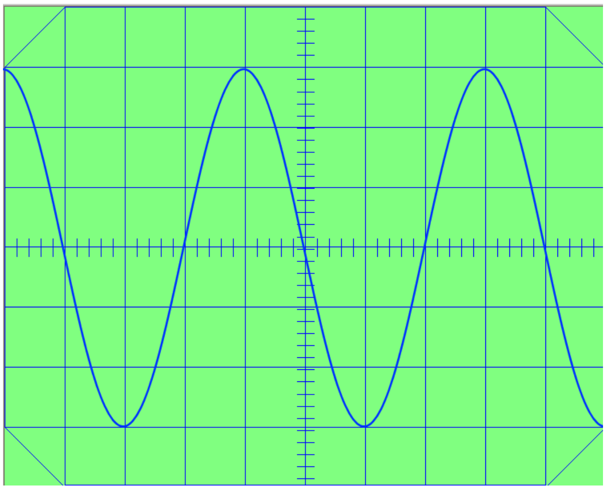
ثنائي القطب RLC
تمارين مرفقة بالحلول
فيزياء تارودانت

http://9alami.com

1

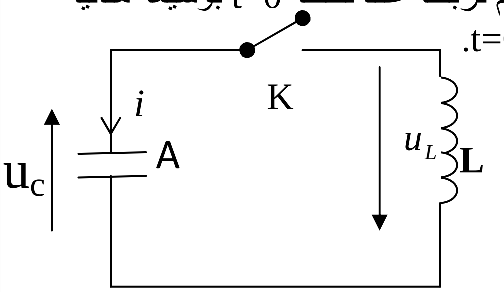
تتكون دارة كهربائية من وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها مهملة مركبة مع مكثف سعته C تم شحنه مسبقا بشحنة كهربائية q_0 . نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر Uc بين مربطي المكثف.
الحساسية الرأسية للجهاز هي $S_V = 5V/div$ و الحساسية الأفقية هي $S_H = 2ms/div$.



1- عين مبيانيا الدور الخاص T_0.
2- حدد قيمة سعة المكثف علما أن $L = 1,2H$.
3- احسب الشحنة البدئية q_0 للمكثف و الشدة القصوية I_m للتيار المار في الدارة الكهربائية.
4- احسب الطاقة الكلية ξ للدارة.

2

نشحن مكثفا سعته $C=100\mu F$، حيث نزوده بطاقة قيمتها $E_0 = 10^{-2}J$، ثم نربطه عند لحظة t=0 بوشيعة مثالية ذات معامل تحريض $L = 10mH$. اللبوس A يحمل شحنة موجبة عند t=0.



1- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c بين مربطي المكثف.
2- نقبل أن حل المعادلة التفاضلية هو:
$u_c(t) = U_{max}\cos\left(\frac{2\pi.t}{T_0}+\varphi\right)$ حدد قيم كل من T_0 و φ و U_{max}
مع $0 \le \varphi < 2\pi$ و استنتج تعبير كل من التوتر بين مربطي الوشيعة $u_L(t)$ و شدة التيار $i(t)$ بدلالة الزمن t.
3- مثل الدالتين $u_c(t)$ و $i(t)$ في نفس المعلم.
4- أعط بدلالة الشحنة q للمكثف (عند لحظة t) تعبير كل من الطاقة E_e المخزونة في المكثف و الطاقة E_m المخزونة في الوشيعة.
5- احسب الشحنة القصوية q_m للمكثف.
6- أوجد حسابيا قيمة كل من E_e و E_m و u_c و i عندما تكون شحنة المكثف هي $q = 4.10^{-4}C$.

http://www.9alami.com

نشحن مكثفا سعته $C=2,5\mu F$ بواسطة مولد توتر مستمر؛ بعد الشحن يصبح التوتر بين مربطي المكثف هو $U_{c0}=6V$.

1- احسب شحنة المكثف q_0 و الطاقة المخزنة فيه بعد عملية الشحن.

2- نشحن المكثف بالشحنة q_0 في كل مرة و ننجز إحدى التجارب التالية:

- التجربة الأولى: نربط المكثف بموصل أومي مقاومته R .
- التجربة الثانية: نربط المكثف بوشيعة مثالية معامل تحريضها L.
- التجربة الثالثة: نربط المكثف في دارة كهربائية متوالية بالموصل الأومي و الوشيعة السابقين.

