بسم الله الرحمان الرحيم   سلسلة تمارين (حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت)   الثانية باكالوريا

www.9alami.com

I – نعتبر المجموعة المكونة من :

- جسم (c) كتلته $M = 1kg$ ينزلق باحتكاك على المستوى الأفقي (انظر الشكل). معامل الاحتكاك $k = tg\,\varphi = 0,19$

- بكرة شعاعها $r = 5cm$ وعزم قصورها بالنسبة لمحورها $J_\Delta = 1,25\times10^{-4}\,kg.m^2$.

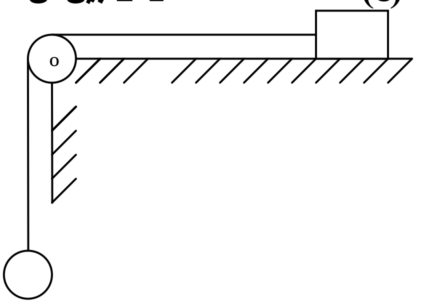
- كرية(S) كتلتها m مرتبطة بالجسم(c) بواسطة خيط غير قابل للتمدد وذي كتلة مهملة و يدور بدون انزلاق على مجرى البكرة.

1) في اللحظة التي تاريخها t=0 ، نحرر المجموعة بدون سرعة بدئية .

1-1 برهن على أن (c) و (S) لهما نفس التسارع a.

2-1 بين أن التسارع a للكرية (S) يكتب على الشكل التالي:

(c)



(S)

$$a = \frac{m - M\times tg\,\varphi}{M + m + \dfrac{J_\Delta}{r^2}}\times g$$

2) بين أن الكرية (S) لا يمكن أن تكون في حركة إلا إذا كانت كتلتها m أكبر من قيمة حدية m_O ، عين قيمة m_O.

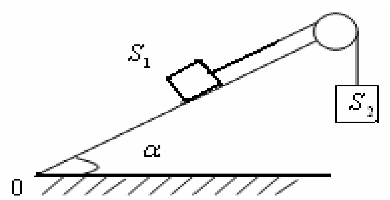
3) احسب التسارع a وا ستنتج سرعة الكرية (S) في لحظة تاريخها $t_1=2s$.

نعطي $m=500g$ ، $g=10m.s^{-2}$.

4) في اللحظة التي تاريخها t_1 توجد الكرية على ارتفاع $h = 0,45m$ من سطح الأرض وتنفصل عن الخيط .

احسب سرعة الكرية (S) عند وصولهاإلى سطح الأرض أثناء سقوطها الحر.

II) يمكن لجسم صلب S_1 ذي الكتلة $m_1 = 100g$ أن ينزلق دون احتكاك على مستوى مائل بزاوية $\alpha = 30^0$ بالنسبة للخط الأفقي .



نوصل الجسم S_1 بجسم صلب S_2 كتلته $m_2 = 100g$ بواسطة خيط غير قابل للتمدد وذي كتلة مهملة .يمر الخيط في مجرى بكرة ذات كتلة مهملة يمكنها الدوران حول محور أفقي Δ و يدور الخيط بدون انزلاق على مجرى البكرة.

ينطلق الجسم S_1 من النقطة 0 في اللحظة ذات التاريخ $t = 0$ بدون سرعة بدئية .

1) بين أن تسارع الجسم S_1 يكتب كما يلي : $a = \frac{g}{2}(1-\sin\alpha)$ ، نأخذ $g = 10m.s^{-2}$.

2) احسب تاريخ اللحظة t_c التي يصل فيها الجسم S_1 إلى النقطة C حيث $OC = 1,25m$.ثم استنتج سرعته v_c في هذه النقطة .

3) عند وصول S_1 إلى النقطة C ينفصل الخيط عن الجسم S_2.

1-3 ما طبيعة حركة الجسم S_1؟علل جوابك.

2-3 ما المسافة الفاصلة بين النقطة C والنقطة D التي سيتوقف فيها الجسم S_1 قبل أن ينزلق نحو النقطة O

3-3 احسب المدة الزمنية التي تفصل انطلاق الجسم من النقطة O ورجوعه إلى هذه النقطة.

