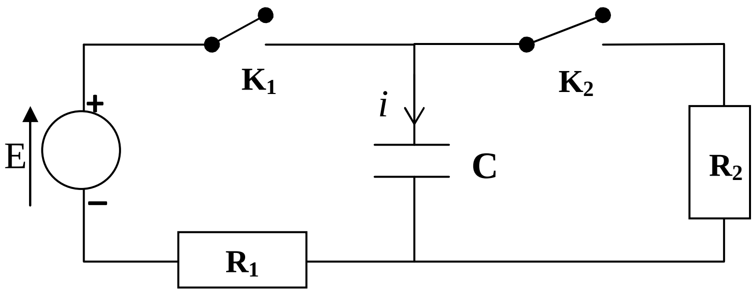
ثنائي القطب RC
تمارين مرفقة بالحلول
فيزياء تارودانت

http://www.9alami.com

1

نعتبر الدارة الكهربائية التالية:

$E = 5V$
$R_1 = 1k\Omega$
$R_2 = 2k\Omega$



المكثف غير مشحون و سعته $C=0{,}2\mu F$.

<u>المرحلة الأولى: K_1 مغلق و K_2 مفتوح</u>

نغلق قاطع التيار K_1 عند اللحظة $t=0$ (K_2 مفتوح).

1- احسب قيمة ثابتة الزمن τ.
2- أعط تعبير شدة التيار القصوى Imax للتيار الكهربائي المار بالدارة الكهربائية بدلالة معطيات التمرين، ثم احسبها.
3- مثل شكل منحنى تغير التوتر $U_C(t)$ بين مربطي المكثف بدلالة الزمن t.
4- مثل شكل منحنى تغير شدة التيار $i(t)$ المار في الدارة الكهربائية بدلالة الزمن t.
5- احسب قيمة كل من التوتر بين مربطي المكثف و شدة التيار الكهربائي المار بالدارة عند اللحظة $t=0{,}2ms$.

<u>المرحلة الثانية: K_1 مفتوح و K_2 مغلق</u>

بعد انعدام شدة التيار الكهربائي نفتح قاطع التيار K_1، ثم نغلق في لحظة نعتبرها مجددا أصلا للتواريخ قاطع التيار K_2.

1- احسب شحنة المكثف و شدة التيار الكهربائي عند $(t=0)$ لحظة إغلاق قاطع التيار K_2 .
2- علل الإشارة السالبة لشدة التيار الكهربائي.
3- احسب قيمة ثابتة الزمن τ' .
4- مثل شكل منحنى تغير التوتر $U_C(t)$ بين مربطي المكثف بدلالة الزمن t.
5- مثل شكل منحنى تغير شدة التيار $i(t)$ المار في الدارة الكهربائية بدلالة الزمن t.
6- احسب قيمة كل من التوتر بين مربطي المكثف و شدة التيار الكهربائي المار بالدارة عند اللحظتين $t_1=\tau'$ و $t_2=2\tau'$.

يُغذى وامض (flash) آلة التصوير بواسطة عمودين مركبين على التوالي قوتهما الكهرمحركة $E=1,5V$ ، حيث تحول دارة الكهربائية التوتر المستمر إلى توتر متناوب ليتم تضخيمه فيما بعد بواسطة محول كهربائي و تقويمه بواسطة صمام ثنائي.

يتم بواسطة التوتر المُقوم شحن مكثف سعته $C= 150\mu F$ ، حيث يصبح التوتر بين مربطي المكثف بعد الشحن هو $U= 330V$.

دراسة الوامض:

1- أعط تعبير الطاقة E_e المخزنة في المكثف بعد عملية الشحن و احسب قيمتها.

2- نفرغ المكثف، عند اللحظة $t = 0$، في مصباح وامض آلة التصوير الذي ننمذجه بموصل أومي مقاومته R'، فيرسل المصباح ومضة ضوئية تستغرق مدة زمنية $\Delta t=5\tau=1ms$، مع τ هي ثابتة الزمن لثنائي القطب R'C.

2-1- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر Uc بين مربطي المكثف.

