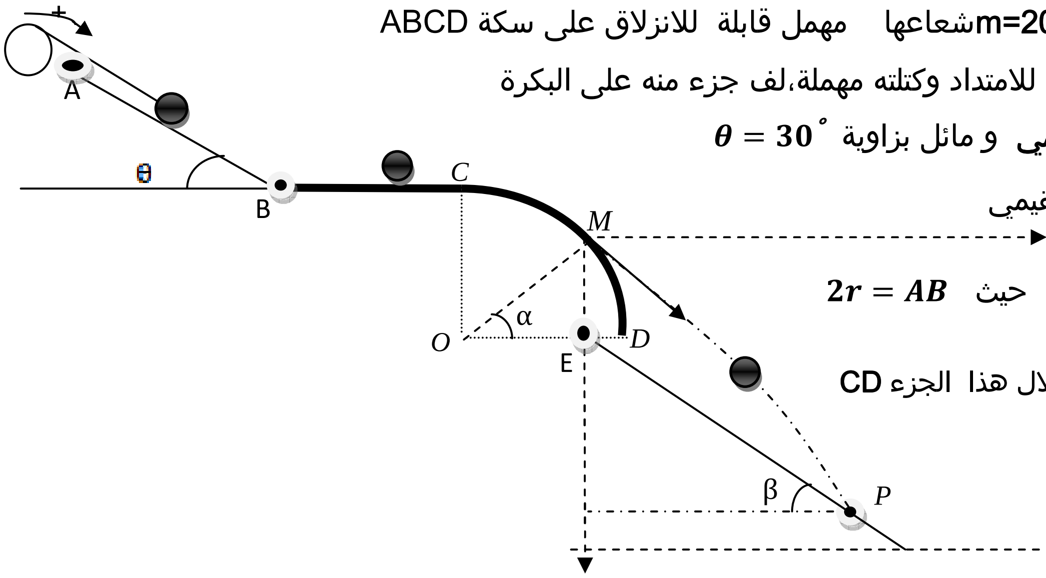
تطبيقات القانون الثاني لنيوتن ع ف و ع ر

Bensad salaheddine

نعتبر المجموعة الممثلة في الشكل جانبه و المكونة من :

- بكرة شعاعها R=10cm كتلتها $m_c = 600g$ وعزم قصورها $J_\Delta = \frac{1}{2}m_C R^2$

- كرية F صغيرة كتلتها m=200g شعاعها مهمل قابلة للانزلاق على سكة ABCD مشدودة بخيط غير قابل للامتداد وكتلته مهملة،لف جزء منه على البكرة
- الجزء AB=1m **مستقيمي** و مائل بزاوية $\theta = 30^\circ$
- **الجزء BC=0,25m** مستقيمي



الجزء CD دائري شعاعه r حيث $2r = AB$ و مركزه O و الاحتكاكات خلال هذا الجزء CD

A. **الجزء الحركة الدائرية المتسارعة**

عند اللحظة t_0 نحرر الكرية من الموضع A بدون سرعة بدئية فتنزلق على الجزء AB بدون احتكاك لتصل عند اللحظة $t_B = 1s$ إلى الموضع B

1. اجرد القوى المطبقة على الكرية و البكرة P أثناء انتقال الكرة على المسار AB.
2. أوجد تعبير الشدة T_1 للقوة المقرونة بتأثير الخيط على الكرية بدلالة a تسارع الكرية و m و g و θ.
3. أوجد تعبير الشدة T_2 للقوة المقرونة بتأثير الخيط على البكرة P بدلالة $\ddot{\theta}$ تسارع الكرية و m_c و R (نهمل تأثير الاحتكاكات على البكرة) .
4. حدد تعبير a بدلالة m و g و θ و m_c و R ثم أحسب قيمة a .
5. استنتج قيمة التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ ماذا تستنتج ؟
6. حدد المعادلة الزمنية للأفصول الزاوي و لسرعة الزاوية للبكرة باعتبار t_0 أصلا لتواريخ و الأفاصيل
7. أحسب السرعة الزاوية للأسطوانة عند اللحظة t_B و استنتج السرعة الخطية للجسم عند اللحظة t_B
8. حدد عدد الدورات المنجزة من طرف البكرة بين اللحظتين t_0 و t_B

A. **الجزء الثاني الحركة الدائرية المتباطئة**

1. عند اللحظة t_B يتقطع الخيط ،وتستمر البكرة في الدوران لمدة 4s ،تحت تأثير عزم مزدوجة مقاومة عزمها $\mathcal{M} = -1,5.10^{-2}N.m$. بين أن حركة البكرة دائرية متباطئة بانتظام .
2. حدد المعادلة الزمنية التي يحققها الأفصول الزاوي ،باعتبار لحظة تقطع الخيط أصلا لتواريخ وأصلا للأفاصيل الزاوية .
3. حدد عدد الدورات المنجزة من طرف البكرة خلال t=4s .

