éq} = \frac{[C]_{éq}^c . [D]_{éq}^d}{[A]_{éq}^a . [B]_{éq}^b}$$

$$K_2 = Q_{r2,éq} = \frac{[A]_{éq}^a . [B]_{éq}^b}{[C]_{éq}^c . [D]_{éq}^d}$$

من العلاقتين نستنتج أن : $$K_1 = \frac{1}{K_2}$$

تمرين تطبيقي 3

نعتبر تفاعل ترسيب كلورور الفضة حيث ثابتة توازنه هي $K_1=5,5.10^{10}$. بينما تفاعل ذوبان كلورور الفضة في الماء ثابتة توازنه $K_2=1,8.10^{-10}$.

1 ـ أحسب تراكيز الأنواع الأيونية Ag^+ و $C\ell^-$ الموجودة في كل محلول .

2 ـ ماذا تستنتج ؟

أن التفاعل في المنحى المباشر هو تفاعل كلي . بينما في المنحى غير المباشر أي ذوبان كلورور الفضة في الماء هو تفاعل جد محدود .

III ـ الوسائط المؤثرة على نسبة التقدم النهائي

1 ـ تأثير الحالة البدئية على نسبة التقدم النهائي .

نشاط تجريبي 3

نقيس موصلية أربعة محاليل لحمض الإيثانويك ذات تراكيز مختلفة بواسطة مقياس المواصلة ونحصل على الجدول التالي :

$C(mol/\ell)$	$1,0.10^{-2}$	$5,0.10^{-3}$	$2,0.10^{-3}$	$1,0.10^{-3}$
$\sigma(S.m^{-1})$	$16,2.10^{-3}$	$11,4.10^{-3}$	$6,9.10^{-3}$	$4,9.10^{-3}$

1 ـ أحسب نسبة التقدم النهائي بالنسبة لكل حالة

2 ـ ماذا تستنتج ؟

خلاصة :

تتعلق قيمة نسبة التقدم النهائي بالحالة البدئية للمجموعة ، فكلما كانت التراكيز صغيرة ، كانت نسبة التقدم النهائي كبيرة .

2 ـ تأثير ثابتة التوازن على نسبة التقدم النهائي .

كيف تمكن ثابتة التوازن الكيميائي من توقع نسبة التقدم النهائي لتفاعل ؟

نشاط تجريبي 4 : مقارنة نسبة التقدم النهائي لتفاعلين .

نأخذ محلولين حمضين لهما نفس التركيز $C=1,0.10^{-2}mol/\ell$.

محلول S_1 محلول حمض الإيثانويك و محلول S_2 محلول حمض الميتانويك .

ثابتة التوازن لتفاعل حمض الإيثانويك مع الماء : $K_1=1,6.10^{-5}$

ثابتة التوازن لتفاعل حمض الميثانويك مع الماء : $K_2=1,6.10^{-4}$.

نقيس موصليتي المحلولين S_1 و S_2 فنجد تباعا :

$\sigma_1 = 153\mu S.cm^{-1}$ و $\sigma_2 = 510\mu S.cm^{-1}$

1 S_1 و S_2 ؟

2 ـ حدد نسبة التقدم النهائي لكل تفاعل ؟

$\lambda_{H_3O^+} = 35,0mS.m^2.mol^{-1}$

$\lambda_{CH_3COO^-} = 4,09mS.m^2.mol^{-1}$

$\lambda_{HCOO^-} = 5,46mS.m^2.mol^{-1}$

خلاصة :

كلما كانت ثابتة التوازن كبيرة ، كانت نسبة التقدم النهائي مرتفعة .

حالة توازن مجموعة كيميائية
السلسلة 2

تمرين 1 حالة التفاعل حمض ـ قاعدة كلي . *

نعتبر محلولا مائيا S لكلورور الهيدروجين تركيزه $C=1,0.10^{-2}mol/\ell$. موصلية المحلول $\sigma = 0,43S.m^{-1}$.

1 ـ أكتب معادلة تفاعل كلورور الهيدروجين مع الماء .

2 ـ أعط تعبير الموصلية σ للمحلول بدلالة الموصليات المولية الأيونية وتراكيز الأيونات المتواجدة في المحلول .

3 ـ حدد تراكيز هذه الأيونات في المحلول .

4 ـ ما هو استنتاجك بالنسبة لهذا التفاعل ؟

نعطي : $\lambda_{H_3O^+} = 35,0mS.m^2.mol^{-1}, \lambda_{C\ell^-} = 7,63mS.m^2.mol^{-1}$ عند درجة حرارة 25°C .

تمرين 2

نقيس بواسطة خلية $(S=1,0cm^2 ; L=1,0cm)$ قياس المواصلة ، مواصلة محلول مائي لحمض البنزويك تركيزه $C=5,0.10^{-4}mol/\ell$ فنجد : $G=2,03.10^{-4}S$.

1 ـ أكتب معادلة التفاعل الذي حدث في هذا المحلول .

2 ـ حدد تركيز الأنواع الكيميائية الأيونية المتخلة في هذا التفاعل .

3 ـ أحسب نسبة التقدم النهائي لهذا التفاعل .

4 ـ أحسب ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة هذا التفاعل .

نعطي : $\lambda_{H_3O^+} = 35,0mS.m^2.mol^{-1}, \lambda_{C_6H_5COO^-} = 3,23mS.m^2.mol^{-1}$

تمرين 3 **

1 ـ أكتب معادلة تفاعل حمض الميثانويك مع الماء .

2 ـ أكتب تعبير ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة هذا التفاعل .

3 ـ نعتبر مجموعة كيميائية حجمه $V=100m\ell$ وتركيزها بحمض الميثانويك المأخوذ هو : $C=0,010mol/\ell$ علما أ، ثابتة التوازن $K=1,6.10^{-4}$ في حالة التوازن ، ، تحقق من أن تقدم التفاعل في حالة التوازن هو : $1,2.10^{-4}mol$.

4 ـ ما التراكيز الفعلية لمختلف الأنواع لكيميائية في حالة التوازن ؟ استنتج pH المحلول .

تمرين 4*

نحضر محلولا S لحمض الميثانويك HCOOH تركيزه $C=1,0.10^{-2}mol/\ell$ بتخفيف متتالي لمحلول تجاري لهذا الحمض كثافته $d=1,22$ ، والنسبة الكتلية للمحلول في الحمض التجاري تساوي $p=80\%$. نقيس مواصلة المحلول S بواسطة مقياس للمواصلة ثابتة خليته $k=1,0.10^{-2}m^{-1}$ فنجد $G=5,4.10^{-3}S$.

1 ـ أحسب الحجم V_0 للمحلول التجاري الذي يجب أخذه لتحضير $V=1,0\ell$ من محلول S_0 تركيزه $C_0=1,0.10^{-1}mol/\ell$.

2 ـ صف الطريقة المتبعة لتحضير $V'=100m\ell$ من المحلول S انطلاقا من المحلول S_0 .

3 ـ أكتب معادلة التفاعل بين حمض الميثانويك والماء .

4 ـ بالنسبة للمحلول S :

4 ـ 1 أنشئ جدول تطور التحول ، واستنتج التقدم الحجمي الأقصى x_{Vmax} $\left(x_{V\,max} = \dfrac{x_{max}}{V}\right)$

4 ـ 2 أحسب التقدم الحجمي عند التوازن ونسبة التقدم النهائي . ماذا تستنتج ؟

5 ـ أحسب pH المحلول S .

6 ـ أعط تعبير خارج التفاعل واستنتج قيمة تجريبية لثابتة التوا

معطيات : الكتلة الحجمية للماء $\rho_{eau} = 1g/cm^3$

الكتلة المولية لحمض الميثانويك : $M(HCOOH) = 46g/mol$ الموصلية المولية الأيونية عند درجة حرارة 25°C : $\lambda_{H_3O^+} = 35,0mS.m^2.mol^{-1}, \lambda_{HCOO^-} = 5,46mS.m^2.mol^{-1}$

حالة توازن مجموعة كيميائية
تصحيح السلسلة 2

تمرين 1 حالة التفاعل حمض ـ قاعدة كلي . *

نعتبر محلولا مائيا S لكلورور الهيدروجين تركيزه $C=1,0.10^{-2}mol/\ell$. موصلية المحلول $\sigma = 0,43S.m^{-1}$.

1 ـ أكتب معادلة تفاعل كلورور الهيدروجين مع الماء .

2 ـ أعط تعبير الموصلية σ للمحلول بدلالة الموصليات المولية الأيونية وتراكيز الأيونات المتواجدة في المحلول .

3 ـ حدد تراكيز هذه الأيونات في المحلول .

4 ـ ما هو استنتاجك بالنسبة لهذا التفاعل ؟

نعطي : $\lambda_{H_3O^+} = 35,0mS.m^2.mol^{-1}, \lambda_{C\ell^-} = 7,63mS.m^2.mol^{-1}$ عند درجة حرارة 25°C .

الجواب :

1 ـ معادلة التفاعل :

$$HC\ell(g) + H_2O(\ell) \rightarrow H_3O^+(aq) + C\ell^-(aq)$$

2 ـ تعبير المواصلية σ

الجدول الوصفي للتفاعل :

ننشئ الجدول الوصفي للتفاعل :

الحالة	التقدم	$HC\ell(g)$ +	$H_2O(\ell)$ →	$H_3O^+(aq)$	$+C\ell^-(aq)$
البدئية	0	C_AV_A	وفير	0	0
خلال التفاعل	x	C_AV_A -x	وفير	x	x
نهاية التفاعل	x_f	C_AV_A -x_f	وفير	x_f	x_f

عند نهاية التفاعل لدينا :

$$x_f = n_f\left(H_3O^+\right) = n_f\left(C\ell^-\right) \Rightarrow \left[H_3O^+\right]_f = \left[C\ell^-\right]_f = \frac{x_f}{V}$$

$$\sigma = \left[H_3O^+\right]_f.\lambda_{H_3O^+} + \left[C\ell^-\right]_f.\lambda_{C\ell^-} \Rightarrow \sigma = \left[H_3O^+\right]_f\left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C\ell^-}\right)$$

3 ـ تحديد تراكيز الأيونات في المحلول :

$$\sigma = \left[H_3O^+\right]_f\left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C\ell^-}\right) \Rightarrow \left[H_3O^+\right]_f = \frac{\sigma}{\left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C\ell^-}\right)} = 10mol/m^3 = 10^{-2}mol/\ell$$

$$\left[C\ell^-\right]_f = \left[H_3O^+\right]_f = 10^{-2}mol/\ell$$

بما أن $\left[H_3O^+\right]_f = C_A$ فإن التفاعل كلي .

تمرين 2

نقيس بواسطة خلية ($S=1,0cm^2$;$L=1,0cm$) قياس المواصلة ، مواصلة محلول مائي لحمض البنزويك تركيزه $C=5,0.10^{-4}mol/\ell$ فنجد : $G=2,03.10^{-4}S$.

1 ـ أكتب معادلة التفاعل الذي حدث في هذا المحلول .

2 ـ حدد تركيز الأنواع الكيميائية الأيونية المتدخلة في هذا التفاعل .

3 ـ أحسب نسبة التقدم النهائي لهذا التفاعل .

4 ـ أحسب ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة هذا التفاعل .

نعطي : $\lambda_{H_3O^+} = 35,0mS.m^2.mol^{-1}, \lambda_{C_6H_5COO^-} = 3,23mS.m^2.mol^{-1}$

الجواب :

1 ـ معادلة التفاعل :

$$C_6H_5COOH\,(aq)+H_2O(\ell)\rightleftharpoons C_6H_5COO^-\,(aq)+H_3O^+\,(aq)$$

2 ـ تراكيز الأنواع الكيميائية ألأيونية المتدخلة في التفاعل :

الأنواع الأيونية المتدخلة في التفاعل :

$C_6H_5COO^-$ و H_3O^+

ننشئ الجدول الوصفي للتفاعل :

الحالة	التقدم	$C_6H_5COOH\,(aq)+H_2O(\ell)\rightleftharpoons C_6H_5COO^-\,(aq)+H_3O^+\,(aq)$			
البدئية	0	C_AV_A	وفير	0	0
خلال التفاعل	x	C_AV_A -x	وفير	x	x
نهاية التفاعل	x_f	C_AV_A -x_f	وفير	x_f	x_f

عند نهاية التفاعل لدينا :

$$x_f=n_f\left(H_3O^+\right)=n_f\left(C\ell^-\right)\Rightarrow\left[H_3O^+\right]_f=\left[C_6H_5COO^-\right]_f=\frac{x_f}{V}$$

$$\sigma=\left[H_3O^+\right]_f.\lambda_{H_3O^+}+\left[C_6H_5COO^-\right]_f.\lambda_{C_6H_5COO^-}\Rightarrow\sigma=\left[H_3O^+\right]_f\left(\lambda_{H_3O^+}+\lambda_{C_6H_5COO^-}\right)$$

$$\left[H_3O^+\right]_f=\frac{\sigma}{\left(\lambda_{H_3O^+}+\lambda_{C_6H_5COO^-}\right)}=0,53.10^{-3}\,mol/\ell$$

$$\left[C_6H_5COO^-\right]_f=\left[H_3O^+\right]_f=0,53.10^{-3}\,mol/\ell$$

3 ـ نسبة التقدم النهائي :

$$\tau=\frac{x_f}{x_{max}}$$

$$x_f=\left[H_3O^+\right]_f.V$$

$$x_{max}=C.V$$

$$\tau=\frac{\left[H_3O^+\right]_f}{C}=0,11=11\%$$

4 ـ ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة هذا التفاعل :

$$K=\frac{\left[H_3O^+\right]_f.\left[C_6H_5COO^-\right]_f}{\left[C_6H_5COOH\right]_f}=\frac{\left[H_3O^+\right]^2_f}{C-\left[H_3O^+\right]_f}=6,28.10^{-5}$$

تمرين 3 **

1 ـ أكتب معادلة تفاعل حمض الميثانويك مع الماء .

2 ـ أكتب تعبير ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة هذا التفاعل .

3 ـ نعتبر مجموعة كيميائية حجمه V=100mℓ وتركيزها بحمض الميثانويك المأخوذ هو : C=0,010mol/ℓ علما أ، ثابتة التوازن $K=1,6.10^{-4}$ في حالة التوازن ، ، تحقق من أن تقدم التفاعل في حالة التوازن هو : $1,2.10^{-4}$mol .

4 ـ ما التراكيز الفعلية لمختلف الأنواع لكيميائية في حالة التوازن ؟ استنتج pH المحلول .

الجواب :

1 ـ معادلة التفاعل :

$$HCOOH\,(aq)+H_2O(\ell)\rightleftharpoons HCOO^-\,(aq)+H_3O^+\,(aq)$$

2 ـ تعبير ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة هذا التفاعل :

$$K=\frac{\left[H_3O^+\right]_f.\left[HCOO^-\right]_f}{\left[HCOOH\right]_f}=\frac{\left[H_3O^+\right]^2_f}{C-\left[H_3O^+\right]_f}$$

3 ـ التحقق من أ، تقدم التفاعل في حالة التوازن هو :

الجدول الوصفي للتفاعل :

ننشئ الجدول الوصفي للتفاعل :

الحالة	التقدم	$HCOOH\,(aq)$	$+\,H_2O(\ell)$	$\rightleftharpoons$	$HCOO^-\,(aq)$	$+$	$H_3O^+\,(aq)$
البدئية	0	C_AV_A	وفير		0		0
خلال التفاعل	x	C_AV_A -x	وفير		x		x
نهاية التفاعل	x_f	C_AV_A -x_f	وفير		x_f		x_f

عند نهاية التفاعل لدينا :

$$\left[H_3O^+\right]_{eq}=\left[HCOO^-\right]_{eq}=\frac{x_{eq}}{V}$$

$$K=\frac{\frac{x_{eq}^2}{V^2}}{C-\frac{x_{eq}}{V}}\Rightarrow K=\frac{x_{eq}^2}{C.V^2-x_{eq}.V}$$

$$x_{eq}^2+K.V.x_{eq}-K.C.V^2=0$$

$$x_{eq}=\frac{-K.V\pm\sqrt{K^2V^2+4C.K.V^2}}{2}$$

نختار الحل الموجب أي أن $x_{eq}=\frac{-K.V+\sqrt{K^2V^2+4CKV^2}}{2}=1,2.10^{-4}mol$

4 ـ تراكيز الفعلية لمختل الأيونات الموجودة في المحلول :

$$\left[H_3O^+\right]_{eq}=\left[HCOO^-\right]_{eq}=\frac{x_{eq}}{V}=1,2.10^{-3}mol/\ell$$

$$\left[HCOOH\right]_{eq}=C-\left[H_3O^+\right]_{eq}=0,0088mol/\ell$$

$$pH=-\log\left[H_3O^+\right]_{eq}=2,92$$

تمرين 4*

نحضر محلولا S لحمض الميثانويك HCOOH تركيزه $C=1,0.10^{-2}mol/\ell$ بتخفيف متتالي لمحلول تجاري لهذا الحمض كثافته d=1,22 ، والنسبة الكتلية للمحلول في الحمض التجاري تساوي p=80% . نقيس مواصلة المحلول S بواسطة مقياس للمواصلة ثابتة خليته $k=1,0.10^{-2}m^{-1}$ فنجد G=5,4S .

1 ـ أحسب الحجم V_0 للمحلول التجاري الذي يجب أخذه لتحضير $V=1,0\ell$ من محلول S_0 تركيزه $C_0=1,0.10^{-1}mol/\ell$.

2 ـ صف الطريقة المتبعة لتحضير $V'=100m\ell$ من المحلول S انطلاقا من المحلول S_0 .

3 ـ أكتب معادلة التفاعل بين حمض الميثانويك والماء .

4 ـ بالنسبة للمحلول S :

4 ـ 1 أنشئ جدول تطور التحول ، واستنتج التقدم الحجمي الأقصى x_{Vmax} $\left(x_{V\max}=\frac{x_{max}}{V'}\right)$

4 ـ 2 أحسب التقدم الحجمي عند التوازن ونسبة التقدم النهائي . ماذا تستنتج ؟

5 ـ أحسب pH المحلول S .

6

معطيات : الكتلة الحجمية للماء $\rho_{eau} = 1g/cm^3$

الكتلة المولية لحمض الميثانويك : $M(HCOOH) = 46g/mol$ الموصلية المولية الأيونية عند درجة حرارة 25°C : $\lambda_{H_3O^+} = 35,0mS.m^2.mol^{-1}, \lambda_{HCOO^-} = 5,46mS.m^2.mol^{-1}$

الجواب :

حساب الحجم Vللمحلول التجاري الذي يجب أخذه من المحلول S_0 كتافته d ونسبته الكتلية p للحصول على محلول تركيزه C_0 وحجمه V_0 .

نعلم أن التركيز C_0 للمحلول المراد الحصول عليه هو :

$$C_0 = \frac{n(HCOOH)}{V_0}$$

$n(HCOOH)$ كمية مادة حمض الإيثانويك الخالص الموجود في الحجم V_0 أي أن الكتلة المأخودة من المحلول S_0 هي :

$$n(HCOOH) = \frac{m(HCOOH)}{M(HCOOH)} \Rightarrow m(HCOOH) = n(HCOOH).M(HCOOH)$$

$$C_0 = \frac{m(HCOOH)}{M(HCOOH).V_0}$$

حساب كتلة حمض الإيثانويك الخالص الموجودة في V :

* كتلة المحلول التجاري المأخوذة من القينية هي :

$$d = \frac{\rho_{HCOOH}}{\rho_{eau}} \Rightarrow \rho_{HCOOH} = d \times \rho_{eau}$$

$$\frac{m'(HCOOH)}{V} = d \times \rho_{eau} \Rightarrow m'(HCOOH) = d \times \rho_{eau} V$$

و V حجم هذه الكتلة المأخوذة من المحلول التجاري . ونعلم أن p هي النسبة الكتلية لحمض الميثانويك أي أن كتلة حمض الميثانويك الخالصة الموجودة في V هي :

100g من المحلول تحتوي على 80g من HCOOH خالص إذن ف $d \times \rho_{eau} V$ تحتوي على m(HCOOH) خالصة .

وبالتالي فإن : $m(HCOOH) = p.d \times \rho_{eau} V$

$$C_0 = \frac{m(HCOOH)}{M(HCOOH).V_0} = \frac{p.d \times \rho_{eau} \times V}{M(HCOOH).V_0}$$

$$V = \frac{C_0 \times M(HCOOH).V}{p.d \times \rho_{eau}} = 4,7m\ell$$

2 ـ وصف الطريقة المتبعة لتحضير V'=100mℓ من المحلول S انطلاقا من المحلول S_0 :

* نحسب الحجم v الذي يجب أخذه من المحلول S_0 للحصول على محلول S حجمه V وتركيزه C ؛ نطبق علاقة التخفيف :

$$C.V' = C_0.v \Rightarrow v = \frac{C}{C_0}V' = 10m\ell$$

* نأخذ هذه الحجم بواسطة ماصة من فئة 10mℓ .

* نضعها في حوجلة معيارية من فئة 100mℓ .

* نضيف الماء المقطر ونحرك قبل الوصول إلى الخط المعياري .

*

3 ـ معادلة التفاعل :

$$HCOOH(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons HCOO^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

4 ـ 1 جدول الوصفي للتحول :

الحالة	التقدم	$HCOOH(aq)$	$+H_2O(\ell)$	$\rightleftharpoons$	$HCOO^-(aq)$	$+$	$H_3O^+(aq)$
البدئية	0	C_AV_A	وفير		0		0
خلال التفاعل	x	C_AV_A -x	وفير		x		x
نهاية التفاعل	x_f	C_AV_A -x_f	وفير		x_f		x_f

حساب التقدم الحجمي الأقصى :

$$x_{V\,max} = \frac{x_{max}}{V'} = \frac{C.V'}{V'} = C = 1,0.10^{-2}\,mol/\ell$$

4 ـ 2 حساب التقدم الحجمي عند التوازن : $x_{Veq} = \frac{x_{eq}}{V'} = \frac{\left[H_3O^+\right].V'}{V'} = \left[H_3O^+\right]$

حسب المعطيات أن موصلية المحلول عند التوازن هي :

$$x_{V\,eq} = \left[H_3O^+\right]_{eq} = \left[HCOO^-\right]_{eq}$$

$$\sigma = \left[H_3O^+\right]_f .\lambda_{H_3O^+} + \left[HCOO^-\right]_f .\lambda_{HCOO^-} \Rightarrow \sigma = \left[H_3O^+\right]_f \left(\lambda_{H\,O^+} + \lambda_{HCOO^-}\right)$$

$$\left[H_3O^+\right]_f = \frac{\sigma}{\left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}\right)} = \frac{5,4\times10^{-2}}{40,46.10^{-3}}\,mol/m^3 = 1,33.10^{\ 3}\,mol/\ell$$

$$x_{Veq} = 1,33.10^{-3}\,mol/\ell$$

نسبة التقدم النهائي : $\tau = \frac{x_{Veq}}{x_{V\,max}} = 13\%$

نستنتج أن التفاعل جد محدود في المنحى المباشر .

5 ـ $pH = -\log\left[H_3O^+\right] = 2,9$

6 ـ حساب ثابتة التوازن K :

$$K = \frac{\left[H_3O^+\right]_{eq}.\left[HCOO^-\right]_{eq}}{\left[HCOOH\right]_{eq}} = \frac{\left[H_3O^+\right]^2_{eq}}{C - \left[H_3O^+\right]_{eq}} = 1,8.10^{-4}$$

التحولات المقرونة بالتفاعلات حمض ـ قاعدة في محلول مائي .

I ـ الجداء الأيوني للماء

1 ـ التحلل البروتوني الذاتي للماء .

نشاط 1

الماء المقطر المستعمل بمختبر الكيمياء ليس خالصا لأنه يحتوي على ثنائي أوكسيد الكربون و كذا بعض الأنواع من الأيونات . فالمختبرات المختصة هي الوحيدة التي تتوفر على المعدات الضرورية لتحضير الماء الخالص .

تقنيا يتميز الماء الخالص عند درجة الحرارة 25°C بموصلية $\sigma_{H_2O} = 5,5.10^{-6} S.m^{-1}$ و $pH = 7,0$.

1

$\sigma_{Cu} = 5,9.10^{7} S.m^{-1}$ ، فهل يمكن وصف الماء الخالص بعازل للكهرباء أم موصل رديء ، أم موصل جيد ؟

2 ـ الماء H_2O هو قاعدة المزدوجة $H_3O^+(aq)/H_2O(\ell)$ وحمض المزدوجة $H_2O(\ell)/HO^-(aq)$.

2 ـ 1 أكتب معادلة التفاعل بين الحمض H_2O و القاعدة H_2O

الماء نوع أمفوليتي ، حيث يلعب دور الحمض في المزدوجة $H_2O(\ell)/HO^-(aq)$ ودور القاعدة في المزدوجة $H_3O^+(aq)/H_2O(\ell)$ وبالتالي يحدث داخل الماء تفاعل حمض قاعدة بين حمض المزدوجة الأولى وقاعدة المزدوجة الثانية ، حسب المعادلة التالية :

$$H_2O(\ell) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons H_3O^+(aq) + HO^-(aq)$$

يسمى التفاعل في المنحى المباشر بالتحلل البوتوني للماء

2 ـ 2 علل تواجد أيونات الأوكسونيوم H_3O^+ وأيونات الهيدروكسيد HO^- في الماء الخالص .

توجد أيونات الأوكسونيوم وأيونات الهيدروكسيد في الماء الخالص نتيجة التحلل البروتوني الذاتي للماء

2 ـ 3 حدد عند 25°C بالنسبة لحجم V=1ℓ من الماء الخالص ، تقدم التفاعل عند التوازن والتقدم الأقصى . استنتج نسبة التقدم النهائي لهذا التفاعل .

نعطي : الكتلة الحجمية للماء $\rho_{eau} = 1g/cm^3$

ننشئ جدول الوصفي للتقدم :

الحالة	التقدم	$2H_2O(\ell)$	$\rightleftharpoons$	$H_3O^+(aq)$	+	$HO^-(aq)$
البدئية	0	$n_i(H_2O)$		0		0
خلال التفاعل	x	$n_i(H_2O)-x$		x		x
عند التوازن	x_{eq}	$n_i(H_2O)-x_{eq}$		x_{eq}		x_{eq}

حسب الجدول الوصفي لدينا عند التوازن :

تقدم التفاعل عند 25°C :

$$x_{éq} = n_{éq}\left(H_3O^+\right) = \left[H_3O^+\right].V$$

$$x_{éq} = 10^{-pH}.V = 10^{-7} mol/\ell$$

التقدم الأقصى هو :

لنفترض أن التفاعل كلي أي أن المتفاعل المحد هو الماء :

$$n_i\left(H_2O\right) - 2x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{n_i}{2}$$

$$x_{max} = \frac{m\left(H_2O\right)}{2.M\left(H_2O\right)} = \frac{\rho_{eau}.V}{2M\left(H_2O\right)} = 28mol$$

نسبة التقدم النهائي هي :

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}} = 3,6.10^{-9}$$

مما يبين أن التفاعل جد محدود في المنحى المباشر أي الماء الخالص يحتوي أساسا على جزيئات الماء وكمية جد ضعيفة من أيونات الأوكسونيوم وأيونات الهيدروكسيد .

التحلل الروتوني الذاتي للماء ، تفاعل جد محدود .

2 ـ 4 أعط تعبير ثابتة التوازن المقرونة بهذا التفاعل . ما قيمتها عند 25°C ؟

ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة التحلل البروتوني الذاتي للماء هي :

$$K_e = \left[H_3O^+\right]_{éq} . \left[HO^-\right]_{éq}$$

تسمى بالجداء الأيوني للماء .