2-2- احسب قيمة مقاومة وامض آلة التصوير.

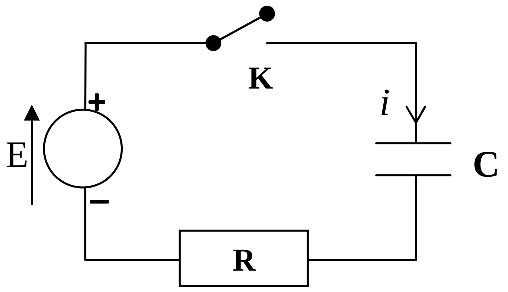
2-3- أعط تعبير التوتر Uc بدلالة الزمن t.

2-4- استنتج تعبير الطاقة المخزنة في المكثف بدلالة الزمن t أثناء عملية التفريغ.

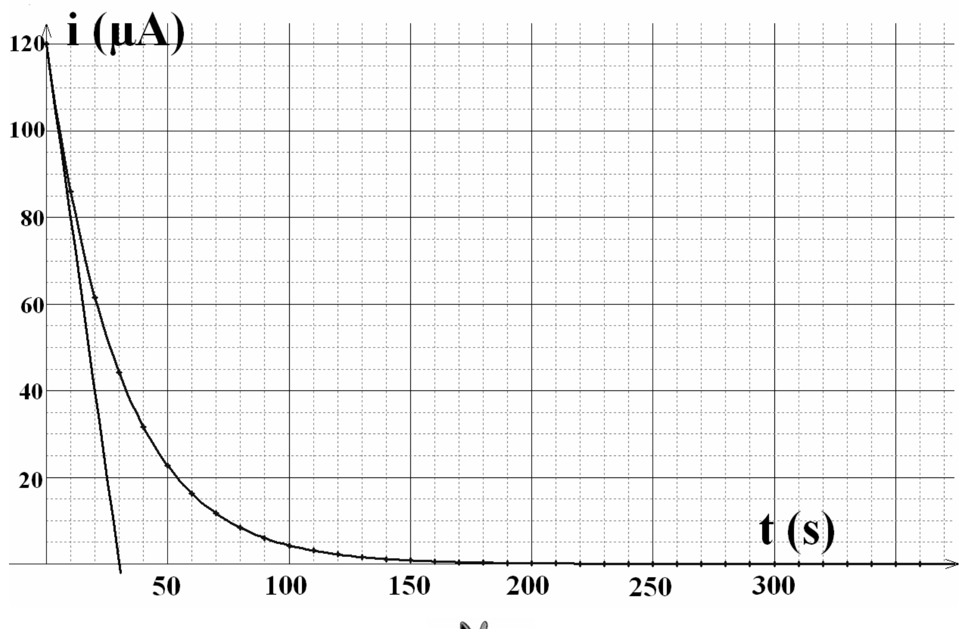
دراسة مكثف الوامض:

للتحقق من قيمة سعة هذا المكثف أنجز تلميذ الدارة الكهربائية التالية مستعملا مكثف وامض آلة التصوير السابق بعد تفريغه كليا:

E=24V



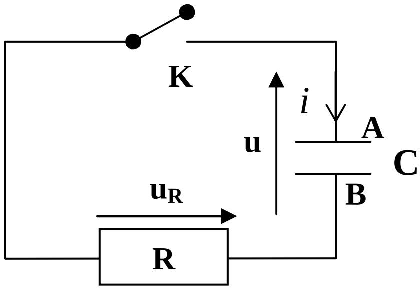
أغلق التلميذ قاطع التيار K عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ، ثم سجل في لحظات مختلفة شدة التيار المار في الدارة الكهربائية و مثل منحنى تغير i(t) بدلالة الزمن فحصل على المبيان أسفله.



