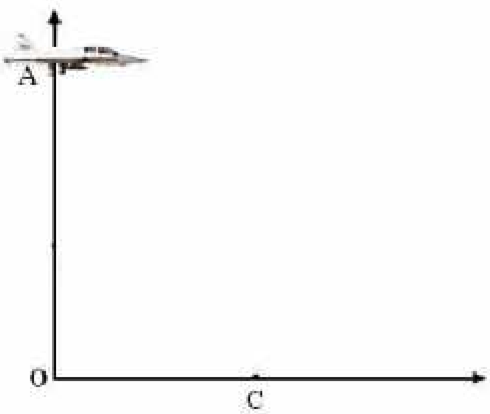
تمارين إضافية في الميكانيك

التمرين الاول

1 ـ خلال مناورة حربية تتحرك طائرة حربية على خط مستقيم في مستوى راسي Oxy على ارتفاع $H=7840m$ من سطح الأرض بسرعة ثابتة $V_0=450km/h$.

عند اللحظة $t_A=0$ ، ومن نقطة A التي توجد على نفس الخط الرأسي المار من O ، تسقط قديفة B كتلتها $m_B=10kg$ لتفجير هدف C يوجد على سطح الأرض ويبعد من النقطة O بالمسافة OC (أنظر الشكل)



1 ـ 1 ما هي طبيعة حركة الطائرة ؟ وعبر عن قيمة السرعة V_0 ب m/s .

1 ـ 2 ما هي المدة الزمنية التي ستستغرقها القذيفة من أجل إصابة الهدف C ؟

1ـ 3 ما هي المسافة التي قطعتها الطائرة انطلاقا من النقطة A ؟ استنتج قيمة المسافة OC .

2 ـ نفترض أن الطائرة تتحرك على ارتفاع $H_2=1960m$ من سطح الأرض . ما هي السرعة التي يجب أن تتحرك بها عند سقوط القديفة لكي تصيب هدفا يوجد على محيط دائرة شعاعها $R=200m$ من النقطة O ؟ هل هذه السرعة محتملة ؟

3 ـ نفترض أن سرعة الطائرة في هذه الحالة $V_0'=360km/h$. على أي ارتفاع H_3 من سطح الأرض بإمكان الطائرة إسقاط القذيفة وهي في طيران انقضاضي (vol piqué) حيث تكون مع الخط الرأسي زاوية 9° لكي تصيب القذيفة هدفا يوجد على محيط دائرة شعاعها أصغر من $156m$؟

خلال هذه الدراسة نهمل تأثير الهواء ونأخذ $g=9,8m/s$. (بكالوريا فرنسية)

//

تصحيح التمرين الأول:

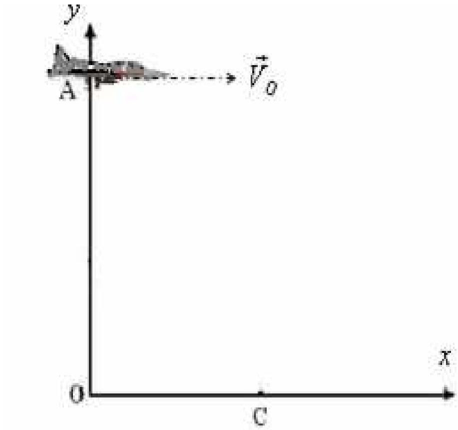
1) 1-1) الطائرة تتحرك بسرعة ثابتة وفق خط مستقيم إذن حركتها مسقيمية منتظمة.

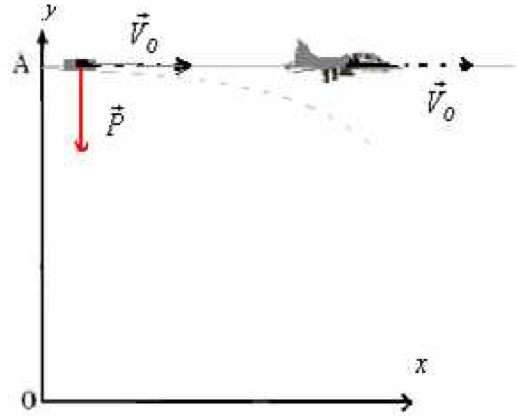
$$V_O=450Km/h=\frac{450\times10^3m}{3600s}=125m/s$$

ملحوظة: القذيفة التي تحررها الطائرة تكون لها سرعة ، متجهتها لها نفس مميزات سرعة الطائرة في لحظة القذف.

2-1) المجموعة المدروسة: {القذيفة}

جرد القوى وتمثيلها على الشكل: بما أن تأثير الهواء مهمل فإن القذيفة خلال حركتها تخضع لوزنها $\vec{P}$ فقط.





ملحوظة: $\vec{V}_O$ ليست بقوة ، لذلك ثم تمثيلها بخطوط متقطعة حتى لا يعتبرها القارئ قوة.

السرعة البدئية لها مركبتين في المعلم (o,x,y)

$$\vec{V}_o \left| \begin{array}{l} V_{Ox} = +V_O \\ V_{Oy} = 0 \end{array} \right.$$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$ أي: $\vec{P} = m.\vec{a}_G$ (1)

إسقاط العلاقة (1) على المحور ox **:** $0 = m.a_x$ $\Leftarrow$ $a_x = 0$ أي $\frac{dv_x}{dt} = 0$ وبالتالي $v_x = c^{te}$

ومن خلال الشروط البدئية يتضح أن الثابتة تساوي: V_O ومنه : $v_x = V_O$.

