1) 1-1 تحديد توتر الخيط: $\vec{T}$

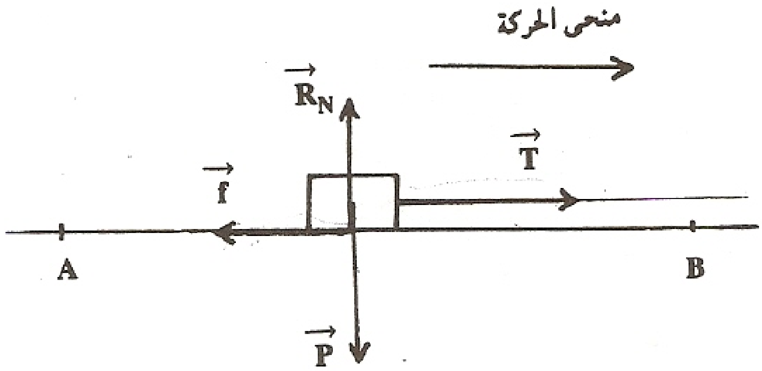
نطبق ، بين A وB، مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) الذي يخضع للقوى التالية:

وزنه: $\vec{P}$

توتر الخيط: $\vec{T}$

قوة الاحتكاك : $\vec{f}$

المركبة المنظمية على المستوى AB : $\vec{R}N$



نكتب صيغة المبرهنة :

$$E_C(B)-E_C(A)=W(\vec{P})+W(\vec{T})+W(\vec{R}_N)+W(\vec{f})$$

لدينا:

* $E_C(B)=\frac{1}{2}mv_B^2$

* $E_C(A)=0$ لأن سرعة (S) عند A منعدمة.

* $W(\vec{P})=0$ لأن $\vec{P}$ متعامد مع $\overline{AB}$

* $W(\vec{R}N)=0$ لأن $\vec{R}N$ متعامد مع $\overline{AB}$.

* $W(\vec{T})=T.AB.\cos(\widehat{\vec{T},\overline{AB}})$

$$W(\vec{T})=T.AB.\cos 0^\circ$$

$$W(\vec{T})=T.AB$$

* $W(\vec{f})=f.AB.\cos(\widehat{\vec{f}.\overline{AB}})$

$$W(\vec{f})=f.AB.\cos 180^\circ$$

$$W(\vec{f})=-f.AB$$

إذن : $\frac{1}{2}mV_B^2=T.AB-f.AB$

وبالتالي فإن تعبير T يكون كالتالي :

$$T=\frac{1}{2}\frac{mv_B^2}{AB}+f$$

ت.ع: $T = \frac{1}{2}\frac{0,5\times(3)^2}{1} + 2$

$T = 4,25N$

2-1 الجسم (S) الذي يتحرك في إزاحة تحت تأثير القوة $\vec{T}$، التي نعبر عن قدرتها في لحظة t بالعلاقة:

$P = \vec{T}.\vec{V}$

$P = T.V\cos\left(\widehat{\vec{T}.\vec{V}}\right)$

$P = T.V.\cos 0^\circ$

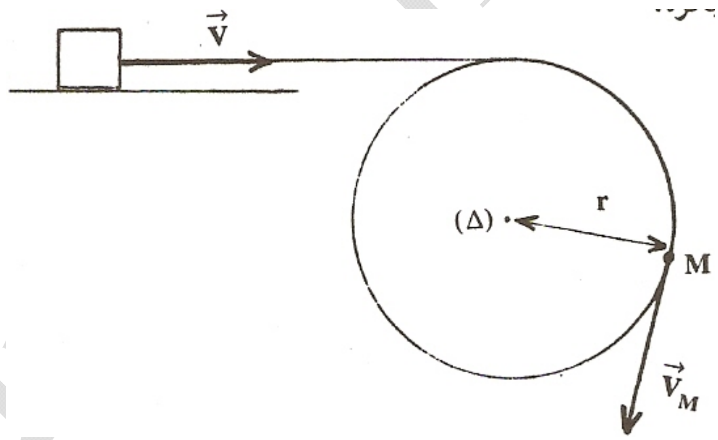
$P = T.V$

عند اللحظة t_1 نكتب: $P_1 = TV_B$

ت.ع: $P_1 = 4,25\times 3$

$P_1 = 12,75W$

1-2(2 بما أن الخيط غير مدود ويمر على محيط البكرة فإنه قبل تقطع الخيط تساوي السرعة V للجسم (S) ، في كل لحظة، السرعة الخطية لنقطة M من محيط البكرة (P) ،