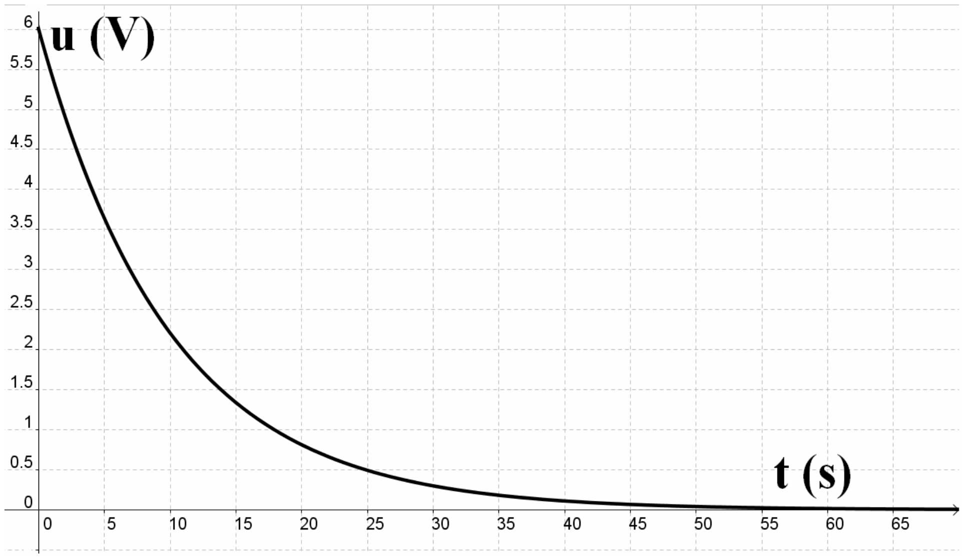
1- حدد قيمة المقاومة R.
2- استنتج من المبيان قيمة سعة المكثف. هل توافق القيمة المعطاة في بداية التمرين؟

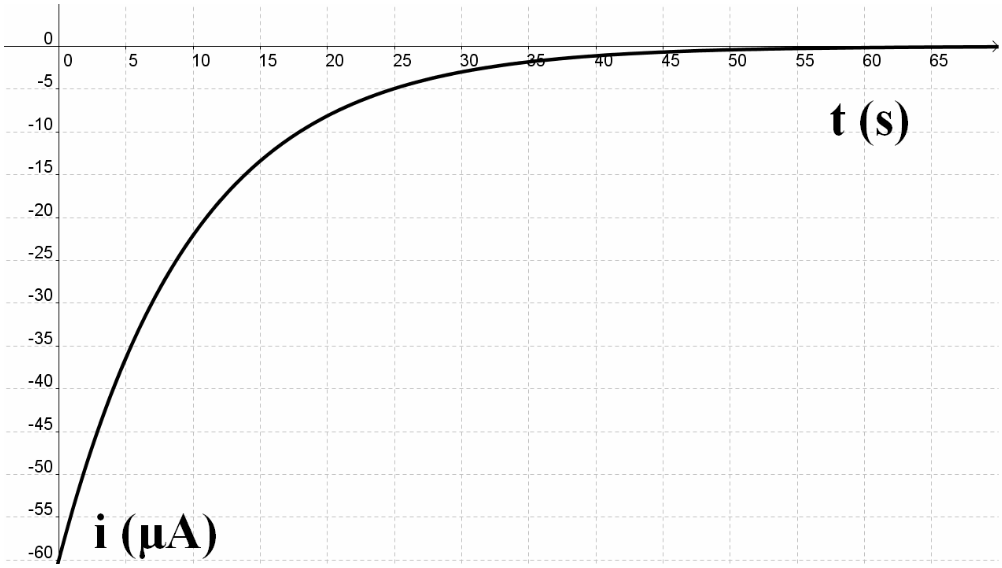
3

نقوم خلال حصة أشغال تطبيقية بتفريغ مكثف يحمل شحنة كهربائية بدئية q_0 باستعمال موصل أومي مقاومته R باعتماد التركيب التجريبي التالي:



نغلق قاطع التيار عند اللحظة t=0 ونستعمل حاسوبا مجهزا بواجهة تسمح بتمثيل التوتر u و شدة التيار i بدلالة الزمن t، بحيث نحصل على المنحنيين التاليين:





1- أوجد العلاقة بين i و $\frac{du}{dt}$.
2- حدد إشارة شحنة اللبوس A . علل جوابك.
3- حدد المنحى الحقيقي للتيار الكهربائي و منحى انتقال الإلكترونات معللا جوابك.
4- حدد قيمة كل من R و C.
5- احسب قيمة الشحنة البدئية q_0 للمكثف.
6- أعط تعبير كل من التوتر بين قطبي المكثف u و شدة التيار i وشحنة المكثف q و التوتر u_R بين قطبي الموصل الأومي بدلالة الزمن t.