Sbiro Abdelkrim   Mail :Sbiabdou@yahoo.fr

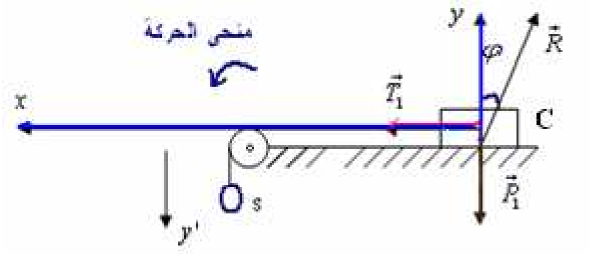
التصحيـــــــــــــح

I –

1) بما ان الخيط يدور حول البكرة دون انزلاق وغير قابل للمد فعندما ينتقل الجسم (c) بمسافة x فإن الكرية (S) تنتقـــــل بمسافة y وتدور البكرة بزاوية θ ولدينا: $x = y = r\theta$

باشتقاق هذه العلاقة للمرة الثانيةنحصل على : $\boxed{a = a_x = a_y = r\ddot{\theta}}$

ومنه يتضح ان الجسم S_1 والجسم S_2 لهما نفس التسارع.



المجموعة 1 المدروسة: {الجسم C}

*جرد القوى : الجسم c يخضع للقوى التابية : $\vec{P}_1$: وزنه. $\vec{T}_1$: توتر الخيط الافقي : $\vec{R}$: تاثير سطح التماس

*تمثيل القوى (انظر الشكل) .

*تطبيق القانون الثاني لنيوتن (العلاقة الاساسية للديناميك) على الجسم (c) ذي الكتلة M: $\sum \vec{F} = M \times \vec{a}_G$

مجموع متجهات القوى المطبقة على جسم يساوي جداء كتلة الجسم ومتجهة تسارع مركز قصوره.

أي: $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{R} = M.\vec{a}_G$

بما ان حركة الجسم (c) مستقيمية فإن : $\vec{a}_G = \vec{a}.\vec{i}$

*با سقاط (1) على المحور ox نحصل على: $0 + T_1 - R\sin\varphi = M.a$

ومنه: $T_1 = R\sin\varphi + M.a$ **(2)**

*و با سقاط (1) على المحور oy نحصل على

a_y=0 لانه لاحركة للجسم حسب oy $-P_1 + 0 + R\cos\varphi = 0$

بما أن وزن الجسم (c) : $P_1 = M.g$ فان: $R = \dfrac{M.g}{\cos\varphi}$:

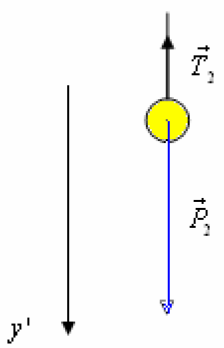
وبالتعويض في (2) نحصل على : $\boxed{T_1 = M.g.tg\varphi + M.a}$

(a) المجموعة2

المدروسة : : { الكرية S }

*جرد القوى : الكرية(s) تخضع للقوى التالية: - $\vec{P}_2$:وزن الكرية . - $\vec{T}_2$: توتر الخيط الرأسي.

*تمثيل القوى (انظر الشكل)



*تطبيق القانون الثاني لنيوتن (العلاقة الاساسية للديناميك) على الكرية (S) ذات الكتلة **m:**

$$\sum \vec{F} = m\times\vec{a}_G$$

مجموع متجهات القوى المطبقة على جسم يساوي جداء كتلة الجسم ومتجهة تسارع مركز قصوره.