نعاين التوتر بين قطبي المكثف في كل تجربة بواسطة حاسوب، فنحصل على المنحنيات أسفله:

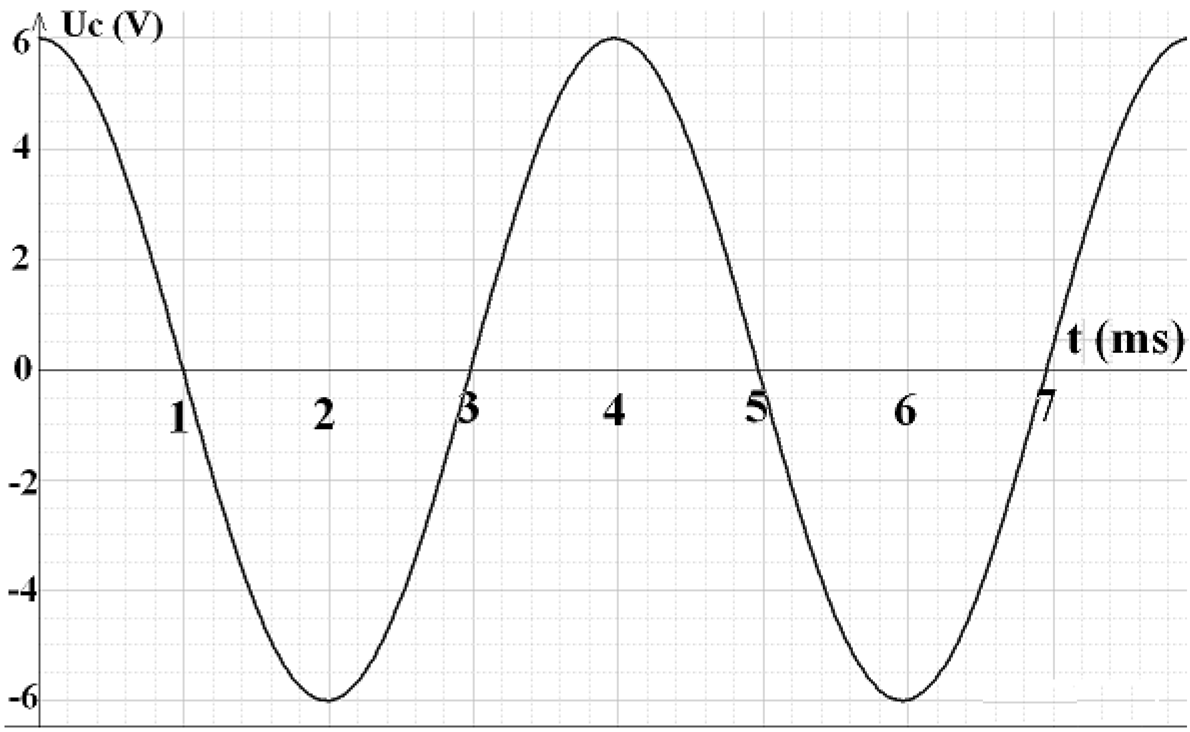
أ) حدد المبيان الموافق لكل تجربة. علل جوابك.

ب) أوجد قيمتي الدور الخاص T_0 و شبه الدور T. ماذا تستنتج؟

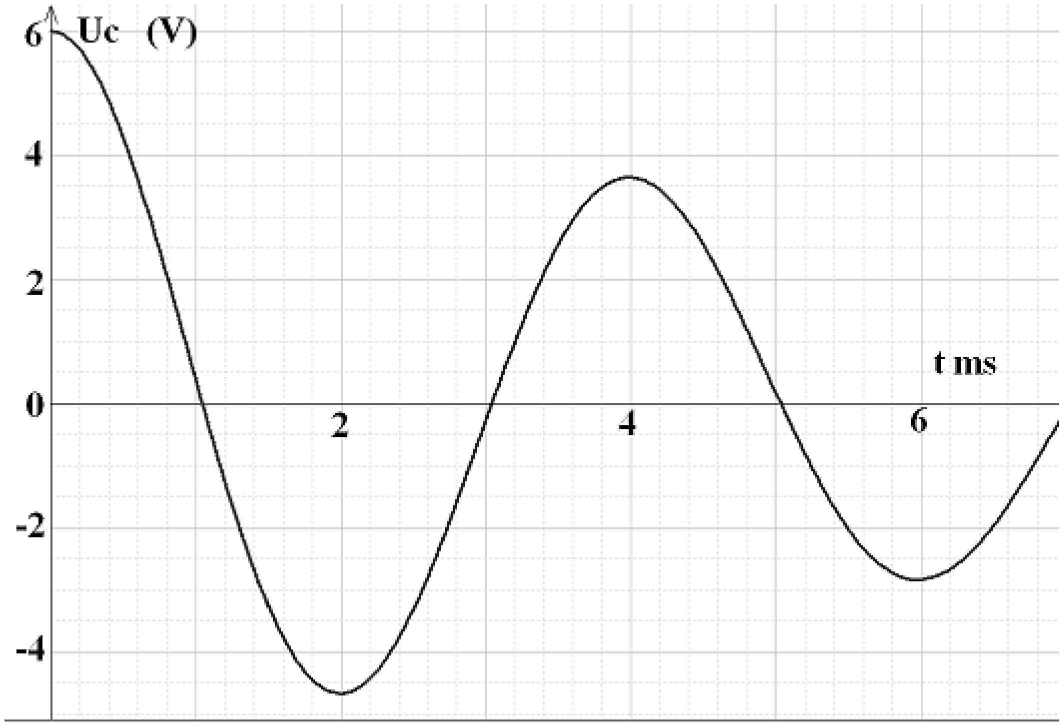
ج) حدد قيمة ثابتة الزمن τ عند ربط المكثف بالموصل الأومي.