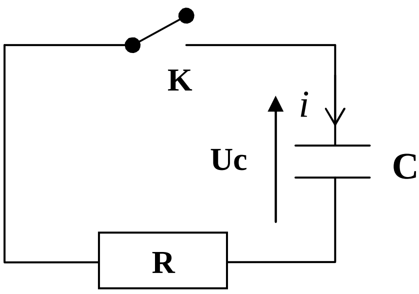
4

يهدف هذا التمرين إلى دراسة مبدإ اشتغال جهاز الرجفان défibrillateur الذي يسمح بتطبيق صدمة كهربائية لشخص ضربات قلبه غير منتظمة.
يتم في البداية شحن مكثف الجهاز ذي السعة C إلى أن يصبح التوتر بين قطبيه بعد الشحن هو U= 1,8kV، ثم يُفرغ في القفص الصدري للمريض.
ننمذج القفص الصدري بموصل أومي مقاومته R=50Ω.

1. حدد القيمة الدنيا C_m لسعة المكثف لتخزين طاقة $E_0=324J$ بعد شحنه.
2. تتغير الطاقة المخزنة في المكثف أثناء تفريغه في القفص الصدري للمريض وفق التعبير التالي: $E=Ae^{-\alpha t}$ (J)، نعتبر أصل التواريخ لحظة بداية الصدمة الكهربائية.
حدد قيمتي A و α. باعتبار $C=C_m$.
3. احسب القيمة المطلقة $|I_{\max}|$ لشدة تيار التفريغ القصوى.
4. اكتب تعبير القيمة المطلقة $|I|$ لشدة تيار التفريغ بدلالة الزمن t.
5. اكتب تعبير الطاقة E بدلالة شدة تيار التفريغ I .

5

ننجز في حصة أشغال تطبيقية الدارة الكهربائية التالية:



يحمل المكثف في البداية شحنة كهربائية Q_0.
نغلق قاطع التيار عند اللحظة t=0 ، و ندون في لحظات مختلفة التوتر Uc بين قطبي المكثف و شدة التيار الشحن i ، فنحصل على النتائج التالية:

t (s)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
Uc(V)	12	4,415	1,624	0,597	0,220	0,081	0,030	0,011	0,004	0,001	0,001	0,000
ln(Uc)	2,485	1,485	0,485	-0,515	-1,515	-2,515	-3,515	-4,515	-5,515	-6,515	7,52	
$-i(\mu A)$	1000	367,88	135,34	49,787	18,32	6,74	2,48	0,91	0,34	0,12	0,045	0

1- اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر Uc.
2- تحقق من أن حل هذه المعادلة يكتب كالتالي: $U_c = Ae^{-t/RC}$
3- أوجد قيمة A .
4- مثل منحنى تغيرات ln(Uc) بدلالة الزمن و استنتج قيم كل من R و C و Q_0

الأجوبة

1

المرحلة الأولى: K_1 مغلق و K_2 مفتوح

-1

لدينا: $\tau=R_1C$

ت ع: $\tau= 1000.2.10^{-7}=2.10^{-4}s=0,2ms$

-2

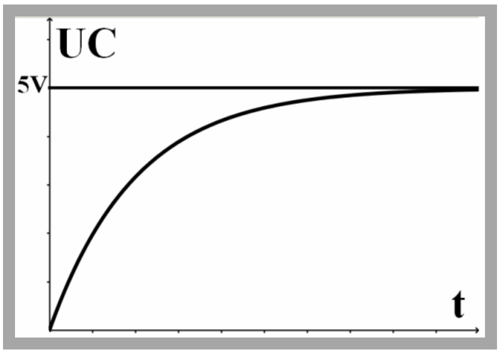
نعلم أن شدة التيار تتناقص تدريجيا مع الزمن خلال مرحلة شحن المكثف ، و بالتالي نحصل على قيمتها القصوى عند اللحظة t=0 لحظة إغلاق قاطع التيار (Uc=0V):

