تصحيح الإمتحان التجريبي – نيابة سطات 2000
الشعبة : علو تجريبية
المستوى :الأولى بكالوريا
المادة : الرياضيات

التمرين 1:

1 – أ- ليكن x عنصرا من $]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$

لدينا : $\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(1-\frac{1}{x}\right)=x-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$

$=f(x)$

ب – ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}^*$

لدينا : $f(x)=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{x}\right)\left(1-\frac{1}{x}\right)=0$

$\Leftrightarrow x=\frac{1}{x}$ أو $\frac{1}{x}=0$

$\Leftrightarrow x^2=1$ أو $x=1$

$\Leftrightarrow (x=1$ أو $x=-1)$ أو $X=1$

$\Leftrightarrow x=1$ أو $x=-1$

إذن نقطتا تقاطع $(C_f)$ مع محور الأفاصيل هما : $A(1,0)$ و $B(-1,0)$

ج – لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

ولدينا : $\lim\limits_{x\to0} f(x) = \lim\limits_{x\to0} x-1+\frac{1-x}{x^2}$

$=+\infty$

( لأن : $\lim\limits_{x\to0}(x-1)=-1$ و $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-x}{x^2}=+\infty$ )

2 – أ - نبين أن : $f'(x)=\frac{x^3+x-2}{x^3}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$

ثم نتحقق من أن : $(x-1)(x^2+x+2)=x^3+x-2$

ب – إشارة $f'(x)$ هي إشارة $\frac{x-1}{x}$

| x | $-\infty$ | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | | + | ‖ | - | 0 | + | |
| f(x) | $-\infty$ | ↗ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↘ | 0 | ↗ | $+\infty$ |

3 – أ – رأينا أن : $\lim\limits_{x\to0} f(x)=+\infty$

www.Achamel.net

إذن المنحنى $(\zeta_f)$ يقبل مقاربا رأسيا معادلته $x = 0$ أي محور الاراتيب

ولدينا : $\lim_{|x|\to+\infty} f(x)-(x-1) = \lim_{|x|\to+\infty} \frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}$

$= 0$

إذن المنحنى $(\mathcal{H}_f)$ يقبل بجوار $+\infty$ و $-\infty$ مقاربا مائلا $(\Delta)$ معادلته $y = x - 1$

ب – رأينا أن $f(x)-(x-1)=\frac{1-x}{x^2}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$

إذا كان $x\in]1,+\infty[$ فإن $f(x)-(x-1)\prec 0$

وبالتالي فإن $(\zeta_f)$ يوجد تحت مقاربه المائل $(\Delta)$

وإذا كان $x\in]-\infty,1[$ فإن $f(x)-(x-1)\rangle 0$

وبالتالي فإن $(\zeta_f)$ يوجد فوق مقاربه المائل $(\Delta)$

وإذا كان $x = 1$ فإن $f(x)-(x-1)=0$

وبالتالي فإن $(\zeta_f)$ و $(\Delta)$ يتقاطعان في النقطة $A(1,0)$

ج – لكل x من $\mathbb{R}^*$ . $f'(x)=\frac{2(3-x)}{x^4}$

الجدول التالي يعطي إشارة $f'(x)$ وتقعر $(\zeta_f)$

| x | $-\infty$ | | 0 | | 3 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| f'' (x) | + | + | ‖ | + | 0 | - |
| تقعر $(\mathscr{C}_f)$ | ∪ | ∪ | ‖ | ∪ | | ∩ |

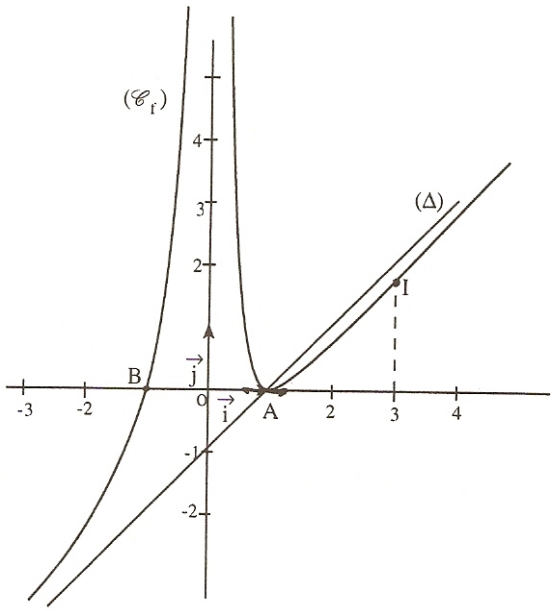
الدالة $f'$ تنعدم مع تغيير الإشارة في العدد 3

إذن النقطة I التي أفصولها 3 وأرتوبها $\frac{16}{9}$

هي بالفعل نقطة انعطاف للمنحنى $(\mathcal{H}_f)$

4 – أ –

www.Achamel.net




ب – لاحظ أن المعادلة ( E ) تكافئ $f(x)=m$

ومنه الجدول التالي الذي يعطي عدد حلول المعادلة ( E ) حسب قيم البارامتر الحقيقي m :

| m | $-\infty$ | | 0 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| عدد حلول (E) | حل واحد | | حلان هما 1- و 1 | 3 حلول |

التمرين 2 :

1 – لدينا : $(P): 2x+y+4z-1=0$ و $(D):\begin{cases} x=-1-\lambda \\ y=-2\lambda \\ z=\lambda \end{cases}$ $(\lambda\in\mathbb{R})$

وبما أن المعادلة : $2(-1-\lambda)+(-2\lambda)+4\lambda-1=0$

تكافئ $-3=0$

فإن المستقيم ( D ) لا يشترك مع المستوى ( P ) في أية نقطة وهذا يعني أن ( D ) يوازي ( P ) قطعا .