نعرف الجداء الأيوني للماء بالنسبة للمحاليل المائية بالعلاقة :

$$K_e = \left[H_3O^+\right]_{éq} . \left[HO^-\right]_{éq}$$

تتعلق الثابتة K_e بدرجة حرارة المحلول .

عند 25°C تأخذ الثابتة $K_e=1,0.10^{-14}$

نستعمل كذلك الثابتة $pK_e=-\log K_e$

تتزايد قيمة الثابتة K_e بتزايد درجة الحرارة .

تمرين تطبيقي :

نتوفر على محلولين A و B عند درجة الحرارة 25°C .

تركيز الأيونات HO^- في المحلول A هو : $\left[HO^-\right]_A = 4,3.10^{-4} mol/\ell$ و pH المحلول B هو $pH = 9,2$

1 ـ أحسب pH المحلول A .

2 ـ أحسب تركيز أيونات الهيدروكسيد HO^- في المحلول B .

2 ـ المحاليل الحمضية والمحايدة والقاعدية .

من خلال الجداء الأيوني للماء نستنتج :

يكون في محلول محايد $\left[HO^-\right]=\left[H_3O^+\right]$ و $pH = pK_e$

يكون في محلول حمضي : $\left[HO^-\right]<\left[H_3O^+\right]$ و $pH < \frac{1}{2} pK_e$

يكون محلول قاعدي : $\left[HO^-\right]>\left[H_3O^+\right]$ و $pH > \frac{1}{2} pK_e$

II ـ ثابتة الحمضية لمزدوجة قاعدة /حمض

1 ـ تعريف

تكتب معادلة التفاعل الذي يحدث عند ذوبان الحمض HA في الماء على الشكل التالي :

$$HA(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons A^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

تسمى ثابتة التوازن المقرونة بهذا التفاعل بثابتة الحمضية ويعبر عنها بالعلاقة التالية

$$K_A = \frac{\left[A^-\right].\left[H_3O^+\right]}{\left[AH\right]}$$

لا تتعلق ثابتة الحمضية إلا بدرجة الحرارة .

مثال : $K_A\left(NH_4^+ / NH_3\right) = 8,0.10^{-11}$ عند درجة حرارة 0°C

$K_A\left(NH_4^+ / NH_3\right) = 6,3.10^{-10}$ عند درجة حرارة 5°C

$K_A\left(NH_4^+ / NH_3\right) = 3,1.10^{-9}$ عند درجة حرارة 50°C

نعرف الثابتة pK_A للمزدوجة AH/A^- بالعلاقة $pK_A = -\log K_A$

المزدوجة	pK_A	اسم المزدوجة
H_3O^+ / H_2O	0	أيون الأوكسونيوم
$HSO_4^-(aq) / SO_4^{2-}(aq)$	1,9	أيون هيدروجينوكبريتات
$H_3PO_4(aq) / H_2PO_4^-(aq)$	2, 1	حمض الفوسفوريك
$HF(aq) / F^-(aq)$	3,5	حمض الفليوريديريك
$HCOOH(aq) / HCOO^-(aq)$	3,8	حمض الميثانويك
$C_6H_5COOH(aq) / C_6H_5COO^-(aq)$	4,2	حمض البنزويك
$CH_3COOH(aq) / CH_3COO^-(aq)$	4,8	حمض الإيثانويك
$CO_2, H_2O / HCO_3^-(aq)$	6,4	حمض ثنائي أوكسيد الكربون
$NH_4^+(aq) / NH_3(aq)$	9,2	أيون الأمونيوم
$HCO_3^-(aq) / CO_3^{2-}(aq)$	10,3	أيون هيدروجينوكربونات
$H_2O(\ell) / HO^-(aq)$	14,0	الماء

ملحوظة :

في حالة المزدوجة BH^+/B تكتب معادلة تفاعل الحمض BH^+ مع الماء على الشكل التالي :

$$BH^+(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons B(aq) + H_3O^+(aq)$$

تعبير الثابتة الحمضية للمزدوجة BH^+/B هو :

$$K_A = \frac{[B].[H_3O^+]}{[BH^+]}$$

2 ـ العلاقة بين pH و ثابتة الحمضية K_A .

بالنسبة لكل مزدوجة A/B يكن أن نكتب :

$$pK_A = -\log K_A = -\log \frac{[B][H_3O^+]}{[A]}$$

$$pK_A = -\log[H_3O^+] - \log \frac{[B]}{[A]} \Rightarrow pH = pK_A + \log \frac{[B]}{[A]}$$

3 ـ ثابتا الحمضية بالنسبة للماء .

الماء نوع أمفوليتي يتدخل في مزدوجتين قاعدة /حمض :

أ ـ بالنسبة للمزدوجة $H_3O^+(aq) / H_2O(\ell)$

ثابتة الحمضية K_A للمزدوجة H_3O^+ / H_2O هي الثابتة الحمضية المقرونة بمعادلة الحمض H_3O^+ مع الماء .

$$H_3O^+(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons H_2O(\ell) + H_3O^+(aq)$$

نعبر عن الثابتة الحمضية K_{A1} بالعلاقة التالية : $K_{A1} = \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]} = 1 \Rightarrow pK_{A1} = 0$

ب ـ بالنسبة للمزدوجة $H_2O(\ell) / HO^-(aq)$

ثابتة الحمضية K_A للمزدوجة $H_2O(\ell)/HO^-(aq)$ هي الثابتة الحمضية المقرونة بمعادلة الحمض H_2O مع الماء .

$$H_2O(\ell)+H_2O(\ell) \rightleftharpoons HO^-(aq)+H_3O^+(aq)$$

نعبر عن الثابتة الحمضية K_{A2} بالعلاقة التالية : $K_{A2}=\left[H_3O^+\right].\left[HO^-\right]=K_e \Rightarrow pK_{A2}=pK_e$

أي عند درجة حرارة 25°C لدينا $K_{A2}=\left[H_3O^+\right].\left[HO^-\right]=10^{-14} \Rightarrow pK_{A2}=14$

4 ـ ثابتة التوازن المقرونة بتفاعل حمض ـ قاعدة .

لنعتبر التفاعل حمض ـ قاعدة بين الحمض A_1 المنتمي للمزدوجة A_1/B_1 والقاعدة B_2 المنتمية للمزدوجة A_2/B_2 :

$$A_1(aq)+B_2(aq) \rightleftharpoons B_1(aq)+A_2(aq)$$

نعبر عن ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة هذا التفاعل ب :

$$K=\frac{[B_1][A_2]}{[A_1][B_2]} \Rightarrow K=\frac{[B_1].\left[H_3O^+\right]}{[A_1]} \times \frac{[A_2]}{[B_2].\left[H_3O^+\right]}$$

$$K=\frac{K_1}{K_2}=\frac{10^{-pK_1}}{10^{-pK_2}}=10^{(pK_2-pK_1)}$$

III ـ مقارنة سلوك الأحماض والقواعد في محلول مائي .

1 ـ مقارنة سلوك الأحماض في محلول مائي .

نشاط تجريبي 2

نعتبر محلولين S_1 و S_2

محلول حمض الإيثانويك (CH_3COOH) S_1	$K_A(CH_3COOH/CH_3COO^-)$ $1.8\ .10^{-5}$	$C_A = 10^{-2}$ mol/l	pH = 3.4
محلول حمض المبثانويك (HCOOH) S_2	$K_A(HCOOH/HCOO^-)$ $1.8.10^{-4}$	$C_A = 10^{-2}$ mol/l	pH = 2.9

1 ـ أكتب معادلة التفاعل الذي عند إذابة الحمض HA في الماء .

$$HA(aq)+H_2O(\ell) \rightleftharpoons A^-(aq)+H_3O^+(aq)$$

2 ـ أعط تعبير نسبة التقدم النهائي لهذا التفاعل بدلالة pH والتركيز C للمذاب المأخوذ .

الحالة	التقدم	$HA(aq)$	+ $H_2O(\ell)$	$\rightleftharpoons$ $A^-(aq)$	+ $H_3O^+(aq)$
الحالة البدئية	0	CV	وفير	0	0
خلال التفاعل	x	CV-x	وفير	x	x
حالة التوازن	$x_{éq}$	CV-$x_{éq}$	وفير	$x_{éq}$	$x_{éq}$

عند التوازن نكتب نسبة التقدم النهائي :

$$\tau=\frac{x_{éq}}{x_{max}}=\frac{\left[H_3O^+\right]}{C}=\frac{10^{-pH}}{C}$$

3 ـ أتمم الجدول التالي :

الحمض	حمض الإيثانويك	حمض الميثانويك
pH	3,4	2,9
τ	4%	12,6%
K_A	$1,8.10^{-5}$	$1.8.10^{-4}$
pK_A	4,75	3,74

4 ـ كيف تتغير نسبة التقدم النهائي بدلالة pH محاليل حمضية لها التركيز نفسه ؟

كلما كان pH

5 ـ ما تأثير قيمة الثابتة الحمضية K_A علة نسبة التقدم النهائي ؟

من خلال الجدول يتبين أن نسبة التقدم النهائي تكون مرتفعة كلما كانت ثابتة الحمضية أكبر بالنسبة لمحاليل حمضية لها التركيز نفسه .

خلاصة :

يكون حمض A_1 أقوى من حمض A_2 ، إذا كانت ، بالنسبة للتركيز نفسع ، نسبة التقدم النهائي لتفاعله مع الماء أكبر ($\tau_1 > \tau_2$)

6 ـ أكتب تعبر K_A بدلالة τ نسبة التقدم النهائي للتفاعل في حالة محلول حمضي .

من خلال الجدول الوصفي نستنتج أن :

$$\left[H_3O^+\right]_{éq} = \left[A^-\right]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V}$$

$$\left[AH\right]_{éq} = C - \frac{x_{éq}}{V}$$

$$\tau = \frac{\left[H_3O^+\right]_{éq}}{C} \Rightarrow \left[H_3O^+\right]_{éq} = \tau.C$$

$$K_A = \frac{\left[H_3O^+\right]^2_{éq}}{C - \left[H_3O^+\right]_{éq}} \Rightarrow K_A = \frac{(\tau.C)^2}{C - \tau.C} \Rightarrow K_A = \frac{\tau^2.C}{1-\tau}$$

K_A دالة تصاعدية ل τ وبالتالي فإذا كانت : $\tau_1 > \tau_2$ فإن $K_{A1} > K_{A2}$ وبالتالي $pK_{A1} < pK_{A2}$

خلاصة :

بالنسبة لأحماض في محاليل مائية لها نفس التركيز ، يكون حمض أقوى ، إذا :

ـ كان pH المحلول ضعيفا .

ـ كانت ثابتة الحمضية K_A للمزدوجة المتدخلة كبيرة ، أي أن الثابتة pK_A صغيرة .

2 ـ مقارنة سلوك القواعد في محلول مائي

نشاط تجريبي 3

نعتبر محلولين S_1 و S_2 لهما نفس التركيز $C=1,0.10^{-2}mol/\ell$ ، عند 25°C .

S_1 : محلول الأمونياك $K_{A1}=6,3.10^{-10}$

S_2 : محلول مثيل أمين $K_{A2}=2.10^{-11}$

نقيس pH هذين المحلولين عند 25°C ، فنجد تباعا $pH_1=10,6$ و $pH_2=11,4$.

1 ـ أكتب معادلة التفاعل الذي يحدث عند إذابة القاعدة B في الماء .

$$B(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons BH^+(aq) + HO^-(aq)$$

2 ـ أعط تعبير نسبة التقدم النهائي لهذا التفاعل بدلالة pH والتركيز للمذاب C المأخوذ .

$$\tau = \frac{n(HO^-)_{éq}}{n_i(B)} = \frac{\left[HO^-\right]}{C} = \frac{10^{pH-pK_e}}{C}$$

3 ـ كيف تتغير نسبة التقدم النهائي τ بدلالة pH محاليل قاعدية لها نفس التركيز ؟

يتبين من التعبير ل τ بدلالة pH أنه كلما كان pH أكبر ، كانت τ أكبر بالنسبة لمحاليل قاعدية لها نفس التركيز .

القاعدة	الأمونياك	مثيل أمين
pH	10,6	11,4
τ	4%	25%
K_A	$6,3.10^{-10}$	$2,0.10^{-11}$
pK_A	9,2	10,7

4 ـ حدد في هذه الحالة كيف تتغير τ بدلالة K_A .

تبين النتائج أنه كلما كانت τ أكبر تكون K_A أصغر وال pK_A أكبر

الحالة	التقدم	$B(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons BH^+(aq) + HO^-(aq)$			
الحالة البدئية	0	$n_i(B)$	وفير	0	0
خلال التفاعل	x	$n_i(B)-x$	وفير	x	x
حالة التوازن	$x_{éq}$	$n_i(B)-x_{éq}$	وفير	$x_{éq}$	$x_{éq}$

لدينا ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة التفاعل هي :

$$K = \frac{[BH^+]_{éq}[HO^-]_{éq}}{[B]_{éq}} \times \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}$$

$$K = \frac{[BH^+]_{éq}[H_3O^+]}{[B]_{éq}} \times [HO^-]_{éq} \times [H_3O^+] = \frac{1}{K_A}.K_e$$

$$K = \frac{K_e}{K_A}$$

يمكن التعبير عن ثابتة التوازن K بدلالة نسبة التقدم النهائي كالتالي :

لدينا $[B]_i = C$ و $\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}}$ حيث أن $x_{max} = C.V$

$$K = \frac{[BH^+]_{éq}[HO^-]_{éq}}{[B]_{éq}} = \frac{(C\tau)^2}{C(1-\tau)} = \frac{C\tau^2}{1-\tau}$$

$$K = \frac{K_e}{K_A} = \frac{C\tau^2}{1-\tau} \Rightarrow K_A = \frac{1-\tau}{C\tau^2}.K_e$$

أي أن ثابتة التوازن دالة تصاعدية ل τ

وأن K_A دالة تنازلية ل τ

خلاصة :

بالنسبة للنفس التركيز ، تكون قاعدة أقوى (τ كبيرة) ، إذا :

ـ كان pH المحلول كبيرا .

ـ كانت ثابتة الحمضية K_A للمزدوجة المتدخلة صغيرة أي الثابتة pK_A كبيرة .

IV مخططات الهيمنة والتوزيع .

1 ـ مخططات الهيمنة

بالنسبة لمزدوجة حمض ـ قاعدة A(aq)/B(aq) في محلول مائي تتحقق العلاقة التالية :

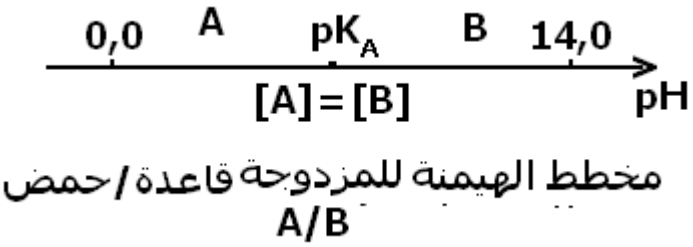
$$pH = pK_A + log\frac{[B]}{[A]}$$

نستنتج من خلال هذه العلاقة أن :

إذا كان $pH = pK_A$ أي أن $log\frac{[B]}{[A]} = 0$ يكون

$[A] = [B]$ يكون للحمض وقاعدته المرافقة لهما نفس التركيز . ولا يهيمن أي من النوعين .

إذا كان $pH > pK_A$ أي أن $log\frac{[B]}{[A]} > 0$ ،يكون



مخطط الهيمنة للمزدوجة قاعدة/حمض A/B

$[A]<[B]$ تهيمن القاعدة B .

إذا كان $pH < pK_A$ أي أن $\log\frac{[B]}{[A]} < 0$ ،يكون $[A]>[B]$ يهيمن الحمض A

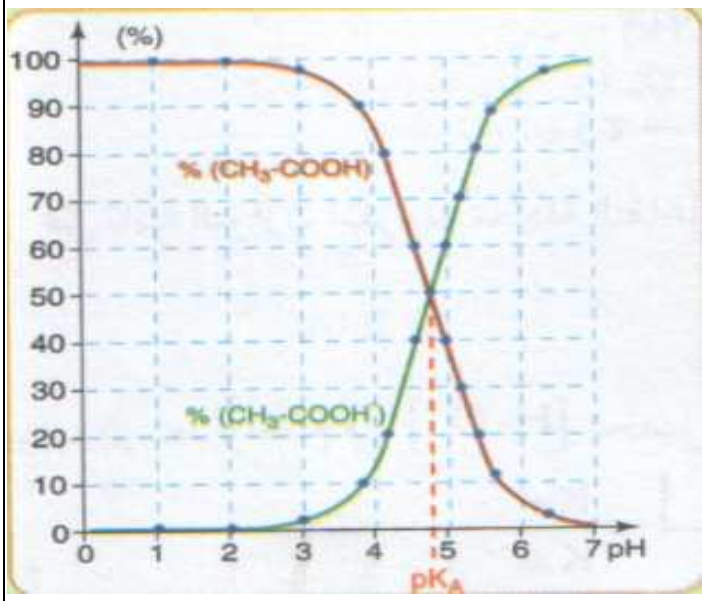
تمرين تطبيقي : حدد مجال pH الذي يهيمن فيه حمض وقاعدة المزدوجة NH_4^+/NH_3 نعطي $pK_A(NH_4^+/NH_3)=9,2$.

2 ـ مخططات التوزيع .

لنعتبر محلولا مائيا ، يحتوي على الحمض A وقاعدته المرافقة B .

نسمي نسبة الحمض في محلول المقدار $\alpha(A)=\frac{[A]}{[A]+[B]}$ وكذلك نسبة القاعدة في المحلول

المقدار : $\alpha(B)=\frac{[B]}{[A]+[B]}$



يمثل مخطط التوزيع في الشكل جانبه لنوعي المزدوجة $CH_3COOH\,/\,CH_3COO^-$ تطور النسبتين المئويتين للحمض والقاعدة بدلالة pH المحلول ، عند نفس درجة الحرارة .

عند تقاطع المنحنيين يكون $\alpha(B)=\alpha(A)$ إذن $[A]=[B]$ أي ان $pH=pK_A$.

3 ـ الكواشف الملونة

ا ـ تعريف

الكاشف الملون حمض عضوي ضعيف أو قاعدة ضعيفة إ ذا وجد في محلول مائي فإن لوني الحمض وقاعدته المرافقة مختلفين .

ب ـ تأين الكاشف الملون في الماء

نرمز للصيغة العامة للكاشف الملون ب Hind

المعادلة الحصيلة لتأين

$$HInd + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + Ind^-$$

الكاشف الملون في الماء Hind الصيغة الحمضية للكاشف الملون Ind^- الصيغة القاعدية للكاشف الملون

يتميز هذا التوازن بثابتة حمضية K_A : $K_A=\frac{[H_3O^+][Ind^-]}{[HInd]}$

والتي يمكن كتابتها على الشكل التالي :

$$pH = pK_{Ai} + \log\frac{[Ind^-]}{[HInd]}$$

حيث يمكن تمييز ثلاث حالات :

ـ الحالة الأولى . $[Ind^-]_e >> [HInd]_e$

الصيغة القاعدية للكاشف هي التي تسيطر ,ففي هذه الحالة $\frac{[Ind^-]}{[HInd]} \geq 10$

$\log\frac{[Ind^-]}{[HInd]} \geq 1$ أي أن $pH - pK_{Ai} \geq 1$ إذن $pH \geq pK_{Ai} + 1$

الحالة الثانية : $[Ind^-]_e << [HInd]_e$

الصيغة الحمضية للكاشف هي التي تسيطر ففي هذه الحالة عندنا :

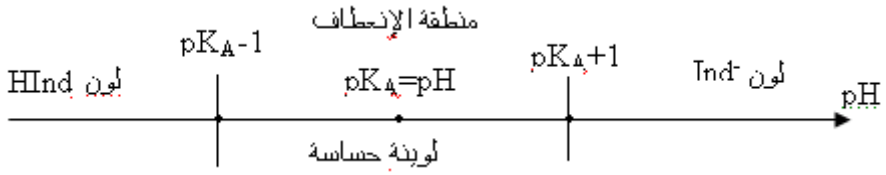
$$\log\frac{[Ind^-]}{[HInd]} \leq -1 \text{ أي أن } \frac{[HInd]}{[Ind^-]} \leq 10$$

$pH \leq pK_{Ai} - 1$ إذن $pH - pK_{Ai} \leq -1$

الحالة الثالثة : $[HInd] = [Ind^-]$

لا تسيطر أي صيغة من الصيغتين ومنه فإن لون المحلول هو تطابق لوني Ind^- وHInd الذي يؤدي إلى منطقة الانعطاف . وتسمى اللوينة المحصل عليها بلوينة حساسة . وفي هذه الحالة تكون $K_A = [H_3O^+]$ و $pK_A = pH$

ومنطقة pH المحصورة بين $pK_{Ai} - 1$ و $pK_{Ai} + 1$ تسمى بمنطقة الانعطاف



V ـ المعايرة حمض ـ قاعدة

1 ـ تعريف

معايرة محلول حمض (أو قاعدة) هي تعيين تركيز الحمض المستعمل (أو القاعدة المستعملة) في هذا المحلول ، وذلك بإنجاز تفاعل حمض ـ قاعدة يسمى بتفاعل المعايرة .

شروط تفاعل المعايرة :

يجب أن يكون تفاعل المعايرة :

ـ كليا : يستهلك فيه المتفاعل المحد كليا .

ـ سريعا : ينتهي لحظيا أوبعد مدة قصيرة .

ـ انتقائيا : لا يتفاعل النوع المعاير المختار إلا مع النوع المعايَر .

2 ـ طريقة المعايرة

المعايرة الملوانية وهي تعتمد على تغير لون الخليط خلال التفاعل .

المعايرة بقياس المواصلة : وهي تعتمد على تتبع تطور موصلية الخليط خلال التفاعل.

المعايرة بقياس pH وهي تعتمد على تتبع تطور pH الخليط خلال التفاعل .

3 ـ التكافؤ

يتحقق التكافؤ خلال معايرة حمض ـ قاعدة ، عند اختفاء المتفاعلين (المعايَر والمعاير) حسب النسب الستوكيومترية أي نسب توافق المعاملات التناسبية الموافقة لمعدلة تفاعل المعايرة

مثلا أثناء معايرة محلول مائي لحمض A_1H بمحلول مائي لقاعدة A_2^- يحدث تفاعل بين حمض المزدوجة A_1H/A_1^- وقاعدة المزدوجة A_2H/A_2^- حسب المعادلة التالية :

$$A_1H(aq) + A_2^-(aq) \rightarrow A_2H(aq) + A_1^-(aq)$$

عند التكافؤ لدينا : $n(A_1H) = n(A_2^-)$

ملحوظة : أثناء المعايرة تتغير طبيعة المتفاعل المحد للتفاعل :

ـ قبل التكافؤ ، يكون المعاير متفاعلا محدا للتفاعل .

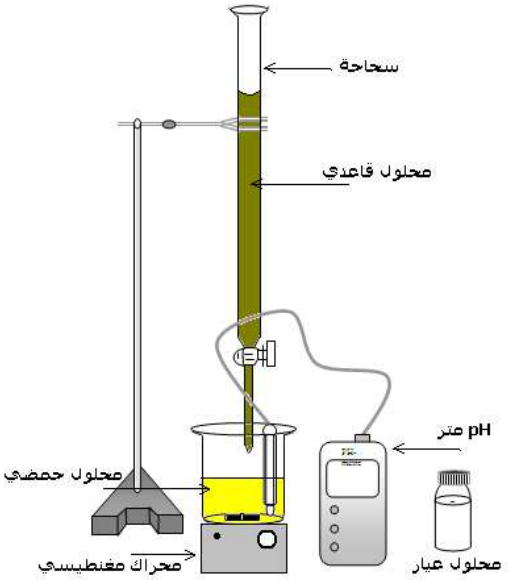
ـ بعد التكافؤ يكون المعايَر متفاعلا محدا للتفاعل .

4 ـ معلمة التكافؤ

نمعلم التكافؤ بالتغيير المفاجئ للمميزة الفيزيائية المتغيرة خلال التفاعل (لون المحلول ، pH ، الموصيلية) .

عند التكافؤ ، تكون كميتا المتفاعلين (المعايَر والمعاير) شبه منعدمة ، ويسمى حجم المحلول المعاير المضاف ، حجم التكافؤ ونرمز له ب V_E .

VI ـ المعايرة بقياس pH



1 ـ طريقة العمل .

لمعايرة حمض A بقاعدة B بقياس pH نتبع الخطوات التالية :

ـ نعين بواسطة ماصة حجما معينا V_A من المحلول المعايَر ذي تركيز مجهول مثلا ونصبه في كأس .

ـ نضيف إلى محتوى الكأس قليلا من الماء المقطر ونغمر فيه مجس جهاز pH ـ متر بعد ضبطه بواسطة محاليل عيارية، ثم نشغل المحراك المغنطيسي لجعل الخليط متجانسا .

ـ نملأ السحاحة المدرجة بالمحلول المعاير ذي تركيز معروف .

ـ نصب تدريجيا بواسطة السحاحة ، محلول المعاير ونقيس pH الخليط عند كل إضافة .

ـ ندون في جدول ، الحجم المضاف V_B من المحلول المعاير و pH الخليط عند كل إضافة ، ثم نخط المنحنى $pH=f(V_B)$.

2 ـ معايرة حمض بقاعدة

النشاط التجريبي 4: معايرة محلول حمض الإيثانويك بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم .

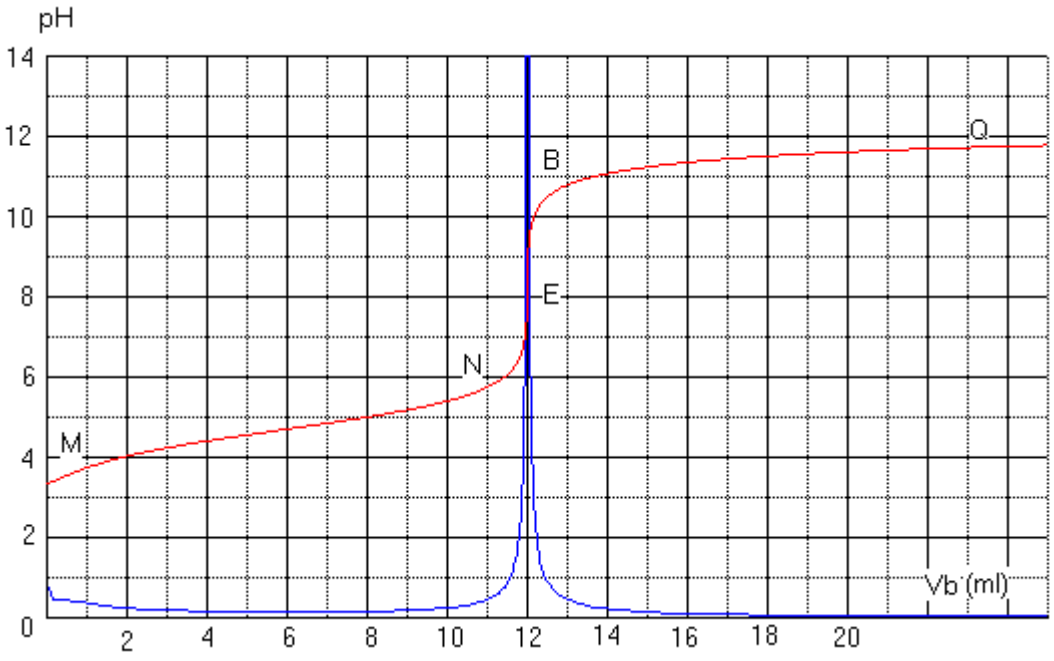
تجربة : في كأس يحتوي على $V_a=20ml$ من محلول حمض الإيثانويك تركيزه $C_a=10^{-2}mol/l$ ، نصب تدريجيا بواسطة سحاحة محلول الصودا تركيزه $C_b=10^{-2}$ ونقيس pH الخليط عند كل إضافة . ندون النتائج المحصل عليها في الجدول التالي :

$V_b(ml)$	0	2	4	6	8	12	16	18	18.5	19	19.5	20	20.5	21	21.5	22	24	26	28
pH	3.4	3.8	4.2	4.4	4.6	5	5.4	5.75	5.9	6.1	6.4	8.6	10.4	10.7	10.9	11	11.3	11.5	11.6

أ ـ معادلة تفاعل المعايرة :

$$CH_3COOH(aq)+HO^-(aq)\rightarrow CH_3COO^-(aq)+H_2O(\ell)$$

ب ـ منحى تغير pH : $pH = f(V_b)$



ـ المنحنى المحصل عليه يتكون من ثلاثة أجزاء :

* الجزء MN : $0<V_B<11m\ell$ يتغير pH قليلا لأن HO^- تختفي كليا . HO^- هو المتفاعل المحد .