أي: $\vec{P}_2+\vec{T}_2 = m.\vec{a}_G$ **(3)**

بما أن حركة الكرية رأسية (مستقيمية) فإن : $\vec{a}_G = a.\vec{j}$

***با سقاط (3) على المحور oy' نحصل على:** $P_2 - T_2 = m.a$

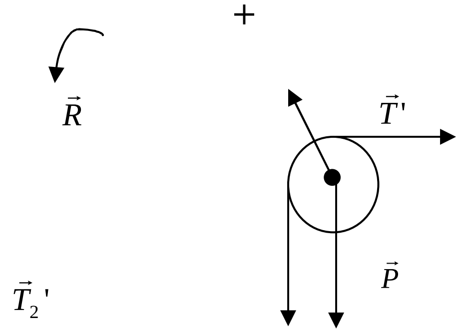
نعلم ان وزن الكريـــة : $P_2 = m.g$ **ومنه** **(b)** $\boxed{T_2 = m(g-a)}$

المجموعة المدروسة : {البكرة}

***جرد القوى : البكرة تخضع للقوى التالية :**

$\vec{T}'_1$ **: توتر الخيط الافقي.** $\vec{T}'_2$ **:توتر الخيط الرأسي.** $\vec{P}$ **:وزن البكرة.** $\vec{R}$ **:تأثير محور الدوران على البكرة .**

***تمثيل القوى : انظر الشكل .**



*** نختار منحى موجبا للدوران.(انظر الشكل)**

***ثم نطبق العلاقة الاساسية للتحريك على البكرة.(حالة الدوران)** $\sum M_\Delta \vec{F} = J_\Delta.\ddot{\theta}$

أي : $M\vec{P}_\Delta + M\vec{R}_\Delta + M\vec{T}_2{'}_\Delta + M\vec{T}_1{'}_\Delta = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$$0+0+T_2'.r - T_1'.r = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$T_1' = T_1$ **توتر الخيط الافقي (لأنه غير قابل للمد** $\Leftarrow$ **يحتفظ بنفس التوتر في جميع نقطه)**

$T_2' = T_2$ **:توتر الخيط الرأسي (لأنه غير قابل للمد** $\Leftarrow$ **يحتفظ بنفس التوتر في جميع نقطه)**

ا العلاقة السابقة تصبح (c)

وهكذا من خلال العلاقات (a)، (b) و (c)مع تعويض $\ddot{\theta} = \frac{a}{r}$ **نحصل على :**

$$mg - M.g.tg\varphi = Ma + m.a + \frac{J_\Delta.a}{r^2}$$ **ومنه:**

$$\boxed{a = \frac{m - M.tg\varphi}{M+m+\frac{J_\Delta}{r^2}}\times g}$$

2) عندما تكون $a=0$ **الكرية تكون في حالة سكون و يتحقق ذلك عندماتكون كتلة الكرية مساوية m_0 .**

$m_0 = M.tg\alpha$ **(a=0)**

بالنسبة ل $m \rangle m_0$ **تكون الكرية في حركة .**

ت.ع . $m_o = 1\times 0{,}19 = 0{,}19kg = 190g$ **. وبما أن كتلة الكرية (S) هي :** $m = 500g$ **فإن: :** $m > mo$ **اذن المجموعة في حالة حركة . و تسارعها:**

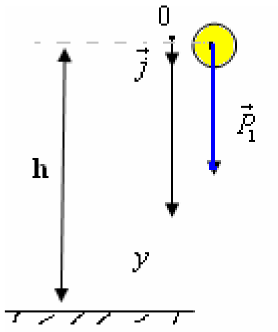
$$a = \frac{0{,}5 - 1\times 0{,}19}{1 + 0{,}5 + \frac{1{,}25\times 10^{-4}}{\left(5.10^{-2}\right)^2}} \times 10 = 2m.s^{-2}$$

استعمال الالة الحاسبة لانجاز التطبيق العددي السابق : يجب أن تكون قادرا على انجاز هذه العملية دون تدوين أي شيء على ورقة الوسخ وفي أقل من 1 الدقيقة ،من أجل ذلك تتبع الخطوات التالية:اولا: احسب المقام $\left(5.10^{-2}\right)^2$ ثم ادخله الى الذاكرة باستعمال الزر $SHIFT$ ثم sto ثم الزر $M+$ ثانيا:اكتب البسط $1{,}25.10^{-4}$ ثم اقسم على ما في الذاكرة باستعمال الزر÷ثم الزر RCL ثم الزر $M+$ ثم = ستحصل على0,05 ثالثا :اضف اليه 1 ثم $0{,}5$ ثم اضغط على = وبذلك تكون قدحصلت على مقام التسارع $1{,}55$ ، أدخله إلى الذاكرة باستعمال $SHIFT$ ثم sto ثم $M+$ وهكذا تكون قد أدخلت مقام التسارع الى الذاكرة(1,55).رابعا اكتب البسط $0{,}5 - 1\times 0{,}19$ ثم اضط على = و اقسم على ما في الذاكرة باستعمال الزر ÷ ثم الزر RCL ثم الزر $M+$ ثم = وهكذا ستحصل على0,2. ثم اخيرا اضرب في 10فتحصل على 2.