يعني أن : $V = V_m$

وبما أن السرعة V_m ترتبط بالسرعة الزاوية للبكرة بالعلاقة:

$V_M = r\omega$

فإن : $V = r\omega$

عند اللحظة t_1 نكتب: $V_B = r\omega_1$

ومنه : $\omega_1 = \frac{V_B}{r}$

ت.ع: $\omega_1 = \frac{3}{0,1}$

$\omega_1 = 30rad.s^{-1}$

2-2 نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة التي تخضع للقوى التالية:

- وزنها: $\vec{P_p}$
- تأثير المحور: $\vec{R}_\Delta$
- مزدوجة الاحتكاك $\mathcal{C}_f$ المطبقة من طرف المحور (Δ).

الحالة البدئية (i) : لحظة تقطع الخيط.

الحالة النهائية (f) : لحظة توقف البكرة.

نكتب إذن صيغة المبرهنة كالتالي : $E_C(f)-E_C(i)=W\left(\vec{P}p\right)+W\left(\vec{R}\Delta\right)+W\left(\mathcal{C}_f\right)$

بما أن : $E_C(i)=\frac{1}{2}J_\Delta\omega_1^2$

* $(\omega=0)E_C(f)=0$

* $W\left(\vec{P}p\right)=0$ و $W\left(\vec{R}\Delta\right)=0$

لأن نقطتي تأثير القوتين $\vec{P}_p$ و $\vec{R}_\Delta$ لا تنتقلان.

* $W(\mathcal{C}_f)=M(\mathcal{C}_f)\Delta\theta$

مع $\Delta\theta$ الزاوية ب(rad) التي دارت بها البكرة مدة الفرملة.

فإن : $-\frac{1}{2}J_\Delta\omega_1^2=M\left(\mathcal{C}_f\right)\Delta\theta$

ومنه: $M\left(\mathcal{C}_f\right)=\frac{-J_\Delta\omega_1^2}{2\Delta\theta}$

ت.ع: $\Delta\theta=4\times2\pi$

$\Delta\theta=8\pi$

* $M\left(\mathcal{C}_f\right)=\frac{-2.10^{-3}\times(30)^2}{2\times8\pi}$

$M\left(\mathcal{C}_f\right)\approx-3,610^{-2}\,N.m$

3)3-1 الطاقة الميكانيكية E_m للجسم (S) في مجال الثقالة نعبر عنها كما يلي:

$$E_m=E_C+E_P$$

$$E_m=\frac{1}{2}mv^2+mgz+E_{P0}$$

مع Z أنسوب مركز القصور للجسم (S) و E_{P0} ثابتة اعتباطية.

ΔE_m للجسم (S) بين C و M هو:

$$\Delta E_m=E_m(M)-E_m(C)$$

$$\Delta E_m=\left(\frac{1}{2}mv_M^2+mgz_M+E_{P0}\right)-\left(\frac{1}{2}mv_C^2+mgz_C+E_{P0}\right)$$

ومنه $(1)\ \Delta E_m=\frac{1}{2}m\left(v_M^2-v_C^2\right)+mg(z_M-z_C)$

نحدد ΔE_m :