السرعة ثابتة ، إذن الحركة حسب المحور ox مستقيمية منتظمة معادلتها الزمنية: $x = V_O.t + x_o$ موضع القذيفة عند لحظة $t = o$ هو $x_o = 0$ وبالتالي:

$$x = V_O.t$$

إسقاط العلاقة (1) على المحور oy **:** $-P = m.a_y$ $\Leftarrow$ $a_y = -g$ التسارع ثابت : إذن الحركة حسب المحور oy متغيرة بانتظام $v_y = -g.t + v_{oy}$ مع $vo_y = 0$ وبالتالي: $v_y = -g.t$ مع: $v_y = \frac{dy}{dt} = -g.t$

المعادلة الزمنية للحركة حسب oy $y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + c'$ عند اللحظة $t = o$ الطائرة توجد في الارتفاع H .بالتعويض في المعادلة السابقة: $H = 0 + c'$ أي: $c' = H$ وبالتالي:

$$y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + H$$

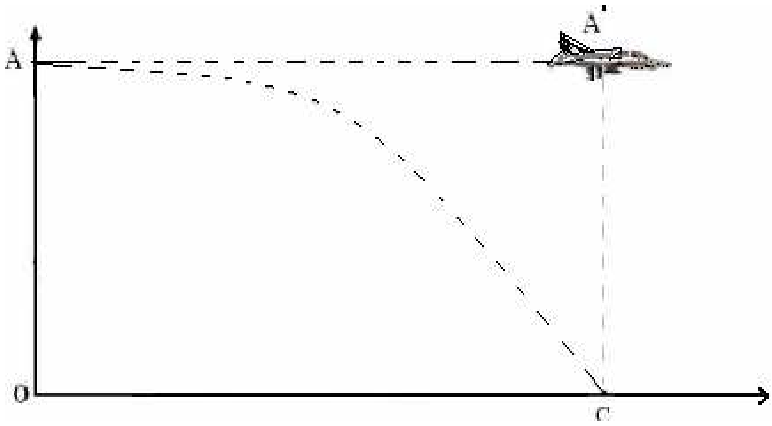
تطبيق عددي: المعادلتين الزمنيتين للحركة في العلم ox

$$\begin{cases} x = 125.t \\ y = -4{,}9.t^2 + 7840 \end{cases}.$$

عند إصابة الهدف C : $y_C = 0$ أي: $0 = -4{,}9.t_C{}^2 + 7840$ ومنه نحصل على المدة الزمنية التي تستغرقها القذيفة لإصابة الهدف C

$$t_C = \sqrt{\frac{2.H}{g}} = \sqrt{\frac{2.\times 7840}{9{,}8}} = \sqrt{16.10^2} = 40s$$

3-1) للحصول على المسافة التي قطعتها الطائرة في لحظة إصابة الهدف ، يكفي أن نعوض t في معادلة x بمدة سقوط القذيفة، لأن حركة الطائرة مستقيمية منتظمة بسرعة ثابتة معادلة حركتها . $x = 125.t$.



$$AA' = 125.t_C = 125.40 = 5000m = 5Km$$

ومنه نستنتج أن المسافة OC هي : $OC = AA' = 5Km$ أي انه في لحظة إصابة الهدف تكون الطائرة فوقه مباشرة.

---

2) إذا كانت الطائرة تتحرك على ارتفاع $H_2 = 1960Km$ ، من أجل إصابة هدف يوجد على دائرة شعاعها $R = 200m$ من النقطة O.

يجب أن تتحقق العلاقة : $y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + H_2$ وعند إصابة الهدف: $y = 0$ أي: $0 = -\frac{1}{2}.g.t_c'^2 + H_2$

$$t'_C = \sqrt{\frac{2.H_2}{g}} = \sqrt{\frac{2\times1960}{9,8}} = 20s$$

و لإصابة الهدف يجب أن تكون $x \le R$ مع : $x = V_o'.t'_C$ أي: $V'_0.t'_C \le R$ $\Leftarrow$ $V'_C \le \frac{R}{t'_C}$ $\Leftarrow$ $V'_C \le 10m/s$

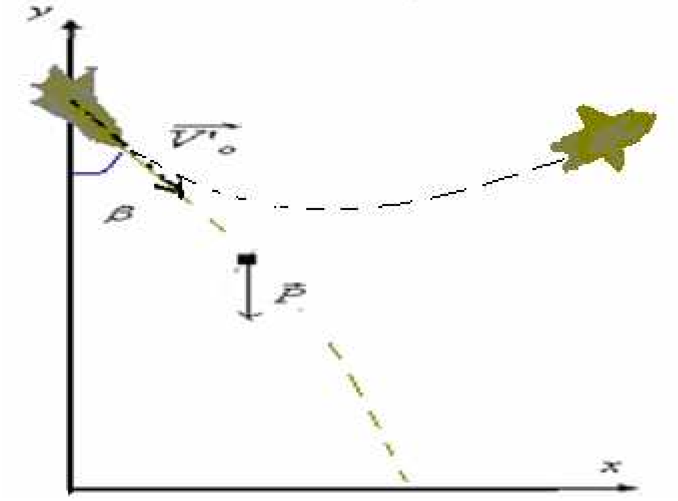
وهذه السرعة غير محتملة ، لان الطائرة الحربية عادة تكون سرعتها فائقة.

---

3)سرعة الطائرة: $V_O = 360Km/h = \frac{360.10^3 m}{3600s} = 100m/s$

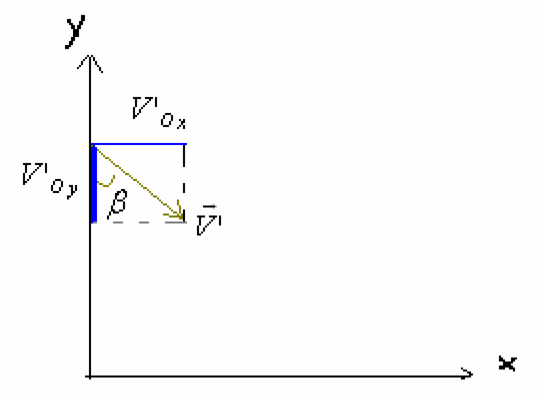
المجموعة المدروسة:{القذيفة}

جرد القوى وتمثيلها على الشكل: بما أن تأثير الهواء مهمل فإن القذيفة خلال حركتها تخضع لوزنها $\vec{P}$ فقط.