د) أوجد قيمة كل من R و L.

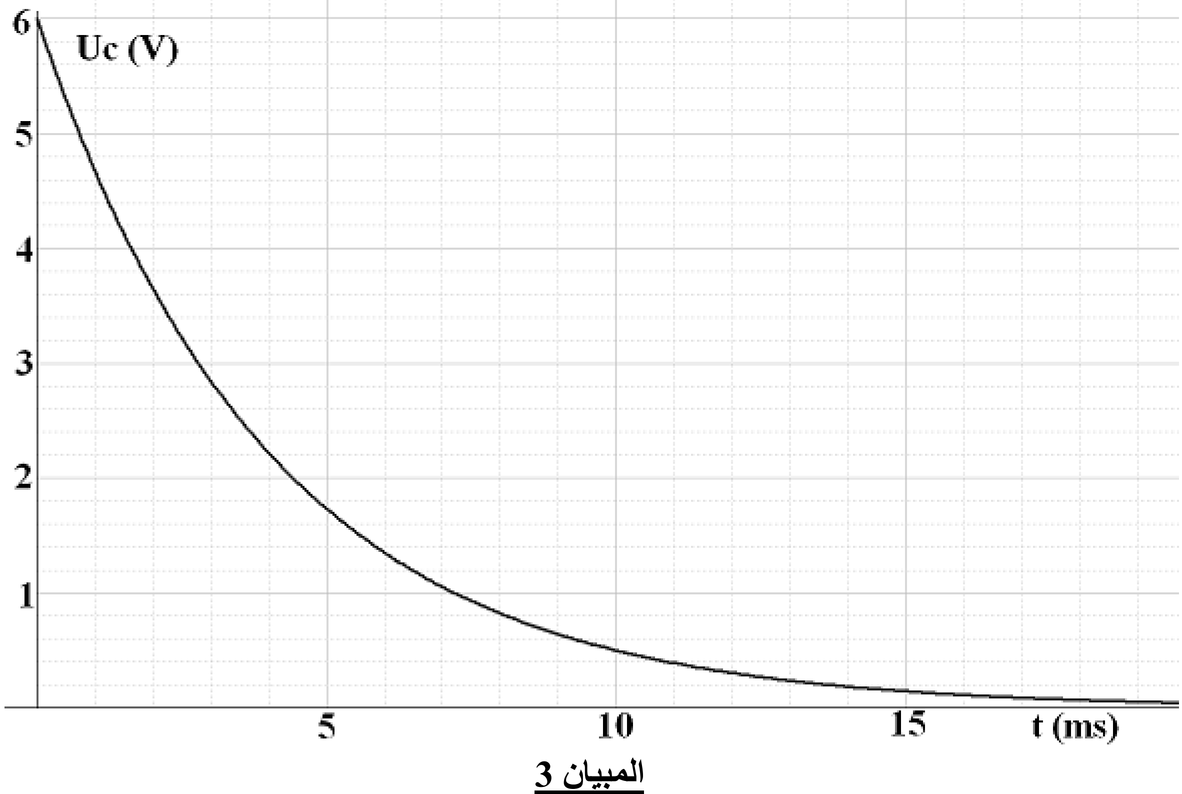
ه) احسب الطاقة E_j الضائعة بمفعول جول بين اللحظتين $t=0$ و $t=T$ خلال التجربة الثالثة.