$$R_1 I_{\max} = E \Rightarrow I_{\max} = \frac{E}{R_1}$$

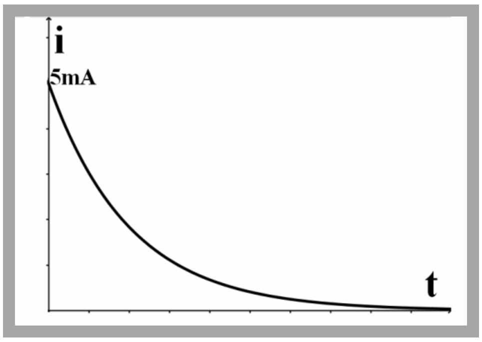
ت ع:

$$I_{\max} = \frac{5}{1000} = 5.10^{-3}\,A = 5mA$$

-3



-4



-5

لدينا $t=\tau=0,2ms$ إذن:

Uc(t=0,2ms) =0,63E = 3,15V.

i(t=0,2ms)=0,37Imax=1,85mA.

المرحلة الثانية: K_1 مفتوح و K_2 مغلق

1- عند t=0 لدينا:

$$Uc(t=0)=\frac{q(t=0)}{C}=-R_2 i(t=0)=5V$$

إذن:

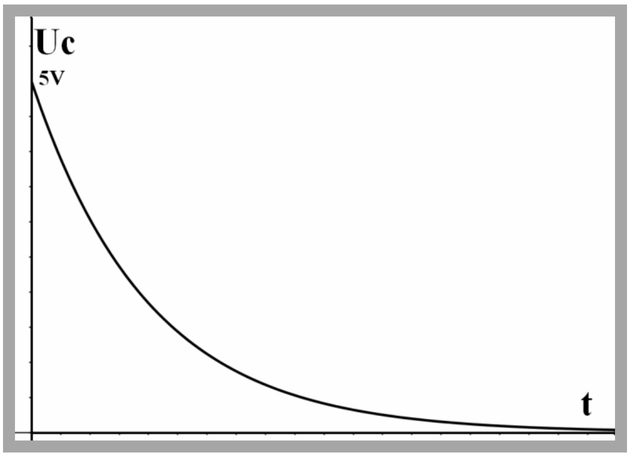
$$q(t=0)=Uc(t=0).C=5.2.10^{-7}=10^{-6}\,C=1\mu C$$

$$i(t=0)=-\frac{Uc(t=0)}{R_2}=-\frac{5}{2000}=-2{,}5.10^{-3}\,A=-2{,}5mA$$

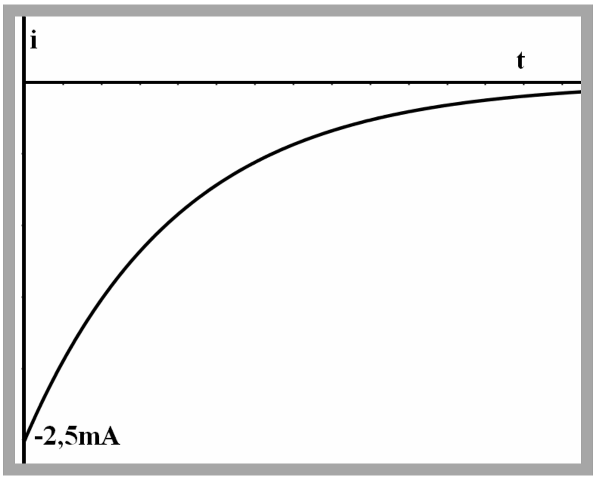
2- تعزى الإشارة السالبة لشدة التيار إلى كون المنحى الذي تم اختياره لمنحى التيار الكهربائي (الممثل على الشكل) معاكس للمنحى الاصطلاحي للتيار الكهربائي.