السرعة البدئية لها مركبتين في المعلم (o,x,y)

$$\vec{V'}_o \begin{cases} V'_{Ox} = +V'_O.\sin\beta \\ V'_{Oy} = -V'_o.\cos\beta \end{cases}$$



تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$ أي: $\vec{P} = m.\vec{a}_G$ (2)

إسقاط العلاقة (2) على المحور ox : $0 = m.a_x$ $\Leftarrow$ $a_x = 0$ أي $\frac{dv_x}{dt} = 0$ وبالتالي $v_x = c^{te}$

ومن خلال الشروط البدئية يتضح أن الثابتة تساوي : $V_O'.\sin\beta$ ومنه : $v_x = V_O'.\sin\beta$.

السرعة ثابتة ، إذن الحركة حسب المحور ox مستقيمية منتظمة معادلتها الزمنية : $x = V'_O(\sin\beta).t + x_o$ عند لحظة $t = o$ موضع الطائرة في لحظة تحرير القذيفة يوافق $x = 0$.

نستنتج أن : $x_o = 0$ وبالتالي: $x = V'_O(\sin\beta)\times t$

<u>إسقاط العلاقة (2) على المحور</u> oy : $-P = m.a_y$: $\Leftarrow$ $a_y = -g$ التسارع ثابت : إذن الحركة حسب المحور متغيرة بانتظام $v_y = -g.t + v_{oy}$ مع $vo_y = -V'o.\cos\beta$ ومنه : $v_y = -g.t - V'o.\cos\beta$ مع: $v_y = \frac{dy}{dt} = -g.t - V'o\cos\beta$

<u>المعادلة الزمنية حسب</u> oy : $y = -\frac{1}{2}.g.t^2 - V'o.(\cos\beta).t + c'$ وبما أنه عند اللحظة $t = o$ الطائرة توجد في الارتفاع H_3 .

بالتعويض في المعادلة السابقة: $H_3 = 0 + 0 + c'$ أي: $c' = H$ وبالتالي: $y = -\frac{1}{2}.g.t^2 - V'o.(\cos\beta).t + H_3$

<u>معادلة المسار</u>: من خلال المعادلتين :

$$\begin{cases} x = V'o.(\sin\beta).t \\ y = -\frac{1}{2}g.t^2 - V'o.(\cos\beta).t + H_3 \end{cases}$$

نحصل على معادلة المسار التالية: $y = -\frac{1}{2}.g\frac{.x^2}{Vo'^2.\sin^2\beta} - \cos\beta\frac{x}{\sin\beta} + H_3$

عند إصابة الهدف C : $y_C = 0$ و $x_C = R = 156m$

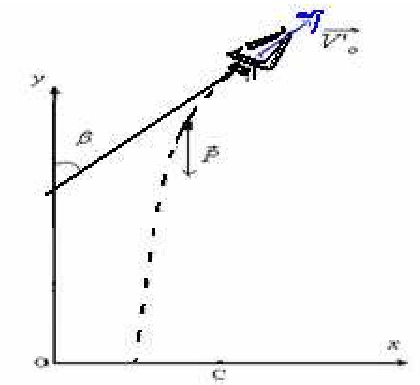
بالتعويض في معادلة المسار : $0 = -\frac{1}{2}.g\frac{.R^2}{Vo'^2\sin^2\beta} - \frac{R.}{tg\beta} + H_3$

ومنه .

$$H_3. = \frac{1}{2}.g\frac{.R^2}{Vo'^2\sin^2\beta} + \frac{R.}{tg\beta} = \frac{1}{2}.9,8.\frac{156^2}{100^2.(\sin 9)^2} + \frac{156}{tg9} = 5957m$$

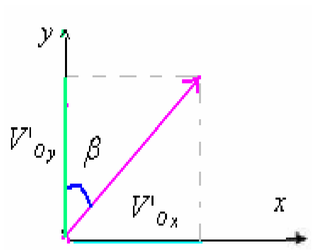
<u>ملحوظة</u>:

يمكن اعتبار هذه الحالة:



في هذه الحالة لسرعة البدئية لها مركبتين في المعلم (o,x,y)

$$\vec{V'}_o \begin{cases} V'_{ox} = +V'_o.\sin\beta \\ V'_{oy} = -V'_o.\cos\beta \end{cases}$$



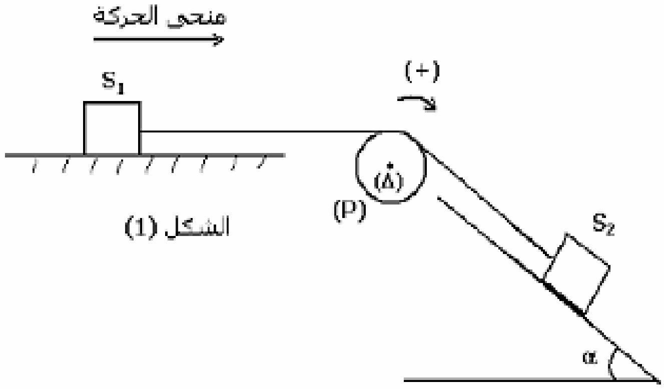
التمرين الثاني

نعطي $g=9,81m/s^2$

كل الأجسام الصلبة سواء كانت في حركة أو في سكون ، توجد دائما تحت تأثير الاحتكاكات (مقاومة الهواء ، مقاومة الماء ، التماس بين الجسمين ، الخ ....) . فزيائيا نقرن هذه التأثيرات بقوى الاحتكاك ، فهي دائما تقاوم حركة الجسم . عند تطبيق القانون الثاني لنيوتن أو العلاقة الأساسية للتحريك يمكن إهمال الاحتكاكات أو أخذها بعين الاعتبار.

تصنف قوى الاحتكاك إلى نوعين : الاحتكاكات الصلبة والاحتكاكات المائعة.

الاحتكاكات الصلبة لا تتعلق شدة قوى الاحتكاك بالسرعة ، بينما في حالة الاحتكاكات المائعة تكون شدتها متناسبة اطرادا مع السرعة $\vec{v}$.لإبراز هذان الصنفان من الاحتكاكات تقوم بتجربتين.