<u>المبيان 1</u>



المبيان 2



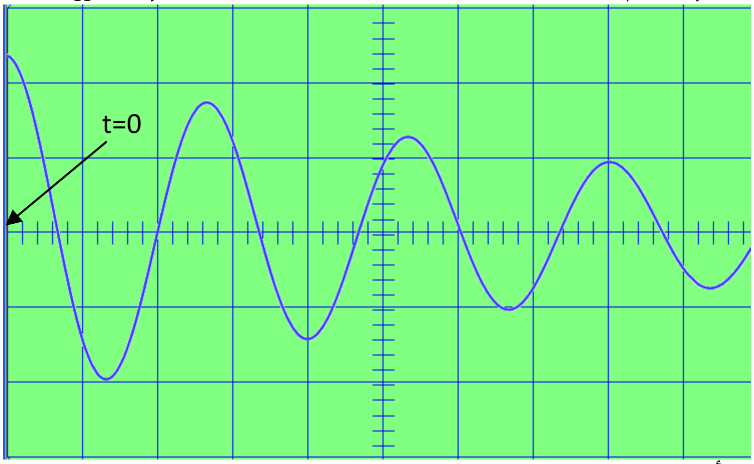
المبيان 3

4

نركب على التوالي في دارة كهربائية وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها مهملة و مكثف سعته C مشحون و موصل أومي مقاومته R .

نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر u_c بين مربطي المكثف و نحصل على المبيان أسفله:

الحساسية الرأسية: $S_V = 2,5V/div$ الحساسية الأفقية: $S_H = 0,1ms/div$



نعتبر أن اللحظة المقابلة لأول قيمة قصوية للتوتر u_c هي $t = 0$.

1- حدد مبيانيا شبه الدور T للذبذبات الكهربائية.
2- إلى ماذا يعزى خمود التذبذبات؟
3- بإهمال تأثير خمود التذبذبات على دور التذبذبات. أوجد قيمة سعة المكثف علما أن L=10mH.
4- احسب الطاقة الكلية للدارة الكهربائية عند اللحظتين $t = \frac{T}{2}$ و $t = \frac{3T}{2}$ و استنتج قيمة الطاقة E_J المبددة بمفعول جول بين هاتين اللحظتين.
5- هل المكثف يُشحن أم يُفرغ في المجالين: $t \in \left[\frac{T}{4};\frac{T}{2}\right]$ و $t \in \left[\frac{T}{2};\frac{3T}{4}\right]$. علل جوابك.