Bensad salaheddine

B. الجزء الثالث

خلال المسار **BC** تخضع الكرية إلى قوة احتكاك موازيا للمسار شدتها f ، حيث تصبح سرعة الكرة عند النقطة C هي $V_C = 0,44 m/s$.

1. حدد شدة القوة f
2. بين أن تعبير شغل وزن الكرة خلال الانتقال **CM** (انظر الشكل) هو: $W(\vec{P}) = mgr(1 - \sin\alpha)$.
3. استنتج تعبير السرعة V_M للكرة عند النقطة M بدلالة V_C; α; r ; g.

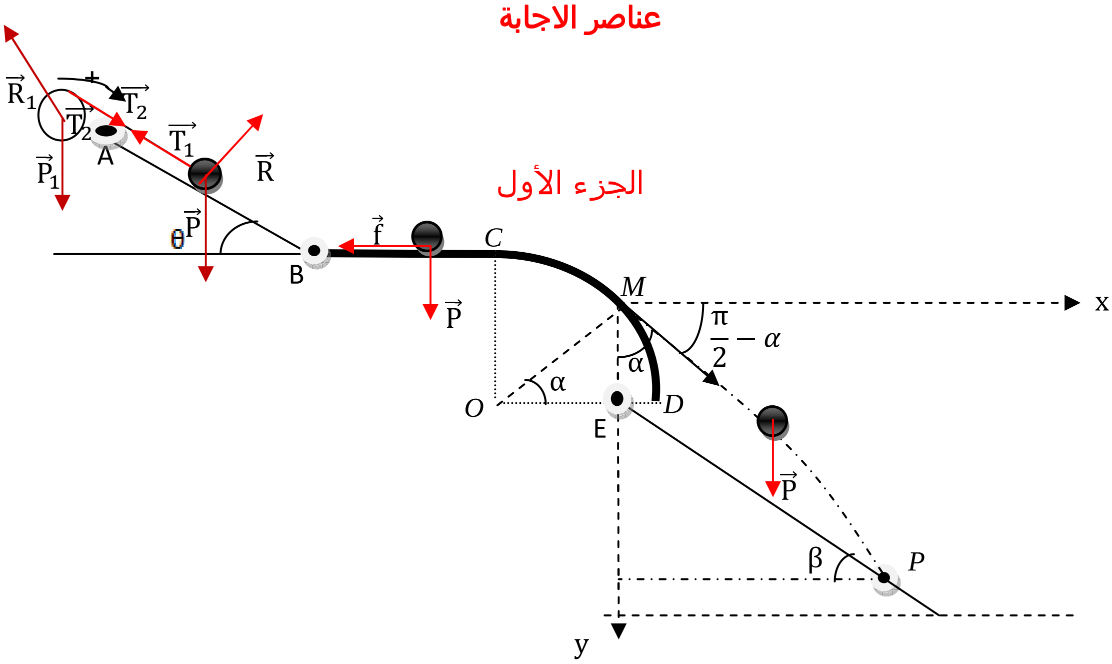
C. الجز الرابع حركة قديفة في مجال الثقالة

تغادر الكرية السكة عند نقطة M بسرعة بدئية $\overrightarrow{V_M}$ اتجاهها عمودي على OM و منظمها $V_M = 1,84 m/s$

1. استنتج α الزاوية التي تكونها المتجهة $\overrightarrow{OM}$ و المستقيم الأفقي المار من D.
2. تحقق من أن الكرية تغادر السكة عند النقطة M
3. أوجد معادلة المسار باعتبار سقوط الكرية سقوطا حرا باعتبار النقطة M أصلا لتواريخ و الأفاصيل؟
4. لتكن النقطة P موضع مركز قصور الكرية لحظة ملامستها للمستوى المائل بالزاوية $\beta \approx 20°$ بالنسبة للخط الأفقي. المستقيم المار من النقطة P يقطع المحور (My) في النقطة E أنظر الشكل حدد احداثيات النقطة P

Bensad salaheddine

عناصر الاجابة



1. جرد القوى أنظر الشكل

2. تحديد تعبير T_1

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ $\qquad$ $\vec{R} + \vec{P} + \vec{T_1} = m\vec{a}$

