1-أ-) يكون العدد العقدي $z = x + iy$ جذرا مربعا للعدد $-2-2i\sqrt{3}$ إذا وفقط إذا كان : يحقق

$$(x+iy)^2 = -2-2i\sqrt{3}$$

يعني أن :
$$\begin{cases} x^2-y^2=-2 \\ 2xy=-2\sqrt{3} \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$$

ومن خلال هذه النظمة نحصل على النتائج التالية:

$(x,y)=(1,-\sqrt{3})$ أو $(x,y)=(-1,\sqrt{3})$

ومنه فإن الجذرين المربعين للعدد $-2-2i\sqrt{3}$ هما : $1-i\sqrt{3}$ و $-1+i\sqrt{3}$

ب-) مميز المعادلة (E) هو:

$$\Delta = (3+i\sqrt{3})^2 - 4\times 2(1+i\sqrt{3})$$
$$= -2-2i\sqrt{3}$$

الجذرين المربعين للمميز Δ هما :

$1-i\sqrt{3}$ و $-1+i\sqrt{3}$

إذن $z_1 = 2$ و $z_2 = 1+i\sqrt{3}$

$$S = \{z_1, z_2\}$$

2-أ-) لدينا
$$u = \overline{z}_1^2 + \overline{z}_2^2$$
$$= 4 + (1-i\sqrt{3})^2$$
$$= 2-2i\sqrt{3} = 2(1-i\sqrt{3})$$

ولدينا $|u| = 4$ ومنه :

$$u = 4\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$
$$= 4\left(\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$$
$$= \left[4, -\frac{\pi}{3}\right] = \left[4, \frac{5\pi}{3}\right]$$

ب-) حسب صيغة موافر لدينا :

$$u^{2001} = \left[4^{2001}; 2001\times\frac{5\pi}{3}\right]$$

$$2001\times\frac{5\pi}{3} \equiv 667\times 5\pi$$
$$\equiv \pi + 2k\pi$$

أي : $\arg u^{2001} \equiv \pi\ [2\pi]$

إذن $u^{2001} = -4^{2001}$

يعني أنه عدد حقيقي سالب.

3- لدينا
$$AB = \left|1+i\sqrt{3}-2\right|$$
$$=2$$

$$AC = \left|3 + i\sqrt{3} - 2\right|$$
$$= 2$$
$$BC = \left|3 + i\sqrt{3} - 1 - i\sqrt{3}\right|$$
$$= 2$$

إذن $AB = AC = BC$

وبالتالي فإن ABC مثلث متساوي الأضلاع.

Achamel.net