-

1) معادلة لـ (P_2) :

لتكن $M(x,y,z)$ نقطة من الفضاء. لدينا :

$$M \in (P_2) \iff \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}, \vec{i}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-0 & 0 & 1 \\ y-1 & -1 & 0 \\ z-0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} y-1 & -1 \\ z & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad y-1+z = 0$$

إذن : $y+z-1=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (P_2).

2) أ– احداثيات H

لدينا : $x+z-1 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوى (P_1). ومنه :

$\vec{n}\,(1,0,1)$ متجهة منظمية على (P_1).

وبالتالي : المستقيم العمودي على (P_1) والمار من O هو المستقيم المار من O والموجه بالمتجهة $\vec{n}$.

إذن : $\begin{cases} x = 0+\lambda\,.\,1 \\ y = 0+\lambda\,.\,0 \\ z = 0+\lambda\,.\,1 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 0 \\ z = \lambda \end{cases}$

تمثيل بارامتري لهذا المستقيم.

H هي نقطة تقاطع هذا المستقيم والمستوى (P_1).

ليكن (a,b,c) مثلوث احداثيات H. (a,b,c) حل للنظمة.

$$\begin{cases} a = \lambda \\ b = 0 \\ c = \lambda \\ a+c-1 = 0 \end{cases} \quad \text{أي :} \quad \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = 0 \\ c = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

اذن : $\left(\dfrac{1}{2}, 0, \dfrac{1}{2}\right)$ هو مثلوث احداثيات H المسقط العمودي للنقطة O على المستوى (P_1).

احداثيات K :

بنفس الطريقة يكون (a,b,c) مثلوث احداثيات K حل النظمة

$$\begin{cases} a = 0 \\ b = \lambda \\ c = \lambda \\ b+c-1 = 0 \end{cases} \quad \text{أي :} \quad \begin{cases} a = 0 \\ b = \dfrac{1}{2} \\ c = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

إذن : $\left(0, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$ هو مثلوث احداثيات K المسقط العمودي للنقطة O على المستوى (P_2).

ب– مقارنة المسافتين :

لدينا : $OH = \sqrt{\left(\dfrac{1}{2}-0\right)^2 + (0-0)^2 + \left(\dfrac{1}{2}-0\right)^2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$$OK = \sqrt{0^2 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$$

إذن : $OH = OK$

جـ- معادلة الفلكة :

بما أن (S) مماسة للمستوى (P_1) في H فإن مركزها ينتمي الى المستقيم العمودي على (P_1) والمار من H أي ينتمي الى المستقيم (OH).

وبما أن (S) مماسة للمستوى (P_2) في K فإن مركزها ينتمي الى المستقيم العمودي على (P_2) والمار من K أي الى المستقيم (OK).

وبما أن تقاطع (OH) و(OK) هو O فإن مركز الفلكة (S) هوO.

وشعاع (S) هو $OH = OK = \sqrt{2}$.

إذن : معادلة (S) هي :

$(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-0)^2 = (\sqrt{2})^2$ أي $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.