2 – النظمة : $-1-\lambda=\dfrac{-2\lambda-2}{2}=\lambda+1$

تكافئ: $\begin{cases} -2-2\lambda=2\lambda-2 \\ -1-\lambda=\lambda+1 \end{cases}$ أي $\lambda=-1$

إذن (D) و $(\Delta)$ يتقاطعان في النقطة I(-1+1,2,-1) أي I(0,2,-1)

3-أ- المستقيم (D) يمر من النقطة I وموجه بالمتجهة $\vec{u}(-1,-2,1)$

والمستقيم $(\Delta)$ يمر من النقطة I وموجه بالمتجهة $\vec{\vartheta}(1,2,1)$

إذن (Q) هو المستوى المحدد بالنقطة I وبالمتجهتين $\vec{\vartheta}$ و $\vec{u}$

استنتج أن معادلة ديكارتية للمستوى (Q) هي: 2x-y+2=0

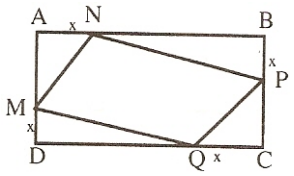
ب- لدينا : 2x+y+4z-1=0 :(P) و2x-y+2=0 :(Q)

وبما أن المحددة $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ غير منعدمة فإن (P) و(Q) متقاطعان.

www.Achamel.net

التمرين 3 :

-1




مساحة المثلث ANM تساوي $\frac{x(3-x)}{2}$

ومساحة المثلث NBP تساوي $\frac{x(5-x)}{2}$

ومساحة المثلث PCQ تساوي $\frac{x(3-x)}{2}$

ومساحة المثلث MQD تساوي $\frac{x(5-x)}{2}$

ومساحة المستطيل ABCD تساوي15

إذن مساحة الرباعي MNPQ تساوي $2x^2-8x+15$

2-أ- لكل x من $]0,3[$ ، $g'(x)=4x-8$

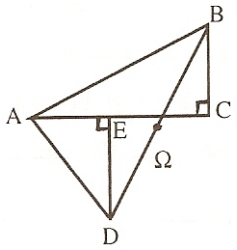
ومنه جدول تغيرات الدالة g:

| x | 0 | | 2 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| g' (x) | | - | 0 | + | |
| g (x) | 15 | ↘ | 7 | ↗ | 9 |

ب- من جدول تغيرات الدالة g نستنتج أن قيمة x التي من أجلها تكون مساحة الرباعي MNPQ دنوية هي 2.
وفي هذه الحالة تكون مساحة هذا الرباعي تساوي 7 ( بوحدة المساحة)

www.Achamel.net

التمرين 4 :




1- لدينا: $BC = AE$ و $AC = DE$ و $ACB = AED$

لإذن المثلثان ABC و DAE متقايسان

ومنه : AB = AD ( 1 )

و $ABC = DAE$

ولدينا : $DAB = DAE + BAC$

$= ABC + BAC$

إذن : $DAB = \frac{r}{2}$ ( 2 )

ومن ( 1 ) و ( 2 ) نستنتج أن المثلث DAB متساوي الساقين وقائم الزاوية في A

2 – لدينا : $R : B \to A$

$A \to D$

إذن : $\Omega B = \Omega A$ و $\Omega A = \Omega D$

وبالتالي فإن $\Omega$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABD

وبما أن ABD قائم الزاوية في A

فإن $\Omega$ هي منتصف وتره $[BD]$

3 – لدينا : $R : A \to D$

$B \to A$

إذن زاوية الدوران R هي $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DA}\right)$ أي $\frac{r}{2}$

لدينا : $\{C\} = (BC) \cap (AC)$

صورة $(BC)$ بالدوران R هي المستقيم العمودي عليه والمار من $R(B) = A$ أي هي $(AC)$

وصورة $(AC)$ بالدوران R هي المستقيم العمودي علية والمار من $R(A) = D$ أي هي $(DE)$

إذن $R(C)$ هي نقطة تقاطع ( AC ) و ( DE )

أي : $R(C) = E$

ومنه $\Omega C = \Omega E$ و $(\overrightarrow{\Omega C}, \overrightarrow{\Omega E}) \equiv \frac{r}{2}[2r]$

وبالتالي فإن المثلث $\Omega CE$ متساوي الساقين وقائم الزاوية في $\Omega$

www.Achamel.net