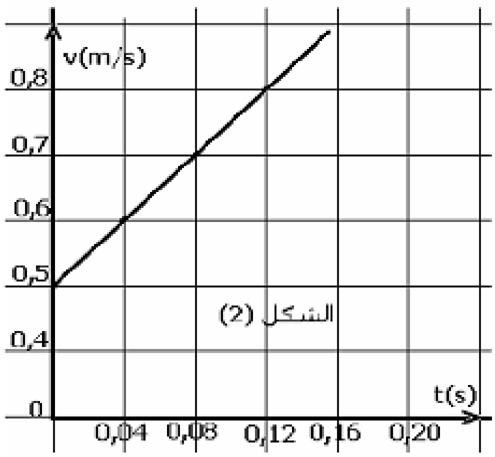


I ـ حركة مجموعة ميكانيكية على مستوى مائل

نعتبر المجموعة الميكانيكية الممثلة في الشكل (1) والتي تتكون من :

ـ بكرة (P) متجانسة شعاعها r وكتلتها $m=0,6kg$ قابلة للدوران حول محورها (Δ) . نعطي عزم قصور البكرة بالنسبة للمحور (Δ) : $J_\Delta=\frac{1}{2}mr^2$.

جسم صلب (S_1) كتلته $m_1=0,5kg$ يمكنه أن ينزلق باحتكاك فوق مستوى أفقي (π) .



ـ جسم صلب (S_2) كتلته $m_2=2kg$ يمكنه أن ينزلق بدون احتكاك على مستوى مائل بزاوية $\alpha=30°$ بالنسبة للمستوى الأفقي .

الجسمان (S_1) و (S_2) مرتبطان بخيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة ، يمر دون انزلاق على مجرى البكرة (P) .

1 ـ دراسة الجسم (S_1)

يعطي المنحنى الممثل في الشكل (2) تغيرات السرعة v للجسم (S_1) بدلالة الزمن t .

1 ـ1 اعتمادا على منحنى الشكل (2) ، حدد طبيعة حركة الجسم (S_1) واستنتج قيمة التسارع a_1 لحركته .

1 ـ 2 أكتب المعادلة الزمنية $x(t)$ لحركة (S_1) .

علما أن الجسم S_1 انطلق عند أصل التواريخ من أصل معلم الأفاصيل $x=0$.

2 ـ دراسة المجموعة {P ، (S_1) ، (S_2) }

2 ـ 1 بين أن للجسمين S_1 و S_2 نفس التسارع $a=a_1=a_2$ واستنتج العلاقة بين التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ لحركة البكرة حول المحور (Δ) والتسارع a .

2 ـ 2 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S_2) أوجد تعبير T_2 شدة القوة المقرونة بتأثير الخيط على (S_2) . واحسب قيمتها .

2 ـ 3 بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة (P) ، أوجد تعبير T_1 شدة القوة المقرونة بتأثير الخيط على (S_1) واحسب قيمتها .

2 ـ 4 استنتج شدة القوة $\vec{R}$ المقرونة بتأثير المستوى (π) على الجسم (S_1) .

التصحيح:

1-1 (1 المنحنى الذي يمثل تغيرات حركة الجسمS_1 بدلالة الزمن ، عبارة عن دا لة تآلفية معادلتها: $v = a_1.t + vo$

إذن سرعته غير ثابتة وبالتالي فإن حركته مستقيمية متغيرة بانتظام.

لنحدد تعبير معادلة سرعةS_1 : $v = a_1.t + vo$

المعامل الموجه $a_1 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{(0{,}8-0{,}5)m.s^{-1}}{(0{,}12-0)s} = 2{,}5m.s^{-2}$ مع : a_1 هو تسارع الجسم S_1 .

$vo = 0{,}5m.s^{-1}$ إذن: $v = 2{,}5.t + 0{,}5$.

-2.1) $v = \dfrac{dx}{dt}$ إذن : $\dfrac{dx}{dt} = 2{,}5.t + 0{,}5$ ومنه فإن الدالة التي مشتقتها تساوي : $2{,}5.t + 0{,}5$ هي: $x = 2{,}5.\dfrac{t^2}{2} + 0{,}5.t + C^{te}$

بما أن: عند اللحظة $t = o$ ، $x = 0 \Leftarrow C^{te} = 0$ وبالتالي: $x = 1{,}25t^2 + 0{,}5.t$.

---

2)بما أن الخيط غير قابل للمد ولا ينزلق على البكرة فإنه عندما ينتقل الجسمS_1بمسافة x ينتقل الجسمS_2بالمسافة y ويدور الخيط الملفوف على البكرة بالأفصول المنحنى s مع : $x = y = s$ والأفصول المنحني $s = r.\theta$

إذن : $x = y = r.\theta$ بالاشتقاق مرتين $\Leftarrow$ $\dfrac{d^2x}{dt^2} = \dfrac{d^2y}{dt^2} = r.\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$ أي: $a_1 = a_2 = r.\ddot{\theta}$

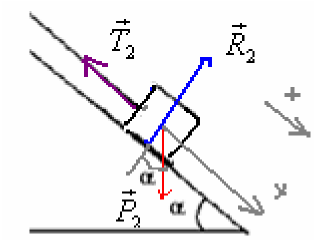
تسارع المجموعة : $a = a_1 = a_2$ إذن: $a = r.\ddot{\theta}$

-2) حركة الجسمS_2 تتم بدون احتكاك وبالتالي فهو يخضع للقوى التالية:

$\vec{P}_2$: وزنه .

$\vec{R}_2$: القوة المطبقة من طرف سطح التماس.وهي عمودية على السطح لأن التماس يتم بدون احتكاك.

$\vec{T}_2$: القوة المطبقة من طرف الخيط.



العلاقة المعبرة عن القانون الثاني لنيوتن تكتب كما يلي: $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{R}_2 = m_2.\vec{a}$ لأن : $a = a_1 = a_2$

بالإسقاط على المحور ox الموجه في منحى الحركة:

$$+P_2.\sin\alpha - T_2 + O = m_2.a$$

ومنه : $T_2 = m_2(g.\sin\alpha - a) = 2(9{,}81.\sin 30 - 2{,}5) = 4{,}81N$

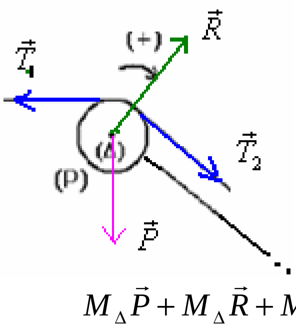
3-2) بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة التي تخضع للقوى التالية:

$\vec{P}$: وزنها.

