

2 بكالوريا علوم رياضية ن : عبد الله بن لختير	فرض محروس رقم 01 الدورة الأولى : 2011/2010	منارة الفردوس نيابة الخميسات
---	---	---------------------------------

• التمرين رقم 01: (02pts)

⇨ حدد تبعا لقيم البارامتر الحقيقي a مجموعة حلول المتراجحة :

$$(I): \sqrt[3]{1+(3+x)\sqrt{x+3x}} - \sqrt[3]{1-(3+x)\sqrt{x+3x}} \geq x+a$$

• التمرين رقم 02: (02pts)

(1)- أحسب النهاية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{x^2+1} - \sqrt[3]{x^3+1} \right)$

(2)- هل الدالة : $f: x \mapsto \frac{\sin\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)}{x+1}$ تقبل تمديداً بالاتصال في $x_0 = -1$ ؟

• التمرين رقم 03: (03pts)

تتكن f الدالة المعرفة بما يلي : $f(x) = (x^2 - ax + 1) \tan \frac{\pi x}{6}$ ، حيث $a \in \mathbb{R}$

(1)- حدد D_f مجموعة تعريف f

(2)- حدد قيمة a لكي تقبل f تمديداً بالاتصال في $x_0 = 3$

• التمرين رقم 04: (03pts)

تتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x^2 - 2x + 5}; & x \geq -1 \\ \frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{1 - x^2}; & x < -1 \end{cases}$$

(1)- بين أن f متصلة على كل من $[-1; +\infty[$ و $]-\infty; -1]$

(2)- هل f متصلة على $\mathbb{R}$ ؟ علل جوابك .

• التمرين رقم 05: (02pts)

⇨ ملحوظة: (السؤالان 1- و 2- غير مرتبطين فيما بينهما)

(1)- بين أن المعادلة : $(1-x)\cos x = \sin x$ تقبل حلاً على الأقل في $]0;1[$

(2)- لتكن f دالة متصلة على القطعة $[0;2]$ بحيث : $f(0) = f(2)$

⇨ بين أنه يوجد عنصرين x_1 و x_2 من $[0;2]$ بحيث : $x_2 - x_1 = 1$ و $f(x_1) = f(x_2)$

• التمرين رقم 06: (03pts)

تتكن f الدالة المعرفة على $I =]-\infty; -1]$ بما يلي : $f(x) = (1 + x^3)^2$.
 (1)- بين أن f تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده .

(2)- أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

• التمرين رقم 07: (05pts)

تتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^{*+}$ بما يلي : $f(x) = \frac{1}{x} - 2\text{Arc tan } x$.

(1)- بين أن f تقابل من $\mathbb{R}^{*+}$ نحو مجال J يجب تحديده .

(2)- إستنتج أن المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}^{*+}$.

(3)- بين أن : $\frac{\sqrt{3}}{3} < \alpha < 1$ ، ثم حدد إشارة $f(x)$ تبعا لقيم x من $\mathbb{R}^{*+}$.

تخصص نقطة إضافية لحسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .

⇨ تمارين إضافية:

• التمرين رقم 01:

⇨ حدد جميع الدوال : $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ المتصلة على $\mathbb{R}$ و التي تحقق :

$$(\forall x \in \mathbb{R}); |f(x) - \sin x| = |x|$$

• التمرين رقم 02:

تتكن f و g دالتين متصلتين على قطعة $[a; b]$ بحيث :

$$(\forall x \in [a; b]), (\exists y \in [a; b]) / f(x) = g(y)$$

⇨ بين أنه يوجد على الأقل عدد حقيقي c من $[a; b]$ بحيث $f(c) = g(c)$.

• التمرين رقم 03:

(1)- تتكن : $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ دالة متصلة و تباينية على $\mathbb{R}$.

⇨ بين أن f رتيبة قطعاً على $\mathbb{R}$.

(2)- تتكن : $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ دالة عددية بحيث : $(\forall x \in \mathbb{R}); g(g(x)) = -x$.

⇨ بين أن g لا يمكن أن تكون متصلة على $\mathbb{R}$ (إستعمل نتيجة السؤال الأول) .

• التمرين رقم 04:

⇨ حل في المجموعة $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ انظمة : $(S): \begin{cases} 4 + 5[x] = [y]^2 \\ [x + y] = -2 \end{cases}$ ، حيث $[a]$ يرمز إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي a .