1- حل المعادلة $\frac{\ln|3-x|}{\ln(x-1)} = \frac{1}{2}$

مجموعة تعريف هذه المعادلة هي :

$$D_E = \{x \in IR / \ 3-x \neq 0 \ \text{و} \ x-1>0 \ \text{و} \ \ln(x-1) \neq 0\}$$

$$= \{x \in IR / \ x \neq 3 \ \text{و} \ x>1 \ \text{و} \ x-1 \neq 1\}$$

$$= \{x \in IR / x \neq 3 \ \text{و} \ x>1 \ \text{و} \ x \neq 2\}$$

إذن : $D_E =]1, 2[\cup]2, 3[\cup]3, +\infty[$

ولدينا لكل x من D_E، المعادلة تكافئ $\ln|3-x| = \frac{1}{2}\ln(x-1)$

أي : $\ln|3-x| = \ln(\sqrt{x-1})$ أي : $|3-x| = \sqrt{x-1}$

أي : $|3-x|^2 = (\sqrt{x-1})^2$ أي : $(3-x)^2 = x-1$

أي : $9-6x+x^2 = x-1$ أي : $x^2-7x+10=0$

مميز هذه المعادلة هو : $\Delta = 49-40 = 9$

إن حلاها هما $\frac{7+3}{2}=5$ و $\frac{7-3}{2}=2$

وبما أن : $5 \in D_E$ و $2 \notin D_E$

فإن مجموعة حلول المعادلة هي : $\{5\}$

2- حساب x بدلالة log 2

لدينا : $2^{x-5} = \frac{1}{5^{x-2}}$ تكافئ : $2^{x-5} \cdot 5^{x-2} = 1$

أي : $2^x \cdot 2^{-5} \cdot 5^x \cdot 5^{-2} = 1$ أي : $(2 \cdot 5)^x = 2^5 \cdot 5^2$

أي : $10^x = 2^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2$ أي : $10^x = 2^3 \cdot 10^2$

إذن : $\log 10^x = \log 10^2 + \log 2^3$

وبالتالي فإن : $x = 2 + 3\log 2$

Achamel