$\vec{R}$: تأثير محور الدوران .

$\vec{T}_1$: تأثير الخيط المرتبط ب: S_1 .

$\vec{T}_2$: تأثير الخيط المرتبط ب: S_2.



لدينا: $M_\Delta\vec{P} + M_\Delta\vec{R} + M_\Delta\vec{T}_1 + M_\Delta\vec{T}_2 = J_\Delta.\ddot{\theta}$

أي: $0 + 0 + T_2.r - T_1.r = J_\Delta.\ddot{\theta}$ $\Leftarrow$ $T_2 - T_1 = \dfrac{J_\Delta.\ddot{\theta}}{r}$

وبنا أن $\ddot{\theta} = \dfrac{a}{r}$: فإن:

$$T_1 = T_2 - \frac{J_\Delta . a}{r^2} = T_2 - \frac{\frac{1}{2} m.r^2.a}{r^2} = T_2 - \frac{1}{2}.m.a = 4{,}81 - 0{,}5 \times 0{,}6 \times 2{,}5 = 4{,}06N \approx 4N$$

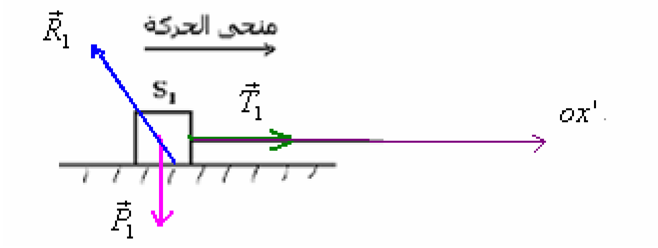
4-2) دراسة المجموعة$\{S_1\}$

هذه المجموعة تخضع للقوى التالية:

$\vec{P}_1$ **: وزنها.**

$\vec{R}_1$ **: القوة المطبقة من طرف سطح التماس.وهي مائلة في عكس منحى الحركة لأن التماس يتم باحتكاك.**

$\vec{T}_1$ **: القوة المطبقة من طرف الخيط.**



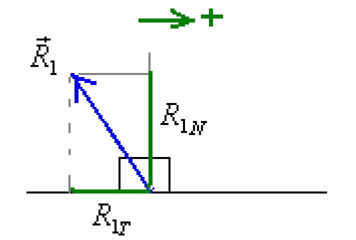
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسمS_1.

(2) $\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{T}_1 = m_1.\vec{a}$ **لأن :** $a = a_1 = a_2$

بالإسقاط على المحور ox' **الموجه في نفس منحى الحركة:**

القوة $\vec{R}_1$ **لها مركبتين : <u>مركبة مماسية</u>** R_{1t} **(موجهة في عكس منحى الحركة والتي نسميها عادة قوة الاحتكاك فنرمز إليها ب:** f **)**

<u>ومركبة منظمية</u> : R_{1n} **(عمودية على سطح التماس.) انظر الشكل:**



إذن إسقاط العلاقة (2) على الحور ox' **يكتب :**

(3) $\Leftarrow 0 - R_{1t} + T_1 = m_1.a$

$$R_{1t} = T_1 - m_1.a = 4{,}06 - 0{,}5 \times 2{,}5 = 2{,}81N \approx 2{,}8N$$

وإسقاطها على المحور oy' **المنطبق مع ألمنظمي والموجه نحو الأعلى يكتب كما يلي:**

$-P_1 + R_{1n} + 0 = 0$ **(لأنه لا حركة للجسم حسب هذا المحور)** $\Leftarrow$

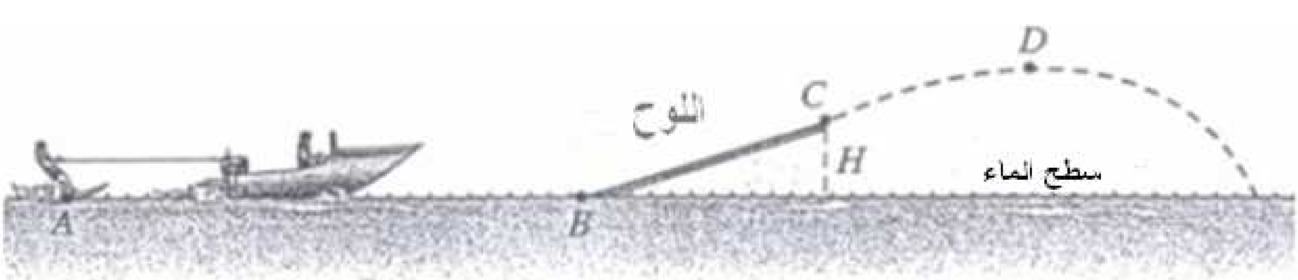
$$R_1 n = m_1.g = 0{,}5 \times 9{,}81 \approx 4{,}9N$$

ولدينا من خلال الشكل السابق (بتطبيق مبرهنة بيثاغورس):

$$R_1^{\ 2} = R_{1n}^{\ 2} + R_{1t}^{\ 2} \quad \Leftarrow \quad R = \sqrt{R_{1n}^{\ 2} + R_{1t}^{\ 2}} = \sqrt{4{,}9^2 + 2{,}8^2} \approx 5{,}7N$$

<u>التمرين الثالث</u>

ندرس حركة متزلج فوق الماء خلال القفز بواسطة لوح مائل مرن BC **(انظر الشكل).**



المتزلج كتلته $m = 70kg$ ينطلق بدون سرعة بدئية من نقطة A مجرورا بزورق بواسطة حبل متوتر وموازٍ لسطح الماء ، و يطبق عليه قوة شدتها $F = 250N$.