نعتبر المعلم المتعامد الممنظم $(A; \vec{i}; \vec{j})$

الأسقاط على المحور $(A; x)$ $\qquad$ $-T_1 + mg.sin\theta = ma$ $\qquad$ منه فان $\qquad$ $T_1 = m(g.sin\theta - a)$

3. تحديد تعبير T_2

بتطبيق العلاقة الأساسية لتحريك $\sum \mathcal{M}_\Delta(\overrightarrow{F_{ext}}) = J_\Delta\ddot{\theta}$

إذن: $\qquad$ $\mathcal{M}_\Delta(\overrightarrow{T_2}) + \mathcal{M}_\Delta(\overrightarrow{R_1}) + \mathcal{M}_\Delta(\overrightarrow{P_1}) = J_\Delta\ddot{\theta}$

لدينا: $\qquad$ $\mathcal{M}_\Delta(\overrightarrow{R_1}) = \mathcal{M}_\Delta(\overrightarrow{P_1}) = 0$

اذن: $\qquad$ $T_2.R = \frac{1}{2}m_cR^2\ddot{\theta}$ $\qquad$ و منه $\qquad$ $T_2 = \frac{1}{2}m_cR\ddot{\theta}$

بما أن الخيط غير قابل للامتداد فان $\qquad$ $T_1 = T_2$ $\qquad$ و منه $\qquad$ $\frac{1}{2}m_cR\ddot{\theta} = m(g.sin\theta - a)$

الخيط غير قابل للانزلاق على مجرى البكرة ادن $\qquad$ $V = R\dot{\theta}$ $\qquad$ و منه فان $\qquad$ $\ddot{\theta} = \frac{a}{R} \Longrightarrow a = R.\ddot{\theta}$

$$\frac{1}{2}m_ca = m(\,g.sin\theta - a) \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{2.mg.sin\theta}{m_c + 2.m}$$

ت ع $\qquad$ $a \approx 2m/s^2$

4. قيمة التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$

لدينا $\qquad$ $\ddot{\theta} = \frac{a}{R}$ $\qquad$ ت ع $\qquad$ $\ddot{\theta} = 20rad/s^2$

ثابتة $= \ddot{\theta}$ $\qquad$ اذن الحركة دائرية متغيرة بانتظام

Bensad salaheddine

.5 المعادلة الزمنية التي يحققها الأفصول الزاوي

بما أن الحركة دائرية متغيرة بانتظام إذن: $\theta(t) = \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2 + \dot{\theta}_0 t + \theta_0$

عند اللحظة t_0 $\dot{\theta}_0 = 0rad/s$ و $\theta_0 = 0rad$ ومنه $\theta(t) = 10t^2$ **(rad)**

المعادلة الزمنية التي تحققها السرعة الزاوية $\dot{\theta}(t) = 20t$ *(rad/s)*

.6 السرعة الزاوية عند اللحظة $t_B = 1s$ $\dot{\theta}(t = 1s) = 20rad/s$

.7 السرعة الخطية للكرية عند اللحظة $t_B = 1s$ نعلم $V_B = R.\dot{\theta} = 2m/s$

.8 عدد الدورات المنجزة خلال المدة $\Delta t = t_B - t_0$

لدينا: $\theta = 10t^2 = 10rad = 2\pi.n$

إذن: $n = \frac{10}{2\pi} = 1,6tr$

الجزء الثاني

.1 طبيعة الحركة

بتطبيق العلاقة الأساسية لتحريك $\sum \mathcal{M}_\Delta(\overrightarrow{F_{ext}}) = J_\Delta\ddot{\theta}$

$\mathcal{M}_\Delta + \mathcal{M}_\Delta(\overrightarrow{R_1}) + \mathcal{M}_\Delta(\overrightarrow{P_1}) = J_\Delta\ddot{\theta}$ مع $\mathcal{M}_\Delta(\overrightarrow{R_1}) = \mathcal{M}_\Delta(\overrightarrow{P_1}) = 0$

اذن : $\mathcal{M}_\Delta = J_\Delta\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{\mathcal{M}_\Delta}{J_\Delta} = -\frac{2\ \mathcal{M}_\Delta}{m_c R^2}$

$\ddot{\theta} = -5rad/s^2$ حركة دائرية متباطئة بانتظام

.2 المعادلة الزمنية

$\theta(t) = \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2 + \dot{\theta}_0 t + \theta_0$ عند اللحظة **t=0s** $\dot{\theta}_0 = 20rad/s$ و $\theta_0 = 0s$

اذن : $\theta(t) = -2,5t^2 + 20t$

.3 عدد الدورات المنجزة خلال المدة **Δt=4s**

$\theta(t) = -2,5t^2 + 20t$ ومنه $\theta(t = 4s) = 40rad$

$\theta(t = 4s) = 2\pi n \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\theta(t=4s)}{2\pi} = 6,37tr$