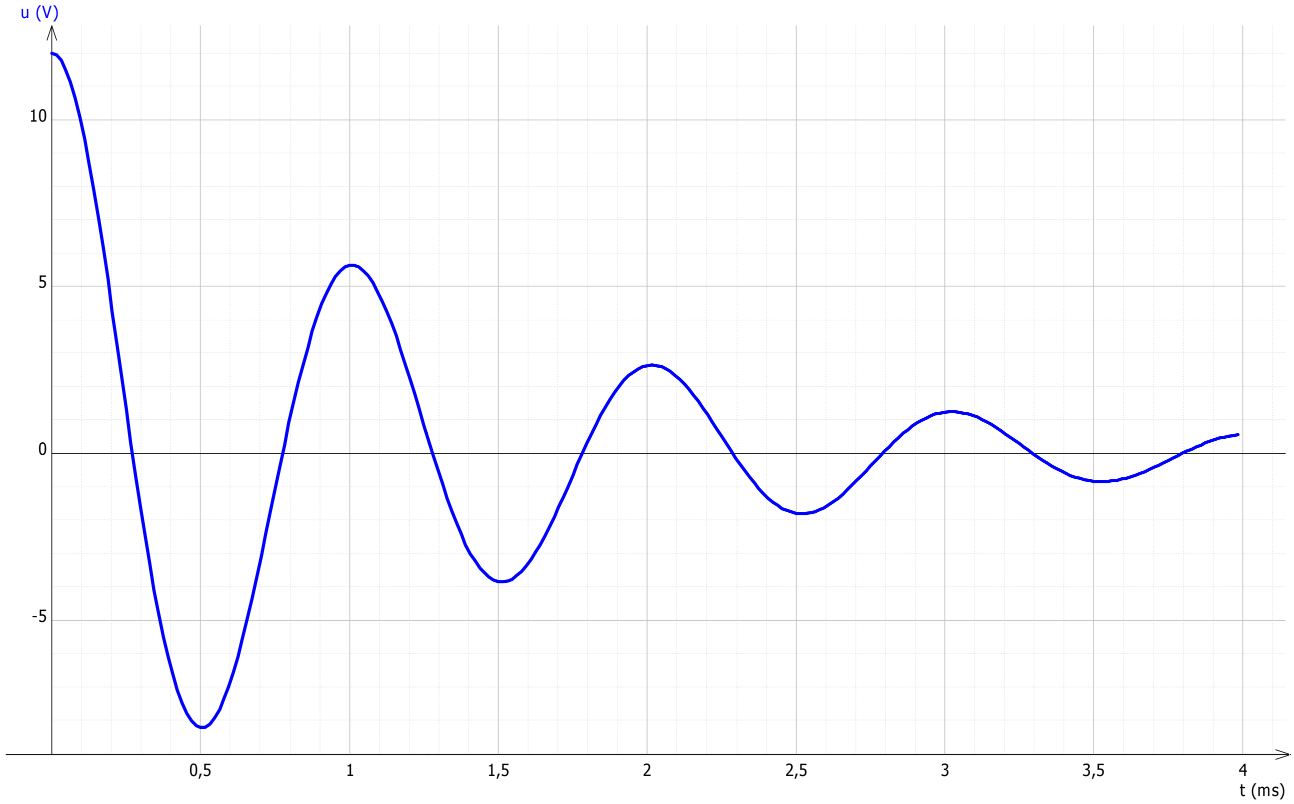
5

نركب على التوالي في دارة كهربائية وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها مهملة و مكثف سعته C مشحون و موصل أومي مقاومته R و قاطع تيار K.

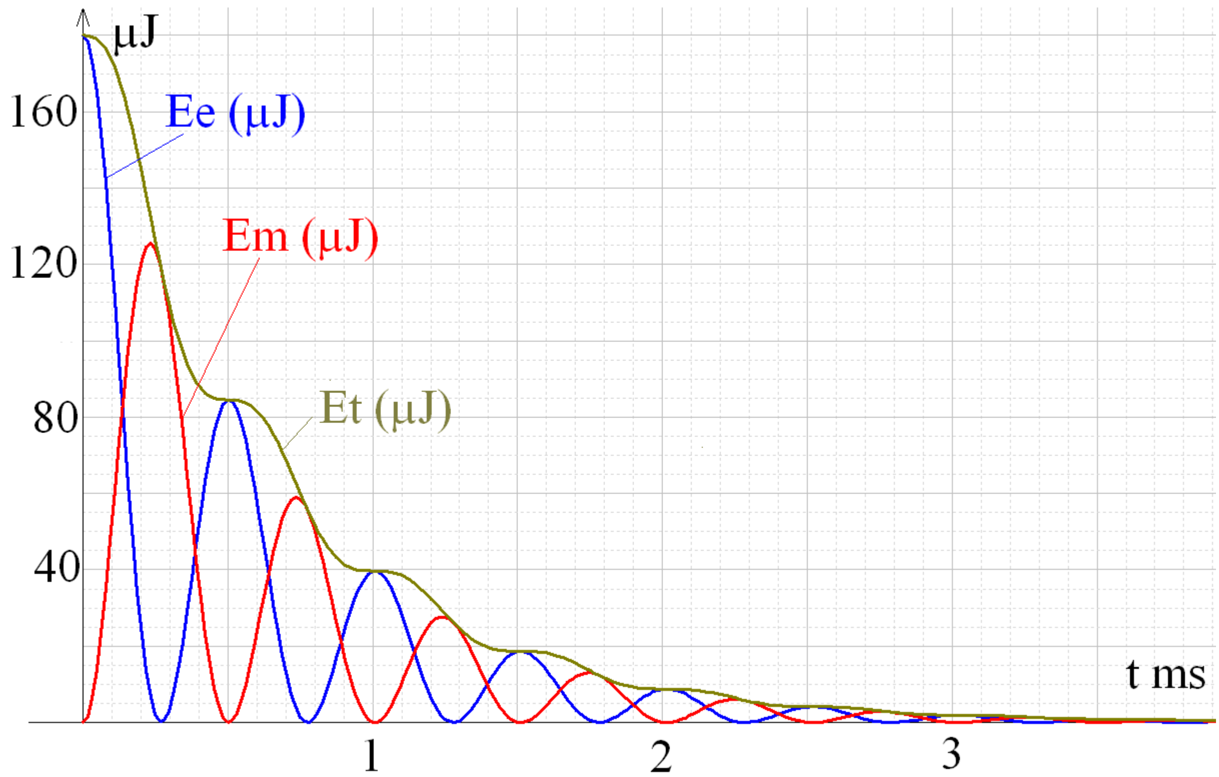
نغلق قاطع التيار عند اللحظة t=0 و نمثل بواسطة حاسوب و برنام ملائم تغير كل من التوتر u بين مربطي المكثف (الوثيقة 1) و الطاقة Ee المخزنة في المكثف و الطاقة Em المخزنة في الوشيعة و الطاقة الكلية Et للدارة الكهربائية (الوثيقة 2) بدلالة الزمن.

