1) حساب الجداء المتجهي :

لدينا : $\overrightarrow{AB}(1-0\,,\,2-1\,,\,1-(-1))$ أي : $\overrightarrow{AB}(1,1,2)$

$\overrightarrow{AC}(5-0\,,\,10-1\,,\,1-(-1))$ أي : $\overrightarrow{AC}(5,9,2)$

ومنه : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} 1 & 5 & \vec{i} \\ 1 & 9 & \vec{j} \\ 2 & 2 & \vec{k} \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} 9 & \vec{j} \\ 2 & \vec{k} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & \vec{i} \\ 2 & \vec{k} \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 5 & \vec{i} \\ 9 & \vec{j} \end{vmatrix}$

$= 9\vec{k} - 2\vec{j} - 5\vec{k} + 2\vec{i} + 10\vec{j} - 18\vec{i}$

$= -16\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$

$= -4(4\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k})$

2) معادلة المستوى (ABC) :

لدينا : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ متجهة منظمية على (P)

و $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}(-16\,,\,8\,,\,4)$

ومنه : معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي على شكل

$-16x + 8y + 4z + \alpha = 0$ حيث $\alpha \in IR$.

وبما ان النقطة A تنتمي الى (P) فإن :

$-16 \times 0 + 8 \times 1 + 4 \times (-1) + \alpha = 0$ اي : $\alpha = -4$

اذن : $-16x + 8y + 4z - 4 = 0$ أي : $4x - 2y - z + 1 = 0$

معادلة ديكارتية للمستوى (P)

3) **معادلة الفلكة (S) :**

M(x,y,z) نقطة من الفضاء :

$$M \in (S) \Leftrightarrow CM^2 = (2\sqrt{14})^2$$
$$\Leftrightarrow (x-5)^2 + (y-10)^2 + (z-1)^2 = 56$$
$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 20y - 2z + 126 = 56$$

إذن : $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 20y - 2z + 70 = 0$ معادلة للفلكة (S).

4) **(AB) مماس لِ (S) :**

مسافة C مركز (S) عن المستقيم (AB) هي :

$$d(C,(\overrightarrow{AB})) = \frac{\|\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AB}\|}{\|\overrightarrow{AB}\|}$$
$$= \frac{\|4(4\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k})\|}{\|\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}\|}$$

ومنه : $d(C,(AB)) = \dfrac{4\sqrt{21}}{\sqrt{6}} = 4\sqrt{\dfrac{7}{2}} = 2\sqrt{14}$

وبما أن شعاع (S) هو $2\sqrt{14}$ فإن (AB) مماس للفلكة (S).