

فرض محروس رقم 1
(الدورة الأولى)

التقريب	موضوع الفرض
	تمرين 1
1,5	نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $I = [-1, 3]$ بـ : $f(x) = \frac{2x-3}{4-x}$ (1) ادرس تغيرات الدالة f واستنتج أن $f(I) = I$ (2) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بـ : $u_0 = 2$ و $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \frac{2u_n - 3}{4 - u_n}$ باستعمال الدالة f والبرهان بالترجع بين أن : (أ) $\forall n \in \mathbb{N} \quad -1 \leq u_n \leq 3$ (ب) المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية (ج) بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة واحسب نهايتها .
	تمرين 2
0,5	نعتبر الدالة f المعرفة بـ : $f(x) = \frac{x-x^2}{E\left(\frac{x}{2}\right)}$ (1) بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي : $D_f =]-\infty, 0[\cup [2, +\infty[$ (2) احسب نهايات الدالة f عند محددات D_f (3) بين أن الدالة f متصلة في العدد 3 (4) بين أن الدالة f غير متصلة في العدد 4 (5) ليكن $a \in D_f$ ادرس اتصال f في a
	تمرين 3
1,5	لتكن f دالة متصلة على $]a, b[$ بحيث $a < b$ و $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$ (1) باستعمال تعريف النهاية بين أن : $\exists \alpha \in]a, b[; \exists \beta \in]a, b[/ f(\alpha) \cdot f(\beta) < 0$ (2) استنتج أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا على الأقل في $]a, b[$ (3) لتكن g دالة متصلة على $[a, b]$ بين أن : $\exists c \in]a, b[/ f(c) = g(c)$ (4) استنتج أن : $\exists c \in]a, b[/ \sqrt{\frac{b-c}{c-a}} - \sqrt{\frac{c-a}{b-c}} = \sqrt{(b-c)(c-a)}$
	تمرين 4
2	لتكن $(u_n)_{n \geq 1}$ و $(v_n)_{n \geq 1}$ المتتاليتين المعرفتين بـ : $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k \cdot 2^k}$ و $v_n = u_n + \frac{1}{2^n}$ (1) بين أن : $\forall k \in \mathbb{N}^* \quad \frac{1}{k \cdot 2^k} \leq \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ واستنتج أن : $(u_n)_{n \geq 1}$ مكبورة بالعدد 1 (2) بين أن المتتاليتين $(u_n)_{n \geq 1}$ و $(v_n)_{n \geq 1}$ متحاديتان
	تمرين 5
1,5	(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x^2 + 2}}$ (2) حدد مجموعة تعريف الدالة $f : x \rightarrow \frac{\sqrt{5x-1} - x^3 + 5}{\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)}$ وبين أنها تقبل تمديدا بالاتصال في 2