☺ في بعض الآلات الحاسبة عملية التخزين تتم باستعمال الزر $x \to M$ فقط بدلا من: استعمال sto ثم $M+$ وعملية استرجاع ما في الذاكرة تتم باستعمال الزر RM فقط بدلا من استعمال RCL ثم $M+$.

3)- حركة الكرية متغيرة بانتظام متسارعة. اذن من خلال دالة السرعة نحصل على سرعة الكرية في اللحظة $t_1 = 2s$ لدينا $v_1 = a.t + v_0 = 2\times 2 + 0 = 4s$

4) بعد انفصالها عن الخيط الكرية تخضع لوزنها $\vec{P}$ فقط .
نطبق عليها العلاقة الاساسية للديناميك:



$$\vec{P}_1 = m_1.\vec{a}_G$$

وبما أن حركة السقوط الحر للكرية رأسي (مستقيمي) : $\vec{a}_G = a.\vec{j}$

بالإسقاط على محور رأسي وموجه نحو الاسفل نحصل على :

$$+P_1 = m_1.a$$

أي : $m_1.g = m_1.a$

$$\boxed{a = g = 10m.s^{-2}}$$

إذن حركة الكرية متسارعة نحو الاسفل.

لتكن v_2 سرعة الكرية عند وصولها الى سطح الارض.

بتطبيق العلاقة المستقلة عن الزمن لدينا: $v_2^{\,2} - v_1^{\,2} = 2.g.h$

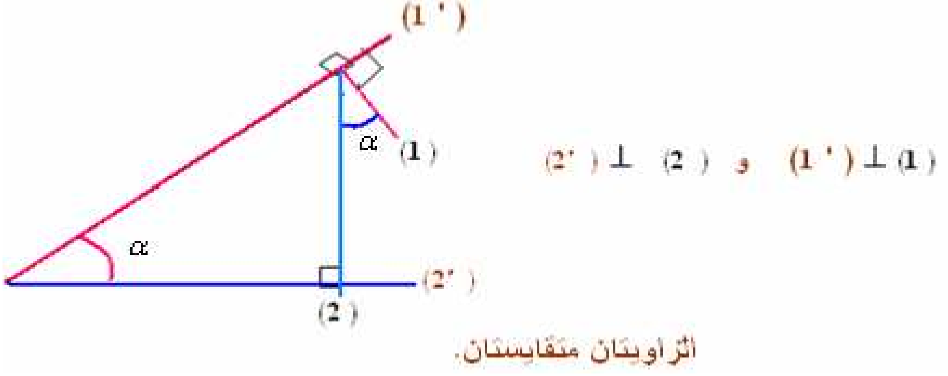
إذن: $v_2 = \sqrt{v_1^{\,2} + 2gh} = \sqrt{4^2 + 2.10.0{,}45} = 5m.s^{-1}$

☺ انظر تصحيح التمرين الثاني أسفل

(II

قاعدة: زاويتان ضلعاهما متعامدان متقايستان.

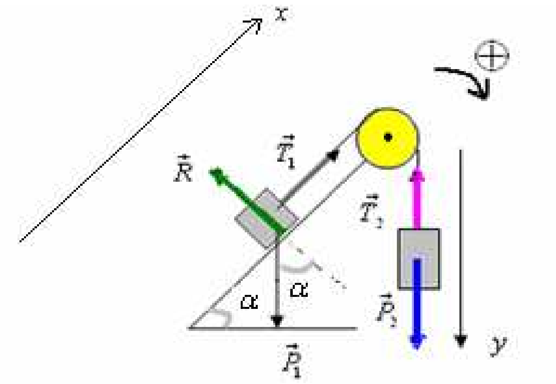
(Deux angles à cotés perpendiculaires sont égaux)



في حالة الحركة على المستوى المائل الزاوية التي يكونها اتجاه وزن الجسم(المتنقل علىهذا المستوى)مع اتجاه الخط المنظمي على المستوىوزاوية ميل المستوى المائل متقايستان.