3- $\tau'=R_2C=2.10^3.2.10^{-7}=4.10^{-4}s=0{,}4ms$

4-



5-



6- $Uc(t_1=\tau)=0{,}37U_{c0}=0{,}37.5=1{,}85V$

$i(t_1=\tau)=0{,}37i_0=-0{,}37.2{,}5mA=-0{,}925mA$

$Uc(t_2=2\tau)=0{,}37Uc(t_1=\tau)=0{,}37.1{,}85=0{,}6845V$

$i(t_2=2\tau)=0{,}37i(t_1=\tau)=-0{,}37.0{,}925mA=-0{,}34225mA$

دراسة الوامض:

-1

$$E_e = \frac{1}{2}CU^2$$

ت ع:

$$E_e = \frac{1}{2}1{,}5.10^{-4}(330)^2 = 8{,}1675J \approx 8{,}17J$$

-2

-1-2 لدينا:

$$Uc + U_{R'} = 0$$

$$Uc + R'i = 0$$

$$Uc + R'\frac{dq}{dt} = 0$$

$$Uc + R'C\frac{dUc}{dt} = 0$$

-2-2

نعلم أن τ=R'C و بما أن $\Delta t=5\tau=1ms$ إذن: $\tau = 0{,}2ms$ و بالتالي

$$R' = \frac{\tau}{C} = \frac{2.10^{-4}}{1{,}5.10^{-4}} = 1{,}33\Omega$$

3-3 نعلم أن حل المعادلة التفاضلية هو:

$$Uc = Ae^{-t/\tau}$$

بحيث:

$A=Uc(t=0)=330V$

$\tau=R'C=2.10^{-4}s$

و بالتالي نكتب حل المعادلة كالتالي:

$Uc=330e^{-5000t}$ (V)

-4-3 لدينا:

$$E_e = \frac{1}{2}C(Uc)^2$$

و بالتالي:

$E_e = 8{,}17.e^{-10000t}$ (J)

دراسة مكثف الوامض:

1- لدينا حسب الدارة الكهربائية:

$$Uc + U_R = E$$

$$Uc + Ri = E$$

لدينا عند اللحظة t=0 المكثف غير مشحون و بالتالي:

$$Uc(t=0) = 0 \Rightarrow Ri(t=0) = E \Rightarrow R = \frac{E}{i(t=0)}$$

لدينا E=24V و حسب المنحنى نستنتج أن i(t=0) = 120µA إذن:

$$R = \frac{24}{12.10^{-5}} = 2.10^5\,\Omega = 200k\Omega$$

2- نلاحظ أن المماس للمنحنى عند اللحظة t=0 يتقاطع مع محور الزمن في اللحظة t=τ=30s
و لدينا:

$$\tau = RC$$

إذن:

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{30}{2.10^5} = 1{,}5.10^{-4}\,F = 150\mu F$$

و هذه القيمة تطابق القيمة المعطاة في بداية التمرين.

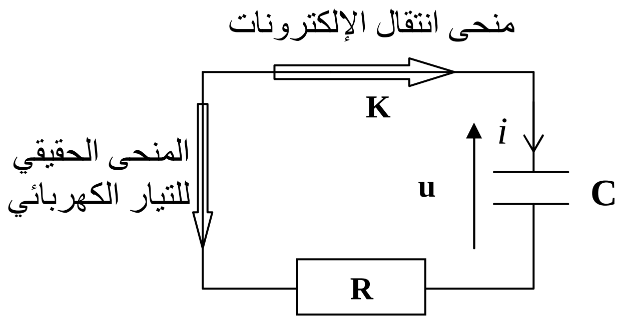
3

1- لدينا:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu)}{dt} = C\frac{du}{dt}$$

2- نلاحظ من المبيان الأول أن التوتر u > 0 و بما أن $u=U_{AB}$ إذن اللبوس A يحمل شحنة موجبة.
3- لدينا حسب المبيان الثاني i<0 و هذا يعني أن المنحى الذي تم تمثيله في التبيانة معاكس للمنحى الحقيقي للتيار الكهربائي.

