

مباراة ولوج السنة الأولى لكلية طب الأسنان - السبت 21 يوليوز 2007 - المادة: الرياضيات

التمرين الأول ليكن العدد العقدي  $z = (1-i)(1+i\sqrt{3})$

(1) أكتب  $z$  على الشكل الجبري.

(2) أكتب  $z$  على الشكل المثلثي.

(3) استنتج قيمتي  $\cos \frac{\pi}{12}$  و  $\sin \frac{\pi}{12}$ .

التمرين الثاني نعتبر الدالة  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}_+^*$  كما يلي:

$$f(x) = \frac{\sqrt{e^{2x} - e^x}}{x}$$

و الدالة  $g$  المعرفة كالتالي:  $g(x) = \ln[f(x)]$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) تحقق أنه مهما كان  $x$  في  $\mathbb{R}_+^*$ :

$$g(x) = \frac{1}{2}(x - \ln x) + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{e^x - 1}{x} \right)$$

(3) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$  ثم  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

التمرين الثالث لتكن المتتالية الحقيقية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1, u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{2}{3}u_{n-1} \quad (n \geq 1) \end{cases}$$

نضع:  $v_n = u_n - u_{n-1}$  لكل  $n \geq 1$

(1) بين أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 1}$  متتالية هندسية.

(2) نضع:  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$

(أ) أحسب  $S_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$

(ب) أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الرابع

(1) تحقق أن لكل  $x$  في  $\mathbb{R} - \{0, -1\}$  لدينا:  $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{1+x}$

(2) ليكن  $\lambda$  عددا حقيقيا أكبر قطعا من 1.

أحسب، بدلالة  $\lambda$  التكامل:  $\int_1^\lambda \frac{1}{x(1+x)} dx$

(3) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $[1, +\infty[$  كما يلي:  $f(\lambda) = \int_1^\lambda \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx$

(أ) باستعمال المكاملة بالأجزاء أحسب  $f(\lambda)$  بدلالة  $\lambda$ .

(ب) أحسب  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} f(\lambda)$