* الجزء NB $11m\ell<V_B<13m\ell$ تغير مفاجئ ل pH يوافق تغير المتفاعل المحد . توجد في هذا الجزء نقطة انعطاف E تطابق نقطة التكافؤ .

* الجزء BQ $V_B>13m\ell$ يتغير pH قليلا ويتناهى إلى قيمة حدية أصبحت HO^- ولم يعد تحول كيميائي وصار المتفاعل المحد هو حمض الإيثانويك .

*

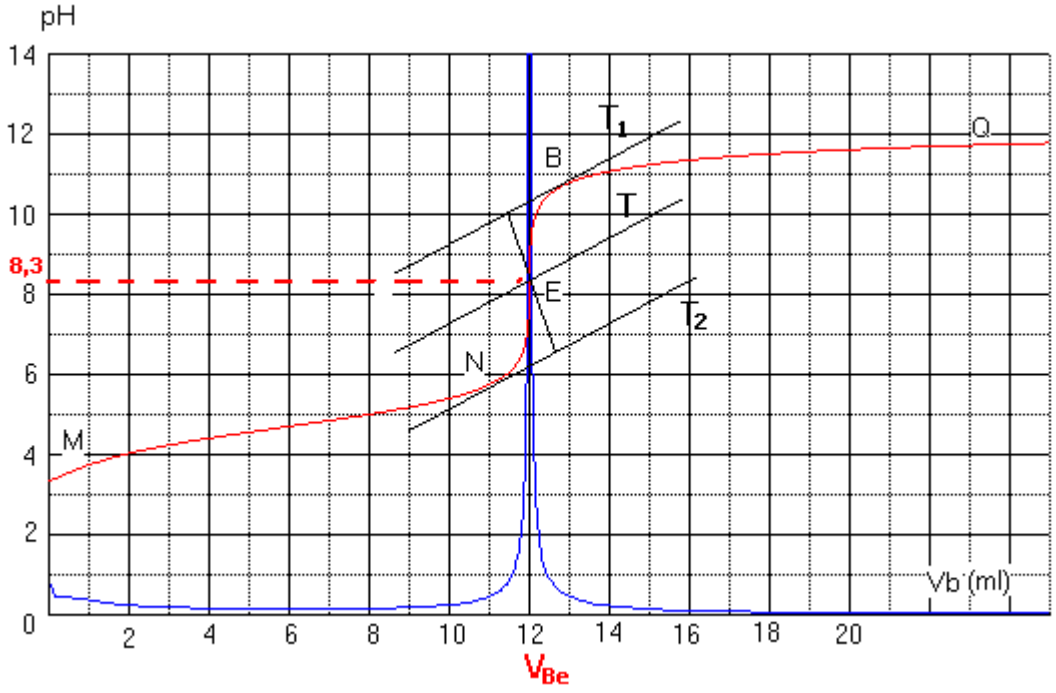
المعايرة عند التكافؤ نحصل على :

$$n(CH_3COOH) = n(HO^-) \Rightarrow C_A V_A = C_B V_B$$

ج ـ كيفية تحديد نقطة التكافؤ .

* طريقة المماسات :

يمكن تحديد نقطة التكافؤ E للمعايرة الحمضية القاعدية بطريقة هندسية تعتمد خط مماسين T_1 و T_2 للمنحنى $pH=f(V_B)$ متوازيين من جهتي المنطقة التي تضم نقطة التكافؤ ، ثم خط المستقيم T الموازي للمماسين ويوجد على نفس المسافة بينهما .



* طريقة الاشتقاق .

لتحديد نقطة التكافؤ يمكن كذلك استعمال مجدول ، خط المنحنى $\frac{dpH}{dV_b} = g(V_b)$ مشتقة الدالة $pH=f(V_b)$ بالنسبة للحجم المضاف V_b .

عند الأفصول V_{bE} ، حجم المحلول المعاير عند التكافؤ ، تكون قيمة المشتقة $\frac{dpH}{dV_b} = g(V_b)$ مطرافا (قيمة قصوى أو دنيا)

نلاحظ في الشكل أعلاه أن $\frac{dpH}{dV_b} = g(V_b)$ يأخذ قيمة قصوى عند الأفصول $V_E=V_{bE}=12m\ell$ ، و pH الخليط عند التكافؤ يساوي 8,3 .

V ـ المعايرة الملوانية

1 ـ مبدأ المعايرة الملوانية .

يمكن تحديد حجم التكافؤ V_E لمعايرة حمضية ـ قاعدية باستعمال كاشف ملون مناسب للمعايرة .

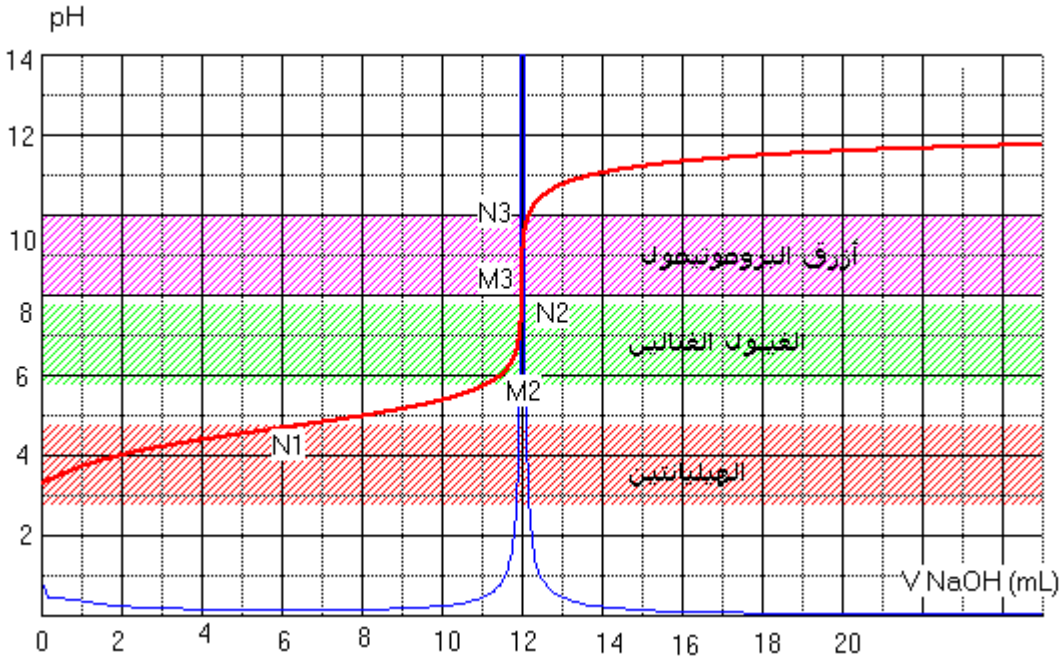
أثناء المعايرة الملوانية تتم معلمة التكافؤ بتغيير لون الكاشف الملون المضاف إلى المحلول المعايَر .

2 ـ اختيار الكاشف الملون لمعايرة حمضية ـ قاعدية .

لتحديد الكاشف الملون المناسب يجب تمثيل منـ

يمثل V حجم المحلول المعاير المضاف .

مثال : خلال معايرة حمض الإيثانويك بمحلول هيدروكسيد الصوديوم



نلاحظ من خلال المنحنى :

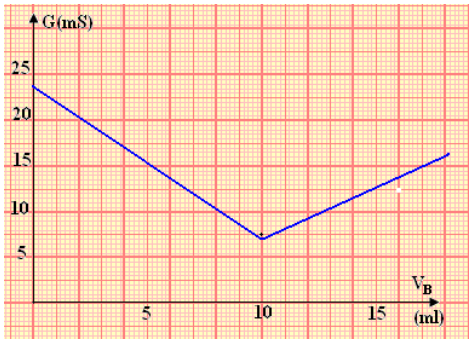
ـ أ، الهيليانتين ينتهي من الانعطاف عند N_1

ـ أزرق البروموتيمول يبدأ في الانعطاف عند النقطة M_2 وينتهي من لانعطاف عند النقطة N_2 .

ـ الفينول الفتالين يبدأ في الانعطاف عند النقطة M_3 وينتهي عند النقطة N_3 وأن منطقة انعطافه (8,2-10,0)تضم نقطة التكافؤ pH_E=8,3 أي أنه يمكن استعمال هذا الكاشف الملون للمعايرة .

خلاصة :

يكون كاشف ملون مناسبا لمعايرة حمضية ـ قاعدية ، إذا تضمنت منطقة انعطافه قيمة نقطة التكافؤ .



IV ـ تتبع معايرة حمض ـ قاعدة بقياس الموصلية .

لتتبع معايرة حمض ـ قاعدة بقياس الموصلية ، نرسم المبيان $\sigma = f(V)$ الذي يمثل تطور الموصلية σ بدلالة الحجم V للمحلول المضاف .

يوافق التكافؤ تقاطع الجزئين المستقيمين لهذا المنحنى .

VII ـ نسبة التقدم النهائي لتفاعل المعايرة الحمضية ـ القاعدية .

نعتبر تفاعل المعايرة الحمضية ـ القاعدية لحمض الإيثانويك بمحلول الصودا (التجربة السابقة)

معادلة التفاعل : $CH_3COOH(aq)+HO^-(aq)\rightarrow CH_3COO^-(aq)+H_2O(\ell)$

جدول الوصفي لتطور التفاعل :

الحالة	التقدم	$CH_3COOH(aq)$ +	$HO^-(aq)$	$\rightarrow CH_3COO^-(aq)$ +	$H_2O(\ell)$
البدئية	0	C_AV_A	C_BV_B	0	وفير
خلال التفاعل	x_f	$C_AV_A - x_f$	$C_BV_B - x_f$	x_f	وفير

لتكن V_B حجم محلول هيدروكسيد الصوديوم المضاف $V_B<V_{BE}$

في هذه الحالة المتفاعل المحد هو المتفاعل المعايِر ، أي أيونات الهيدروكسيد $^-$ وبالتالي فالتقدم الأقصى في هذه الحالة هو : $x_{max}=C_BV_B$

* يمكن قياس pH الخليط التفاعلي من تحديد التركيز $\left[HO^-\right]$ واستنتاج كمية مادة $n_f\left(HO^-\right)$:

$pH=-log\left[H_3O^+\right]$ و $Ke=\left[H_3O^+\right]\left[HO^-\right]$ و حسب الجدول الوصفي :

$$\left[HO^-\right]=\frac{C_BV_B-x_f}{V_A+V_B}\Rightarrow x_f=C_BV_B-(V_A+V_B).10^{(pH-pK_e)}$$

وبالتالي فإن نسبة التقدم النهائي هي :

$$\tau=_f\ \frac{C_BV_B-(V_A+V_B).10^{(pH-pK_e)}}{C_BV_B}$$

عند حساب نسبة التقدم لتفاعل المعايرة بالنسبة لحجوم V_B مختلفة وأصغر من V_{Be} نحصل على $\tau\simeq 1$

أي أن التحول لمقرون بتفاعل المعايرة ــ الحمضية القاعدية تحول كلي .

التحولات المقرونة بالتفاعلات حمض ـ قاعدة في محلول مائي
التمارين
السنة الثانية سلك بكالوريا علوم فيزيائية ورياضية .

تمرين 1

فينولات الصوديوم C_6H_5ONa مركب أيوني كثير الذوبان في الماء .

1 ـ أكتب معادلة تفاعل ذوبانه في الماء .

2 ـ علل الميزة القاعدية للمحلول المحصل ، باستعمال معادلة تفاعل الأيون $C_6H_5O^-$ مع الماء .

3 ـ نقيس pH محلول فينولات الصوديوم فنجد pH=11,3 .

أ ـ ما هو النوع المهيمن للمزدوجة $C_6H_5OH/C_6H_5O^-$ في هذا المحلول ؟

ب ـ أحسب النسبة $\frac{[C_6H_5O^-]}{[C_6H_5OH]}$

ج ـ حدد قيمة ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة هذا التفاعل عند 25°C .

نعطي $pK_A(C_6H_5OH/C_6H_5O^-)=10,0$ و $Ke=10^{-14}$

تمرين 2

ماء جافيل عبارة عن محلول مائي لكلورور الصوديوم وهيبوكلوريت الصوديوم حيث يكون أيون الهيبوكلوريت العنصر الكيميائي الفعال وهو القاعدة المرافقة لحمض الهيبوكلورو غير المستقر في الماء

1 ـ ما هي المزدوجة قاعدة/حمض التي ينتمي إليها العنصر الفعال في ماء جافيل . ؟

2 ـ انطلاقا من أي pH يمكن اعتبار أن العنصر الفعال في ماء جافيل مهيمن ؟ علل الجواب .

3 ـ أحسب النسبة $\frac{[C\ell O^-]_{éq}}{[C\ell OH]_{éq}}$ بالنسبة ل pH=7,5 .

(توافق هذه القيمة للpH ماء خالص أضيفت إليه قطرات من ماء جافيل المخفف)

4

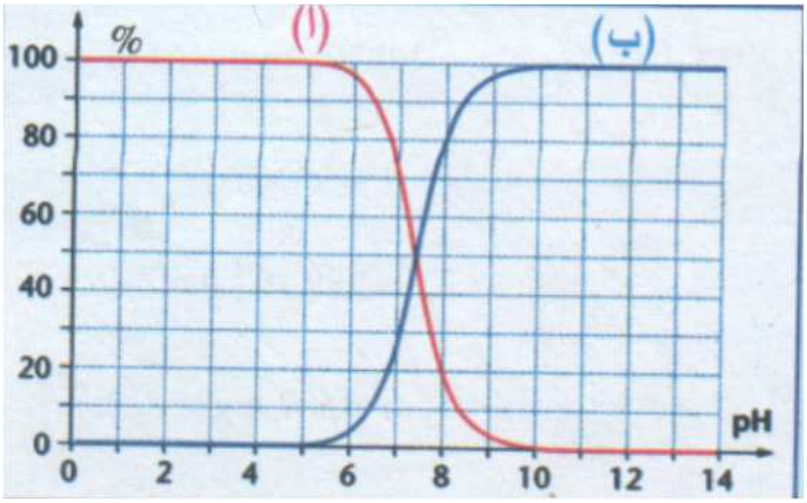
يكوّن ثنائي أوكسيد الكربون المذاب حمض المزدوجة $CO_2,H_2O/HCO_3^-(aq)$

4 ـ 1 ما المتفاعل المتدخل في هذا التفاعل ؟ أكتب معادلته .

4 ـ 2 حدد ثابتة التوازن K المقرونة بالمعادلة هذا التفاعل بدلالة K_{A_1} و K_{A_2}

نعطي: $pK_{A_1}(HC\ell O(aq)/C\ell O^-(aq))=7,3$ و $pK_{A_2}(CO_2,H_2O/HCO_3^-(aq))=6,4$

تمرين 3



1 ـ يبين الشكل جانبه مخطط توزيع حمض الهيبوكلورو أو تحت الكلوروز $HC\ell O(aq)$ وقاعدته المرافقة أيون تحت الكلوريت $HC\ell^-(aq)$.

1 ـ 1 حدد مبيانيا الثابتة pK_A للمزدوجة $HC\ell O(aq)/C\ell O^-$

1 ـ 2 استنتج مخطط هيمنة هذه المزدوجة 1 ـ 3 أي من المنحنيين(أ) و (ب) يوافق أيون الهيبوكلوريت ؟

1 ـ 4 أكتب معادلة تفاعل $HC\ell O(aq)$ مع الماء .

2 ـ نمزج حجما $V_1=20m\ell$ من محلول مائي S_1 من حمض تحت الكلوروز تركيزه $C_1=1,0.10^{-2}mol/\ell$ مع حجم $V_2=10m\ell$ من محلول S_2 لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه $C_2=C_1$. نقيس pH الخليط فنجد pH=7,3 .

نأخذ $pK_{A_1}(HC\ell O(aq)/C\ell O^-(aq))=7,3$.

2 ـ 1 أكتب معادلة تفاعل حمض تحت الكلوروز مع أيونات الهيدروكسيد .

2 ـ 2 أحسب الحاصل $\frac{[C\ell O^-]_{éq}}{[C\ell OH]_{éq}}$ في الخليط .

2 ـ 3 أنشئ جدول تطور التحول الكيميائي الحاصل ثم حدد التقدم النهائي لهذا التحول

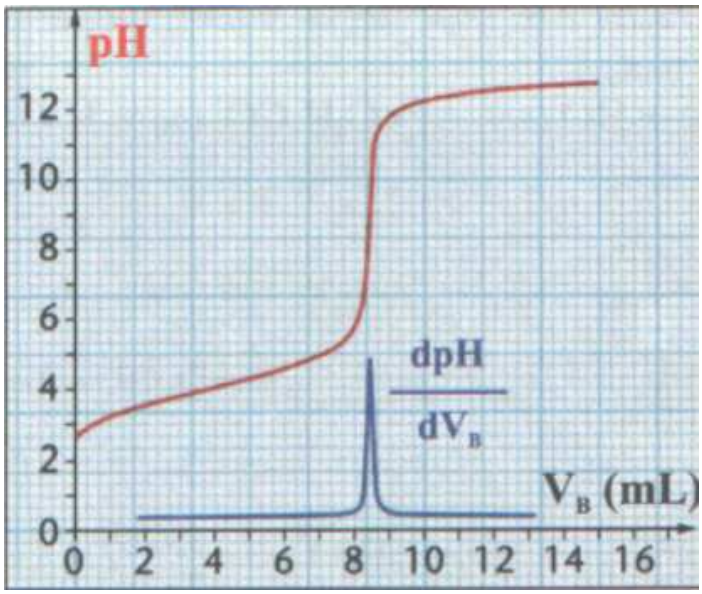
2 ـ 4

2 ـ 5 عبر عن ثابتة التوازن K المقرونة بتفاعل $HC\ell O(aq)$ مع HO^- بدلالة K_e و K_A ثابتة الحمضية للمزدوجة $HC\ell O(aq)/C\ell O^-$ ، ثم احسب K ، هل النتيجة تتوافق مع استنتاج السؤال 4 2 ؟

نعطي : $K_e=1,0.10^{-14}$.

تمرين 4

نعاير حجما $V_A=10,0m\ell$ من محلول حمض البنزويك $C_6H_5COOH(aq)$ تركيزه C_A بمحلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه $C_B=1,0.10^{-1}mol/\ell$. نضيف تدريجيا المحلول المعاير إلى المحلول المعايَر ، ونسجل قيمتي pH الخليط والحجم المضاف V_B عند كل إضافة . نمثل في الشكل أسفله المنحنيين $pH=f(V_B)$ و $\frac{dpH}{dV_B}=g(V_B)$.



1 ـ أكتب معادلة تفاعل المعايرة .

2 ـ حدد مبيانيا إحداثيتي نقطة التكافؤ E .

3 ـ ما العلاقة بين C_A و C_B و V_A و V_B ؟ استنتج قيمة التركيز C_A .

4 ـ باستعمال المنحنى $pH=f(V_B)$ ، حدد قيمة pH الخليط عند إضافة الحجم $V_B=4,0m\ell$ ، استنتج تركيز أيونات الهيدروكسيد HO^- المتبقية في الكأس ثم كمية مادتها .

حدد نسبة التقدم النهائي للتفاعل المعايرة بالنسبة ل $V_B=4,0m\ell$. استنتج .

5 ـ اقترح كاشفا ملونا لإنجاز هذه المعايرة من بيم الكواشف المدرجة في الدرس . علل هذا الاختيار .

نعطي الجداء الأيوني للماء : $K_e=10^{-14}$.

تمرين 5

حمض الأسكوربيك $C_6H_8O_6$ المعروف بالفيتامين C مختزل طبيعي يوجد في عدة خضر وفواكه ، نقصه في الجسم يعرض الشخص إلى الإصابة بداء الحفر scorbut . نجده في الصيدلة على شكل أقراص تحمل علبتها الإشارة " فيتامين C 500 أو C1000 "

I ـ نأخذ في كأس ، حجما $V_A=20,0m\ell$ من محلول حمض الأسكوربيك ، تركيزه $C_A=1,00.10^{-2}mol/\ell$ ، ونضيف إليه حجما V_B من محلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه $C_B=2,00.10^{-2}mol/\ell$.

1 ـ أكتب معادلة التفاعل الحاصل .

2 ـ عند 25°C يساوي الحجم V_B المضاف $5,0m\ell$ ويساوي pH الخليط المتفاعل 4,0 . استنتج التركيز $[H_3O^+]$ في الخليط .

3 ـ أحسب التركيز $[HO^-]$ في الخليط واستنتج كمية المادة $n_f(HO^-)$ في الخليط في حالته النهائية .

4 ـ أنشئ جدول تطور هذا التفاعل واحسب التقدم النهائي x_f للتفاعل . ماذا تستنتج ؟

II ـ نسحق قرصا من الفيتامين C500 في مدقة ونذيب المسحوق في قليل من الماء المقطر . نضع الناتج المحصّل في دورق معياري ($100m\ell$) ونملأه بالماء المقطر ونخلط جيدا فنحصل على محلول S . نأخذ حجما $V_A10,0m\ell$ من المحلول S ونعايره بمحلول هيدروكسيد الصوديوم تركيز المذاب فيه $C_B=2,00.10^{-2}mol/\ell$. باستعمال كاشف ملون مناسب ، نحصل على التكافؤ عند إضافة حجم $V_{BE}=14,4m\ell$ من المحلول المعاير .

1

2

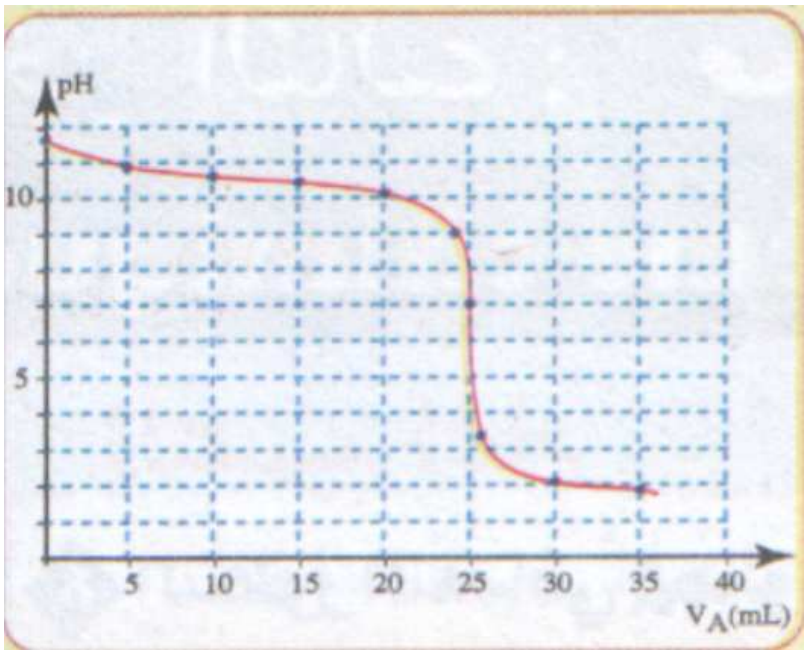
الكاشف الملون	أحمر المثيل	أزرق البروموثيمول	أحمر الكريزول
منطقة الانعطاف	6,2-4,2	7,6-6.0	8,8-7,2

3 ـ أحسب كمية مادة حمض الأسكوربيك في 100mℓ من المحلول المعاير .

4 ـ استنتج ب mg ، كتلة حمض الأسكوربيك في قرص من الفيتامين C500 . هل هذه النتيجة مطابقة لإشارة الصانع على علبة الأقراص ؟

معطيات الكتل المولية : M(O)=16g/mol, M(C)=12,0g/mol , M(H)=1g/mol

تمرين 6



نذيب كتلة m من مثيل أمين (جسم صلب أبيض صيغته $CH_3NH_2(s)$ في الماء المقطر عند 25°C للحصول على محلول S_B حجمه V=500mℓ وتركيزه المذاب C_B .

نأخذ من المحلول S_B عينة حجمها V_B=50,0mℓ ونعايرها بواسطة محلول S_A لحمض الكلوريدريك تركيزه المولي $\left[H_3O^+\right]_A = 1,0.10^{-1} mol/\ell$

وذلك بواسطة قياس ال pH بعد كل إضافة .

تمكن النتائج المحصلة من خط المنحنى $pH = f\left(V_A\right)$ التالي :

1 ـ ما الذي يدل على أن مثيل أمين قاعدة ؟

2 ـ أكتب المعادلة الكيميائية لتفاعل المعايرة .

نشير إلى أن تفاعل مثيل أمين مع الماء تفاعل غير كلي

3 ـ 1 حدد إحداثيتي نقطة التكافؤ E .

3 ـ 2 استنتج قيمة التركيز C_B ثم أحسب قيمة m .

4 ـ تحقق بواسطة قيمة pH المحلول S_B أن تفاعل مثيل أمين مع الماء تفاعل غير كلي .

5 ـ 1 حدد التقدم الأقصى x_{max} لتفاعل المعايرة عند إضافة الحجم V_A=10mℓ .

5 ـ 2 عبر بدلالة قيمة pH عن نسبة التركيزين $\frac{\left[CH_3NH_2\right]_f}{\left[CH_3NH_3^+\right]_f}$ عند إضافة الحجم VA=10,0mℓ ثم عبر عن هذه النسبة بدلالة x_f واستنتج قيمة x_f.

5 ـ 3 أحسب نسبة التقدم النهائي x_f لتفاعل المعايرة بالنسبة للحجم V_A=10,0mℓ .

5 ـ 4 أحسب ثابتة التوازن لتفاعل المعايرة . هل توافق قيمتها جواب السؤال السابق ؟

6 ـ 1 ما هي الأنواع الكيميائية المتواجدة في المحلول عند التكافؤ .

6 ـ 2 أحسب النسبة $\frac{\left[CH_3NH_2\right]_E}{\left[CH_3NH_3^+\right]_E}$ عند التكافؤ .