بعد قطع المسافة $AB = 200m$ يمتلك المتزلج سرعة قيمتها $72km/h$ في النقطة B.

1) احسب تغير الطاقة الحركية للمتزلج بين القطتين A و B.

2) لتكن f قوة الاحتكاك المطبقة على المتزلج فوق سطح الماء بين A و B.

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية عليه بين A و B ،اوجد قيمة f .

3) ينفصل المتزلج عن الحبل ويصعد فوق لوح مرن مائل طوله $BC = 10m$ وارتفاعه $H = 5m$ فوق سطح الماء. علما أن الاحتكاك فوق اللوح قوته ثابتة $f' = 500N$.

3-1: اجرد القوى المطبقة على المتزلج خلال الانتقال BC ثم احسب شغل كل منها.

3-2: بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد سرعة المتزلج عند القمة C للوح.

4) المتزلج يقفز و ينفصل عن اللوح انطلاقا من النقطة C،(بإهمال تأثير الهواء) . سرعة المتزلج عند القمة للمسار D هي $v = 9m/s$.نعتبر أن طاقة الوضع الثقالية عند سطح الماء منعدمة (نعطي تعبير طاقة الوضع الثقالية: $Ep_P = m.g.z + C$).

1-4) احسب الطاقة الميكانيكية للمتزلج في بداية القفز.هل هذه الطاقة تنحفظ خلال القفز ؟ لماذا.

2-4) ما هي قيمة الارتفاع بالنسبة لسطح الماء ،عند النقطة D قمة المسار؟.

3-4) ما هي سرعة المتزلج عند سقوطه على سطح الماء ؟.

نعطي: $g = 10m/s^2$

تصحيح التمرين الثالث

1) <u>تحويل السرعة</u>:

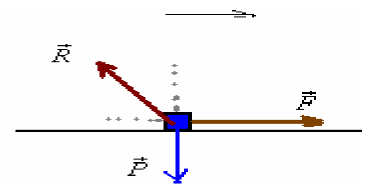
$$v_B = 72Km/h = 72\times10^3 m/3600s = 20m/s$$

<u>تغير الطاقة الحركية</u>:

$$\Delta Ec = Ec_B - Ec_A = \frac{1}{2}m.v_B^2 - 0 = \frac{1}{2}\times70\times20^2 = 14\times10^3 J$$

---

2) خلال الانتقال AB يخضع المتزلج لوزنه $\vec{P}$ ولقوة الجر $\vec{F}$ ولتأثير سطح الماء $\vec{R}$.



يمكن تفكيك القوة $\vec{R}$ إلى مركبتين : $\vec{R}n$ مركبة منظمية و $\vec{R}t$ مركبة مماسية.

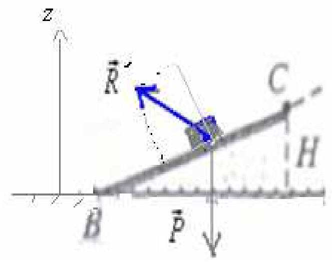
<u>بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية</u> لدينا:

$$\Delta Ec_{A\to B} = W\vec{P} + W\vec{R} + W\vec{F}$$
$$= 0 + W\vec{R}n + W\vec{f} + F.AB$$
$$= 0 + 0 - f.AB + F.AB$$

ومنه :

$$f = \frac{F.AB - \Delta Ec}{AB} = \frac{250\times200 - 14\times10^3}{200} = 180N$$

(3



$$W\vec{P}_{B-->C} = m.g(z_B - z_C) = mg(0-H) = -mg.H = -70\times10\times5 = -3500J$$
$$W\vec{R}' = W\vec{R}'n + W\vec{f}' = 0 - f'.BC = -f'.BC = -500\times10 = -5000J$$

<u>بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية</u> لدينا:

$$\Delta Ec_{B-->C} = W\vec{P} + W\vec{R}' \Leftarrow \frac{1}{2}.m.vc^2 = W\vec{P} + W\vec{R}' \Leftarrow$$

$$vc = \sqrt{v_B{}^2 - \frac{2}{m}(W\vec{P} + W\vec{R}')} = \sqrt{20^2 - \frac{2}{70}(-3500-5000)} = \sqrt{157} = 12,54m/s$$

1-4)طاقة الوضع الثقالية : $Ep_P = m.g.z + C$ **مع الثابتة** $C = 0$ **لكون** $Epp = 0$ **عند** $z = 0$ **.**

وبالتالي : $Ep_P = m.g.z$

الطاقة الميكانيكية للمتزلج في النقطة C **هي:**

$$E_{M_c} = E_{Ppc} + E_{cC} =$$
$$= m.g.z_c + \frac{1}{2}.m.v_c{}^2 = mgH + \frac{1}{2}.M.v_c{}^2 = 70\times10.\times5 + \frac{1}{2}.70.157 = 8995J$$

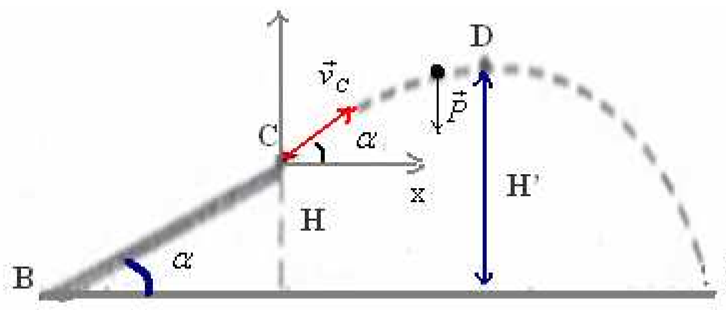
خلال القفز لا يخضع المتزلج سوى لونه ، إذن طاقته الميكانيكية تنحفظ لأن <u>الوزن قوة محافظية</u>.(خلال اشتغاله تنحفظ الطاقة الميكانيكية).

