تصحيح الإمتحان التجريبي - نيابة الجهة الشرقية وجدة 2000
الشعبة : علو تجريبية
المستوى :الأولى بكالوريا
المادة : الرياضيات

التمرين 1:

1- لدينا: $g(1)=\sqrt{1}$
$=1$

ولدينا:
$$\lim_{x\to 1^+} g(x)=\lim_{x\to 1^+}\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x\right)$$
$$=\frac{-1}{2}+\frac{3}{2}=1=g(1)$$

إذن g متصلة على اليمين في 1

$$\lim_{x\to 1^-} g(x)=\lim_{x\to 1^-}\sqrt{x}$$
$$\sqrt{1}=1=g(1)$$

إذن g متصلة على اليسار في 1
وبما أن g متصلة على اليمين وعلى اليسار في 1
فإن g متصلة في 1

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{g(x)-g(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x-1}{x-1}$$
$$\lim_{x\to 1^+}\frac{-x^2+3x-2}{2(x-1)}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(-x+2)}{2(x-1)}$$
$$\lim_{x\to 1^+}\frac{-x+2}{2}=\frac{-1+2}{2}=\frac{1}{2}$$

إذن g قابلة للاشتقاق على اليمين في 1 و $g'_d(1)=\frac{1}{2}$

ولدينا:
$$\lim_{x\to 1^-}\frac{g(x)-g(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{x-1(\sqrt{x}+1)}=\lim_{x\to 1^-}\frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{1}{\sqrt{x}+1}=\frac{1}{2}$$

إذن g قابلة للاشتقاق على اليسار في 1 و $g'_g(1)=\frac{1}{2}$

وبما أن $g'_d(1)=g'_g(1)$ فإن g قابلة للاشتقاق في 1.

و $g'(1)=\frac{1}{2}$

2- لدينا:

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{g(x)-g(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x}-0}{x}$$
$$=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x}}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x}.\sqrt{x}}{x\sqrt{x}}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{x\sqrt{x}}$$
$$=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$$

إذن g غير قابلة للاشتقاق على اليمين في الصفر

التمرين 2 :

$D=]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

3-a – ليكن x عنصرا من D ، لدينا:

$$\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}+\frac{1}{x-2}=\frac{(x+3)(x-2)+4}{4(x-2)}$$
$$=\frac{x^2-2x+3x-6+4}{4(x-2)}=\frac{x^2+x-2}{4(x-2)}=f(x)$$

b- المستقيم (D) مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ و $-\infty$

لأن :
$$\lim_{|x|\to+\infty} f(x)-\left(\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}\right)=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{1}{x-2}$$
$=0$

c- لدينا : $f(x)-\left(\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{x-2}$ لكل x من D

إذا كان $x\in]2,+\infty[$ فإن $\frac{1}{x-2}\succ 0$

وبالتالي فإن (C) يوجد فوق مقاربه المائل (D).

4-a –أحسب f '(x)، ومنه نستنتج أن $f(x)\rangle 0$ لكل x من $]-\infty,0[\cup]4,+\infty[$ وأن $f(x)\langle 0$ لكل x من $]0,2[\cup]2,4[$ وأن $f'(0)=0$ و $f'(4)=0$

b-

(x)	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
f'(x)		+	0	-	‖	-	0	+	
f(x)	$-\infty$	↗	$\frac{1}{4}$	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$\frac{9}{4}$	↗	$+\infty$

5- لكل x من D ، $f''(x)=\frac{2}{(x-2)^3}$

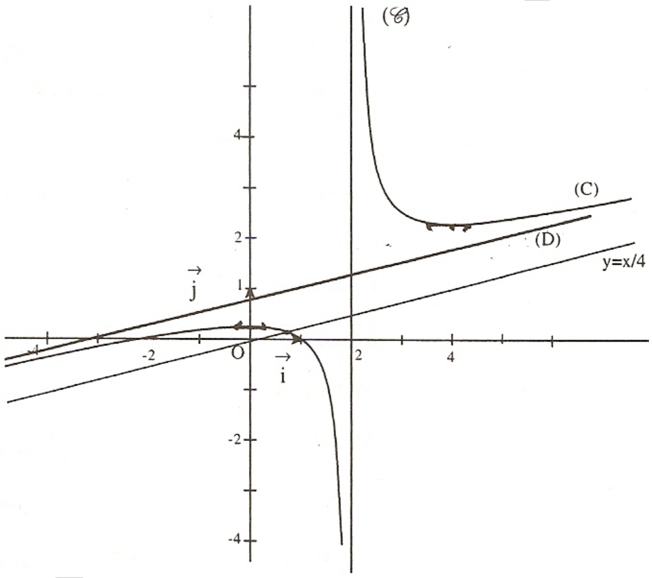
يعطي الجدول التالي إشارة (x) ’’f وتقعر (C) :