هل توافق النتيجة جواب السؤال السابق ؟

نعطي : عند 25°C

$pK_A\left(CH_3NH_3^+/CH_3NH_2\right)=10,7, pK_e=14 \quad M(H)=1g/mol, M(N)=14g/mol, M(C)=12g/mol$

التطور التلقائي لمجموعة كيميائية

I ـ تذكير بخارج التفاعل

1 ـ تعبير خارج التفاعل

نعتبر مجموعة كيميائية عند درجة حرارة T تخضع لتحول كيميائي نعبر عنه بالمعادلة الكيميائية التالية :

$$aA(aq)+bB(aq) \rightleftarrows cC(aq)+dD(aq)$$

نعبر عن خارج التفاعل المقرون بمعادلة التفاعل بالعلاقة التالية :

$$Q_r = \frac{[C]^c.[D]^d}{[A]^a.[B]^b}$$

نعبر عن التركيز $[X]$ ب mol/ℓ .

ملحوظة : لا تدخل النواع الكيميائية الصلبة والمذيب في تعبير خارج التفاعل .

عندما تكون المجموعة في توازن كيميائي يأخذ خارج التفاعل Q_r قيمة غير متعلقة بالتركيب البدئي للخليط ، قيمة ثابتة التوازن K

$$K = Q_{r,eq} = \frac{[C]_{eq}^{\ c}.[D]_{eq}^{\ d}}{[A]_{eq}^{\ a}.[B]_{eq}^{\ b}}$$

2 ـ قيمة خارج التفاعل عند التوازن .

تمرين تطبيقي 1

لدينا محلول مائي حجمه V يحتوي على ثنائي اليود $I_2(aq)$ وأيونات اليودور $I^-(aq)$ وأيونات ثيوكبريتات $S_2O_3^{2-}(aq)$ وأيونات رباعي ثيونات $S_4O_6^{2-}(aq)$.

يمكن أن تكون هذه المجموعة مقرا لتفاعل كيميائي معادلته هي :

$$I_2(aq)+2S_2O_3^{2-}(aq) \rightleftarrows 2I^-(aq)+S_4O_6^{2-}(aq)$$

التراكيز البدئية للأنواع الكيمائية الموجودة في هذه المجموعة :

$$[I_2]_0 = 0,20mol/\ell \qquad [S_2O_3^{2-}]_0 = 0,30mol/\ell$$

$$[I^-]_0 = 0,50mol/\ell \qquad [S_4O_6^{2-}]_0 = 0,020mol/\ell$$

1 ـ أعط تعبير خارج التفاعل المقرون بالمعادلة التفاعل الكيميائي .

حسب التعريف ، نكتب خارج التفاعل :

$$Q_r = \frac{[I^-]^2[S_4O_6^{2-}]}{[I_2][S_2O_3^{2-}]^2}$$

2 ـ أحسب قيمته

* في الحالة البدئية :

$$Q_r = \frac{[I^-]_0^{\ 2}[S_4O_6^{2-}]_0}{[I_2]_0[S_2O_3^{2-}]_0^{\ 2}} = \frac{(0,5)^2 0,02}{0,2.(0,3)^2} = 0,28$$

* عند اللحظة t حيث $[I_2]_t = 0,15mol/\ell$

الجدول الوصفي لتطور التقدم لهدا التفاعل والذي يعتبر تفاعل اكسدة ـ اختزال :

معادلة التفاعل الكيميائي		$I_2(aq)$ +	$2S_2O_3^{2-}(aq)$ ⇄	$2I^-(aq)$ +	$S_4O_6^{2-}(aq)$
الحالة	التقدم	التراكيز المولية الفعلية			
بداية التفاعل	0	0,20	0,30	0,50	0,02
خلال التفاعل	$\frac{x}{V}$	$0,20-\frac{x}{V}$	$0,30-\frac{2x}{V}$	$0,50+\frac{2x}{V}$	$0,02+\frac{x}{V}$

قيمة خارج التفاعل عند اللحظة t حيث $[I_2]_t = 0,15 mol/\ell$ هي :

$$Q_{r,t} = \frac{\left(0,50+\frac{2x}{V}\right)^2\left(0,02+\frac{x}{V}\right)}{\left(0,20-\frac{x}{V}\right).\left(0,30-\frac{2x}{V}\right)^2}$$

عند اللحظة t ، لدينا $[I_2]_t = 0,20-\frac{x}{V} = 0,15 mol/\ell \Rightarrow \frac{x}{V} = 0,05 mol$

نستنتج $Q_{r,t} = 4,2$

II ـ توقع تطور مجموعة كيميائية

تمرين تطبيقي : تحديد منحى تطور مجموعة

تتفاعل المزدوجتان $CH_3COOH(aq)/CH_3COO^-(aq)$ و $HCOOH(aq)/HCOO^-(aq)$ في الماء حسب المعادلة الكيميائية التالية :

$$CH_3COO^-(aq)+HCOOH(aq) \rightleftarrows CH_3COOH(aq)+HCOO^-(aq)$$

$$K_{A1}(HCOOH/HCOO^-) = 1,6.10^{-4}$$

$$K_{A2}(CH_3COOH/CH_3COO^-) = 1,6.10^{-5}$$

قيمة ثابتة التوازن المقرونة بهذا المعادلة الكيميائية عند 25°C هي $K = \frac{K_{A1}}{K_{A2}} = 10$

نمزج في ثلاث كؤوس A و B و C محلول حمض الإيثانويك ومحلول إيثانوات الصوديوم ومحلول حمض الميثانويك ومحلول ميثانوات الصوديوم لها التركيز نفسه $C = 1,0.10^{-1} mol/\ell$ وذلك حسب الحجوم المبينة في الجدول التالي :

	الكأس	A	B	C
محلول حمض الميثانويك	$V_1(m\ell)$	10,0	5,0	1,0
محلول ميثانوات الصوديوم	$V_2(m\ell)$	10.0	10,0	1,0
محلول حمض الإيثانويك	$V_3(m\ell)$	10,0	20,0	10,0
محلول لإيثانوات الصوديوم	$V_4(m\ell)$	10,0	1,0	1,0
	pH الخليط عند التوازن	4,2	3,7	3,8
	$\frac{[HCOO^-]_i}{[HCOOH]_i}$	1	2	1

0,1	0,05	1	$\frac{[CH_3COO^-]_i}{[CH_3COOH]_i}$	
10	40	1	$Q_{r,i}$	
1	0,8	2,5	$\frac{[HCOO^-]_{eq}}{[HCOOH]_{eq}}$	
0,1	0,08	0,25	$\frac{[CH_3COO^-]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}}$	
10	10	10	$Q_{r,eq}$	

استثمار :

1 ـ أحسب في الحالة البدئية قيمتي النسبتين $\frac{[CH_3COO^-]_i}{[CH_3COOH]_i}$ و $\frac{[HCOO^-]_i}{[HCOOH]_i}$ واستنتج قيم $Q_{r,i}$.

نعتب أن حجم الخليط بالنسبة لكل مجموعة هو : $V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$

لدينا التركيز البدئي للأنواع الكيميائية في كل مجموعة هو :

$$[HCOOH]_i = \frac{C.V_1}{V}, [HCOO^-]_i = \frac{C.V_2}{V}$$

$$[CH_3COOH]_i = \frac{C.V_3}{V}, [CH_3COO^-]_i = \frac{C.V_4}{V}$$

$$\frac{[HCOO^-]_i}{[HCOOH]_i} = \frac{V_2}{V_1}, \frac{[CH_3COO^-]_i}{[CH_3COOH]_i} = \frac{V_4}{V_3}$$

نستنتج قيمة $Q_{r,i}$:

$$Q_{r,i} = \frac{[CH_3COOH]_i.[HCOO^-]_i}{[CH_3COO^-]_i[HCOOH]_i} = \frac{V_3}{V_4}.\frac{V_2}{V_1}$$

النتائج : أنظر الجدول

2 ـ عبر ، عند التوازن ، عن النسبتين $\frac{[CH_3COO^-]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}}$ و $\frac{[HCOO^-]_{eq}}{[HCOOH]_{eq}}$

بدلالة $[H_3O^+]$ و K_A . أحسب هاتين النسبتين

بالنسبة للمزدوجة $HCOOH / HCOO^-$ لدينا أن

$$pH = pK_{A1} + \log\left(\frac{[HCOO^-]_{eq}}{[HCOOH]_{eq}}\right) \Rightarrow \frac{[HCOO^-]_{eq}}{[HCOOH]_{eq}} = 10^{pH-pK_{A1}}$$

$$pH = pK_{A2} + \log\left(\frac{[CH_3COO^-]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}}\right) \Rightarrow \frac{[CH_3COO^-]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}} = 10^{pH-pK_{A2}}$$

3 ـ استنتج قيمة خارج التفاعل في الحالة النهائية .

$$Q_{r,i}=\frac{[CH_3COOH]_{eq}.[HCOO^-]_{eq}}{[CH_3COO^-]_{eq}[HCOOH]_{eq}}=\frac{K_{A1}}{K_{A2}}=10$$

4 ـ ماذا يمكن أن نستنتج من مقارنة قيمة $Q_{r,i}$ مع ثابتة التوازن K بخصوص تطور المجموعة ؟

تمكن مقارنة خارج التفاعل $Q_{r,i}$ مع ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة التفاعل الكيميائي من توقع منحى التطور التلقائي للمجموعة في كل خليط .

في الكأس A : $Q_{r,i}=1<K$

لدينا $\frac{[HCOO^-]_{eq}}{[HCOOH]_{eq}}>\frac{[HCOO^-]_i}{[HCOOH]_i}$ أي أن النسبة $\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$ تتزايد .

لدينا كذلك $\frac{[CH_3COO^-]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}}<\frac{[CH_3COO^-]_i}{[CH_3COOH]_i}$ أي تتناقص النسبة $\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$ وبالتالي فالتفاعل

يحدث في منحى تكون أيونات الميثانوات وحمض الإيثانويك .

أي أن المجموعة في الكأس A تطورت في المنحى المباشر للمعادلة .

في الكأس B $Q_{r,i}=40>K$

لدينا حسب الجدول أن $\frac{[HCOO^-]_{eq}}{[HCOOH]_{eq}}<\frac{[HCOO^-]_i}{[HCOOH]_i}$ أي أن النسبة $\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$ تتناقص

لدينا كذلك $\frac{[CH_3COO^-]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}}>\frac{[CH_3COO^-]_i}{[CH_3COOH]_i}$ أي تتزايد النسبة $\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$ وبالتالي فالتفاعل

يحدث في منحى تكون حمض الميثانويك وأيونات الإيثانوات أي أن المجموعة B تتكور في المنحى غير المباشر للمعادلة الكيميائية .

في الكأس C $Q_{r,i}=10=K$

لدينا حسب الجدول أن $\frac{[HCOO^-]_{eq}}{[HCOOH]_{eq}}=\frac{[HCOO^-]_i}{[HCOOH]_i}$ و كذلك $\frac{[CH_3COO^-]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}}=\frac{[CH_3COO^-]_i}{[CH_3COOH]_i}$

في هذه الحالة لا تتغير تراكيز الأنواع الكيميائية أي أن المجموعة لا تتطور .

خلاصة :

تتطور مجموعة كيميائية وفق المنحى الذي يجعل خارج التفاعل يؤول نحو ثابتة التوازن

كيف يمكن تحديد المنحى التلقائي لمجموعة كيميائية ؟

نحسب خارج التفاعل في الحالة البدئية ونقارنه مع ثابتة التوازن K .

تكون لدينا ثلاث حالات :

ـ إذا كان $Q_{r,i}<K$

ـ إذا كان $Q_{r,i}>K$ تتطور المجموعة تلقائيا في المنحى غير المباشر .

ـ إذا كان $Q_{r,i}=K$ تكون المجموعة في توازن كيميائي (ليس هناك تطور)

التطور التلقائي لمجموعة كيميائية
أنشطة وتمارين

تمرين تطبيقي 1

لدينا محلول مائي حجمه V يحتوي على ثنائي اليود $I_2(aq)$ وأيونات اليودور $I^-(aq)$ وأيونات ثيوكبريتات $S_2O_3^{2-}(aq)$ وأيونات رباعي ثيونات $S_4O_6^{2-}(aq)$.

يمكن أن تكون هذه المجموعة مقرا لتفاعل كيميائي معادلته هي :

$$I_2(aq)+2S_2O_3^{2-}(aq)\rightleftarrows 2I^-(aq)+S_4O_6^{2-}(aq)$$

التراكيز البدئية للأنواع الكيمائية الموجودة في هذه المجموعة :

$$\left[S_2O_3^{2-}\right]_0=0,30mol/\ell \qquad \left[I_2\right]_0=0,20mol/\ell$$

$$\left[S_4O_6^{2-}\right]_0=0,020mol/\ell \qquad \left[I^-\right]_0=0,50mol/\ell$$

1 ـ أعط تعبير خارج التفاعل المقرون بالمعادلة التفاعل الكيميائي .

2 ـ أحسب قيمته

2 ـ 1 في الحالة البدئية

2 ـ 2 عند اللحظة t حيث $\left[I_2\right]_t=0,15mol/\ell$

<u>تمرين تطبيقي 2: تحديد منحى تطور مجموعة</u>

تتفاعل المزدوجتان $CH_3COOH(aq)/CH_3COO^-(aq)$ و $HCOOH(aq)/HCOO^-(aq)$ في الماء حسب المعادلة الكيميائية التالية :

$$CH_3COO^-(aq)+HCOOH(aq)\rightleftarrows CH_3COOH(aq)+HCOO\ (aq)$$

$$K_{A1}(HCOOH/HCOO^-)=1,6.10^{-4}$$

$$K_{A2}(CH_3COOH/CH_3COO^-)=1,6.10^{-5}$$

قيمة ثابتة التوازن المقرونة بهذا المعادلة الكيميائية عند 25°C هي $K=\frac{K_{A1}}{K_{A2}}=10$

نمزج في ثلاث كؤوس A و B و C محلول حمض الإيثانويك ومحلول إيثانوات الصوديوم ومحلول حمض الميثانويك ومحلول ميثانوات الصوديوم لها التركيز نفسه $C=1,0.10^{-1}mol/\ell$ وذلك حسب الحجوم المبينة في الجدول التالي :

	الكأس	A	B	C
محلول حمض الميثانويك	$V_1(m\ell)$	10,0	5,0	1,0
محلول ميثانوات الصوديوم	$V_2(m\ell)$	10.0	10,0	1,0
محلول حمض الإيثانويك	$V_3(m\ell)$	10,0	20,0	10,0
محلول لإيثانوات الصوديوم	$V_4(m\ell)$	10,0	1,0	1,0
	pH الخليط عند التوازن	4,2	3,7	3,8
	$\frac{\left[HCOO^-\right]_i}{\left[HCOOH\right]_i}$			
	$\frac{\left[CH_3COO^-\right]_i}{\left[CH_3COOH\right]_i}$			

			$Q_{r,i}$	
			$\frac{\left[HCOO^-\right]_{eq}}{\left[HCOOH\right]_{eq}}$	
			$\frac{\left[CH_3COO^-\right]_{eq}}{\left[CH_3COOH\right]_{eq}}$	
			$Q_{r,eq}$	

استثمار :

1 ـ أحسب في الحالة البدئية قيمتي النسبتين $\frac{\left[CH_3COO^-\right]_i}{\left[CH_3COOH\right]_i}$ و $\frac{\left[HCOO^-\right]_i}{\left[HCOOH\right]_i}$ واستنتج قيم $Q_{r,i}$.

نعتبر أن حجم الخليط بالنسبة لكل مجموعة هو : $V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$

2 ـ عبر ، عند التوازن ، عن النسبتين $\frac{\left[CH_3COO^-\right]_{eq}}{\left[CH_3COOH\right]_{eq}}$ و $\frac{\left[HCOO^-\right]_{eq}}{\left[HCOOH\right]_{eq}}$

بدلالة $\left[H_3O^+\right]$ و K_A . أحسب هاتين النسبتين

3 ـ استنتج قيمة خارج التفاعل في الحالة النهائية .

4 ـ ماذا يمكن أن نستنتج من مقارنة قيمة $Q_{r,i}$ مع ثابتة التوازن K بخصوص تطور المجموعة ؟

تمرين 3

نعتبر مجموعة كيميائية تتكون من الزنك Zn والألومينيوم $A\ell$ ، وأيونات الزنك Zn^{2+} بتركيز $C = 0{,}15 mol/\ell$ وأيونات الألومينيوم $A\ell^{3+}$ بتركيز $C' = 2.10^{-3} mol/\ell$.

يمكن أن يحدث تفاعل أكسدة واختزال معادلته :

$$2A\ell(s) + 3Zn^{2+}(aq) \rightleftarrows 2A\ell^{3+}(aq) + 3Zn(s)$$

ثابتة التوازن لهذا التفاعل $K = 4.10^{93}$.

1 ـ أعط تعبير خارج التفاعل الموافق للمعادلة .

2 ـ كيف ستتطور المجموعة تلقائيا ؟ علل جوابك

3 ـ نفس السؤال في حالة $C = 2.10^{-8} mol/\ell$ و $C' = 1{,}0 mol/\ell$

تمرين 4

لتكن المجموعة الكيميائية التالية ، المحصلة بمزج :

ـ $V_1 = 15{,}0 m\ell$ من محلول يحتوي على أيونات الفورميات $HCOO^-(aq)$ تركيزه $C_1 = 0{,}15 mol/\ell$

ـ $V_2 = 15{,}0 m\ell$ من محلول حمض النتروز HNO_2 تركيزه $C_2 = 0{,}20 mol/\ell$

ـ $V_3 = 10{,}0 m\ell$ من محلول حمض الفورميك $HCOOH$ تركيزه $C_3 = 0{,}10 mol/\ell$

ـ $V_4 = 10{,}0 m\ell$ من محلول يحتوي على أيونات النتريت NO_2^- تركيزها $C_4 = 0{,}10 mol/\ell$

نعتبر معادلة التفاعل حمض ـ قاعدة التالية :

$$HCOO^-(aq) + HNO_2(aq) \rightleftarrows HCOOH(aq) + NO_2^-(aq)$$

1 ـ حدد التراكيز البدئية للأنواع المتواجدة في الخليط قبل بداية التطور .

2 ـ أعط تعبير الحرفي لخارج التفاعل . أحسب قيمته :

2 ـ 1 في الحالة البدئية

2 ـ 2 أثناء التطور عندما يصبح $\left[HCOO^-\right] = 0{,}020 mol/\ell$

2 ـ 3 في أي منحى تتطور المجموعة ؟

تمرين 5

يستعمل حمض الكلوريدريك في المسابيح لضبط ال pH ، أما تحت كلوريت الصوديوم فهو يستعمل كمظهر .

تتم باستمرار مراقبة pH ماء المسبح بواسطة مجس ويتم ضبطه أوتوماتيكيا بضخ المنتوج المصحح ، بحيث يبقى pH في مستواه العادي $(7,2-7,6)$.

1 ـ خلال مراقبة ال pH قاس المجس القيمة $pH=8,5$ ، تؤدي هذه القيمة إلى التهاب العين .

عين في هذه الحالة النوع المهيمن بالنسبة للمزدوجة $HC\ell O / C\ell O^-$.

2 ـ أحسب الخارج $\frac{\left[C\ell O^-\right]_i}{\left[HC\ell O\right]_i}$ لحظة هذه المراقبة .

3 ـ لإرجاع pH إلى قيمته العادية تم ضخ $0,10mol$ من حمض الكلوريدريك في ماء المسبح . معادلة التفاعل الحاصل هي :

$$C\ell O^-(aq)+H_3O^+(aq)\rightleftarrows HC\ell O(aq)+H_2O(\ell)$$

أحسب ثابتة التوازن المقرونة بهذا التفاعل .

4 ـ الحالة البدئية للمجموعة هي كالتالي :

ـ حجم ماء المسبح $V=1,0.10^5\ell$ ،

ـ يحتوي ماء المسبح على 0,10mol من أيونات الأوكسونيوم H_3O^+

ـ الخارج $\frac{\left[C\ell O^-\right]_i}{\left[HC\ell O\right]_i}$ هو الذي تم حسابه في السؤال ـ 2 ـ

4 ـ 1 أحسب خارج التفاعل في الحالة البدئية

4 ـ 2 حدد منحى تطور المجموعة بتطبيق معيار التطور التلقائي .

4 ـ 3 بين أن pH ماء المسبح يتناقص .

التحولات التلقائية في الأعمدة

I ـ الانتقال التلقائي للإلكترونات

1 ـ الانتقال التلقائي للإلكترونات بين أنواع كيميائية مختلطة .

ـ الدراسة التجريبية :

نمزج في كأس :

ـ $V = 20m\ell$ من محلول مائي لكبريتات النحاس II تركيزه المولي $C = 1,0mol/\ell$

ـ $V' = 20m\ell$ من محلول مائي لكبريتات الزنك II تركيزه المولي $C' = 1,0mol/\ell$

نغمر في الخليط صفيحة من النحاس وأخرى من الزنك

1 ـ ماذا نلاحظ ؟

توضع فلز النحاس على صفيحة الزنك واختفاء تدريجي للون الأزرق للمحلول .

2 ـ هل ما يلاحظ يتوافق مع منحى التطور التلقائي المتوقع ؟

نكتب أنصاف المعادلة الموافقة للمزدوجتين الأكسدة واختزال ،

$$\begin{cases} Cu^{2+}/Cu & Cu^{2+}(aq)+2e^- = Cu(aq) \\ Zn^{2+}/Zn & Zn(s) = Zn^{2+}(aq)+2e^- \end{cases}$$

المعادلة الحصيلة لهذا التفاعل : $Cu^{2+}(aq)+Zn(s) \rightleftarrows Zn^{2+}(aq)+Cu(s)$

بحيث أن ثابتة التوازن المقرونة بهذا التفاعل : $K = 4.10^{36}$

تعبير خارج التفاعل عند بداية التفاعل : $Q_{r,i} = \dfrac{[Zn^{2+}]_i}{[Cu^{2+}]_i} = \dfrac{\frac{n_i(Zn^{2+})}{V+V'}}{\frac{n_i(Cu^{2+})}{V+V'}} = \dfrac{C'V'}{CV} = 1$ وبالتالي فإن

$$Q_{r,i} < K$$

توضع النحاس وتكون أيونات الزنك وهذا ما تؤكده التجربة .

3 ـ أين يحدث انتقال الإلكترونات خلال هذا التفاعل للأكسدة ـ اختزال ؟

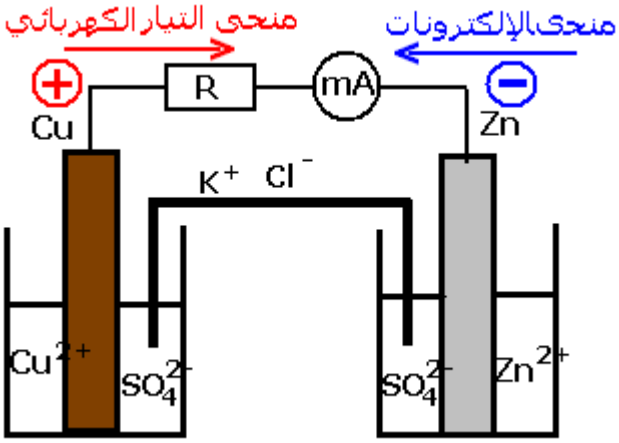
يحدث هذا الانتقال في نفس الخليط الموجود في الكأس أي أن هناك تماس بين الأنواع الكيميائية مما يجعل انتقال الإلكترونات ممكنا .

2 ـ الانتقال التلقائي للإلكترونات بين أنواع كيميائية منفصلة .

هل يمكن إنجاز انتقال الإلكترونات بين مؤكسد ومختزل دون أن يكونا في تماس مباشرة ؟

النشاط التجريبي 2 : تفاعل أكسدة ـ اختزال بين أنواع كيميائية منفصلة .

نغمر صفيحة من النحاس في كأس يحتوي على $V = 20m\ell$ من محلول مائي لكبريتات النحاس II تركيزه المولي $C = 1,0mol/\ell$.



في كأس ثاني يحتوي على $V' = 20m\ell$ محلول مائي لكبريتات الزنك II تركيزه $C' = 1,0mol/\ell$ ،

نغمر صفيحة من الزنك .

نصل المحلولين بشريط من ورق الترشيح مبلل بمحلول كلورور البوتاسيوم $K^+(aq)+C\ell^-(aq)$

نصل الصفيحتين الفليزتين بجزء دارة تحتوي على مليئميرمتر وموصل أومي مقاومته $R = 10\Omega$ وقاطع التيار . أنظر الشكل ، ثم نغلق قاطع التيار .

استثمار :

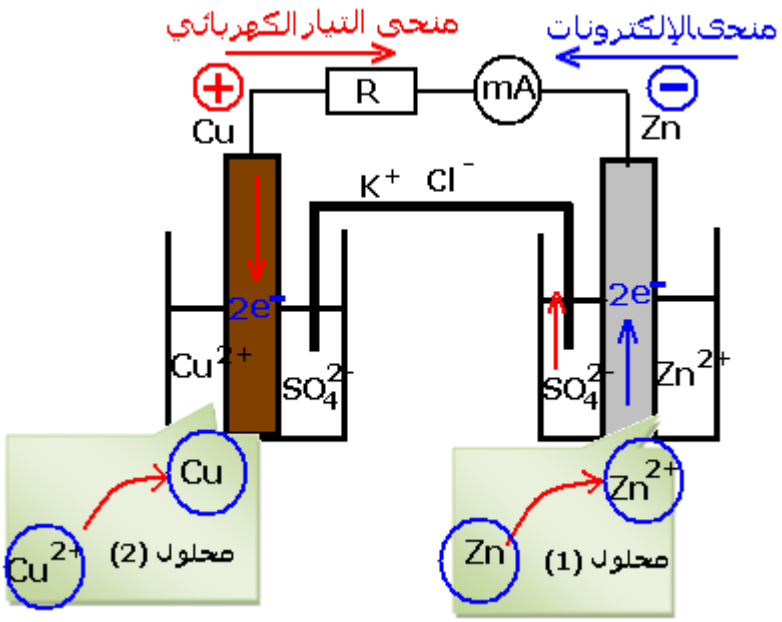
1 ـ حدد حملات الشحنة الكهربائية المسؤولة عن مرور التيار الكهربائي في هذه الدارة ؟

حملات الشحنة المسؤولة عن مرور التيار في هذه الدارة هي :

ـ الإلأكترونات في الصفيحتين وفي أسلاك الربط والموصل الأومي والميليئمبيرمتر .
ـ الأيونات المتوحدة في المحلولين .
2 ـ حدد منحى التيار الكهربائي المشار من طرف المليئمبيرمتر .
التيار الكهربائي يمر من خارج المحلولين من صفيحة النحاس نحو صفيحة الحديد.
3 ـ استنتج منحى انتقال مختلف حملة الشحنة الكهربائية .
تنتقل الإلكترونات خارج المحلولين في المنحى المعاكس لمنحى التيار الكهربائي أي من صفيحة الزنك نحو صفيحة النحاس . وتنتقل الأيونات في المحلولين كالتالي :
تنتقل الأيونات Cu^{2+}, Zn^{2+}, K^{+} في منحى التيار الكهربائي .
تنتقل الأيونات $C\ell^{-}, SO_4^{2-}$ في المنحى المعاكس لمنحى التيار .
4 ـ ماذا يحدث على مستوى التماس فلز ـ محلول في الصفيحتين ؟
على مستوى التماس بين الف
على الشكل التالي :
ـ على مستوى صفيحة الزنك ، تحرر
حسب نصف المعادلة التالية : $Zn(s) = Zn^{2+}(aq) + 2e^{-}$
ـ على مستوى صفيحة النحاس تستهلك الإلكترونات نتيجة اختزال أيون النحاس
المعادلة التالية : $Cu^{2+}(aq) + 2e^{-} = Cu(s)$
5 ـ قارن التطور التلقائي لهذه المجموعة مع تطور المجموعة في النشاط الأول .
نفس التطور السابق أي نحصل على المعادلة التالية :

$$Cu^{2+}(aq) + Zn(s) \rightarrow Cu(s) + Zn^{2+}(aq)$$

يلاحظ أنه حدث فعلا انتقال الإلكترونات من فلز الزنك إلى أيونات النحاس II وهما في غير تماس مباشر، والسلك الرابط بين الفليزين هو الذي سمح بانتقال الإلكترونات .