---

4 -2)<u>الطاقة الميكانيكية للمتزلج في النقطة</u> D **: لدينا حسب قانون انحفاظ الطاقة :** $E_{MD} = E_{Mc} = 8995J$

$$E_{M_D} = E_{CD} + E_{PpD}$$
$$8995 = \frac{1}{2}\times70.\times9^2 + m.g.H'$$
$$H' = \frac{8995 - 2835}{700} = 8,8m$$

4-3)لدينا:



$$\sin\alpha = \frac{H}{AC} = \frac{5}{10} = 0,5$$

إذن : $\alpha = 30°$ متجهة السرعة $\vec{v}_C$ لها مركبتين : $\vec{v}_C \begin{cases} vcx = vc.\cos\alpha \\ vcy = vc.\sin\alpha \end{cases}$ عند اللحظة $t = o$

بعد مغادرته اللوح يخضع المتزلج لتأثير وزنه فقط. إذن العلاقة المعبرة عن القانون الثاني لنيوتن تكتب كما يلي:

$\vec{P} = m.\vec{a}_G$ **(1)** **التي تصبح حسب المحور(** cx **)** $\Leftarrow 0 = m.ax \Leftarrow ax = 0$ **إذن السرعة حسب** $vx = C^{te}$ **ومن خلال**

الحالة البدئية : $vx = vc.\cos\alpha$ **ولدينا** $vx = \frac{dx}{dt}$ **أي المعادلة التفاضلية للحركة حسب** (cx) **هي:** $\frac{dx}{dt} = vc.\cos\alpha$

وباستعمال التكامل : $x = (vc.\cos\alpha).t$ **لأن عند** $t = 0$ **،** $x = 0$ **.**

وبإسقاط العلاقة(1) على المحور (c, y) **:**

$-P = m.a_y \Leftarrow a_y = -g$ أي : $\frac{dv_y}{dt} = -g$ ومنه : $v_y = -g.t + vc.\sin\alpha$ مع : $vy = \frac{dy}{dt}$

إذن : $y = -\frac{1}{2}g.t^2 + (v_c.\sin\alpha).t$

إذن السرعة v للمتزلج خلال السقوط الحر لها مركبتين : $\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_c.\cos\alpha \\ v_y = -g.t + v_c.\sin\alpha \end{vmatrix}$

منظمها : $v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2} = \sqrt{(v_c.\cos\alpha)^2 + (-g.t + v_c.\sin\alpha)^2}$ **(2)**

عند سقوط المتزلج على سطح الماء، تكون : $y = -H$

أي: $-H = -\frac{1}{2}g.t^2 + (v_c.\sin\alpha).t \Rightarrow -5.t^2 + 6{,}27.t + 5 = 0$

$\Delta = 39 + 100 = 139{,}3 \Rightarrow t = \frac{-6{,}27 - 11{,}8}{-10} \approx 1{,}8s$ الحل الثاني سالب فهو غير مقبول لأن مدة السقوط $t > 0$.

بالتعويض في **(2)**.

$v = \sqrt{(v_c.\cos\alpha)^2 + (-g.t + v_c.\sin\alpha)^2} = \sqrt{(12{,}54.\times 0{,}866)^2 + (-10\times 1{,}8 + 12{,}54\times 0{,}5)^2} = \sqrt{117{,}9 + 137{,}6} \approx 16m/s$

ملحوظة : يمكن الإجابة عن هذا السؤال بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين النقطتين D و E .

$$Ec_E - Ec_D = W\vec{P}_{D---->E}$$

$$Ec_E - Ec_D = m.g(z_D - z_E)$$

$Ec_E - Ec_D = m.g(H' - 0)$ باعتبار محور الأناسيب أصله منطبق مع B وموجه نحو الأعلى .

$$Ec_E - Ec_D = m.g.H'$$

$$\frac{1}{2}.m.v_E{}^2 = \frac{1}{2}.m.v_D{}^2 + m.gH$$

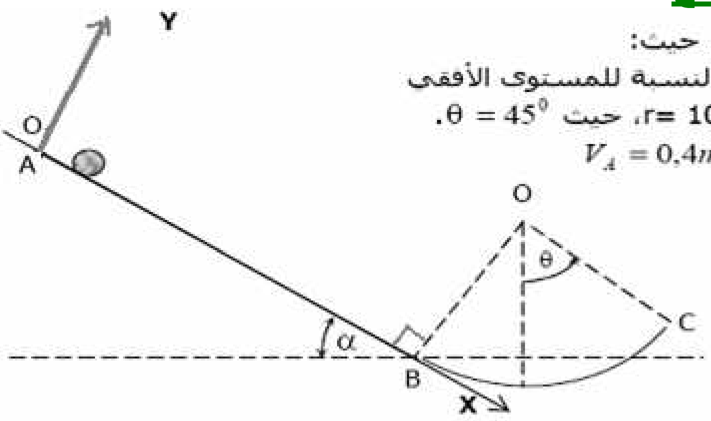
$$v_E = \sqrt{v_D{}^2 + 2.gH'} = \sqrt{81 + 2\times 10\times 8{,}8} = 16m/s$$

التمرين الرابع

تتحرك كرية كتلتها m=800g على مسار ABC ، حيث:

- AB جزء مستقيمي مائل بزاوية $\alpha = 30^0$ بالنسبة للمستوى الأفقي
- BC جزء من دائرة مركزها O و شعاعها r= 10 cm، حيث $\theta = 45^0$.

تنطلق الكرية من النقطة A بسرعة بدئية . $V_A = 0{,}4m.s^{-1}$



نسجل حركتها على الجزء AB، فنحصل على التسجيل الممثل في الشكل أسفله .

