1-1(1 طاقة الوضع الثقالية للقضيب :

نضع z أنسوب مركز القصور G للقضيب في لحظة t .

عن طاقة الوضع الثقالية في هذه اللحظة نعبر عنها بالعلاقة:

$$E_p = m\,g\,z + E_{P_0}$$

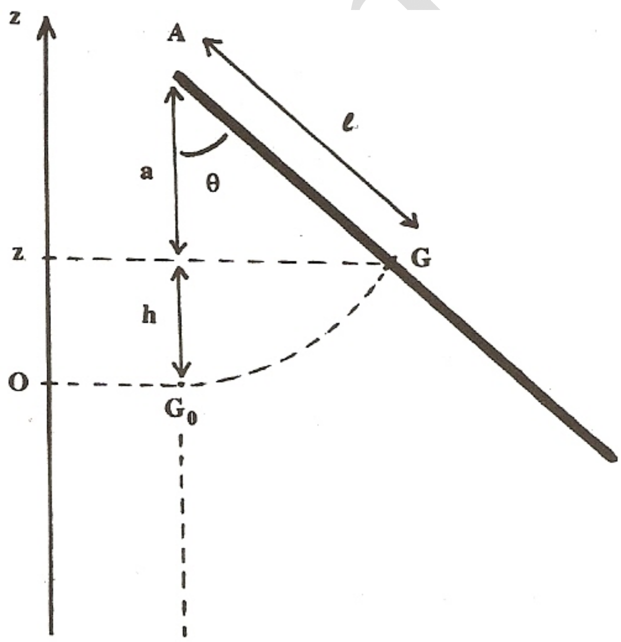
لنعين E_{P_0} :

نختار الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية $(E_p = 0)$ عند وجود G ب G_0 حيث تكون $z = 0$ نكتب في هذه الحالة إذن :

$$0 = m\,g\,(0) + E_{P_0}$$

ومنه: $E_{P_0} = 0$

نحدد تعبير z:



حسب الشكل لدينا :

* $z = h$

* $AG_0 = \ell = a + h$

* $\frac{a}{\ell} = \cos\theta$

إذن : $z = \ell - a$

$$z = \ell - \ell\cos\theta$$

$$z = \ell(1-\cos\theta)$$

وبالتالي فإن : $E_p = m\,g\,\ell(1-\cos\theta)$

1-2 الطاقة الميكانيكية للقضيب في مجال الثقالة هي مجموع:

- طاقته الحركية: $E_C = \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$

- طاقة وضعه الثقالية: E_P

يعني أن : $E_m = E_C + E_P$

$E_m = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2 + m\,g\,\ell(1-\cos\theta)$ مع $J_\Delta = \frac{4}{3} m\ell^2$

أو : $E_m = \frac{2}{3} m\ell^2\omega^2 + m\,g\,\ell(1-\cos\theta)$

بما أن الاحتكاكات منعدمة فإن الطاقة الميكانيكية للقضيب في مجال الثقالة ثابتة .

نحسب مثلا قيمة E_m عند $t=0$ حيث $\omega = 0$ و $\theta = \theta_0$:

$$E_m = 0 + \left[0,5\times 10\times 0,3\times(1-\cos 60^\circ)\right]$$

$$E_m = 0,75J$$

1-3 عند مرور القضيب بموضع التوازن يكون لدينا : $\theta = 0$:

إذن : $E_m = \frac{2}{3} m\,\ell^2\omega^2$

وبالتالي فإن : $\omega = \sqrt{\frac{3E_m}{2m\ell^2}}$

أو : $\omega = \frac{1}{\ell}\sqrt{\frac{3E_m}{2m}}$

ت.ع: $\omega = \frac{1}{0,3}\times\sqrt{\frac{3\times 0,75}{2\times 0,5}}$

$$\omega = 5rad.s^{-1}$$

2)1-2 لنعين السرعة الزاوية ω عندما يكون الزاوية θ مع موضع توازنه المستقر.

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على القضيب الذي يخضع لوزنه $\vec{p}$ ولتأثير المحور $\left(\vec{R}_\Delta\right)$.