6 ـ ما هو دور القنطرة الأيونية ؟
دور القنطرة الأيونية هو فصل المتفاعلين مع السماح بهجرة الأيونات لضمان الحياد الكهربائي للمحلول ومرور التيار الكهربائي .
تفسير : عند مرور التيار الكهربائي تزداد الأيونات Zn^{2+} في المحلول (1) حسب نصف المعادلة التالية :
$Zn(s) = Zn^{2+}(aq) + 2e^{-}$ ، بينما تنقص أيونات Cu^{2+} في المحلول (2) لكي يكون هناك توازن على مستوى الشحن تهاجر الأيونات SO_4^{2-} من المحلول (2) نحو المحلول (1)

3 ـ خلاصة :

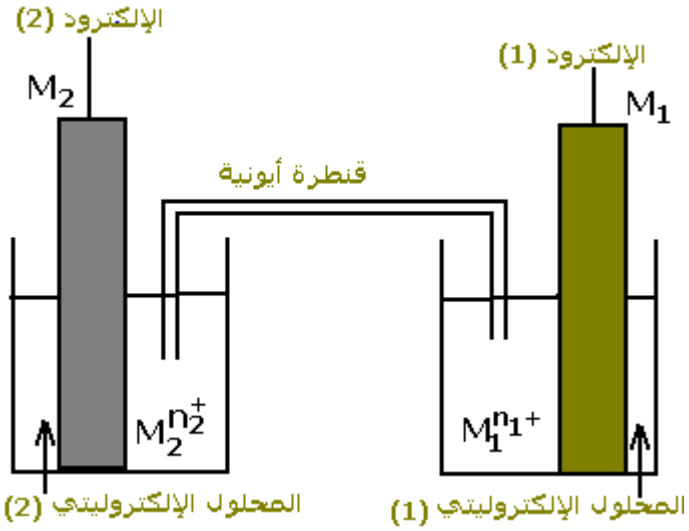
يمكن أن يحدث انتقال تلقائي للإلكترونات بين الأنواع الكيميائية لمزدوجتين مختزل منفصلة (عند ربط الفليزين بموصل كهربائي ووصل المحلولين قيما بينهما بقنطرة أيونية)

II ـ تكوين واشتغال عمود

1 ـ تكوين عمود

يتكون عمود ، عموما ، من :

ـ صفيحتين فليزيتين M_1 و M_2 الأولى مغمورة في محلول يحتوي على الكاتيون الموافق $M_1^{n_1+}$ ، والثانية مغمورة في محلول يحتوي على الكاتيون الموافق $M_2^{n_2+}$.



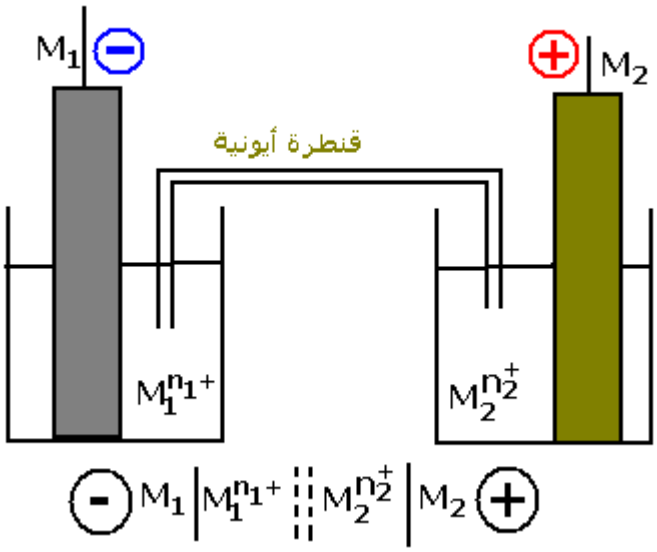
ـ قنطرة أيونية ، تصل المحلولين فيما بينهما .
نسمي M_1 و M_2 الإلكترودان اللذان يكونان قطبي العمود . وسمي المحلولان المحتويان على الكاتيونات $M_1^{n_1+}$ و $M_2^{n_2+}$ بالمحلولين الإلكتروليتين .
يسمى العمود زنك ـ نحاس بعمود دانييل نسبة إلى مخترعه John Daniell .

2 ـ اشتغال العمود

المزدوجتان المتدخلتان خلال اشتغال العمود هما : $M_1^{n_1+}/M_1$ و $M_2^{n_2+}/M_2$ حيث M_1 و M_2 يلعبان دور المختزل .

ـ M_1 المكون للقطب السالب يتأكسد إلى أيونات $M_1^{n_1+}$ حسب نصف المعادلة : $M_1 = M_1^{n_1+} + n_1e^-$
هذه الأكسدة هي التي تمنح الإلكترونات إلى الدارة الخارجية .
ـ الكاتيون $M_2^{n_2+}$ الموجودة في المحلول الذي غمر فيه الفلز المكون للقطب الموجب M_2 ، يختزل حسب نصف المعادلة التالية :

$$M_2^{n_2+} + n_2e^- = M_2$$



حيث ترد الإلكترونات اللازمة لهذا الاختزال من الدارة الخارجية أي أنه خلال اشتغال العمود يحدث تفاعل أكسدة واختزال ننمذج معادلته الكيميائية على الشكل التالي :

$$n_2M_1 + n_1M_2^{n_2+} \rightarrow n_1M_2 + n_2M_1^{n_1+}$$

يمثل هذا العمود بالتبيانة اصطلاحية التالية :

$$\ominus M_1(s)\left|M_1^{n_1+}(aq)\right|\!\!\left|M_2^{n_2+}(aq)\right|M_2(s)\oplus$$

يسمى الإلكترود السالب الذي تحدث على مستواه أكسدة الفلز M_1 ، الأنود .

يسمى الإلكترود الموجب الذي تحدث على مستواه اختزال الكاثيون $M_2^{n_2+}$ ، الكاثود

تسمى المقصورة التي تحتوي على الفلز والكاتيون الموافق له بنصف العمود .

3 ـ مميزات عمود

يتميز العمود مثل كل مولد بالمميزات التالية :
ـ ثنائي قطب ، أي يتوفر على قطب موجب (P) وقطب سالب (N)
ـ قوة كهرمحركة E ويعبر عنها بالفولط
ـ مقاومة داخلية r
يطبق قانون أوم بين مربطي العمود $U_{PN} = E - rI$

* نحدد قطبية العمود وشدة التيار الكهربائي بواسطة أمبيرمتر (النشاط التجريبي الثاني يمكن من قياس شدة التيار الكهربائي المار في العمود I)
* نحدد قطبية العمود والقوة الكهرمحركة بواسطة قولطمتر :

نقيس التوتر بين مربطي العمود عندما لا يمر فيه أي تيار كهربائي ، $U = E - rI$ بما أن $I = 0$ فإن $U = E$ وحسب إشارة التوتر المقاس يمكن من تحديد قطبية العمود .

* يمكن كذلك تحديد القوة الكهرمحركة E والمقاومة الداخلية لعمود من خلال مميزته (أنظر السنة جدع علوم مشترك)

III ـ التطور التلقائي لمجموعة مكونة لعمود .

لقد تم التوصل في النشاط التجريبي (2) أن معادلة اشتغال العمود تكتب على الشكل التالي :

$$Cu^{2+}(aq) + Zn(s) \rightarrow Cu(s) + Zn^{2+}(aq)$$

قيمة ثابتة التوازن المقرونة بهذا التفاعل هي : $K = 4,0.10^{36}$

نحسب خارج التفاعل في الحالة البدئية : $Q_{r,i} = \dfrac{\left[Zn^{2+}(aq)\right]_i}{\left[Cu^{2+}(aq)\right]_i} = \dfrac{C'}{C} = 1$

بما أن $Q_{r,i} < K$

الكهربائية ويتطور هذا التفاعل إلى أن يصل إلى حالة التوازن حيث $Q_{r,i} = K$.

يمكّن منحى التطور المتوقع من معرفة منحى التفاعلين الممكنين على مستوى الإلكترودين بالنسبة للدارسة التي قمنا بها :

في نصف العمود Cu^{2+} / Cu : $Cu^{2+} + 2e^- = Cu$

في نصف العمود Zn^{2+} / Zn : $Zn = Zn^{2+} + 2e^-$

أي تنتقل الإلكترونات خارج العمود من إلكترود الزنك نحو إلكترود النحاس . ومنه نستنتج أن منحى التيار التيار داخل وخارج العمود .

خلاصة :

يكون العمود أثناء الاشتغال ، مجموعة في غير حالة التوازن . (التقدم x يزداد ، وخارج التفاعل Q_r يزداد كذلك و $I \neq 0$)

تتطور المجموعة حسب معيار التطور التلقائي

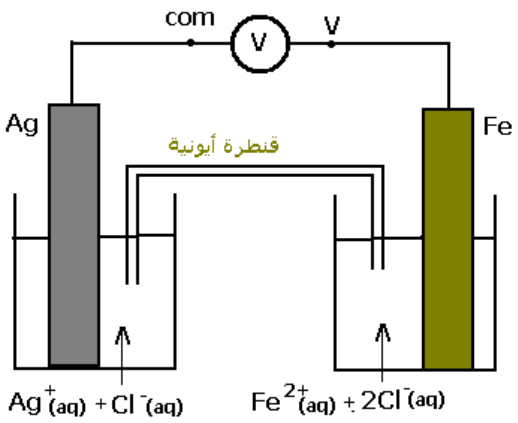
عند التوازن يكون العمود مستهلَكا أي ليس بإمكانه إنتاج أو توليد التيار الكهربائي ($x = x_{eq}$ و $Q_{r,eq} = K$ أي أن $I = 0$)

تمرين تطبيقي :

ننجز العمود الممثل جانبه :

محلول كلورور الفضة حجمه $V = 50,0m\ell$ وتركيزه المولي $C = 0,20mol/\ell$ ؛ محلول كلورور الحديد II حجمه $V' = 50,0m\ell$ وتركيزه المولي $C' = 0,10mol/\ell$.

القنطرة الأيونية الملحية من محلول مائي لنترات البوتاسيوم $K^+(aq) + NO_3^-(aq)$ ، يشير الفولطمتر إلى توتر سالب .



1 ـ أعط التبيانة الاصطلاحية لهذا العمود .

2 ـ أكتب معادلتي التفاعلين الذين يحدثان على مستوى الإلأكترودين .

3 ـ حدد منحى انتقال مختلف حملة الشحن الكهربائية

4 ـ ما هو دور القنطرة الأيونية ؟

5

IV ـ الدراسة الكمية لعمود .

1 ـ كمية الكهرباء القصوى الممكن تمريرها من طرف عمود .

تعريف :

تساوي كمية الكهرباء القصوى Q_{max} ، المتدخلة خلال اشتغال مولد كهركيميائي ، القيمة المطلقة للشحنة الكلية للإلكترونات المنتقلة .

$$Q_{max} = n(e^-).N_A.|-e| = n(e^-).F$$

نعرف القيمة المطلقة لشحنة مول واحد من الإلكترونات بالفرادي ونرمز له ب F أي أن $1F = N_A.|-e|$

$$F = 6,02.10^{23} \times 1.6.10^{-19} = 9,65.10^4 .C.mol^{-1}$$

(تذكير : نعلم أنه خلال المدة الزمنية Δt يمر من المقطع S لموصل كهربائي يمر فيه تيار كهربائي مستمر ، N إلكترون . شحنة كل إلكترون هي $-e$. مجموع الشحن التي تجتاز المقطع S هي : $N.(-e)$ ، نعرف كمية الكهرباء القصوية التي تجتاز المقطع S خلال المدة الزمنية القصوية Δt_{max} بالعلاقة التالية : $Q_{max} = |N.(-e)| = N.e$

إذا انتقلت $n(e^-)$ مول إلكترون خلال Δt_{max} فإن كمية الكهرباء في هذه الحالة ستكون :

($Q_{max} = n(e^-).N_A.|-e| = n(e^-).F$ وبالتالي فستكون العلاقة هي : $n(e^-) = \frac{N}{N_A} \Rightarrow N = n(e^-).N_A$

وحسب تعريف شدة التيار الكهربائي الذي ينتجه العمود خلال المدة الزمنية Δt_{max} ، $Q_{max} = I.\Delta t_{max}$

تسمى Q_{max} كذلك **سعة العمود**

2 ـ حالة تفريغ جزئي .

العمود خزان للطاقة الكهربائية يمكن أن تستهلك هذه الطاقة دفعة واحدة أو في أغلب الحالات تستهلك جزئيا عندما يمرر العمود شحنة كهربائية عبر الدارة خلال مدة زمنية Δt ، دون أن يصل إلى حالة التوازن أي أن التافعل يحدث بتقدم $x < x_f$ ونعبر في هذه الحالة عن كمية الكهرباء الممررة خلال المدة Δt

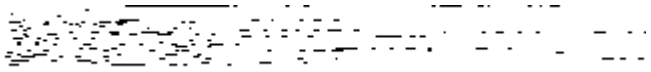
بالعلاقة : $Q = I.\Delta t = n(e^-).F$

3 ـ كميات المادة المتدخلة .

هل يمكن ربط كميات المادة للأنواع المتدخلة في العمود وكمية الكهرباء التي يمررها ؟

تمرين تطبيقي :

لدينا العمود ذو التبيانة الاصطلاحية التالية :



بحيث تتطور المجموعة في المنحى المباشر للمعادلة :

$$2Ag^+(aq) + Cu(s) \rightarrow Ag(s) + Cu^{2+}(aq)$$

يولد العمود خلال المدة $\Delta t = 1,5\,\text{min}$ ، تيارا شدته $I = 86,0mA$

1 ـ أحسب كمية الكهرباء المتدخلة خلال هذه المدة .

2 ـ أحسب تغير كمية أيونات النحاس II وتغير كمية مادة أيونات الفضة خلال المدة نفسها .

3 ـ استنتج تغير كتلة الفضة التي ستظهر على إلكترود الفضة .

التحول القسري لمجموعة كيميائية
خاص بالعلوم الرياضية والعلوم الفيزيائية

I ـ التحولات القسرية

1 ـ التحولات التلقائية (تذكير)

يحدث التحول التلقائي لمجموعة كيميائية عندما تتطور المجموعة الكيميائية تلقائيا دون إعطائها أي طاقة من المحيط الخارجي . أي تكون المجموعة في غير حالة التوازن وتتطور تلقائيا من الحالة البدئية نحو حالة التوازن ونعبر عنه بالعلاقة $Q_r = K$.

مثال تطبيقي :

نعتبر تفاعل بين محلول ثنائي البروم $Br_2(aq)$ وفلز النحاس $Cu(s)$ حيث ينتج عنه أيونات النحاس II و أيونات البروم $Br^-(aq)$ حسب المعادلة التالية :

$$Cu(s) + Br_2(aq) \rightarrow Cu^{2+}(aq) + 2Br^-(aq)$$

ثابتة التوازن لهذا التفاعل : $K = 1,25.10^{25}$

1 ـ أحسب خارج التفاعل في الحالة البدئية . ماذا تستنتج ؟

خارج التفاعل عند الحالة البدئية هو : $Q_{r,i} = \dfrac{\left[Cu^{2+}\right]_i . \left[Br^-\right]_i^2}{\left[Br_2\right]_i} = 0$

أي أن $Q_{r,i} < K$ وبالتالي فالمجموعة ستتطور في المنحى المباشر ، منحى تكون $Br^-(aq)$ و $Cu^{2+}(aq)$.

2 ـ في حالة ما اعتبرنا محلولا مائيا لبرومور النحاس II فهو يحتوي على أيونات النحاس II $Cu^{2+}(aq)$ و أيونات البرومور $Br^-(aq)$ ، تكون معادلة التفاعل المتوقعة :

$$Cu^{2+}(aq) + 2Br^-(aq) \rightarrow Cu(s) + Br_2(aq)$$

أحسب ثابتة التوازن K′ في هذه الحالة . ماذا تستنتج ؟

ثابتة التوازن هي $K' = \dfrac{1}{K} = 8,3.10^{-26} \simeq 0$ أي أن ثابتة التوازن صغيرة جدا وتساوي تقريبا الصفر أي أن المجموعة توجد في حالة توازن . وبالتالي فإنها لا تتطور تلقائيا .

2 ـ التحولات القسرية .

كيف يمكن أن نجبر أو نقسر مجموعة كيميائية على التطور في المنحى المعاكس لمنحى تطورها التلقائي ؟

أ ـ الدراسة التجريبية : التحليل الكهربائي .

ننجز التركيب التجريبي الممثل جانبه والمتكون من أنبوب على شكل U يحتوي على محلولا مكونا من $10m\ell$ من محلول ثنائي البروم $Br_2(aq)$ تركيزه $10mmol/\ell$ و $20m\ell$ من محلول برومور البوتاسيوم تركيزه $1,0mol/\ell$ و $20m\ell$ من محلول كبريتات النحاس تركيزه $1,0mol/\ell$. نغمر في فرعي الأنبوب إلكترودان ، الأول من الغرافيت والثاني من النحاس (خراطة النحاس) . نصل الإلكترودين بقطبي مولد للتوتر المستمر $1,5V$ مركب على التوالي مع أمبير متر بحيث يكون القطب السالب للمولد مرتبطا بإلكترود النحاس والمربط com مرتبط بإلكترود الغرافيت .

1 ـ عين منحى التيار الكهربائي الذي يفرضه المولد .

يفرض المولد تيارا يمر عبر الأمبير متر من إلكترود النحاس نحو إلكترود الغرافيت .

2 ـ استنتج منحى حملة الشحنات الكهربائية

الإلكترونات : تتحرك في أسلاك الربط وفي الإلكترودين وفق المنحى المعاكس لمنحى التيار الكهربائي أي من إلكترود الغرافيت نحو إلكترود النحاس

الأيونات : تتحرك في المحلول بحيث تتوجه الكاتيونات ($K^+(aq), Cu^{2+}(aq)$) نحو الكاتود المرتبط بالقطب السالب للمولد ، وتتوجه الأنيونات ($SO_4^{2-}(aq), Br^-(aq)$) نحو الأنود المرتبط بالقطب الموجب للمولد .

3 ـ كيف تتطور المجموعة عند مرور تيار كهربائي المفروض من طرف المولد ؟

نلاحظ توضع النحاس واختفاء اللون الأزرق على إلكترود الغرافيت الكاتود ، نفسر ذلك بحدوث اختزال الكاتيونات $Cu^{2+}(aq)$ وذلك باكتساب إلكترونات :

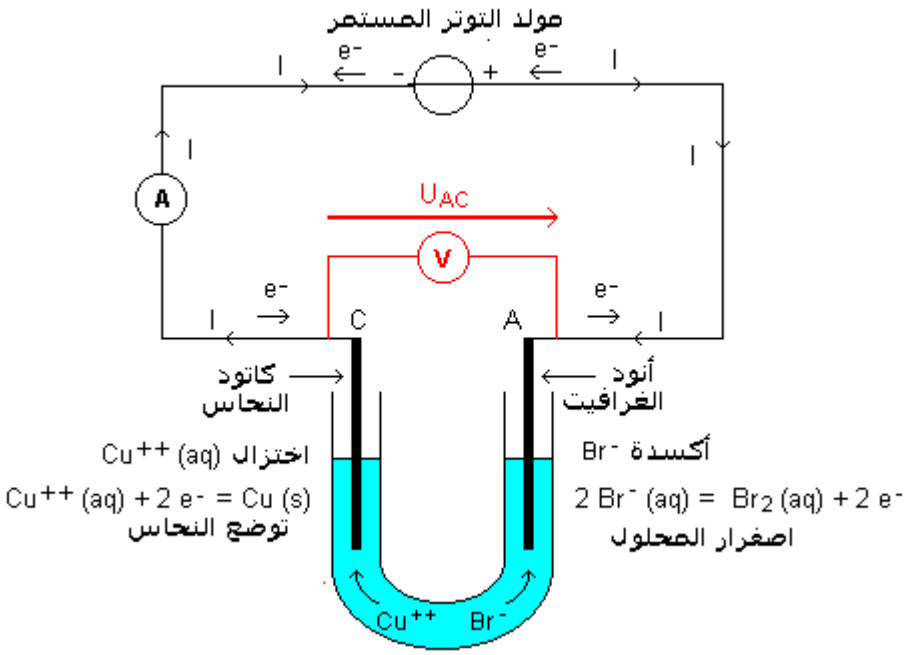
$$Cu^{2+}(aq) + 2e^- = Cu$$

بجوار إلكترود النحاس الأنود نلاحظ اصفرار المحلول حيث تأكسدت الأنيونات $Br^-(aq)$ وذلك بمنحها الإلكترونات إلى إلكترود الغرافيت حسب المعادلة التالية :

$$2Br^-(aq) = Br_2(aq) + 2e^-$$

وبالتالي فإن التفاعل المحدث عند مرور التيار الكهربائي :

$$Cu^{2+}(aq) + 2Br^-(aq) \rightarrow Cu(s) + Br_2(aq)$$



أي أن **المولد للتوتر المستمر أجبر أو قسَرَ المجموعة على التطور في المنحى المعاكس لمنحى تطورها التلقائي . يسمى هذا التحول القسري بالتحليل الكهربائي .**

II ـ الدراسة الكمية للتحليل الكهربائي :

أثناء التحليل الكهربائي تنتقل خلال المدة Δt كمية الكهرباء Q من إلكترود إلى أخرى بواسطة المولد الكهربائي .

إذا كانت شدة التيار الكهربائي المارة في المحلل I ثابتة خلال Δt فإن $Q = I.\Delta t$.

نعلم أن كمية الكهرباء مرتبطة بكمية مادة الإلكترونات المنتقلة من إلكترود إلى أخرى عبر المولد بالعلاقة التالية : $Q = n(e^-).F$ أي أن $n(e^-) = \frac{I.\Delta t}{F}$.

4 ـ في النشاط التجريبي السابق أوجد تعبير كتلة النحاس المتكونة خلال التحليل الكهربائي خلال المدة Δt ، نعتبر أنه خلال المدة الزمنية Δt يمر في الدارة تيار شدته I ثابتة .

ننشئ الجدول الوصفي للتفاعل :

التفاعل الكيميائي		$Cu^{2+}(aq)$ + $2Br^-(aq)$ → $Cu(s)$ + $Br_2(aq)$				
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة				$n(e^-)$
البدئية	0	CV	$C'V'$	0	0	
Δt	x	$CV - x$	$C'V' - x$	x	x	$2x$

حسب جدول التقدم لدينا $n(Cu) = x = \frac{n(e^-)}{2} = \frac{I.\Delta t}{2.F}$

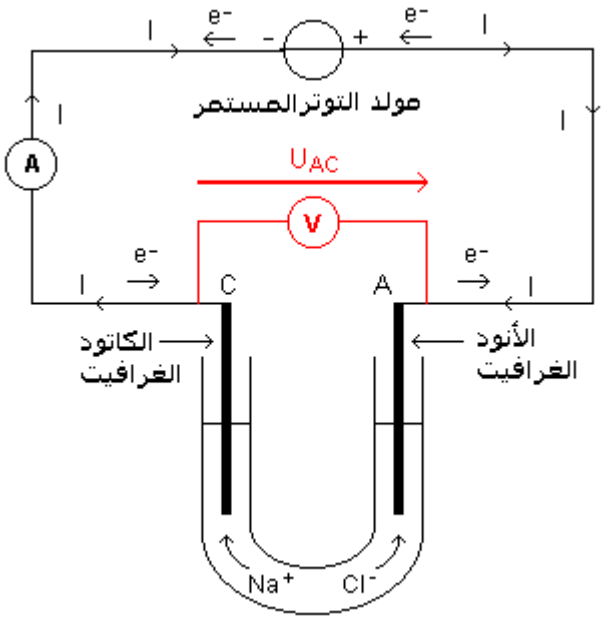
وبالتالي فإن كتلة النحاس المتكون:

$$m(Cu) = n(Cu).M(Cu) = \frac{I.\Delta t}{2F} M(Cu)$$

III ـ التحليل الكهربائي لمحلول كلورور الصوديوم

كيف نتعرف فعلا على النواتج المتكونة عند إنجاز تحليل كهربائي ؟

النشاط التجريبي 2



نملأ أنبوبا على شكل U بمحلول كلورور الصوديوم ، نغمر في كل طرف للأنبوب إلكترودا من الغرافيت ونصل الإلكترودين بقطبي مولد للتوتر المستمر $(3,5V)$ ، فيحدث تطور قسري .

بعد مرور بضع دقائق ، ندخل شريطا من الورق مبللا بالأنديجو في الفرع الذي يوجد فيه الأنود ، فنلاحظ اختفاء لون الأنديجو ، ثم نأخذ في أنبوب اختبار قليلا من المحلول الموجود في فرع الكاثود ونضيف إليه قطرات من الفينول الفتالين ، فنلاحظ أن لونه يصبح ورديا .

1 ـ من خلال جرد الأنواع الكيميائية المتواجدة في المحلول واعتمادا على المزدوجات مختزل/مؤكسد التالية حدد التفاعلات الممكن حدوثها عند كل إلكترود ؟

$$O_2(g)/H_2O(\ell), C\ell_2(g)/C\ell^-(aq)$$

$$H_2O(\ell)/H_2(g), Na^+(aq)/Na(s)$$

ما هي الأنواع المتواجدة في المحلول ؟

الغرافيت (لا يتفاعل) ، الماء ، أيونات الصوديوم Na^+ ، أيونات الكلورور $C\ell^-$

نعلم أنه عند الأنود تحدث أكسدة ، الأنواع الكيميائية التي يمكن أن تلعب دور المختزل هي مختزلات المزدوجات التالية : $O_2(g)/H_2O(\ell), C\ell_2(g)/C\ell^-(aq)$

الأكسدتان الممكن حدوثهما عند الأنود هما :

$$H_2O(\ell) = \frac{1}{2}O_2(g) + 2H^+(aq) + 2e^-$$

$$2C\ell^-(aq) = C\ell_2(g) + 2e^-$$

نعلم أنه عند المزدوجات التالية :

$$H_2O(\ell)/H_2(g), Na^+(aq)/Na(s)$$

الاختزلان الممكن حدوثهما عند الكاثود هما :

$$Na^+(aq) + e^- = Na(s)$$

$$2H_2O(\ell) + 2e^- = H_2(g) + 2HO^-(aq)$$

2 ـ من الروائز المنجزة ، استنتج النواتج المتكونة فعلا خلال هذا التحليل .

من خلال الملاحظة يتبن أنه على كل إلكترودين انطلاق غاز .