1) • المجموعة المدروسة(الجسم S_1)

•جرد القوى :الجسم S_1 يخضع للقوى التالية: $\vec{P}_1$ وزنه. $\vec{T}_1$تأثير الخيط الرأسي . $\vec{R}$:تأثير سطح التماس وهي ⊥ عليه لان الاحتكاك مهمل .



• تمثيل القوى :انظر الشكل.

بما أن الخيط يدور حول البكرة دون انزلاق وغير قابل للمد فعندما ينتقل S_1 بمسافة x فإن S_2 ينتقل بمسافة y وتدور البكرة بزاوية θ ولدينا: $x = y = r\theta$

باشتقاق هذه العلاقة للمرة الثانيةنحصل على : $\boxed{a = a_x = a_y = r\ddot{\theta}}$

ومنه يتضح ان الجسم S_1 والجسم S_2 لهما نفس التسارع.

• تطبيق القانون الثاني لنيوتن (العلاقة الاساسية للديناميك) على الجسم S_1 : $\sum \vec{F} = m_1.\vec{a}_G$

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{R}_1 = m_1.\vec{a}_G$$

نسقط على المحور ox : $-P_1 \sin\alpha + T_1 + 0 = m_1.a$

$$\boxed{T_1 = m_1 g \sin\alpha + m_1 a}$$

• تطبيق القانون الثاني لنيوتن(العلاقة الاساسية للديناميك) على الجسم S_2 : الذي يخضع للقوى التالية : $\vec{P}_2$ و $\vec{T}_2$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}$$

نسقط هذه العلاقة على المحور oy :

$P_2 - T_2 = m_2 a$ ومنه:

$$\boxed{T_2 = m_2 g - m_2 a}$$

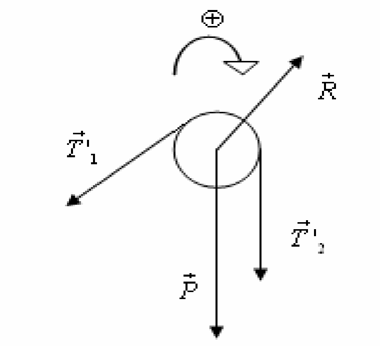
- <u>تطبيق العلاقة الاساسية للديناميك على البكرة:</u> التي تخضع للقوى التالية: $\vec{P}$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{T}_1$ و $\vec{T}_2$:

$$\sum M_{\Delta}\vec{F} = J_{\Delta} \times \ddot{\theta}$$

$$M\vec{P}_{\Delta} + M\vec{R}_{\Delta} + M\vec{T}_2'_{\Delta} + M\vec{T}_1'_{\Delta} = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$$

$$0 + 0 + T_2'.r - T_1'.r = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$$

وبما أن $T_1 = T_1'$ و $T_2' = T_2$ لأن الخيط غير قابل للمد من جهة.



ومن جهة أخرى بماأن <u>كتلة البكرة مهملة</u> $m = o$ فإن عزم قصورها $J_{\Delta} = 0$ (لان $J_{\Delta} = \frac{1}{2}mr^2$).

