تصحيح الإمتحان التجريبي - نيابة بن امسيك –سيدي عثمان 2000
الشعبة : علو تجريبية
المستوى :الأولى بكالوريا
المادة : الرياضيات
التمرين 1 :

-1 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

-2* الدالة f قابلة للاشتقاق على $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة جذرية.

* احسب f ' (x)

ب-

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f' (x)		+	0	+	
f (x)	$-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$

-3 أ- ليكن x عددا حقيقيا

$$\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}-\frac{4}{x^2+3}=\frac{x(x^2+3)+3(x^2+3)-8}{2(x^2+3)}$$
$$=\frac{x^3+3x+3x^2+9-8}{2(x^2+3)}=\frac{x^3+3x^2+3x+1}{2(x^2+3)}=\frac{(x+1)^3}{2(x^2+3)}=f(x)$$

ب- المستقيم (D) هو مقارب مائل للمنحنى (ℓ) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ لأن:

$$\lim_{|x|\to+\infty} f(x)-\frac{x+3}{2}=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{-4}{x^2+3}$$
$$=0$$

ج- رأينا أن: $f(x)-\frac{x+3}{2}=\frac{-4}{x^2+3}$ لكل x من $\mathbb{R}$

وبما أن $\frac{-4}{x^2+3}\langle 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ فإن المنحنى (ℓ) يوجد دائما تحت مقاربه المائل.

-4 لكل x من $\mathbb{R}$ ، $f''(x)=\frac{24(1-x^2)}{(x^2+3)^3}$

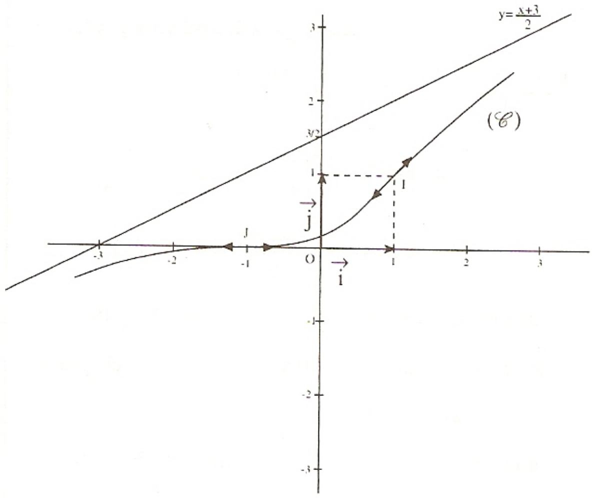
ومنه الجدول التالي الذي يعطي إشارة $f''(x)$ وتقعر (ℓ) :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f'' (x)		-	0	+	0	-	
$(\mathscr{C})$		∩		∪		∩	

الدالة f'' تنعدم مع تغيير الإشارة في كل من 1 و -1، إذن المنحنى (ℓ) يقبل بالفعل نقطتي انعطاف.
هما I(1,1) و J(-1,0),

-5 معادلة المماس (T) هي : y=x

-6



التمرين 2 :

1-أ المحددة $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ غير منعدمة، إذن المتجهتان $\vec{U}$ و $\vec{V}$ غير مستقيميتين.

ب- انطلاقا من التكافؤ:

$$M(x,y,z)\in(P) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{BM},\vec{u},\vec{\vartheta})=0$$

بين أن معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي بالفعل $x-4y+3z+5=0$

2- تمثيل بارامتري للمستقيم (D) هو $\begin{cases} x=1-2t \\ y=1+t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=1+2t \end{cases}$

3- المعادلة : $(1-2t)-4(1+t)+3(1+2t)+5=0$ تكافئ 5=0

يجب أن نستنتج أن (D) و(P) متوازيان قطعا

4- لدينا:

$(Q): z=0$ و $(P): x-4y+3z+5=0$

وبما أن المحددة $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ غير منعدمة.

فإن (P) و (Q) يتقاطعان وفق المستقيم (Δ) ذي المعادلتين:

$$\begin{cases} x-4y+3z+5=0 \\ z=0 \end{cases}$$

هذه النظمة تكافئ $\begin{cases} x=4y-5 \\ z=0 \end{cases}$

أي $\begin{cases} x=-5+4t \\ y=t \\ z=0 \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

وهذه النظمة هي تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) تقاطع (P) و (Q).

التمرين 3 :

$$\lim \frac{g(x)-g(0)}{x-0} = \lim \quad x|x|+\frac{\cos^2 x-1}{x}$$

$x \to 0 \qquad\qquad x \to 0$

$$= \lim_{x \to 0} |x| - \frac{1-\cos^2 x}{x} = \lim_{x \to 0} |x| - \frac{\sin^2 x}{x}$$

$$= \lim_{x \to 0} |x| - x.\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 = 0 - 0.1^2 = 0$$

2-إذا كان $x \in \mathbb{R} - *$ فإن: $g(x) = x^2 + \cos^2 x$

وبالتالي فإن: $g'(x) = 2x + 2\cos x(-\sin x)$

$= 2x - \sin 2x$

ومنه فإن: $g'(x) = 2|x| - \sin 2x$ لكل x من $\mathbb{R}*$

3- نعلم أن تقريبا للعدد $g(10^{-5})$ هو العدد $h(10^{-5})$ معh هي الدالة التآلفية المماسة للدالة g في الصفر.

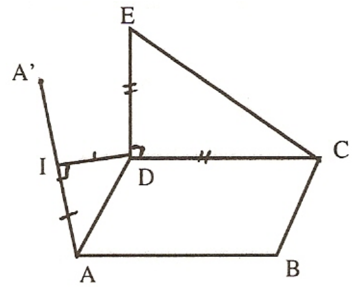
وبما أن: $h(x) = g'(0)(x-0) + g(0)$

$= 0.x + 1 = 1$

فإن: $h(10^{-5})$

ومنه فإن I هو بالفعل تقريب للعدد $g(10^{-5})$

التمرين 4 :



1-أ- لدينا:

$$\begin{cases} IA = ID \\ (\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{ID}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$$

إذن $r(A) = D$

ب- نضع $r(B) = B'$

ولدينا: $r(A) = D$

إذن $AB = DB'$ و $\left(\overline{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DB'}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

أي $DC = DB'$ و $\left(\overline{\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DB'}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

وبما أن: $DC = DE$ و $\left(\overline{\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

فإن: $B' = E$

أي $r(B) = E$

2- لدينا : $ID = IA'$ و $(\overline{\overrightarrow{ID}, \overrightarrow{IA'}}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

إذن: $r(D) = A'$

وبما أن: $r(B)=E$

فإن: $DB=A'E$ و $(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{A'E})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

إذن: $BD=A'E$ و $(DB)\perp(A'E)$