على مستوى الأنود وحسب الرائز أزرق الأنديجو أن الغاز المنطلق يفقد لون هذا الرائز أي أن الغاز هو ثنائي الكلور $C\ell_2$ أي أن التفاعل المحدث هو : $2C\ell^-(aq) = C\ell_2(g) + 2e^-$

عند الكاثود ينطلق غاز ثنائي الهيدروجين H_2 ويدل ظهور اللون الوردي لفينول الفتالين على تكون أيونات الهيدروكسيد وبالتالي فالتفاعل المحدث هو : $2H_2O(\ell) + 2e^- = H_2(g) + 2HO^-(aq)$

3 ـ أثبت المعادلة الحصيلة لهذا التحليل الكهربائي .

$$2H_2O(\ell) + 2C\ell^-(aq) \rightarrow H_2(g) + 2HO^-(aq) + C\ell_2(g)$$

IV تطبيقات التحليل الكهربائي

ـ تحضير وتنقية العديد من الفلزات

ـ تحضير بعض المواد كماء جافيل وأيونات البرمنغنات والماء الأوكسيجيني وثنائي الكلور وثنائي الهيدروجين إلخ ...

ـ إعادة شحن البطاريات السيارات والهواتف المحمولة

1 ـ المركم الرصاصي

يتكون المركم الرصاصي من إلكترودين من الرصاص . أحدهما مغطى بثنائي أوكسيد الرصاص .

المحلول الإلأكتروليتي الذي يغمر فيه هذان الإلكترودان هو خليط من حمض الكبريتيك $2H^+(aq)+SO_4^{2-}(aq)$ وكبريتات الرصاص II $PbSO_4(s)$.

يمكن للمركم أن يشتغل كمولد ، حيث يمنح الطاقة الكهربائية إلى دارة خارجية وذلك أثناء التطقر التلقائي ، نقول أن المركم يفرغ .

يمكن للمركم أن يشتغل كمستقبل عنما نركب بين مربطيه مولدا يفرض عليه تيارا منحاه مع لمنحى تيار التفريغ ، نقول أن المركم يشحن .

معادلة التفاعل التي تحدث في مركم رصاصي :

حالة الاشتغال كمولد :

عند القطب الموجب للمركم يحدث الاختزال ذو المعادلة التالية :

$$PbO_2(s)+SO_4^{2-}(aq)+4H^+(aq)+2e^- = PbSO_4(s)+2H_2O(\ell)$$

عند القطب السالب للمركم تحدث أكسدة :

$$Pb(s)+SO_4^{2-}(aq) = PbSO_4(s)+2e^-$$

تتطور المجموعة حسب المنحى المباشر لمعادلة التفاعل :

$$PbO_2(s)+2SO_4^{2-}(aq)+4H^+(aq)+Pb(s) \rightarrow 2PbSO_4(s)+2H_2O(\ell)$$

في حالة الاشتغال كمستقبل :

في حالة تفريغ المركم يمكن شحنه وذلك بتركيبه مع مولد للتوتر المستمر يفرض تيارا في المنحى المعاكس الملاحظ أثناء التفريغ . في هذه الحالة يكون المركم عبارة عن محلل كهربائي يستقبل الطاقة فتتطور المجموعة نحو المنحى المعاكس لمنحى التطور التلقائي .

$$2PbSO_4(s)+2H_2O(\ell) \rightarrow PbO_2(s)+2SO_4^{2-}(aq)+4H^+(aq)+Pb(s)$$

ملحوظة :

2 ـ التحولات التلقائية والتحولات القسرية في عالم الأحياء

ـ التحول التلقائي المرافق للتنفس .

أنه سيرورة بيولوجية معقدة ، تحدث خلالها عدة تحولات تلقائية يتدخل فيها ثنائي الأوكسيجين استهلاك الغليكوز في وسط حيهوائي وفق التفاعل ذي المعادلة :

$$C_6H_{12}O_6(aq)+6O_2(g) \rightarrow 6CO_2(g)+6H_2O(\ell)$$

وهو تحول تلقائي في المنحى المباشر ، ناشر للحرارة ويساهم خاصة في الحفاظ على درجة حرارة جسم الانسان في حدود 37°C ، وذلك بتحول الطاقة المتوفرة في الطعام إلى الطاقة اللازمة ليقوم الجسم بوظائفه بواسطة تفاعل كيميائي يحصل في كل خلية من الجسم

في عالم الأحياء .

ـ التحول القسري المرافق للتركيب الضوئي .

يمكّن التركيب الضوئي في النباتات الكلورفيلية ، من إنتاج السكريات وثنائي الأوكسيجين انطلاقا من ثنائي أوكسيد الكربون والماء المتوفرين في الغلاف الجوي . ويتم ذلك وفق تفاعل قسري بفضل الطاقة الواردة من أشعة الشمس .

$$6CO_2(g)+6H_2O(\ell) \rightarrow C_6H_{12}O_6(aq)+6O_2(g)$$

التحولات التلقائية في الأعمدة والتحولات القسرية لمجموعة كيميائية
التمارين

تمرين 1

نضع في كأس حجما V_1 من محلول كبريتات النحاس II ونغمر فيه صفيحة من النحاس ونضع في كأس آخر حجما V_2 من محلول نترات الرصاص ونغمر فيه صفيحة من الرصاص . نصل المحلولين بقنطرة ملحية لنترات الأمونيوم $(NH_4^+(aq)+NO_3^-(aq))$.

1 ـ أرسم تبيانة العمود ،

2 ـ نصل إلكترود الرصاص بالمربط com وإلكترود النحاس بالمربط الآخر لفولطمتر ، فيشير هذا الأخير إلى القيمة $U=+0,48V$. حدد قطبية العمود وقوته الكهرمحركة .

3 ـ استنتج التفاعل الذي يحدث بجوار كل إلكترود أثناء اشتغال العمود .

4 ـ أكتب معادلة الأكسدة ـ اختزال المقرونة بالتحو

معطيات : المزدوجتان المتفاعلتان : $Cu^{2+}(aq)/Cu(s)$, $Pb^{2+}(aq)/Pb(s)$

تمرين 2

نكون عمود حديد/ قصدير حيث المزدوجتان المتفاعلتان هما : $Fe^{2+}(aq)/Fe(s)$, $Sn^{2+}(aq)/Sn(s)$ ، كل نصف عمود يحتوي على حجم $V=200m\ell$ من المحلول الأيوني تركيزه يساوي : $C=5,0.10^2 mol/\ell$ وإلكترود كتلتها $m=10g$ نصل إلكترود الحديد بإلكترود القصدير بواسطة أمبيرمتر A وموصل أومي مقاومته R ، فيمر فيه تيار كهربائي شدته $I=30mA$ لمدة $\Delta t=20h$.

معطيات : الكتل المولية : $M(Fe)=55,8g/mol$ ، $M(Sn)=118,7g/mol$

الشحنة الابتدائية : $e=1,6.10^{-19}C$ ،

ثابتة أفوكادرو $N_A=6,02.10^{23}mol^{-1}$

1

العمود ، علما أن الحديد يتأكسد خلال اشتغال العمود .

2 ـ أعط التمثيل الاصطلاحي للعمد .

3 ـ أحسب كمية الكهرباء Q الممنوحة خلال مدة الاشتغال Δt .

4 ـ أنشئ الجدول الوصفي لتطور التحول مبينا الحالة البدئية والحالة النهائية .

5 ـ أحسب تغير كل من الإلكترودين عنما يكون التقدم أقصى .

تمرين 3

1 ـ نعتبر عمود لوكلانشي حيث يحتوي على قنطرة ملحية لكلورور الأمونيوم .

1 ـ 1

1 ـ 2 هل عمود لوكلانشي ملحي أم قلائي ؟

2

$MnO_2(s)/MnO(OH)(s)$ و $Zn^{2+}(aq)/Zn(s)$. غير أن الإلكتروليت عوض بمحلول قاعدي .

2 ـ 1 أكتب نصف المعادلة المقرونة بكل مزدوجة علما أننا نحصل على المزدوجة $MnO_2(s)/MnO(OH)(s)$ في وسط قاعدي .

2 ـ 2 نصل إلكترود الزنك بالمربط com للفولطمتر وإلكترود الكربون المغمور في محلول ثنائي لأوكسيد المغنيزيوم MnO_2 بالمربط الآخر للفولطمتر ، فيشير إلى توتر موجب .

أعط التمثيل الاصطلاحي للعمود .

2 ـ 3 أثناء مدة اشتغال العمود تتفاعل $20g$ من فلز الزنك مع $0,97g$ من ثنائي أوكسيد المنغنيز .

أنشئ الجدول الوصفي لتطور التحول . أحسب التقدم الأقصى .

2 ـ 4 أحسب عدد الإلكترونات المتبادلة أثناء مدة الاشتغال . أحسب مدة اشتغال العمود ، علما أن العمود يعطي تيارا شدته $I=50mA$

3 ـ يعطي العمود تيارا شدته $I=50mA$ خلال مدة $\Delta t=1h30\min$ من الاشتغال .

3 ـ 1 أحسب بالكولوم وبالأمبيرـساعة كمية الكهرباء Q التي تمر في الدارة .
3 ـ 2 استنتج تغير كتلة الزنك .
معطيات : الكتل المولية :
$M(Zn)=65,4g/mol, M(Mn)=54,9g/mol, M(o)=16g/mol, M(H)=1g/mol$
الشحنة الابتدائية : $e=1,6.10^{-19}C$ ، ثابتة أفوكادرو $N_A=6,02.10^{23}mol^{-1}$ الفاردي : $1F=96500C/mol$

تمرين 4

ننجز العمود زنك/ فضة المؤلف من المزدوجتين $Zn^{2+}(aq)/Zn(s)$ و $Ag^{+}(aq)/Ag(s)$ ، حيث حجم المحلول الأيوني في كل نصف عمود هو $100m\ell$ والتركيزات البدئيان للأيونات $Ag^{+}(aq)$ و $Zn^{2+}(aq)$ متساويان :

$$\left[Zn^{2+}\right]_i=\left[Ag^{+}\right]_i=0,20mol/\ell$$

كتلة الجزء المغمور من إلكترود الزنك في المحلول هي : $m_i(Zn)=2,0g$ أثناء اشتغال العمود ، يتوضع فلز الفضة على إلكترود الفضة .

1 ـ لأعط التمثيل الاصطلاحي للعمود زنك /فضة .
2
اشتغاله .
3 ـ تساوي ثابتة هذا التفاعل $K=1,0.10^{52}$
بتطبيق معيار التطور التلقائي ، تحقق من منحى التطور الحاصل في العمود .
4 ـ 1 كيف يتغير تركيز كل من الأيونات Zn^{2+} و Ag^{+} أثناء اشتغال العمود ؟
4 ـ 2 كيف يتم الحفاظ على الحياد الكهربائي في محلولي نصف العمود ؟
5 ـ 1 أنشئ الجدول الوصفي لتطور التحول .
5 ـ 2 أحسب التقدم الأقصى x_{max} واستنتج المتفاعل المحد .
6 ـ يمكن للعمود أن يعطي تيارا كهربائيا $I=0,15A$ خلال مدة Δt .
6 ـ 1 أوجد تعبير Δt بدلالة x_{max} والفاردي F و I .
6 ـ 2 أحسب Δt واستنتج كمية الكهرباء القصوى للعمود .

التحليل الكهربائي : خاص بالعلوم الرياضية والعلوم الفيزيائية .

تمرين 5

ننجز التحليل الكهربائي لمحلول مائي لكبريتات الزنك $Zn^{2+}(aq)+SO_4^{2-}(aq)$.
عند نهاية التحليل الذي دام $35,0\min$ ، حيث تم تزويده بتيار شدته $I=0,63A$ ، تزايدت كتلة الكاتود ب $\Delta m=448mg$.

1 ـ أكتب معادلة الاختزال الكاثودي
2 ـ أحسب تقدمه x عند نهاية التحليل .
3 ـ أكتب العلاقة التي تربط بين x و Δm والكتلة المولية $M(Zn)$ للزنك .
4 ـ استنتج قيمة $M(Zn)$.

تمرين 6

نركب على التوالي محللين كهربائيين الأول يحتوي على $200m\ell$ من محلول نترات الفضة $Ag^{+}(aq)+NO_3^{-}(aq)$ تركيزه $C_1=0,1mol/\ell$ والثاني يحتوي على $150m\ell$ من محلول كبريتات النحاس II $Cu^{2+}(aq)+SO_4^{2-}(aq)$ تركيزه $C_2=0,10mol/\ell$.
الإلكترودات المستعملة لا تشارك في هذا التحليل الكهربائي .

1 ـ أرسم التركيب التجريبي لإنجاز هذا التحليل الكهربائي .
2 ـ أكتب معادلة التفاعل الذي يحدث عند كاثود كل محلل .
3 ـ خلال مدة التحليل والتي دامت $15\min$ تزايدت كتلة كاثود المحلل الأول ب $1,2g$. أحسب شدة التيار الكهربائي في الدارة .

4 ـ استنتج تغير كتلة كاثود المحلل الثاني خلال مدة التحليل . هل هذا التغير عبارة عن تزايد أم تناقص الكتلة

5 ـ حدد التركيزين النهائيين لكل من $Ag^{+}(aq)$ و $Cu^{2+}(aq)$ على التوالي في المحلل الأول والمحلل الثاني .

معطيات : $M(Cu)=63,5g/mol, M(Ag)=108g/mol$

تفاعلات الأسترة والحلمأة
Réaction d'estérification et d'hydrolyse

I ـ الكحولات والأحماض الكربوكسيلية

1 ـ الكحولات

ـ تتميز جزيئة الكحولات المجوعة المميزة $-OH$ مرتبطة بمجموعة ألكيلية .

الصيغة العامة للكحول هي : $R-OH$ بحيث أن $R-$ جدر ألكيلي .

هناك ثلاثة أصناف من الكحولات :

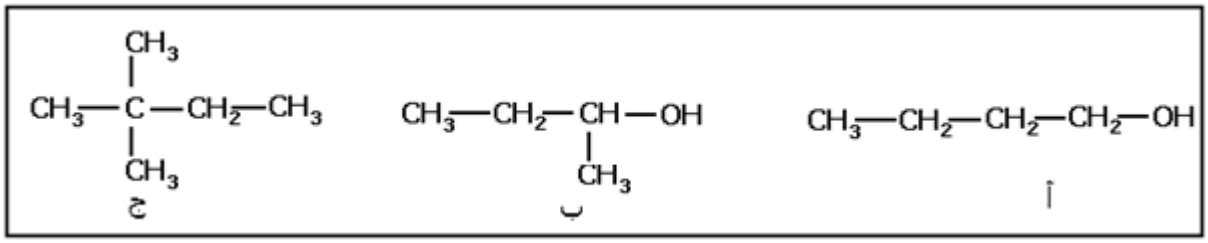
الكحول الأولي : $R-CH_2-OH$

الكحول الثانوي : $R-CR'H-OH$

الكحول الثالثي : $R-CR'R''-OH$

ـ تسمية الكحول : يسمى الكحول باسم الألكان الموافق له مع إضافة اللاحقة ـ أول (ol-) إلى نهاية الاسم مسبوقة برقم يدل على موضع الكربون الوظيفي في السلسلة الكربونية .

تمرين تطبيقي :



صنف الكحولات التالية واعط أسمائها :

2 ـ الأحماض الكربوكسيلية

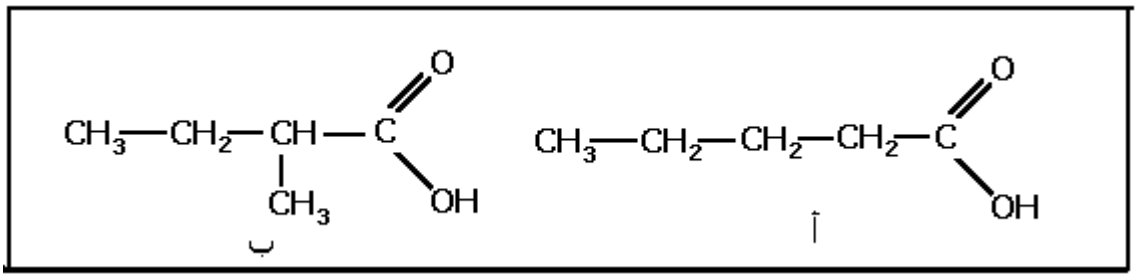
يحتوي الحمض الكربوكسيلي على المجموعة المميزة $-COOH$

الصيغة العامة لحمض كربوكسيلي هي $R-COOH$

تسمية الأحماض الكربوكسيلية : يتركب اسم حمض كربوكسيلي من كلمة حمض متبوعة باسم الألكان الذي له نفس الهيكل الكربوني مع إضافة اللاحقة ويك (oique)إلى نهاية الاسم .

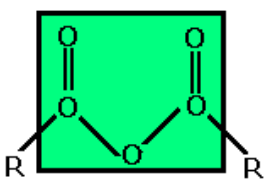
تمرين تطبيقي 2

أعط أسماء الأحماض الكربوكسيلية التالية :



II ـ أندريدات الحمض ـ الإسترات .

1 ـ أندريد الحمض



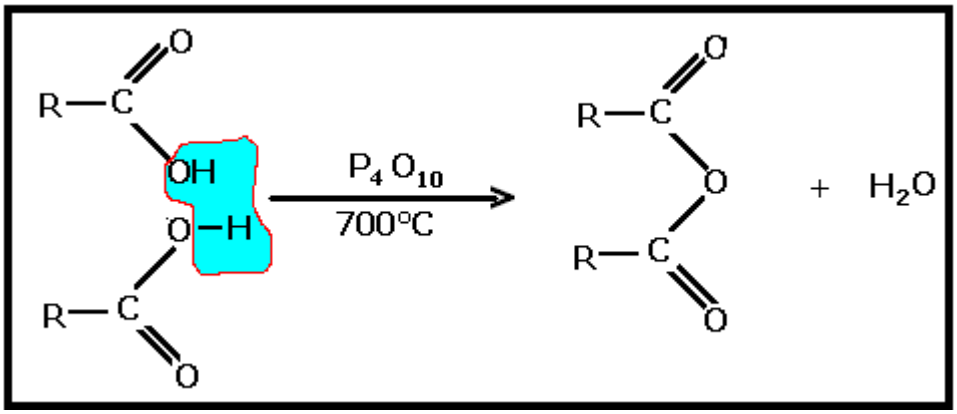
تحتوي جزيئة أندريد الحمض على المجموعة المميزة : $-CO-O-CO-$

الصيغة العامة لأندريد الحمض هي : $R-CO-O-CO-R$

كيفية الحصول على أندريد الحمض :

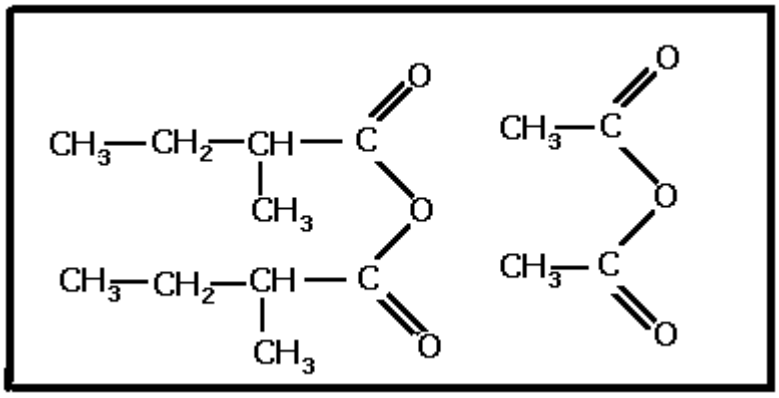
تسخين الحمض الكربوكسيلي ، عند درجة الحرارة $700°C$ وبوجود مزيل قوي للماء (أوكسيد الفوسفور) نحصل على أندريد الحمض ، ويتم هذا التفاعل

بحذف جزيئة الماء بين جزيئتين للحمض الكربوكسيلي .
معادلة التفاعل تكتب بصفة عامة على الشكل التالي :



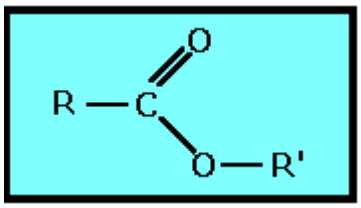
تسمية أندريدات الحمض :
يسمى أندريد الحمض باسم الحمض الكربوكسيلي الموافق ، مع تعويض كلمة حمض بكلمة أندريد .

تمرين تطبيقي :
أعط أسماء اندريدات الحمض التالية :



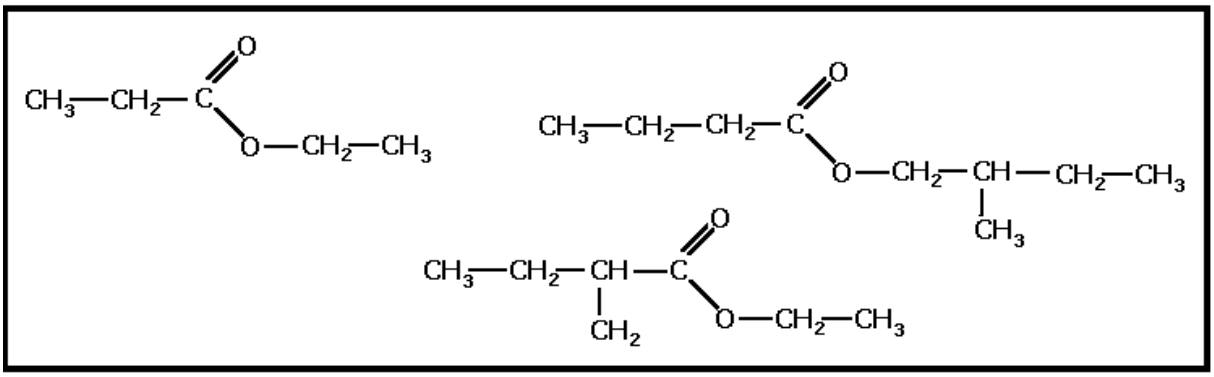
2 ـ الإسترات
تضم جريئة الإستر المجموعة المميزة :

الصيغة العامة للإستر هي :



حيث R مجموعة ألكيلية أو ذرة هيدروجين ويمثل R' قطعا مجموعة ألكيلية .
تسمية الاسترات :
يتركب اسم الاستر من جزئين :
الجزء الأول يشتق من اسم الحمض الكربوكسيلي بتعويض اللاحقة "ويك" باللاحقة "وات"
الجزء الثاني يوافق المجموعة الألكيلية المرتبطة بدرة الأوكسيجين .

تمرين تطبيقي :



3 ـ تصنيع الاسترات

للإسترات دور كبير في تكوين العطور ، لأنها مركبات ذات رائحة معطرة وقابلة نسبيا للتطاير

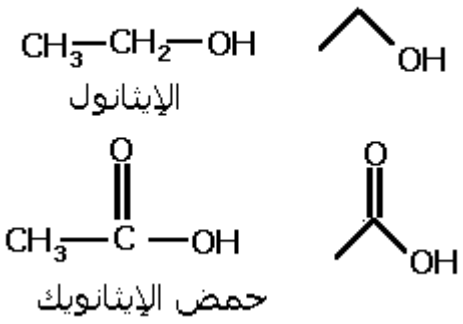
دراسة تجريبية : تصنيع إيثانوات الإثيل .

نصب في دورق $50m\ell$ من حمض الإيثانويك و $5m\ell$ من الإيثانول ونضيف إليه بعض قطرات من حمض الكبريتيك بحذر .

نسد الدورق بمبرد هوائي ، ونضعه في حمام مريم درجة حرارته $80°C$ لمدة عشر دقائق تقريبا .

نصب محتوى الدورق في كأس مخروطية ، تحتوي على ماء مالح ، فنشم رائحة لم تكن موجودة لحظة مزج المتفاعلين ، ويظهر ناتج غير قابل للذوبان في الماء .

1 ـ أكتب الصيغ نصف المنشورة وأعط الكتابة الطبولوجية لكل من حمض الإيثانويك والإيثلنول .

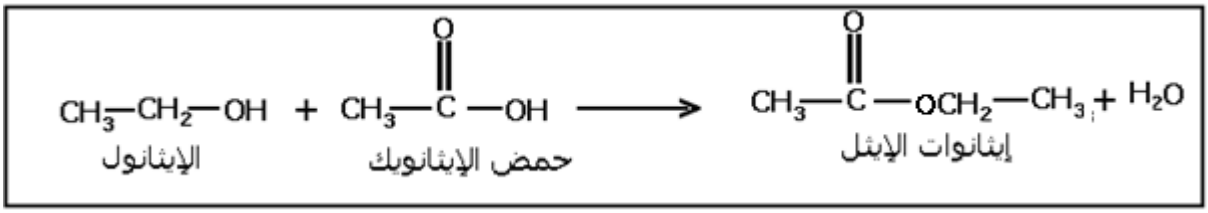


2

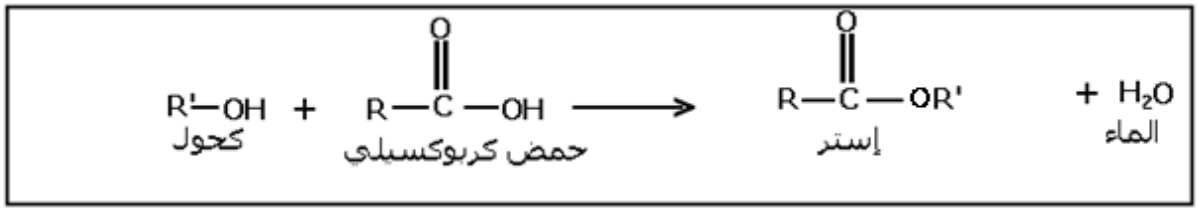
معادلته الكيميائية .

لقد حدث تفاعل كيميائي أدى إلى ناتج غير قابل للذوبان في الماء المالح وذي رائحة مميزة للإسترات إذن فهو إستر اسمه لإيثانوات الإيثل التفاعل يسمى بتفاعل الأسترة .

تكتب معادلته الكيميائية :



بصفة عامة ، الأسترة هي التفاعل بين حمض كربوكسيلي وكحول ويؤدي إلى تكون إستر والماء .



4 ـ حلمأة إستر

نشاط التجريبي 2 : تسخين خليط مكون من إثانوات الإثيل والماء .

نصب في حوجلة صغيرة ، $10m\ell$ من الماء المقطر ، ونضيف إليه $10m\ell$ من إيثانوات الإيثل وبعض قطرات حمض الكبريتيك .

بعد تحريك الخليط نقيس pH فنجد أن $pH = 7$ نثبت مبردا رأسيا على فوهة الحوجلة ، ثم نضع هذه الأخيرة في مسخن الحوجلة

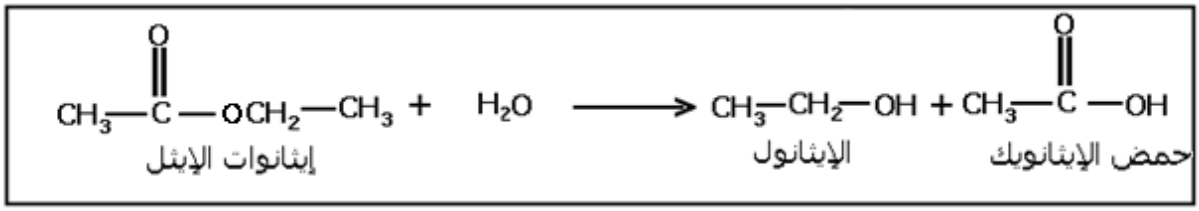
بعد تبريد الخليط ، نلاحظ أن $pH = 5$.