<u>إذن العلاقة السابقة</u> تصبح : $-T_1 r + T_2 r = 0$ أي:

$$\boxed{T_1 = T_2}$$

إذن: $m_1 g \sin\alpha + m_1 a = m_2 g - m_2 a$

أي: $a(m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1 \sin\alpha)$

ومنه: $a = \dfrac{m2 - m1\sin\alpha}{m1 + m2} \times g$ وبما أن : $m_1 = m_2 = m$ فإن:

$$\boxed{a = \frac{g}{2}(1 - \sin\alpha)}$$

ت.ع.: $a = \dfrac{10}{2}(1 - \sin 30) = 5(1 - 0{,}5) = 5.0{,}5 = 2{,}5 m.s^{-2}$

2) بما أن مسار حركة مركز قصور الجسم S_1 مستقيمي وتسارعه ثابت فإن حركته متغيرة بانتظام وبالتالي المعادلة الزمنية لحركته تكتب كمل يلي :

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ لدينا $v_0 = 0$ وباختيار موضع انطلاق S_1 اصلا

للأفاصيل $(x_0 = 0)$ تصبح المعادلة: $x = \frac{1}{2}at^2$

وبالتالي: $x_c = OC = \frac{1}{2}a t_c^{\,2}$

ومنه: $t_c = \sqrt{\dfrac{2.OC}{a}} = \sqrt{\dfrac{2 \times 1{,}25}{2{,}5}} = 1s$

* <u>سرعة S_1 في النقطة</u> C : $v_c = a.t_c = 2{,}5 m.s^{-1}$

(3

$\boxed{1.3}$

بعد انفصال الجسم S_1 عن الخيط قد يصبح خاضعا لوزنه $\vec{P}$ ولتأثير سطح التماس $\vec{R}$ وهي عمودية على السطح لان الاحتكاك مهمل.

نطبق العلاقة القانون الثاني لنيوتن (الأساسية للديناميك) على الجسم S_1 بعد تقطع الخيط:

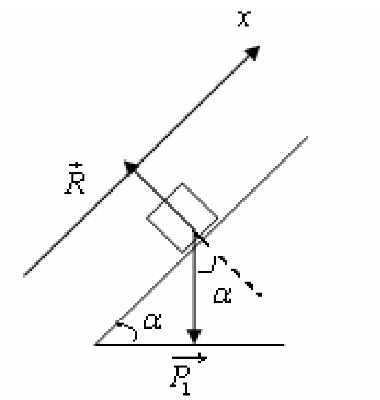
$$\vec{P}_1 + \vec{R} = m_1.\vec{a}'$$

نسقط هذه العلاقة على المحور ox : $-P_1 \sin\alpha + 0 = m_1 a'$

أي: $-m_1 g \sin\alpha = m_1 a'$

ومنه:

$$\boxed{a' = -g\sin\alpha = -5m.s^{-2}}$$



2.3

في المرحلة الاولى تكون الحركة متباطئة بانتظام بين النقطة C والنقطة D التي سيتوقف فيها S_1.

نطبق العلاقة المستقلة عن الزمن بين C و D :

$V_D{}^2 - V_C{}^2 = 2a'.CD$ **مع** $v_D = 0$

ومنه :

$$\boxed{CD = -\frac{v_C{}^2}{2a'} = -\frac{2{,}5^2}{2.(-5)} = 0{,}625m}$$

3.3

المدة الزمنية التي تفضل انطلاق S_1 من O ورجوعه الى هذه النقطة هي:

$$t = t_{OC} + t_{CD} + t_{DO}$$

$$t_{OC} = t_C = 1s$$

*** نستعمل معادلة السرعة خلال المرحلة الاولى :** $v_D = a't + v_C$

ومنه: $t_{CD} = \frac{v_D - v_C}{a'} = \frac{0-2{,}5}{-5} = 0{,}5s$

*** نختار النقطة D أصلا للأفاصيل واللحظة التي يكون فيها S_1 عند D اصلا للتواريخ فتكتب المعادلة الزمنية للحركة في هذه المرحلة :** $DO = -\frac{1}{2}a't_{DO}{}^2 - v_D t_{DO}$ **مع** $v_D = 0$ **إذن :** $DO = -\frac{1}{2}a't_{DO}{}^2$

ومنه:
$$t_{DO} = \sqrt{-\frac{2.DO}{a'}} = \sqrt{-\frac{2.(1,25+0,625)}{-5}} = 0,866s$$

وبالتالي:
$$t = 0,866 + 0,5 + 1 \approx 2,37s$$

☺ حظ سعيد للجميع

Sbiro Abdelkrim   Mail :Sbiabdou@yahoo.fr

www.9alami.com