

مباراة ولوج السنة الأولى لكلية طب الأسنان - دورة 04 غشت 2011 - مادة الرياضيات

التمرين الأول

(1) حل في $]0; +\infty[$ المعادلة: $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = \frac{11}{2}$

(نذكر أن $\log_a x$ يرمز إلى اللوغاريتم للأساس a وأن $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$)

(2) (أ) حل في \mathbb{R} المعادلة: $x^2 - 3x + 2 = 0$

(ب) حل في \mathbb{R}^2 النظمة: (يمكنك أن تضع: $X = e^x$ و $Y = e^y$)

$$\begin{cases} e^x + e^y = 3 \\ e^{-x} + e^{-y} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

التمرين الثاني

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كالتالي:

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{3} \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{1+u_n^2} \end{cases} ; (n \in \mathbb{N})$$

(1) (أ) بين أن لكل n من \mathbb{N} : $1 - u_n > 0$

(ب) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية

(ج) استنتج أن (u_n) متقاربة

(2) نضع: $v_n = \ln \left(\frac{1-u_n}{1+u_n} \right) ; (n \in \mathbb{N})$

(أ) بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها 2

(ب) احسب v_n ثم u_n بدلالة n

(3) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كالتالي: $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

(1) بين أن f دالة فردية

(2) (أ) تحقق أن لكل x من \mathbb{R} : $f(x) = 1 - \frac{2}{e^{2x} + 1}$

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) (أ) احسب الدالة المشتقة للدالة f ثم بين أن f تزايدية قطعاً على \mathbb{R}

(ب) بين أن f تقابل من \mathbb{R} نحو المجال $] -1; 1[$

(ج) حدد تعبير $f^{-1}(x)$ للتقابل العكسي للدالة f

(4) احسب التكامل: $\int_0^{\ln 2} f(x) dx$