1 ـ على ماذا يدل يدل تغير ال pH الملاحظ ؟

pH

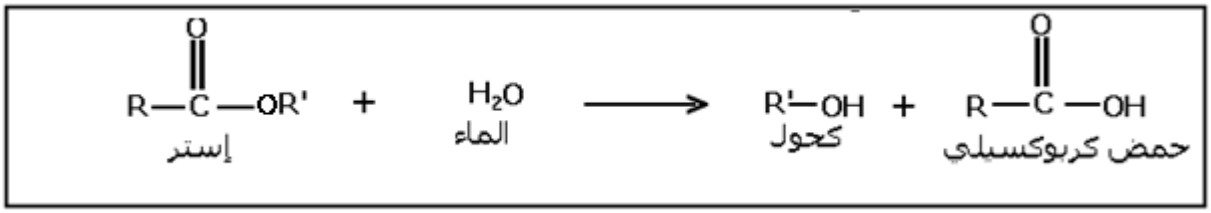
2 ـ ما هو التفاعل الذي حدث بين الماء و الإستر ؟

هناك تفاعل بين إيثانوات الإيثل (إستر) والماء وناتج هذا التفاعل هو حمض اإيثانويك حسب المعادلة الكيميائية التالية :



يسمى هذا التفاعل المعاكس لتفاعل الأسترة ، تفاعل الحلمأة .

بصفة عامة يعبر عن تفاعل حلمأة إستر بالمعادلة :



III ـ الدراسة التجريبية لحالة توازن الأسترة والحلمأة

1 ـ مميزات تفاعل الأسترة

نشاط تجريبي 3 : إبراز مميزات تفاعل الأسترة

في أواخر القرن التاسع عشر قام العالم برتولو وتلميذه بيان دويان جيل بدراسة تفاعل أسترة مختلف الأحماض والكحولات .

في سنة 1862 م قام برتولو بدراسة منهجية للتفاعل بين حمض الإيثانويك والإيثانول ، وأبرز من خلالها تواجد تفاعلين عكوسين يؤديان إلى توازن كيميائي .

فيما يلي نرض وصف مبدأ التجارب المنجزة من طرف برتولو وتلميذه .

ـ إنجاز خليط متساوي المولات لحمض الإيثانويك والإيثانول .

ـ توزيع الخليط بكميات متساوية على عدة حبابات (أنابيب محكمة السد) ووضعها في حمام مريم درجة حرارته $20°C$ ، عند اللحظة $t=0$.

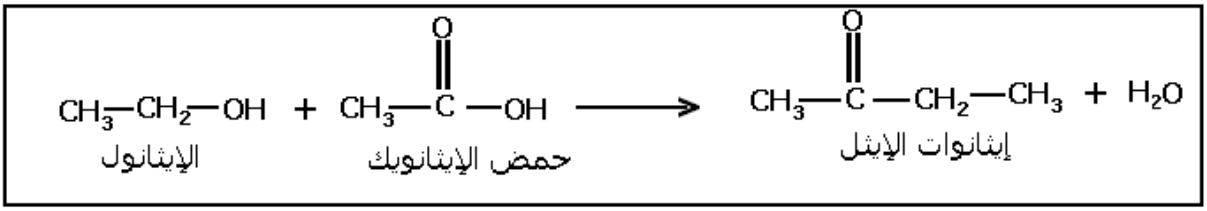
ـ إخراج ، عند اللحظة t ، حبابة وتبريدها ومعايرة محتواها بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم بوجود فينول الفتالين ، وذلك لتحديد كمية الحمض المتبقي .

يعطي الجدول التالي النتائج التي حصل عليه برتولو وبيان دوسان جيل :

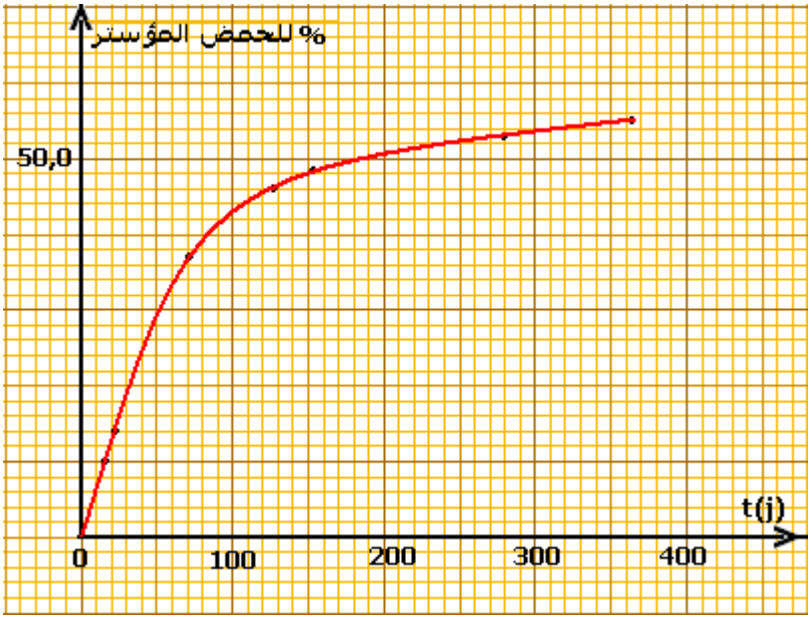
المدة : $t(jours)$	15	22	70	128	154	277	386
نسبة الحمض المؤستر	10,0	14,0	37,3	46,8	48,1	53,7	55,0

استثمار

أكتب معادلة تفاعل الأسترة الذي أنجزه برتولو زتلميذه .



2 ـ أرسم المبيان الممثل للنسبة المئوية للحمض المِستر بدلالة الزمن .



3 ـ ما هي مميزات تفاعل الأسترة ؟

ـ الأسترة تفاعل بطيء

ـ تؤول النسبة المئوية للحمض المؤستر نحو قيمة حدية أصغر من 100% أي لأن تفاعل الأسترة ، تفاعل محدود (غير كلي).

2 ـ ممزات تفاعل الحلمأة

نشاط تجريبي 4 : إبراز مميزات تفاعل الحلمأة

لدراسة تفاعل الحلمأة اتبع الكيميائيان نفس البروتكول التجريبي السابق :

ـ تحضير خليط يتكون من مول واحد من بنزوات الإيثيل $C_6H_5COOC_2H_5$ و 83 مولا من الماء .

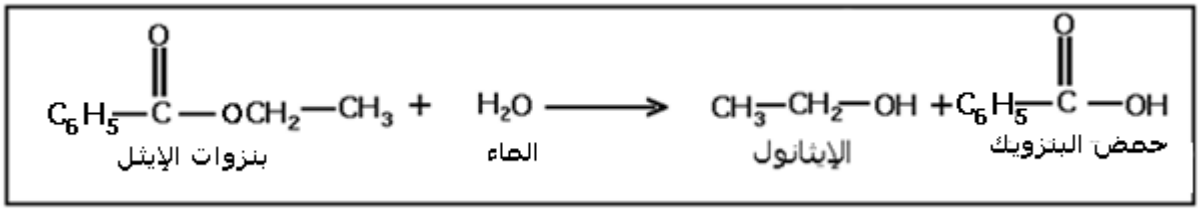
ـ توزيع الخليط بكميات متساوية على عدة حبابات (أنابيب محكمة السد) ووضعها في حمام مريم درجة حرارته $20°C$ ، عند اللحظة $t=0$.

ـ إخراج ، عند اللحظة t ، حبابة وتبريدها ومعايرة محتواها بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم بوجود فينول الفتالين ، وذلك لتحديد كمية الحمض المتكون خلال الحلمأة

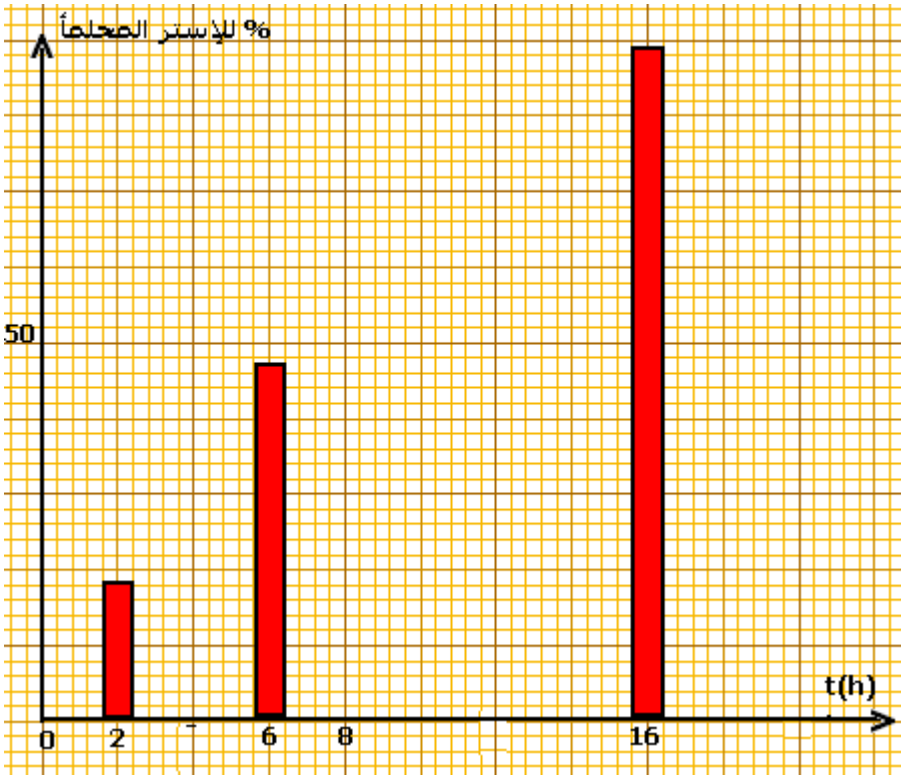
يعطي الجدول النسبة المئوية للإستر المحلمأ عند $200°C$ بدلالة الزمن :

المدة $t(h)$	2	6	16
% للإستر المحلمأ	18,2	47,0	88,8

1 ـ أكتب معادلة تفاعل حلمأة بنزوات الإثيل $C_6H_5COOC_2H_5$.



2 ـ مثل بواسطة المخطط المضلعي ، النسبة المئوية للإستر المحلمأ بدلالة الزمن



يمثل المخطط المضلعي النسبة المئوية للإستر المحلمأ عند درجة حرارة $200°C$

3 ـ ما هي مميزات تفاعل الحلمأة ؟

ـ تفاعل الحلمأة تفاعل بطيء .

4 ـ حدد نسبة التقدم النهائي τ لتفاعل الحلمأة .

يحتوي الخليط في الحالة البدءية على $1mol$ من بنزوات الإيثل و $83mol$ من الماء ، التقدم الأقصى للتفاعل هو : $x_{max}=1mol$ لكن الإستر المحلمأ لم يتجاوز $88,8\%$ أي أن نسبة التقدم هي :

$$\tau=\frac{x_f}{x_{max}}=\frac{0,888}{1}=0,888$$

أي أن تفاعل الحلمأة تفاعل غير كلي فهو محدود .

3 ـ التوازن أسترة ـ حلمأة

لنبين أن تفاعل الأسترة وتفاعل الحلمأة يؤديان إلى توازن كيميائي :

تفاعل الأسترة : تكون سرعة التفاعل في البداية كبيرة جدا لأن تركيزي المتفاعلين كبيران خلال التفاعل تتناقص السرعة نتيجة استهلاك المتفاعلين

والماء المتكونين بسرعة تتزايد تدريجيا نتيجة تزايد تركيزي الماء والاستر المتكونين إلى أن تصبح

خلاصة :

ـ تفاعل الأسترة وتفاعل الحلمأة تفاعلان متزامنان يحدثان في منحيين متعاكسين ويؤديان معا إلى حالة توازن كيميائي .

$$R-COOH+R'-OH \rightleftarrows R-COO-R'+H_2O$$

ـ عندما يصبح للأسترة والحلمأة ، السرعة نفسها ، تكون المجموعة مقر توازن كيميائي يتميز بالثابتة :

$$K=\frac{[RCOOR']_{éq}[H_2O]_{éq}}{[RCOOH]_{éq}[R'OH]_{éq}}$$

ملحوظة : لا يعتبر الماء في تفاعلات الأسترة والحلماء كمذيب وهذا ما يجب الانتباه إليه خلال حساب خارج التفاعل .

4 ـ التحكم في تفاعل الأسترة والحلمأة

تفاعل الأسترة وتفاعل الحلمأة تفاعلان بطيئين . ما هي العوامل التي تتحكم في سرعتهما ؟

4 ـ 1 تأثير درجة الحرارة

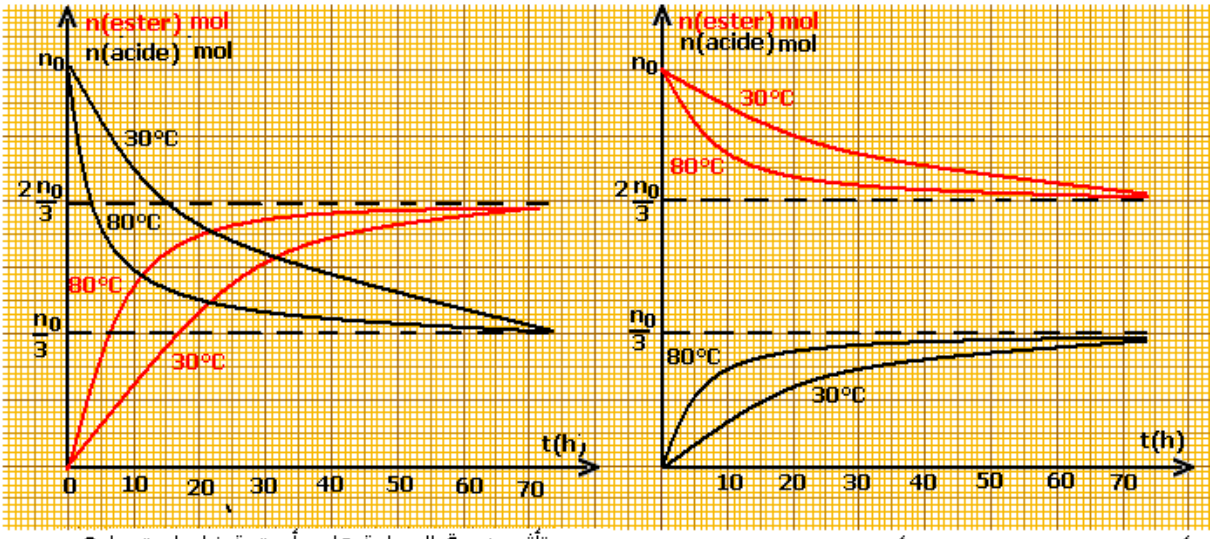
نشاط تجريبي 5 : تأثير درجة الحرارة .

يمكن التحكم في سرعة تفاعل كل من الاسترة والحلمأة بتغيير درجة حرارة الخليط التفاعلي

نتتبع تجريبيا عند درجة حرارة مختلفتين $\theta_1 = 30°C$ و $\theta_2 = 80°C$

تطور خليط متساوي المولات لحمض الإيثانويك والإيثانول (n_0 مول من الحمض و n_0 من الكحول) فنحصل على المبيان (1). (على اليسار)

تطور خليط متساوي المولات لإيثانوات الإثيل والماء فنحصل عغلى المبيان (2) (على اليمين)



تأثير درجة الحرارة على أسترة خليط متساوي المولات لحمض وكحول

تأثير درجة الحرارة على حلمأة خليط متساوي المولات لإستر والماء

ـ من خلال المبيانين ما هو تأثير درجة الحرارة على سرعة التفاعل ؟

ـ نلاحظ أنه خلال ارتفاع درجة الحرارة يجعل المجموعة تصل إلى حالة التوازن خلال مدة أقصر

ـ نلاحظ أن المنحنيات الأربع تؤول إلى نفس التقدم النهائي أيا كانت درجة حرارة الوسط التفاعلي . ونستنتج أن ارتفاع درجة الحرارة ، لا يغير تركيب المجموعة عند التوازن .

خلاصة :

يمكن ارتفاع درجة الحرارة من وصول حد التوازن أسترة ـ حلمأة بسرعة أكبر دون تغيير هذا الحد .

ملحوظة : عمليا لرفع درجة حرارة الوسط لتفاعلي أي الزيادة في سرعة التفاعل ننجز التفاعل باستعمال تركيب التسخين بالارتداد .

4 ـ 2 تأثير الحفاز

تعريف :

الحفاز نوع كيميائي يرفع سرعة التفاعل دون أن يتدخل في معادلة التفاعل .

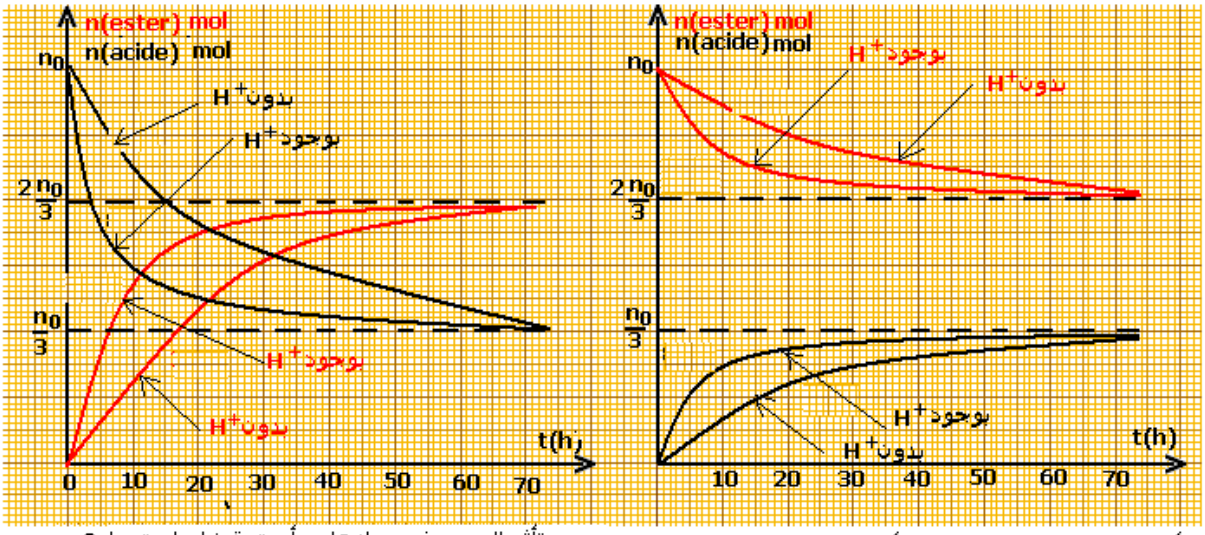
النشاط التجريبي 6 : تأثير الحفاز على سرعة التفاعل .

ننجز تفاعل الأسترة والحلمأة لخليط متساوي المولات :

ـ لحمض الإيثانويك ةلإيثانول بدون إضافة حمض الكبريتيك ، ثم بإضافة بعض قطرات حمض الكبريتيك فنحصل على المبيان (1)

ـ للإيثانوات الإثيل والماء

فنحصل على المبيان (2)



تأثيرالحفاز على أسترة خليط متساوي المولات لحمض وكحول

تأثيرالحفاز على حلمأة خليط متساوي المولات لإستر والماء

استنتج دور أيونات H^+ خلال تفاعل الأسترة والحلمأة من خلال تحليل المنحنيين .

ـ نلاحظ أن الأيونات H^+ المضافة إلى الوسط التفاعلي تلعب دور الحفاز بالنسبة لكل من تفاعل الأسترة وتفاعل الحلمأة . لكون أن المجموعة تصل إلى حالة التوازن في مدة زمنية أقصر مقارنة مع المجموعة التي لم تتم فيها إضافة H^+ .

ـ نلاحظ أن الحفاز لا يمكّن من تغيير تركيب حالة التوازن .

خلاصة :

يمكّن الحفاز من تسريع التفاعل دون تغيير تركيب المجموعة عند التوازن .

VI ـ التحكم في الحالة النهائية لمجموعة كيميائية .

من خلال الدراسة السابقة تبين أن تفاعل الأسترة وتفاعل الحلمأة تفاعلان غير كليان ويؤديان إلى توازن كيميائي حيث أن نسبة التقدم النهائي $x_f < x_{max}$ لذلك يمكن تقييم فعالية التقدم بتعريف مردوده .

1 ـ تعريف مردود تحول كيميائي .

يساوي المردود r ، لتفاعل كيميائي خارج كمية المادة n_{exp} المحصلة تجريبيا على كمية المادة n_{max} المنتظر الحصول عليها .

$$r = \frac{n_{exp}}{n_{max}}$$

تمرين تطبيقي :

خلال تفاعل الأسترة والحلمأة بين $1,0mol$ من حمض الإيثانويك و $1,0mol$ من الإيثانول ، يكون مردود هذا التفاعل هو 60% .

1 ـ أكتب المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل .

$$CH_3-CH_2-OH + CH_3COOH \rightarrow CH_3-COOCH_2-CH_3 + H_2O$$

2 ـ أوجد تركيبة الخليط في الحالة النهائية .

معادلة التفاعل		$CH_3-CH_2-OH+CH_3COOH \rightarrow CH_3-COOCH_2-CH_3+H_2O$				
الحالة	التقدم	كميات المادة				
البدئية	0	0,1	0,1		0	0
خلال التفاعل	x	$0,1-x$	$0,1-x$		x	x
عند التوازن	$x_{éq}$	$0,1-x_{éq}$	$0,1-x_{éq}$		$x_{éq}$	$x_{éq}$

نعلم أن مردود التفاعل هو : $r=\frac{n_{\exp}}{n_{\max}}=\frac{x_f}{x_{\max}}=0,6 \Rightarrow x_f=0,6mol$ وبالتالي فتركيبة الخليط عند التوازن هي :

$n(alcool)=n(acide)=0,4mol$

$n(ester)=n(eau)=0,6mol$

2 ـ تأثير النسب البدئية لكميات مادة المتفاعلات :

النشاط التجريبي 7 : استعمال أحد المتفاعلات بوفرة

ننجز خمس تجارب لتفاعل حمض الإيثانويك مع الإيثانول (تفاعل الأسترة) انطلاقا من مجموعات كيميائية تراكيزها البدئية مختلفة ، وندون النتائج المحصلة في الجدول التالي

التركيب البدئي للمجموعة	الحمض	1	1	2	1	3
	الكحول	1	2	1	3	1
نسبة التقدم النهائي %		67	84	84	90	90

ماذا تستنتج من تحليل نتائج هذه التجربة ؟

يلاحظ أن كميات المادة البدئية لحمض الإيثانويك والإيثانول لها تأثير على نسبة التقدم النهائي للتفاعل ، فكلما كان أحد المتفاعلين مستعملا بوفرة ، كانت نسبة التقدم النهائي أكبر

يمكن كذلك التوصل إلى نفس الاستنتاج بواسطة معيار التقدم التلقائي .

مثلا تفاعل الاسترة لحمض الإيثانويك والإيثانول :

$CH_3-CH_2-OH+CH_3COOH \rightarrow CH_3-COOCH_2-CH_3+H_2O$

يعبر عن خارج التفاعل عند التوازن بالعلاقة التالية :

$$Q_{r,éq}=\frac{[CH_3COOC_2H_5]_{éq}[H_2O]_{éq}}{[C_2H_5OH]_{éq}[CH_3COOH]_{éq}}$$

عند استعمال أحد المتفاعلين بوفرة ستكون $Q_r<Q_{r,éq}=K$ أي أن المجموعة ستتطور في المنحى المباشر .

خلاصة : يكون مردود الأسترة مرتفعا كلما كان أحد المتفاعلات مستعملا بوفرة .

ملحوظة : لا تتعلق نسبة التقدم النهائي بطبيعة الحمض الكربوكسيلي المستعمل ، لكن بالمقابل تتعلق بصنف الكحول المستعمل .

صنف الكحول	نسبة التقدم النهائي
كحول اولي	67%
كحول ثانوي	60%
كحول ثالثي	5%

3 ـ إزالة أحد النواتج

لإن تفاعل الحلمأة هو الذي يحد من تفاعل الأسترة ، فإذا وقع تماس بين الماء والاستر المتكون فإن تفاعل الحلمأة يحدث ولتفادي هذا التفاعل يجب إزالة الماء أو الإستر من الوسط التفاعلي حتى يصبح خارج التفاعل $Q_r < K$ فتتطور المجموعة في المنحى المباشر .

الطريقة العملية لإزالة الإستر : في حالة درجة حرارة غليان الإستر أصغر من درجة حرارة المكونات الأخرى للمجموعة فإنه يمكن أن نزيل الإستر من المجموعة بالتقطير المجزأ

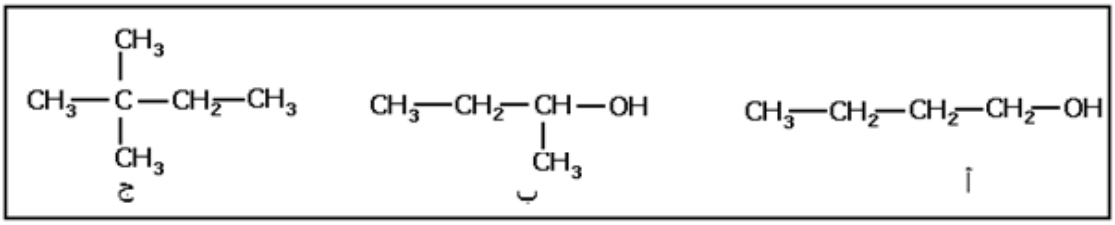
الطريقة العملية لإزالة الماء : يمكن إزالة الماء تدريجيا أثناء تكونه بإضافة إلى الوسط التفاعلي مادة متعطشة للماء وغير قابلة للتفاعل مع المكونات الأخرى للمجموعة مثال : كربونات البوتاسيوم اللامائي .

خلاصة تؤدي إزالة الماء أو الإستر من الوسط التفاعلي ، إلى تطور المجموعة في المنحى المباشر(تكوّن الاستر) وتحسين مردود الأسترة .

تفاعلات الأسترة والحلمأة
Réaction d’estérification et d’hydrolyse

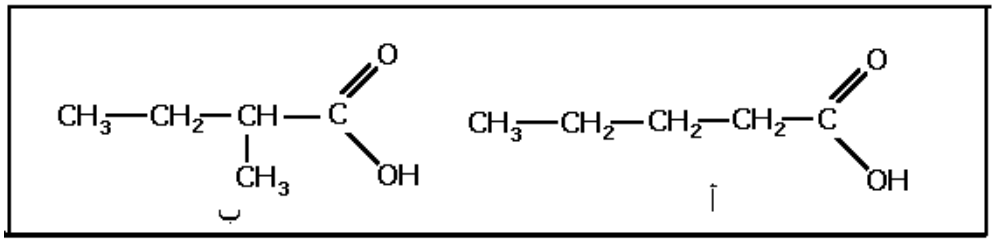
تمرين 1

صنف الكحولات التالية واعط أسمائها



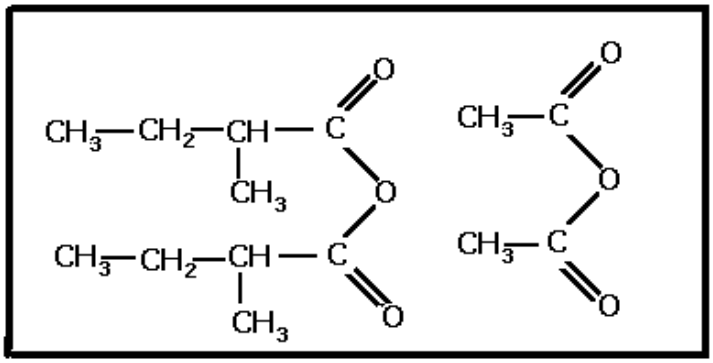
تمرين 2

أعط أسماء الأحماض الكربوكسيلية التالية :



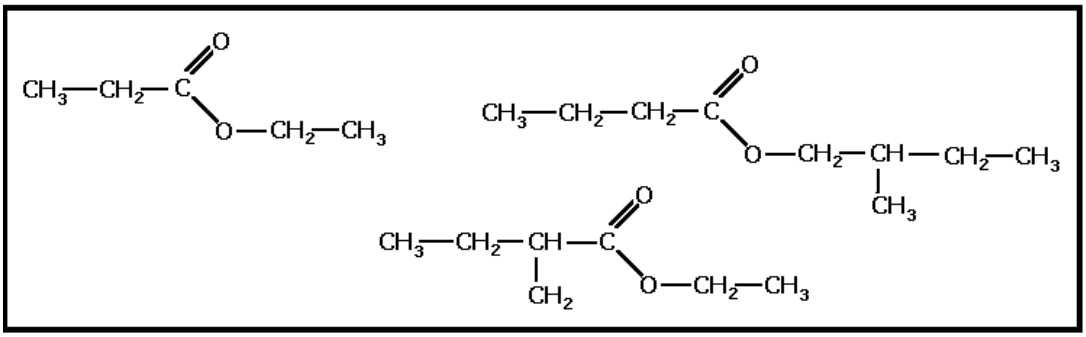
تمرين 3

أعط أسماء اندريدات الحمض التالية :



تمرين 4

أعط أسماء الاسترات النتالية



تمرين 5

خلال تفاعل الأسترة والحلمأة بين $1,0mol$ من حمض الإيثانويك و $1,0mol$ من الإيثانول ، يكون مردود هذا التفاعل هو 60% .