نعتبر لحظة انطلاق الكرية من الموضع M₁ أصلا للتواريخ t = 0 ms

1- احسب السرعة اللحظية للكرية في النقطتين M_2 و M_4.
2- استنتج قيمة a_3 تسارع مركز قصور الكرية.
3- ما طبيعة حركة الكرية؟علل جوابك.
4- أوجد المعادلة الزمنية لحركة الكرية.
5- بين أن الحركة تتم باحتكاك على الجزء AB.
6- احسب شدة قوى الاحتكاكات f التي نعتبرها ثابتة طول القطعة AB.
7- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المركبة المنظمية R_N للقوة التي يطبقها الجزء AB على الكرية.
8- استنتج قيمة شدة القوة $\vec{R}$ و معامل الاحتكاك $k = \tan\varphi$.
9- احسب، بطريقتين مختلفتين، سرعة الكرية عند النقطة B .
10- نهمل الاحتكاكات على الجزء BC.
10-1- أوجد سرعة الكرية عند النقطة C.
10-2- استنتج في أساس فريني التسارع المنظمي a_N لتسارع مركز قصور الكرية عند النقطة C.
10-3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد:
- شدة القوة التي يطبقها الجزء BC على الكرية.
- التسارع المماسي a_T عند النقطة C.

نعطي : $g = 10\ m.s^{-1}$

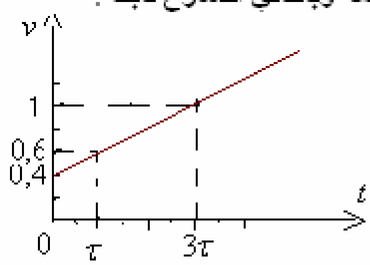
تصحيح التمرين الرابع

(1
$$v_2 = \frac{M_1M_3}{2\tau} = \frac{6.10^{-2}m}{100.10^{-3}s} = 0,6m/s$$
$$v_4 = \frac{M_3M_5}{2\tau} = \frac{10.10^{-2}m}{100.10^{-3}s} = 1m/s$$

(2
$$a_3 = \frac{v_4 - v_2}{2\tau} = \frac{(1-0,6)m.s^{-1}}{100.10^{-3}m} = 4m/s^2$$

(3 حركة الكرية مستقيمية متغيرة بانتظام .لأن سرعتها منتظمة وبالتالي التسارع ثابت .

$v_1 = 0,4m/s$	$t = 0$
$v_2 = 0,6m/s$	$t = \tau$
$v_4 = 1m/s$	$t = 3\tau$



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1-0,4}{3\tau - 0} = \frac{0,6m/s}{3\times 50\times 10^{-3}s} = 4m/s^2 \quad \Leftarrow \quad v = 4.t + 0,4$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1-0,4}{3\tau - 0} = \frac{0,6m/s}{3\times 50\times 10^{-3}s} = 4m/s^2 \quad \Leftarrow \quad v = 4.t + 0,4$$

(4 لدينا : $v = \frac{dx}{dt}$ إذن : $\frac{dx}{dt} = 4.t + 0,4$ ومنه فغن الدالة التي مشتقتها تساوي: $4.t + 0,4$ هي: $x = \frac{1}{2}.4.t^2 + 0,4.t + C^{te}$

ومن خلال المعطيات لدينا $x = 0$ عند اللحظة $t = 0$ إذن الثابتة $C^{te} = 0$.

المعادلة الزمنية لحركة الكرية هي: $x = 2.t^2 + 0,4.t$

(5 تذكير:

إذا كانت الحركة تتم بدون احتكاك فإن القوة المقرونة بتأثير سطح ا لتماس تكون عمودية على السطح وبالتالي يكون شغلها منعدما.

إذا كانت الحركة تتم باحتكاك فإن القوة المقرونة بتأثير سطح التماس تكون مائلة في عكس منحى الحركة وبالتالي يكون شغلها سالبا.

تحديد شغل القوة $\vec{R}$:

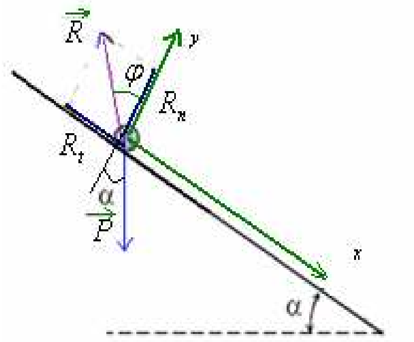
بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الكرية بين النقطتين M_1 و M_2 التي تخضع للقوتين : $\vec{P}$ و $\vec{R}$:

$$\Delta E_{M_1 -> M_2} = W\vec{P} + W\vec{R}$$

$$W\vec{R} = Ec_2 - Ec_1 - W\vec{P} = \frac{1}{2.}0{,}8.(0{,}6^2 - 0{,}4^2) - m.g.M_1M_2.\sin\alpha = 0{,}08 - 0{,}8\times10\times2{,}5\times10^{-2}.0{,}5 = -0{,}02J$$

إذن الحركة تتم باحتكاك.

6) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية،لدينا : $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$ $\Leftarrow$ $\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$ (1)



القوة $\vec{R}$ لهامركبتين : $\vec{R}\begin{vmatrix} R_x = R_t \\ R_y = R_n \end{vmatrix}$ المركبة الماسية وهي قوة الاحتكاك و المركبة المنظمية . $R_t = f$

إسقاط العلاقة(1) على المحور ox : $+P\sin\alpha - f = m.a$ $\Leftarrow$

$$f = m.g.\sin\alpha - m.a = 0{,}8\times10\times0{,}5 - 0{,}8\times4 = 0{,}8N$$

---

7)

إسقاط العلاقة(1) على المحور oy : $-P\cos\alpha + R_n = 0$ الجسم في حالة سكون بالنسبة للمحور oy

$$R_N = m.g.\cos\alpha = 0{,}8\times10\times0{,}866 \approx 6{,}93N$$

---

8) $\vec{R}\begin{vmatrix} R_N = 6{,}92N \\ R_T = f = 0{,}8N \end{vmatrix}$ $\Leftarrow$ $R = \sqrt{R_N{}^2 + R_T{}^2} = \sqrt{6{,}92^2 + 0{,}8^2} = 6{,}966 \approx 7N$

معامل الاحتكاك $k = tg\varphi = \frac{R_T}{R_N} = \frac{0{,}8}{6{,}92} = 0{,}1156$

SBIRO ABDELKRIM *E-MAIL* *sbiabdou@yahoo.fr* *msn :* *sbiabdou@hotmail.fr*

Adresse éléctronique : sbiabdou@yahoo.fr

Msen messager : sbiabdou@hotmail.fr