التعليل الثاني: بما أن اللبوس A يحمل شحنة موجبة و اللبوس B يحمل شحنة سالبة، فإن الإلكترونات ستنتقل عبر الدارة الكهربائية من اللبوس ذي الشحنة السالبة (B) نحو اللبوس ذي الشحنة الموجبة (A) و بطبيعة الحال سيكون منحى التيار الكهربائي الحقيقي معاكس لمنحى انتقال الإلكترونات.



4- لدينا:

$$u = -Ri \Rightarrow R = -\frac{u}{i} (\forall t)$$

$$R = -\frac{u(t=0)}{i(t=0)} = -\frac{6}{-6.10^{-5}} = 10^{5}\Omega = 100k\Omega$$

عند تمثيل المماس لأحد المنحنيين نجد أن هذا المماس يقطع محور الزمن عند اللحظة $t=\tau=10s$

و بما أن:

$\tau=RC$

إذن:

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{10}{10^{5}} = 10^{-4} F = 100\mu F$$

5- لدينا:

$q_0 = C.u(t=0)= 6.10^{-4}C$

6-

$u= 6e^{-0,1t}$ (V)
$i= -60e^{-0,1t}$ (µA)
$q=6.10^{-4}e^{-0,1t}$ (C)
$u_R= -u= - 6e^{-0,1t}$ (V).

4

1- لدينا

$$E_m = E_0 = \frac{1}{2}C_m U^2 \Rightarrow C_m = \frac{2E_0}{U^2}$$

ت ع:

$$C_m = \frac{2.324}{1,8^2.10^6} = 2.10^{-4} F = 200\mu F$$

2- بما أن : $E=Ae^{-\alpha t}$ إذن A تمثل الطاقة الكهربائية للمكثف عند اللحظة $t=0$ ، أي:

$A=E_0=324J.$

لدينا $\tau=RC_m= 50.2.10^{-4}=10^{-2}s =10ms$

نرمز للتوتر بين قطبي المكثف في لحظة t بالرمز U_c و بالتالي نعبر عن طاقته الكهربائية في لحظة t بالعلاقة:

$$E = \frac{1}{2}C_m U_c^2$$

و بما أننا نقوم بتفريغ المكثف و أصل التواريخ لحظة بداية الصدمة الكهربائية إذن:

$$U_c = U_{c0}e^{-t/\tau} \Rightarrow E = \frac{1}{2}C_m U_{c0}^2 e^{-2t/\tau} = E_0 e^{-2t/\tau}$$

إذن:

$$\alpha = \frac{2}{\tau} = \frac{2}{RC_m} = \frac{2}{10^{-2}} = 200s^{-1}$$

-3

$$\left|I_{\max}\right| = \left|I(t=0)\right| = \frac{U_c(t=0)}{R} = \frac{1{,}8.10^3}{50} = 36A$$

-4

$$\left|I\right| = \left|I_{\max}\right| e^{-t/\tau} = \left|I_{\max}\right| e^{-t/0{,}01} = \left|I_{\max}\right| e^{-100.t} = 36e^{-100.t}\,(A)$$

-5

الطريقة الأولى:

لدينا:

$$E = \frac{1}{2}C_m U_c^2 = \frac{1}{2}C_m (RI)^2 = \frac{1}{2}C_m R^2 I^2 = \frac{2.10^{-4}.50^2}{2} I^2 = 0{,}25I^2$$

$$E = 0{,}25I^2$$

الطريقة الثانية:

لدينا:

$E=324e^{-200t}$

$I=-36e^{-100t}$

$I^2 = 1296e^{-200t}$

$$\frac{E}{I^2} = \frac{324}{1296} = 0{,}25 \Rightarrow E = 0{,}25I^2$$

5

-1 لدينا:

$$Uc + U_R = 0$$

$$Uc + Ri = 0$$

$$Uc + R\frac{dq}{dt} = 0$$

$$Uc + RC\frac{dUc}{dt} = 0$$

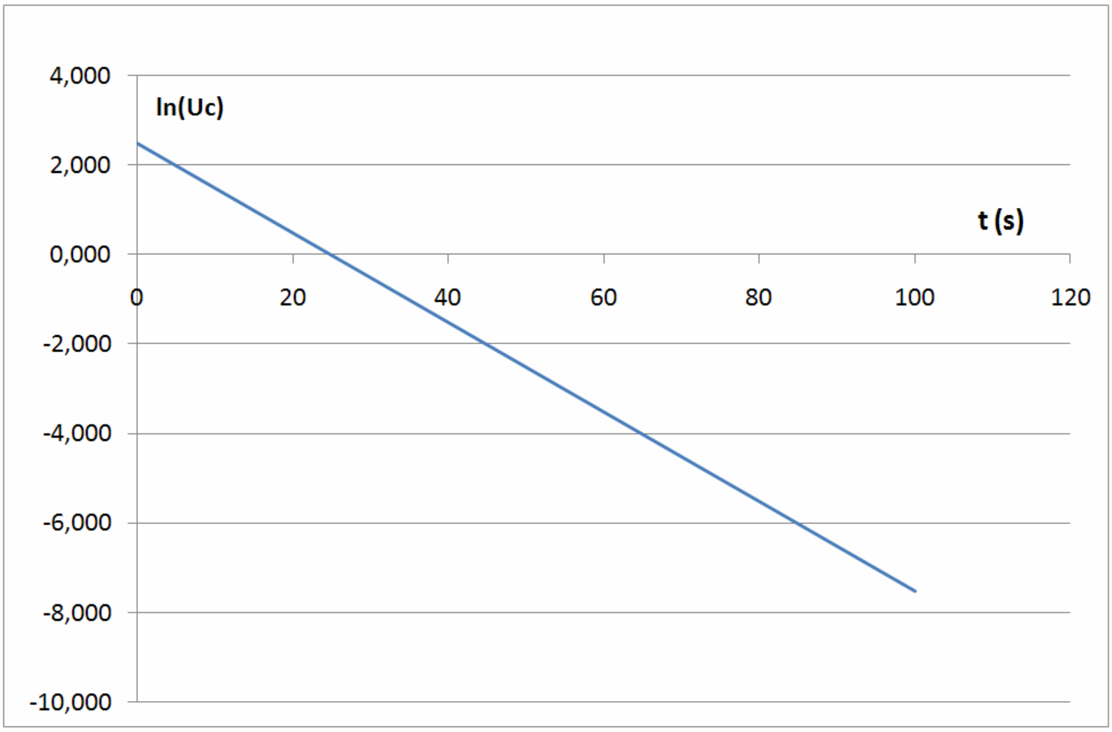
-2

$$U_c = Ae^{-t/RC} \Rightarrow \frac{dU_c}{dt} = -\frac{1}{RC}Ae^{-t/RC} = -\frac{1}{RC}U_c \Rightarrow U_c + RC\frac{dU_c}{dt} = U_c + RC.(-\frac{1}{RC}U_c) = 0$$

-3 $A=U_c(t=0)=12V$ (نعتمد معطيات الجدول)

$$U_c = 12e^{-t/RC}\,(V)$$

-4



لدينا:

$$R = -\frac{Uc(t=0)}{i(t=0)} = -\frac{12}{-10^{-3}} = 12.10^{3}\Omega = 12k\Omega$$

$$U_c = 12e^{-t/RC} \Rightarrow \ln(U_c) = \ln 12 - \frac{t}{RC} = 2,485 - \frac{t}{RC}$$

إذن: $-\frac{1}{RC}$ يمثل المعامل الموجه للمنحنى:

$$-\frac{1}{RC} = \frac{\Delta(\ln(U_c))}{\Delta t} = \frac{2,485-(-5,515)}{0-80} = -\frac{8}{80} = -0,1s^{-1}$$

$$\tau = RC = 10s$$

و بالتالي:

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{10}{1,2.10^{4}} \approx 8,33.10^{-4}\,F = 833\mu F$$

$$Q_0 = CU_c(t=0) = 10^{-2}C$$

PCtaroudant
2011