1 ـ أكتب المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل .

2 ـ أوجد تركيبة الخليط في الحالة النهائية .

2 ـ تأثير النسب البدئية لكميات مادة المتفاعلات :

تمرين 6

نعتبر تفاعل أسترة بين حمض كربوكسيلي صيغته $R-COOH$ وكحول صيغته $R'-CH_2-OH$ عند اللحظة $t=0$ تم خلط $0,20mol$ من الحمض و $0,20mol$ من الكحول . ننجز هذا التفاعل بوجود حمض الكبريتيك وبواسطة التسخين بالارتداد .

1 ـ أكتب المعادلة الكيميائية لتفاعل الأسترة .

2 ـ نعرف التقدم x للتفاعل بكمية مادة الاستر المتكون خلال الزمن . أتمم الجدول الوصفي للتفاعل :

معادلة التفاعل		$acide$	+	$alcool$	$\rightarrow$	$ester$	+	eau
الحالة	التقدم	كميات المادة						
البدئية	0	0,20		0,20		0		0
خلال التفاعل	x							
عند التوازن	$x_{éq}$							

3 ـ أحسب التقدم الأقصى لتفاعل الأسترة إذا افترضنا أن التفاعل كلي .

4 ـ تعطي التجربة التقدم عند التوازن للإستر $x_{éq}=0,13mol$ ،

4 ـ 1 أتمم الجدول الوصفي للتفاعل

4 ـ 2 أحسب مردود هذا التحول

4 ـ 3 ما هو تعليقك على هذه القيمة ؟

5 ـ نعوض الكحول $R'-CH_2-OH$ ب $R_1-CHOH-R_2$

5 ـ 1 أعط الصيغة نصف المنشورة للإستر الناتج وحدد صنف الكحول المستعمل

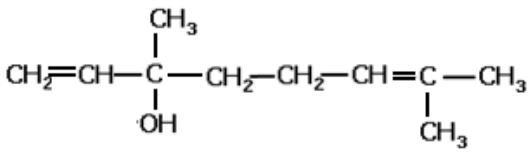
5 ـ 2 علما أن مردود هذا التحول الجديد هو 60% ، أحسب القيمة الجديدة للتقدم عند التوازن

5 ـ 3 استنتج قيمة ثابتة التوازن باستعمال هذ الكحول الجديد

تمرين 7

يستعمل عطر برائحة الخزامى أو أسيتات لينالیل Acétate de Linalyle لتعطير الصابون ، وهو نوع كيميائي يوجد في النكهة الطبيعية للخزمى . يمكن تحضيره في المختبر انطلاقا من التفاعل بين حمض الإيثانويك واللينالول Linalol .

عند درجة الحرارة العادية يوجد اللينالول كسائل عديم اللون ومعطر ، صيغته نصف المنشورة هي :



1 ـ1 انقل إلى ورقتك الصيغة نصف المنشورة للنيالول وضع دائرة حول المجموعة المميزة للكحول .

1 ـ 2 ـ حدد صنف هذا الكحول .

2 ـ ما هي المجموعة الكيميائية التي تنتمي إليها أسيتات لينالیل Acétate de Linalyle . ؟
3 ـ 1 ـ باستعمال الصيغ نصف المنشورة أكتب معادلة التفاعل الكيمائي المقرون بتحضير أسيتات لينالیل Acétate de Linalyle .
3 ـ2 ـ ما هي مميزات هذا التحول الكيميائي ؟
4 ـ نستعمل خليطا متساوي المولات من اللينالول وحمض الإيثانويك بوجود حمض باراتولیين الكبريتونيك acide paratoluéne sulfonique والذي يلعب دور الحفاز . ما هو دور الحفاز ؟
5 ـ نعطي ثابتة التوازن لهذا التحول : $K = 3\times10^{-3}$.
5 ـ 1 أكتب تعبير خارج التفاعل $Q_{r,i}$ عند بداية التفاعل .
5 ـ 1 علل منحى التطور التلقائي للمجموعة .
6 ـ عند نهاية التحول وبعد التبريد نقوم بفصل أسيتات لينالیل Acétate de Linalyle بالتقطير .حصلنا على $2,5m\ell$ من أسيتات لينالیل Acétate de Linalyle انطلاقا من $40m\ell$ للينالول .
6 ـ 1 ما هو حجم حمض الإيثانويك المستعمل ؟
6 ـ 2 عرف بمردود التفاعل واحسب مردود هذا التركيب .
6 ـ 3 هل هذه النتيجة مفاجئة ؟
7 ـ المردود في هذه الشروط التجريبية رديء ، لكن بالمقابل فإن اللينالول هو مادة باهضة الثمن .
7 ـ 1 اقترح طريقة تمكن من الرفع من المردود دون تغيير الجهاز المستعمل
7 ـ 2 ما هو الجهاز الآخر الذي يمكن من الرفع من مردود التفاعل ؟

اسم النوع الكيميائي	أسيتات لينالیل Acétate de Linalyle	حمض الإيثانويك	اللينالول Linalol
الكثافة	0,89	1,05	0,87
درجة حرارة الغليان(°C)	220	118	199
الكتلة المولية g/mol	196	60	154

تمرين 8 ـ تصنيع إستر (مبارة فرنسية 2002)

نعطي الكتل المولية الذرية للعناصر الكيميائية التالية : $M(H)=1g/mol$ و $M(C)=12g/mol$ و $M(O)=16g/mol$.

نريد تصنيع إستر انطلاقا من تفاعل حمض الإيثانويك و بنتن ـ 1 ـ أول pentan – 1 ol
1 ـ أكتب باستعمال الصيغ نصف المنشورة المعادلة الحصيلة لهذا التفاعل الكيميائي .
أعط اسم الاستر الناتج . واذكر خاصتين أساسيتين لهذا التفاعل .
2 ـ المناولة
ـ المرحلة الأولى : ندخل في حوجلة حجما $V_1 = 22m\ell$ من بنتن ـ 1 ـ أول pentan – 1 ol وحجما V_2 من حمض الإيثانويك . ونضيف $1m\ell$ من حمض الكبريتيك مركز وبعض من حصى الخفاف pierres ponces ثم نسخن الخليط بالارتداد مدة $30\,\min$.
ـ المرحلة الثانية : بعد التبريد نصب محتوى الحوجلة في حبابة الصفيق ampoule à décanter والتي تحتوي على $50m\ell$ من الماء المثلج مع الاحتفاظ بحصى الخفاف . بعد التحريك والصفيق نحصل على على طبقتين غير قابلين للامتزاج non miscible إحداهما تحتوي على الاستر .
بعد التحريك والمعالجة نحصل على $17g$ من الاستر .
معطيات :

اسم النوع الكيميائي	بنتن ـ 1 ـ أول	حمض الإيثانويك	الاستر المحضر

	Pentan -1 - ol		
الكتلة الحجمية عند 20°C ب $(g/m\ell)$	0,81	1,05	0,87
الذوبانية في الماء	ضعيفة	جيدة	ضعيفة
الكتلة المولية g/mol	88	60	130

2 ـ 1 ما هو دور التسخين ؟ وما هو دور استعمال التسخين بالارتداد ؟

2 ـ 2 ضع تبيانة موضحا فيها الأجهزة المستعملة في عملية التسخين بالارتداد .

2 ـ 3 ما هو دور حمض الكبريتيك المركز ؟ ما هو دور حصى الخفاف ؟

2 ـ 4 أوجد بدلالة المعطيات التعبير الحرفي للحجم V_2 لحمض الإيثانويك المستعمل لكي يكون الخليط البدئي متساوي المولات . أحسب قيمته .

2 ـ 5 ما هو التفاعل المشوش الذي يمكن أن يحصل خلال عملية التصفيق في حالة عدم استعمال الماء المثلج ؟

2 ـ 6 ضع تبيانة لعملية التصفيق موضحا وضعية و اسم الطورين . ما هي الاحتياطات التي يجب العمل بها خلال التحريك في عملية التصفيق ؟

2 ـ 7 احسب مردود هذا التصنيع .

3 ـ تطور التحول .

3 ـ 1 مثل على الورقة شكل المنحنى الممثل لتغيرات كمية مادة الاستر المتكون بدلالة الزمن t .

3 ـ 2 ما هي التغيرات التي ستطرأ على هذا المنحنى في الحالات التالية :

أ ـ عند الرفع من درجة الحرارة

ب ـ عند عدم استعمال حمض الكبريتيك المركز

ج ـ عند استعمل حمض الإيثانويك بوفرة بالنسبة للكحول .

4 ـ نريد أن نحضر هذا الاستر بمردود جيد .

4 ـ 1 أعط اسم والصيغة نصف المنشورة للمتفاعل الممكن استعماله عوض حمض الإيثانويك

4 ـ 2 أكتب المعادلة الحصيلة لهذا التفاعل وأذكر خاصياته .

كيفية التحكم في تطور المجموعات الكيميائية

I ـ لماذا تغيير المتفاعل ؟

تعتبر التحولات الكيميائية المقرونة بتفاعلات الأسترة بين حمض كربوكسيلي وكحول وحلمأة الإستر بطيئة ومحدودة . ويمكن تسريعها بالرفع من درجة الحرارة وباستعمال حفاز ، وبتحسين مرودودها باستعمال أحد المتفاعلات بوفرة أو بإزالة أحد النواتج .

لكن هذه الطرائق تستهلك م

من أجل تخفيض هذه الكلفة بادر الكيميائيون إلى البحث عن طرائق أخرى تعتمد على استعمال متفاعلات أخرى يتم اختيارها بحيث لا تحدث التحولات المعاكسة وتصبح التحولات كلية

فكيف يتم تحضير الاسترات دون تكون الماء لتجنب حلمأتها ؟

وفي أي ظروف يمكن إنجاز حلمأة إلإستر مع تجنب تواجد الحمض الكربوكسيلي مع الكحول ؟

II ـ تصنيع إستر انطلاقا من أندريد الحمض وكحول .

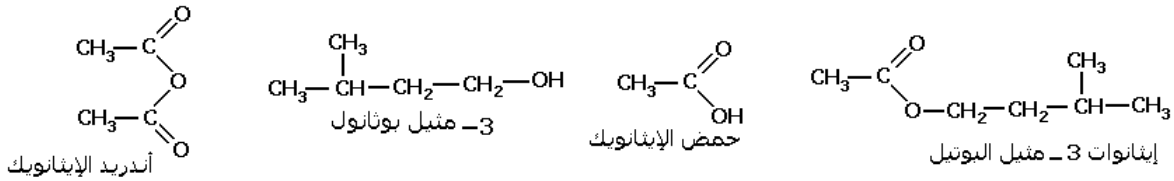
تتسم الأندريدات الحمض بتفاعليتها ، حيث تعوض الأحماض الكربوكسيلية في عدة تفاعلات خصوصا منها المتعلقة بتخل

1 ـ تفاعل أندريد الحمض مع كحول

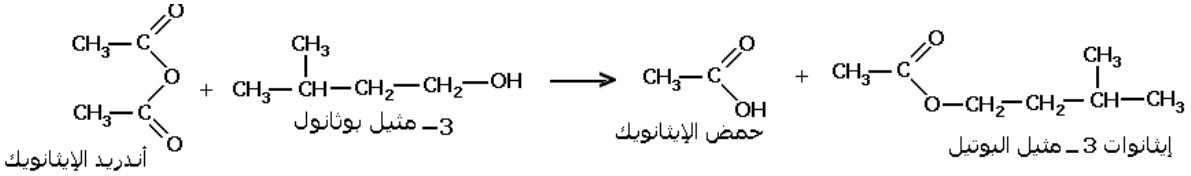
نشاط تجريبي 1

نصب في أنبوب اختبار $8m\ell$ من الكحول الإيزوميلي (3 ـ مثيل بوتان ـ 1 ـ أول) ، ونضيف $7m\ell$ من أندريد الإيثانويك ، نحرك ونضع الخليط لبضع دقائق في حمام مريم عند الحرارة $50°C$.

نفرغ المحتوى في كأس به ماء مالح ، ونحرك ، ثم نترك الخليط يسكن فنلاحظ تكون طور سائل زيتي نغمس شريط ورق الترشيح في الطور العلوي ونشم الرائحة المنبعثة منه تشبه رائحة الموز والإحاص تدل على تكون إستر وهو إيثانوات 3ـ مثيل البوتيل .



1 ـ أكتب الصيغ نصف المنشورة لكل من 3 ـ مثيل بوتان ـ 1 ـ أول وحمض الإيثانويك و إيثانوات 3ـ مثيل البوتيل



2 ـ استنتج معادلة هذا التفاعل .

3 ـ ما الذي يميز هذا التفاعل عن الأسترة التي تم التطرق إليها سابقا ؟

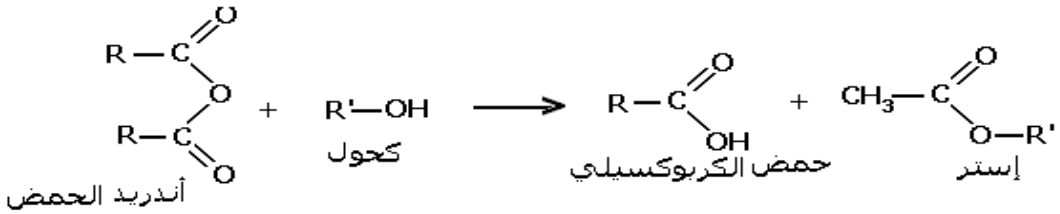
يتميز هذا التفاعل عن سابقيه أنه سريع وكلي حيث يكون التقدم النهائي للتفاعل قصويا .

4 ـ لماذا لاتحدث حلمأة الإستر الناتج ؟

لأن تكون الأستر في وسط لا مائي يجعل حلمأته غير ممكنة .

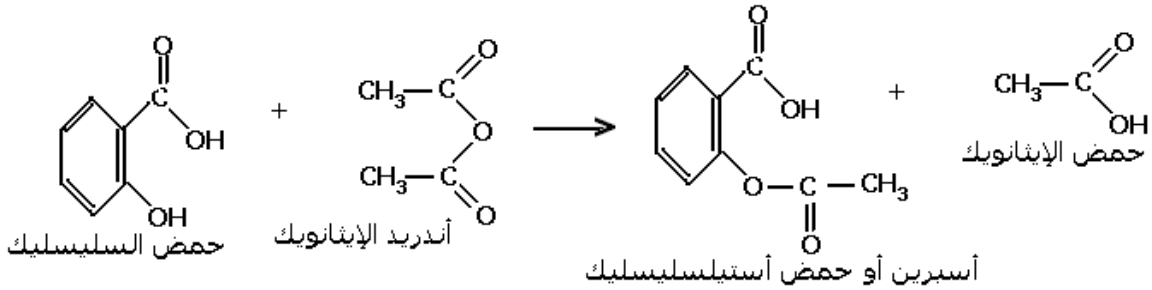
بصفة عامة :

تفاعل أندريد الحمض مع كحول تفاعل كلي وسريع حيث يعطي إسترا ، ويكون فيه التقدم النهائي للتفاعل قصويا أي مردود أقصى .



2 ـ تطبيقات : تحضير الأسبيرين

الأسبيرين أو حمض الأستيلسليسليك دواء كثير الاستعمال كمسكن للألم ومقاوم للحمى
يحضر انطلاقا من حمض السليسليك (حمض الصفصاف) وأندريد الإيثانويك للحصول على مردود أقصى :



III ـ الحلمأة القاعدية للإسترات : التصبن

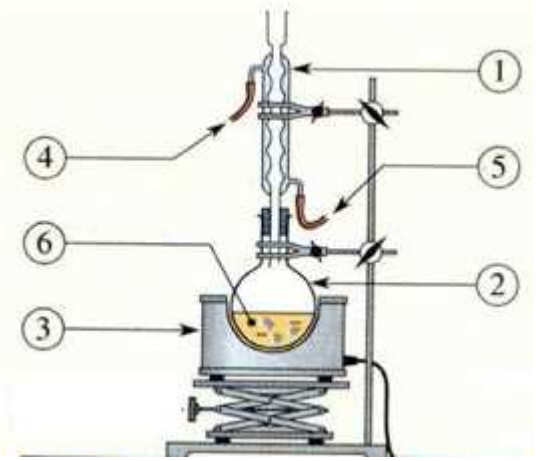
1 ـ تفاعل إستر مع الأيونات $HO^-(aq)$

رأينا في الدرس السابق أن حلمأة إستر بالماء هو تفاعل بطيء ومحدود .
يمكن لهذا التحول أن يكون كليا إذا تم إنجاز التحول بوجود قاعدة مركزة مثل هيدروكسيد الصوديوم أو هيدروكسيد البوتاسيوم .

نشاط تجريبي 2

نصب في حوجلة $5m\ell$ من بنزوات الإثيل ونضيف قليلا من حصى الخفاف ونضيف بحدر $25m\ell$ من محلول هيدروكسيد الصوديوم .
ننجز تركيب التسخين بالارتداد ونسخن لمدة عشر دقائق . نترك الخليط يبرد ، ونفرغه في كأس بها قطع ثلج ، ثم نضيف تدريجيا ، وبحدر ، مع التحريك قليلا من حمض الكلوريدريك .
استثمار :

1 ـ ارسم تبيانة التركيب التجريبي للتسخين بالارتداد لإنجاز هذا التفاعل .



(1) : مبرد (2) حوجلة (3) مسخن كهربائي (4) خروج ماء دافئة (5) دخول الماء بارد (6) الخليط التفاعلي

2 ـ على ماذا نحصل في الكأس ؟
نحصل في الكأس على أيونات بنزوات نتيجة تفاعل بنزوات الإيثل مع أيونات الهيدروكسيد $HO^-(aq)$

3 ـ ما النوع الكيميائي الذي تفاعل مع $H_3O^+(aq)$ إعطاء حمض البنزويك ؟
النوع الكيميائي الذي تفاعل مع أيونات الأوكسونيوم إعطاء حمض البنزويك هو أيون البنزوات الناتج عن تفاعل أيونات هيدروكسيد مع بنزوات الإيثل .

$$C_6H_5COO^-(aq)+H_3O^+(aq)\rightarrow C_6H_5COOH(s)+H_2O(\ell)$$

4

$$C_6H_5COOC_2H_5(\ell)+HO^-(aq)\rightarrow C_6H_5COO^-(aq)+C_2H_5-OH(\ell)$$

5 ـ قارن هذه الحلمأة مع حلمأة الإستر التي تم التطرق إليها في الدرس السابق .

الحلمأة بوجود قاعدة مركزة تودي إلى تفاعل كلي وسريع .

خلاصة :

يمكن تعميم هذه النتائج على جميع الاسترات ، حيث يتحول الإستر تحت تأثير أيونات هيدروكسيد $HO^-(aq)$ إلى أيونات كربوكسيلات وكحول ، يدعى هذا التحول تصبنا . (لكونه يؤدي إلى تحضير الصابون انطلاقا من مواد دهنية).

في وسط قاعدي يكون الحمض الكربوكسيلي أقليا والنوع الأكثري هو القاعدة المرافقة ، أيون كربوكسيلات $RCOO^-$ ، الذي لا يتفاعل مع الكحول . وبالتالي لا يمكن أن يحدث تفاعل ألأسترة ، ونحصل على تقدم التفاعل النهائي مساو للتقدم الأقصى أي تفاعل كلي .

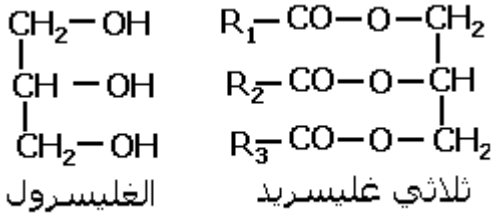
بصفة عامة ، تؤدي الحلمأة القاعدية (أو التصبن) لإستر إلى تكون أيون كربوكسيلات وكحول وفق تحول سريع وكلي . نكتب معادلة التفاعل :

$$R-COO-R'+HO^- \rightarrow R-COO^- + R'-OH$$

2 ـ تطبيقات في تصبن الأجسام الدهنية .

يتم تحضير الصابون بتصبن الأجسام الدهنية التي تحتوي على

2 ـ 1 الأجسام الدهنية



الأجسام الدهنية السائلة أو الصلبة ، مثل الزيوت والزبدة والدهون ، مركبات عضوية طبيعية ، نباتية وحيوانية تتكون أساسا من ثلاثي غليسريد وهو ثلاثي إستر ناتج عن تفاعل أسترة بين البروبان ـ 1،2،3ثلاثي أول (أو الغليسرول) والأحماض الدهنية .

الأحماض الدهنية أحماض كربوكسيلية ذات سلسلة كربونية طويلة غير متفرعة تحتوي على عدد زوجي من ذرات الكربون .

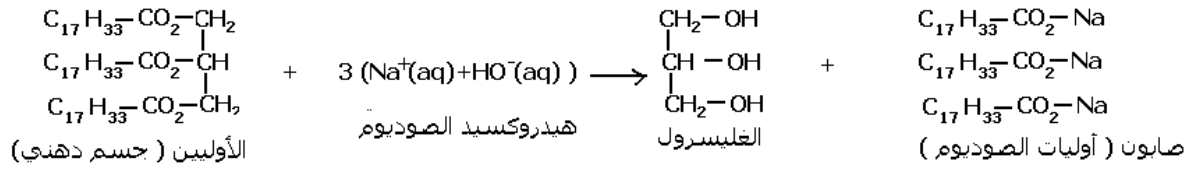
أمثلة : حمض اللوريك Acide laurique $\left(C_{11}H_{23}COOH\right)$ وحمض الأوليك Acide oleique $\left(C_{17}H_{33}COOH\right)$

2 ـ 2 تحضير الصابون

يتم تصبن الأجسام الدهنية بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم $\left(Na^+(aq)+HO^-(aq)\right)$ أو هيدروكسيد البوتاسيوم $\left(K^+(aq)+HO^-(aq)\right)$

يتم في هذا التصبن تفاعل المجموعات المميزة الثلاث إستر للغليسريد مع الأيونات HO^- حيث يتكون الغليسرول وثلاث أيونات كربوكسيلات .

ينتج الصابون عن تصبن ثلاثي الغليسريد . وهو عبارة عن كربوكسيلات الصوديوم أو البوتاسيوم ، القواعد المرافقة للأحماض الدهنية ذات سلاسل طويلة بين 10 إلى 20 ذرة كربون .

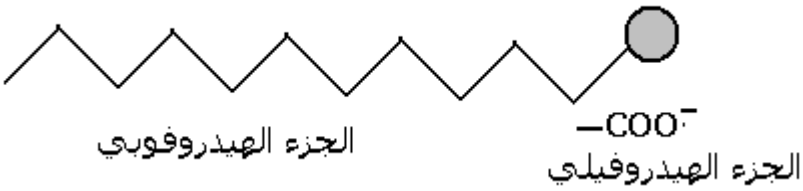


2 ـ 3 خاصيات الصابون

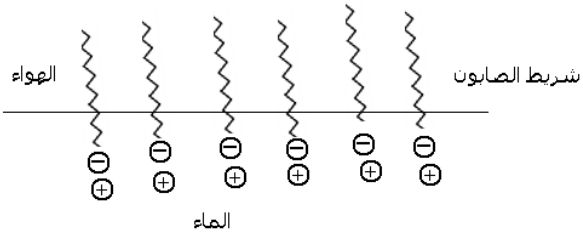
أ ـ الصابون في الماء

الذوبانية :

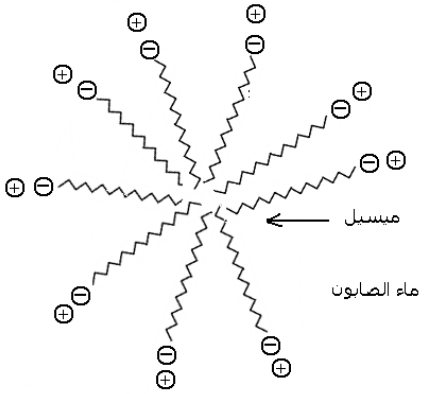
يذوب الصابون في الماء المقطر إلى حدود $100g/\ell$ ، وهو قليل الذوبان في الماء المالح أو الماء الذي يحتوي على أيونات الكالسيوم $Ca^{2+}(aq)$ أو أيونات المغنزيوم $Mg^{2+}(aq)$ حيث يترسب في هذه المحاليل.



ـ يحتوي أيون كربوكسيلات ذو سلسلة كربونية طويلة المتواجدة في الصابون على جزأين :
الجزء الأول هو عبارة عن مجموعة كربوكسيلات الأيوني COO^- المتواجد في رأس السلسلة ، وهو قابل للذوبان في الماء ويدعى الجزء الهيدروفيلي *Hydrophphyle* (محب للماء)
الجزء الثاني ، هو عبارة عن سلسلة كربونية طويلة غير قابلة للذوبان في الماء ويدعى الجزء الهيدروفوبي *hydrophobie* (كاره للماء)



ـ يتميز الجزء الهيدروفوبي بعدم قابليته للذوبان في الماء ، إلا أنه يقبل التماس مع الزيت لأن بنيته تشبه بنية الأجسام الذهنية ، لذا يسمى الجزء الليبوفيلي *Lipophylie* (محب للدهون)
ـ في محلول مائي تكون أيونات كربوكسيلات نوعين من التجمعات :



* يتكون على سطح المحلول شريط صابون أو قشرة من الصابون،
* وتتكون في المحلول مجموعات مماثلة تدعى ميسيلات ، أو ذرات حكمية . تتجمع السلسلات الكربونية الهيدروفوبية داخل الممسيلات بينما تكون مجموعات كربوكسيلات محيطها .

ب ـ خاصيات التنضيف

عندما نضع ثوبا ملطخا بمادة دهنية ، مثل الزيت النباتية ، في ماء صابوني ، تتحظم الميسيلات على البقع الدهنية على البقع الدهنية ، وبالتالي ترتبط الأجزاء الهيدروفوبية مع المواد الدهنية ، وبالفرك تنفصل لبقع الدهنية عن الثوب محبوسة داخل الميسيلات في المحلول .
تتنافر الميسيلات لكونها محاطة بأيونات Na^+ أو K^+ وتتشتت في الماء .