الجزء الثالث

1. بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضعين B و C

$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$ حيث $\vec{P} \perp BC; W(\vec{P}) = 0$;

$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -f.BC$ و منه فان : $V_C = \sqrt{V_B^2 - 2f\frac{BC}{m}}$

$f = \frac{\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_C^2}{BC} \Rightarrow f = 1,52N$

Bensad salaheddine

2. شغل وزن الكرية خلال الانتقال CM

لدينا: $\boldsymbol{W(\vec{P}) = mgh = mgr(1 - \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = mgr(1 - \sin\alpha)}$

$$\boldsymbol{W(\vec{P}) = mgr(1 - \sin\alpha)}$$

3. سرعة الكرية عند الموضع M بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضعين C وM

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = W(\vec{P}) = mgr(1 - \sin\alpha)}$$

$$\boldsymbol{V_M = \sqrt{V_C^2 + 2gr(1 - \sin\alpha)}}$$

B. دراسة حركة الكرية في مجال الثقالة

1. الزاوية التي تحددها المتجهة $\overrightarrow{OM}$ و المستقيم الأفقي المار من E أنظر الشكل

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية $\boldsymbol{\frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = W(\vec{P}) = mgr(1 - \sin\alpha)}$

و منه $\boldsymbol{\sin\alpha = 1 - \frac{(V_M^2 - V_C^2)}{2gr}}$ ت ع $\boldsymbol{\alpha \approx 42,9^\circ}$

2. لتحقق من أن الكرية غادرة السكة يجب أن تكون $R_n = 0\text{N}$ (المركبة المنظمية)

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$$\boldsymbol{\vec{R} + \vec{P} = m\vec{a} \qquad 1}$$

باسقاط العلاقة 1 في معلم فريني $(M; \vec{u}; \vec{n})$

الاسقاط على المحور $(M; \vec{n})$

$$-R_n + mg.\sin\alpha = ma_n$$

$$-R_n + mg.\sin\alpha = m\frac{V_M^2}{r}$$

$$R_n = m(g.\sin\alpha - \frac{V_M^2}{r})$$

تطبيق العدد $R_n \approx 0\text{N}$ ادن الكرية فعلا تغادر السكة

3. **المعادلات الزمنية التي يحققها $\mathbf{x(t)}$ و $\boldsymbol{y(t)}$ في المعلم $(\mathbf{M}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$**

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$ المتزحلق في سقوط حر يخضع لوزنه فقط $\boldsymbol{\vec{P} = m\vec{a}}$

الإسقاط على المحور $(M; \vec{\imath})$ نجد $a_x = 0$

الإسقاط على المحور $(M; \vec{\jmath})$ نجد $a_y = g$

المعادلة الزمنية التي يحققها الأرتوب $y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + V_{My}.t + Y_{0M}$

المعادلة الزمنية التي التي يحققها الأفصول $x(t) = V_{My}.t + X_{0M}$

Bensad salaheddine

بالاعتماد على الشروط البدئية نجد: احداثيات مركز قصور الكرية في المعلم $(M,\vec{i},\vec{j})$

$$\begin{cases} x(t) = V_M sin\alpha.t & 1 \\ y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + V_M cos\alpha.t & 2 \end{cases}$$

معادلة المسار

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن بين المعادلتين الزمنيتين 1و 2 حيث $\boldsymbol{t = \frac{x}{V_M sin\alpha}}$

فنجد أن: $y = \frac{g}{2V_M^2 sin^2\alpha}x^2 + \frac{1}{tg\alpha}.x$

4. احداثيات النقطة P

عند سقوط الكرية يكون أرتوب $y_P = x_p.tang\beta + rsin\alpha$

ادن تصبح المعادلة كالتالي $x_p tg\beta + rsin\alpha = \frac{g}{2V_M^2 sin^2\alpha}x_P^2 + \frac{1}{tg\alpha}.x_P$

اذن: $\frac{g}{2V_M^2 cos^2\alpha}x_P^2 + x_P\left(\frac{1}{tg\alpha} - tg\beta\right) - rsin\alpha = 0$

و بالتالي: $2{,}75x_P^2 + 0{,}71x_P - 0{,}34 = 0$

حل المعادلة من الدرجة الثانية نجد

$X_{P1} = 0{,}25m$ $X_{P2} = -1{,}08m < 0$ و هذا غير ممكن

ادن أفصول النقطة P هو $X_P = 0{,}25m$

أرتوب النقطة P هو $Y_P = 0{,}43m$

Bensad Salahddine 2011