1- ما نوع نظام التذبذبات المحصل عليها.؟
2- استنتج قيمة شبه دور التذبذبات.
3- ماذا يحدث للطاقة الكلية للدارة الكهربائية؟ علل ذلك.
4- أوجد الطاقة المبددة في الدارة الكهربائية بين اللحظتين $t_0 = 0$ و $t_1 = 1ms$.
5- بإهمال تأثير الخمود على دور التذبذبات و باعتمادك الوثيقتين استنتج قيمتي C و L.
6- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u.
7- تُكتب المعادلة التفاضلية للتوتر u كالتالي: $\frac{d^2u}{dt^2} + 1500\frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0$

استنتج قيمة كل من ω_0 و المقاومة R للموصل الأومي.



الوثيقة 1



الوثيقة 2

التصحيح

http://www.9alami.com

1

1- لدينا حسب المبيان:

$$T_0 = x.S_H = 4*2 = 8ms$$

2- بما أن التذبذبات حرة و غير مخمدة إذن:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 LC \Rightarrow C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$$

ت ع:

$$C = \frac{64.10^{-6}}{47,37} = 1,35.10^{-6} F = 1,35\mu F$$

-3

تحديد q_0

نستنتج من المبيان أن التوتر القصوي بين مربطي المكثف (يقابل التوتر البدئي للمكثف) هو:

$$U_0 = y.S_V = 3*5 = 15V$$

إذن:

$$q_0 = CU_0 = 1,35.10^{-6}*15 = 2,025.10^{-5}C \approx 2.10^{-5}C$$

تحديد I_m

لدينا في حالة التذبذبات الحرة غير المخمدة لدارة LC:الطاقتان القصويتان للمكثف و الوشيعة متساويتان:

$$E_{m(\max)} = E_{e(\max)} \Rightarrow \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C} \Rightarrow I_m = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}$$

ت ع:

$$I_m = \frac{2.10^{-5}}{\sqrt{1,2*1,35.10^{-6}}} = 1,57.10^{-2} A = 15,7mA$$

4- لدينا في حالة التذبذبات الحرة غير المخمدة لدارة LC:

$$\xi = E_{m(\max)} = E_{e(\max)} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2}\frac{q_{\max}^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C} = \frac{4.10^{-10}}{2*1,35.10^{-6}} = 1,48.10^{-4} J$$

2

1- لدينا:

$$u_c + u_L = 0$$

$$\Leftrightarrow u_c + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow u_c + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow u_c + LC\frac{d^2u_c}{dt^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_c = 0$$

-2

لدينا:

$$u_c(t)=U_{\max}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$

تحديد T_0 :

لدينا:

$$T_0=2\pi\sqrt{LC}=2\pi\sqrt{10^{-4}*10^{-2}}=2\pi.10^{-3}=6,24.10^{-3}s=6,24ms$$

تحديد φ

لدينا عند اللحظة t=0 Uc(t=0)>0 لأن اللبوس A يحمل شحنة موجبة عند هذه اللحظة :

$$E_0=\frac{1}{2}CU_c^2(t=0)\Rightarrow U_c(t=0)=\sqrt{\frac{2E_0}{C}}=\sqrt{\frac{2*10^{-2}}{10^{-4}}}=14,14V=U_{\max}\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi>0$$

$$i(t=0)=0=\frac{dq}{dt}(t=0)=C\frac{du_c}{dt}(t=0)=-\frac{2\pi.C}{T_0}U_{\max}\sin\varphi\Rightarrow\sin\varphi=0$$

$$\begin{cases}\sin\varphi=0\\ \cos\varphi>0\\ 0\le\varphi<2\pi\end{cases}\Rightarrow\varphi=0$$

تحديد U_{max}

باعتبار أن $\varphi=0$ نجد:

$$U_{\max}=\frac{U_c(t=0)}{\cos\varphi}=U_c(t=0)=14,14V$$

إذن:

$$u_c(t)=14,14\cos(1000t)(V)$$

<u>تحديد $u_L(t)$</u>

لدينا:

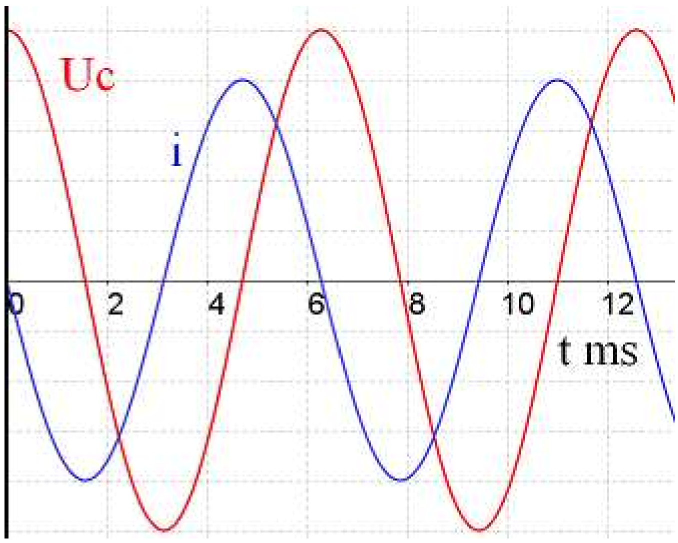
$$u_L(t)=-u_c(t)=-14,14\cos(1000t)=14,14\cos(1000t+\pi)(V)$$

<u>تحديد i(t)</u>

لدينا:

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=\frac{Cdu_c(t)}{dt}=-C*1000*14,14\sin(1000t)=-1,414\sin(1000t)=1,414\cos(1000t+\frac{\pi}{2})(A)$$

-3



4- لدينا:

$$E_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = 5000q^2$$
$$E_m = \xi - E_e = E_0 - E_e = 10^{-2} - 5000q^2$$

5- لدينا:

$$E_{e\max} = E_0 = 5000q_m^2 \Rightarrow q_m = \sqrt{\frac{E_0}{5000}}$$

ت ع:

$$q_m = \sqrt{\frac{10^{-2}}{5000}} = 1{,}414.10^{-3}C$$

6- لدينا:

$$E_e = 5000q^2$$
$$E_m = 10^{-2} - 5000q^2$$

ت ع:

$$E_e = 5000 * 16.10^{-8} = 8.10^{-4}\,J$$
$$E_m = 10^{-2} - 5000q^2 = 0{,}01 - 8.10^{-4} = 9{,}2.10^{-3}\,J$$
$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{4.10^{-4}}{10^{-4}} = 4V$$
$$i = \pm\sqrt{\frac{2E_m}{L}} = \pm\sqrt{\frac{2*9{,}2.10^{-3}}{0{,}01}} = \pm 1{,}36A$$

ملحوظة: عندما تكون $q>0$ فإن شدة التيار تكون موجبة عندما يشحن المكثف و تكون سالبة أثناء تفريغه.

3

1- لدينا:

$$q_0 = CU_{c0}$$

ت ع:

$$q_0 = 2{,}5.10^{-6} * 6 = 1{,}5.10^{-5}C$$

-2

أ) بما أن المبيان (1)يجسد تذبذبات كهربائية غير مخمدة التي تميز دارة كهربائية LC مثالية، إذن فهذا المبيان يوافق التجربة الثانية.
و بما أن المبيان(2) يجسد تذبذبات كهربائية شبه دورية التي تميز دارة كهربائية RLC (R صغيرة نسبيا) إذن فهذا المبيان يوافق التجربة الثالثة التي تتضمن دارة RLC .
و المبيان الثالث يجسد مبيان تفريغ مكثف في دارة RC، إذن فهو يوافق التجربة الأولى.

ب) نستنتج من المبيان (1) أن $T_0 = 4ms$ و من المبيان (2) أن $T = 4ms$ و هكذا نجد أن خمود التذبذبات لم يؤثر كثيرا على دور التذبذبات.

ج) بتمثيل المماس للمنحنى عند اللحظة t=0 نجد أن هذا المماس يتقاطع مع محور الزمن عند اللحظة $t = \tau = 4ms$.

د)

تحديد L:

لدينا:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$$

ت ع:

$$L = \frac{16.10^{-6}}{4\pi^2 * 2,5.10^{-6}} = 0,16H$$

تحديد R:

لدينا:

$$\tau = RC \Rightarrow R = \frac{\tau}{C}$$

ت ع:

$$R = \frac{4.10^{-3}}{2,5.10^{-6}} = 1600\Omega$$

ه) عند t=T=4ms التوتر بين مربطي المكثف قصوي و هذا يعنى أن شدة التيار في هذه اللحظة منعدمة و بالتالي الطاقة المخزنة في الوشيعة منعدمة كذلك.
إذن الطاقة الكلية للدارة الكهربائية في هذه اللحظة تساوي الطاقة المخزنة في المكثف E_e و من تم يمكننا كتابة بالنسبة لهذه اللحظة:

$$E_j = E_0 - E_e = E_0 - \frac{1}{2}Cu_c^2 = \frac{1}{2}C\left(U_{c0}^2 - u_c^2\right)$$

ت ع:

$$E_j = \frac{1}{2}2,5.10^{-6}\left(36 - 13,69\right) = 2,810^{-5}J$$

4

-1 $3T = x.S_H = 8*0,1 = 0,8ms \Rightarrow T = \frac{0,8}{3} = 0,27ms$

-2 يعزى خمود التذبذبات إلى ضياع الطاقة على شكل طاقة حرارية نتيجة مفعول جول ، و لذلك لتواجد مقاومة بالدارة الكهربائية.