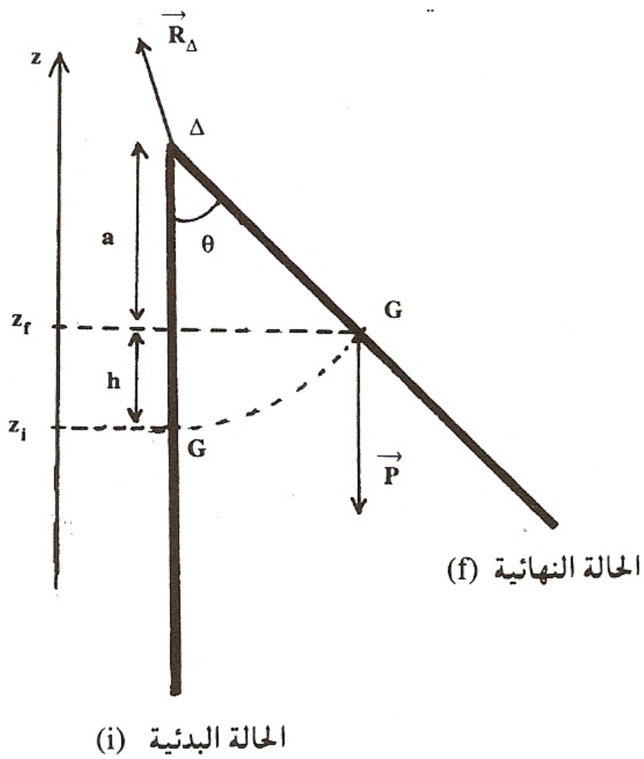
الحالة البدئية (i) : لحظة إرسال القضيب بالطاقة الحركية E_{C0} .

الحالة النهائية (f): لحظة حصول القضيب على السرعة الزاوية ω .

نكتب تعبير المبرهنة في هذه الحالة :

$$E_C(f) - E_C(i) = \underset{i\to f}{W}\left(\vec{P}\right) + \underset{i\to f}{W}\left(\vec{R}_\Delta\right)$$

نعتبر الشكل التالي:



بما أن نقطة التأثير $\left(\vec{R}_\Delta\right)$ للقوة لا تنتقل

فإن : $\underset{i\to f}{W}\left(\vec{R}\Delta\right)=0$

$$* \quad \underset{i\to f}{W}\left(\vec{P}\right)=m\,g(z_i-z_f)$$

$$\underset{i\to f}{W}\left(\vec{P}\right)=-m\,g\,h$$

$$h=\ell-a$$

$$h=\ell-\ell\cos\theta$$

وبالتالي فإن : $\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2-E_{C0}=-m\,g\,\ell(1-\cos\theta)$

ومنه نجد: $\omega=\sqrt{\frac{2}{J_\Delta}\left[E_{C0}-m\,g\,\ell(1-\cos\theta)\right]}$ علاقة 1

ينجز القضيب دورة كاملة إذا وصل إلى الموضع حيث $\theta=\pi$ بسرعة زاوية تحقق الشرط: $\omega\geq 0$

أي: $\frac{2}{J_\Delta}\left[E_{C0}-m\,g\,\ell(1-\cos\pi)\right]\geq 0$

ومنه: $E_{C0}\geq 2m\,g\,\ell$

الطاقة الحركية الدنوية لكي ينجز القضيب دورة كاملة هي:

$$E_{C0\min}=2m\,g\,\ell$$

$$E_{C0\min}=2\times 0,5\times 10\times 0,3$$

$E_{C0\min} = 3J$

2-2 تنعدم سرعة القضيب الزاوية عندما ينحرف بالزاوية $\theta_{\max}$.

من العلاقة (1) نكتب:

$$0 = \sqrt{\frac{2}{J_\Delta}\left[E_{C0} - m\,g\,\ell(1-\cos\theta_{\max})\right]}$$

وبالتالي فإن : $E_{C0} = m\,g\,\ell(1-\cos\theta_{\max})$

$$\frac{E_{C0}}{m\,g\,\ell} = 1-\cos\theta_{\max}$$

$$\cos\theta_{\max} = 1-\frac{E_{C0}}{m\,g\,\ell}$$

ت.ع: $\cos\theta_{\max} = 1-\frac{1,5}{0,5\times 10\times 0,3}$

$$\cos\theta_{\max} = 0$$

ومنه نجد: $\theta_{\max} = \frac{\pi}{2}\,rad$