(x)	$-\infty$	2	$+\infty$
$f''(x)$	-	||	+
تقعر (C)	$\cap$	||	$\cup$

6- a– بين أن: $f(4-x)+f(x)=\frac{5}{2}$ لكل x من D.

b- $S=\{-2,1\}$

c-



7-a- نحل في D المعادلة: $\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}+\frac{1}{x-2}=\frac{1}{4}x$

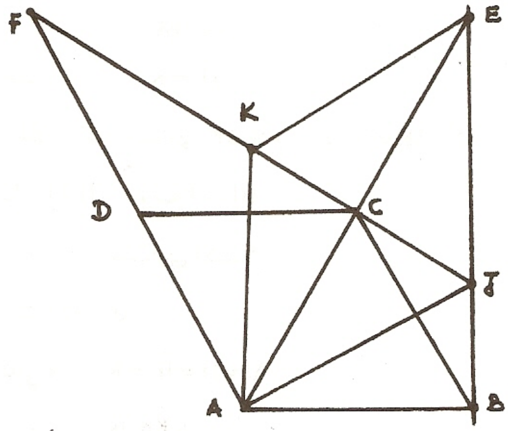
ونجد أن مجموعة حلولها هي $\left\{\frac{2}{3}\right\}$

ثم نستنتج أن (Δ) يقطع (C) في النقطة التي أفصولها $\frac{2}{3}$ وأرتوبها $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}$ أي $\frac{1}{6}$

b- حلول المتراجحة $f(x)\leq\frac{1}{4}$ هي أفاصيل نقط المستوى بحيث يكون المنحنى (C) تحت المستقيم (Δ) أو يقطعه.

وحسب الشكل فإن مجموعة حلول المتراجحة هي : $\left]\frac{2}{3},2\right[$

التمرين 3 :



a-1 -* بما أن BA=BC فإن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه B.

وبما أن $B\hat{A}C=\frac{\pi}{3}$

فإن ABC متساوي أضلاع

ومنه AB=AC و $\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})}\frac{\pi}{3}[2\pi]$

إذن r(B)=C

* و بالمثل لدينا : r(C) =D

b-* نضع r(E) = E'

بما أن $r: A \to A$

$E \to E'$

$C \to D$

و $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AC}$ فإن $\overrightarrow{AE'} = 2\overrightarrow{AD}$

وبما أن $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AD}$ فإن $\overrightarrow{AE'} = \overrightarrow{AF}$

ومنه E=F إذن r(E)=F

- لدينا: $r: B \to C$

$E \to F$

إذن $\overline{(\overrightarrow{BE},\overrightarrow{CF})} \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

2- لدينا : CA=CB=CE

و c منتصف $[AB]$

إذن ABE قائم الزاوية وتره $[AE]$ أي أنه قائم الزاوية في : B

3-a- * لدينا : $J \in (BE)$

وبما أن : $r((BE)) = (CF)$ و $r(J) = K$

فإن $K \in (CF)$

- لدينا : $C \in (CF)$

وبما أن : $r^{1-}((CF)) = (BE)$ و $r^{1-}(J) = I$

فإن : $I \in (BE)$

b- لدينا: $r(J) = K$

إذن المثلث AJK متساوي الأضلاع، ومنه AJ=AK=JK

ولدينا : $r^{-1}(J) = I$ ومنه $r(I) = J$

إذن المثلث AIJ متساوي الأضلاع

ومنه AI=AJ=ij

وبالتالي فإن AI=IJ=JK=KA
و هذا يعني أن AIJK معين.
c- لدينا: $B \in (IJ)$
و $(AB) \perp (IJ)$
إذن B هي المسقط العمودي للنقطة A على (IJ)
وبما أن $B \neq 1$ فإن $AB \langle AI$
وبالتالي فإن المعينين ABCD وAIJK غير متقايسين
إذن لا يوجد دور أن يحول المعين ABCD إلى المعين AIJK

التمرين 4 :

1- لدينا: $\overrightarrow{AB}(2,2,-2)$
2- تمثيل بارامتري للمستقيم (AB) هو:

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2-2t \end{cases}$$

3-a-* بين أن المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مستقيميتين
أو
- بين أن النقطة C لا تنتمي إلى المستقيم (AB)

b- بين أن معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) هي : 2x-y+z-2=0
4- معادلتان ديكارتيتان للمستقيم (D) هما:

$$\begin{cases} 2x-y+z-2=0 \\ z=0 \end{cases}$$

و هذه النظمة تكافئ:

$$\begin{cases} x = t \\ y = -2+2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$$

ومنه نستنتج أن المتجهة $\vec{u}(1,2,0)$ موجهة للمستقيم (D)
وباعتبار أن (Δ) يوازي (D) فإن (Δ) هو المستقيم الموجه بالمتجهة $\vec{u}(1,2,0)$ والمار من النقطة I(1,1,1) (I منتصف $[AB]$)
إذن تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) هو:

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 \end{cases}$$