-3 بإهمال تأثير الخمود على دور التذبذبات نحصل على:

$$T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}$$

ت ع:

$$C = \frac{7,29.10^{-8}}{4\pi^2 * 0,01} = 1,8.10^{-7}F = 0,18\mu F$$

-4 عند اللحظتين $t = \frac{T}{2}$ و $t = \frac{3T}{2}$ التوتر بين مربطي المكثف دنوي و هذا يعنى أن شدة التيار في هذه اللحظة منعدمة و بالتالي الطاقة المخزنة في الوشيعة منعدمة كذلك.
إذن الطاقة الكلية للدارة الكهربائية في هاتين اللحظتين تساوي الطاقة المخزنة في المكثف E_e و من تم يمكننا كتابة بالنسبة لهاتين اللحظتين:

$$E_t = E_e = \frac{1}{2}Cu_c^2$$

لدينا:

$$u_c\left(t=\frac{T}{2}\right)=-5V \Rightarrow E_t\left(t=\frac{T}{2}\right)_t=\frac{1}{2}*1{,}8.10^{-7}*25=22{,}5.10^{-7}J$$

$$u_c\left(t=\frac{3T}{2}\right)=-3{,}5V \Rightarrow E_t\left(t=\frac{3T}{2}\right)=\frac{1}{2}*1{,}8.10^{-7}*12{,}25=11{,}03.10^{-7}J$$

$$E_j=\left|E_t\left(t=\frac{3T}{2}\right)-E_t\left(t=\frac{T}{2}\right)\right|=11{,}47.10^{-7}J$$

5- نلاحظ من خلال المبيان أن القيمة المطلقة $|u_c|$ للتوتر بين مربطي المكثف تتزايد في المجال $t\in\left[\frac{T}{4};\frac{T}{2}\right]$

إذن المكثف يشحن في هذا المجال، بينما $|u_c|$ تتناقص في المجال $t\in\left[\frac{T}{2};\frac{3T}{4}\right]$ إذن فالمكثف يُفرغ في هذا المجال.

5

1- نظام شبه دوري.

2- نستنتج من المنحنى $u(t)$ أن $T= 1ms$.

3- الطاقة الكلية للدارة تتناقص تدريجيا مع الزمن نتيجة تبددها على شكل طاقة حرارية بمفعول جول.

4- لدينا:

$$Et(t=1ms)=40\mu J$$

$$Et(t=0)=180\mu J$$

إذن الطاقة المبددة بين هاتين اللحظتين هي: $Et(t=0)-Et(t=1ms)=140\mu J$

-5

تحديد C:

لدينا عند اللحظة $t=0$: $u(t=0)=12V$ و $Ee=180\mu J$

و نعلم أن: $Ee=\frac{1}{2}Cu^2(t=0) \Leftarrow C=\frac{2Ee}{u^2(t=0)}$

ت ع:

$$C=\frac{2*180.10^{-6}}{144}2{,}5\mu F$$

تحديد L:

باعتبار أن الخمود لم يؤثر على دور التذبذبات إذن يمكننا كتابة:

$$T=T_0=2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow L=\frac{T^2}{4\pi^2 C}$$

ت ع:

$$L=\frac{10^{-6}}{4\pi^2*2{,}5.10^{-6}}=0{,}01H=10mH$$

6- لدينا:

$$u + u_R + u_L = 0$$
$$\Leftrightarrow u + Ri + L\frac{di}{dt} = 0$$
$$\Leftrightarrow u + R\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$
$$\Leftrightarrow u + RC\frac{du}{dt} + LC\frac{d^2u}{dt^2} = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du}{dt} + \frac{1}{LC}u = 0$$

7- لدينا:

$$\frac{d^2u}{dt^2} + 1500\frac{du}{dt} + \omega_0^2 \mathrm{u} = \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du}{dt} + \frac{1}{LC}u = 0$$

إذن:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 6325 rad/s$$
$$\frac{R}{L} = 1500 \Rightarrow R = 1500L = 1500 * 0{,}01 = 15\Omega$$

PCtaroudant
2011