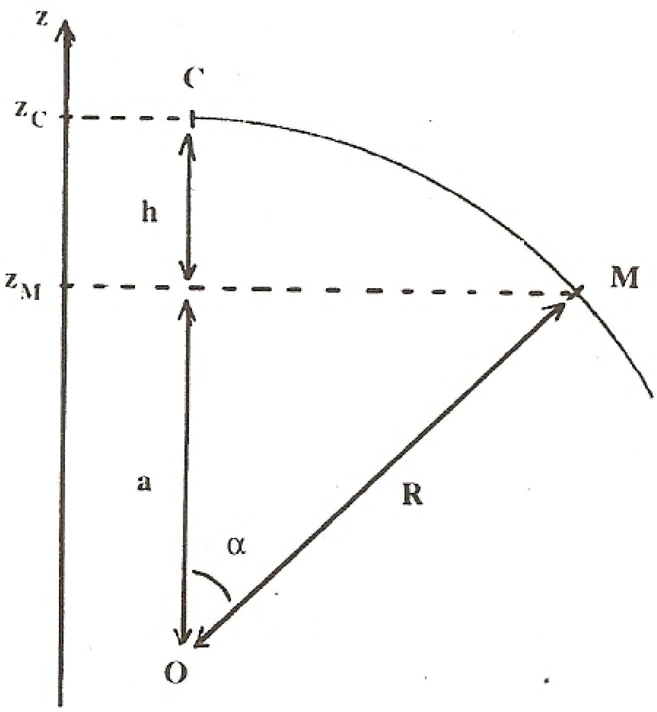
(S) يتحرك على الجزء CD بدون احتكاك.

وزن (S) أي $\left(\vec{P}\right)$ هو القوة الوحيدة التي تشتغل لذا تنحفظ الطاقة الميكانيكية E_m

وبالتالي فإن : $\Delta E_m=0$

لنجد تعبير z_M-z_C :

نعتبر الشكل أسفله :



حسب الشكل لدينا :

$R = a + h$ *

$\frac{a}{R} = \cos \propto$ * أو $a = R \cos \propto$

$z_M - z_C = -h$ *

إذن : $z_M - z_C = -(R - R \cos \propto)$

$z_M - z_C = -R(1-\cos \propto)$

العلاقة (1) تصبح كالتالي :

$$0 = \frac{1}{2} m \left(v_M^2 - v_C^2\right) - mgR\left(1-\cos \propto\right)$$

بعد اختزال هذه العلاقة نستنتج أن :

$$V_M = \sqrt{v_C^2 + 2gR(1-\cos \propto)}$$

-2-3 حسب نص السؤال فإن الجسم (S) يغادر السكة عندما تأخذ السرعة V_M القيمة $\left(\sqrt{7} m.s^{-1}\right)$

لنحدد في هذه الحالة ، بالإعتماد على العلاقة الأخيرة، تعبير $\cos \alpha$:

$$7 = v_C^2 + 2gR\left(1-\cos \propto\right)$$

ومنه: $7 - v_C^2 = 2gR\left(1-\cos \propto\right)$

$$\frac{7 - v_C^2}{2gR} = 1 - \cos \propto$$

$$\cos \propto = 1 - \frac{7 - v_C^2}{2gR}$$

تحديد تعبير v_C:

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين B وC علما أنه يخضع فقط للقوى $\vec{R}_N$ و $\vec{P}$ و $\vec{f}$.

$$E_C\left(C\right) - E_C\left(B\right) = W\left(\vec{P}\right) + W\left(\vec{R}_N\right) + W\left(\vec{f}\right)$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = 0 + 0 - f.BC$$

وبالتالي فإن : $v_C^2 - v_B^2 = -\frac{2}{m}f.BC$

$$v_C^2 = v_B^2 - \frac{2}{m}f.BC$$

ت.ع :

$$v_C^2 = (3)^2 - \frac{2}{0,5} \times 2 \times 1$$

$$v_C^2 = 1(m.s^{-1})^2$$

- حساب $\propto$

$$\cos \propto = 1 - \frac{7-1}{2 \times 10 \times 1}$$

$$\cos \propto = 0,7$$

$$\propto \approx 45,6^{\circ}$$