تصحيح الإمتحان التجريبي - نيابة الجديدة 2000
الشعبة : علو تجريبية
المستوى :الأولى بكالوريا
المادة : الرياضيات

التمرين 1 :

1- $D_f = \left]-\infty,-2\right[\cup\left]-2,+\infty\right[$

- $\lim_{x\to -2} f(x)=+\infty$ $\lim_{x\to -\infty} f(x)=-\infty$ $\lim_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$

3 – رأينا أن : $\lim_{x\to (-2)} f(x)=+\infty$

إذن المستقيم ذو المعادلة x = - 2 هو مقارب رأسي للمنحنى (ℓ_f)

ولدينا : $\lim_{|x|\to+\infty} \frac{1}{2(x+2)^2}$ $\lim_{|x|\to+\infty} f(x)-\left(x+\frac{1}{2}\right)$
$=0$

إذن المستقيم ذو المعادلة $y = x+\frac{1}{2}$ هو مقارب مائل للمنحنى (ℓ_f) بجوار $+\infty$ وبجوار $-\infty$

4-أ- لكل xمن D_f .

$$f'(x)=1-\frac{1}{2}\frac{2(x+2)}{(x+2)^4}$$

$$==1-\frac{1}{(x+2)^3}=\frac{(x+2)^3-1}{(x+2)^3}$$

$$=\frac{(x+2-1)\left[(x+2)^2+(x+2)+1\right]}{(x+2)^3}=\frac{(x+1)(x^2+4x+4+x+3}{(x+2)^3}$$

$$=\frac{(x+1)(x^2+5x+7)}{(x+2)^3}=\frac{x+1}{x+2}x\frac{x^2+5x+7}{(x+2)^2}$$

ب- مميز الحدودية x^2+5x+7 سالب قطعا ومعامل x^2 في هذه الحدودية موجب قطعا

إذن : $x^2+5x+7 \rangle 0$ لكل x من D_f .

وبالتالي فإن إشارة f'(x) هي إشارة $\frac{x+1}{x+2}$

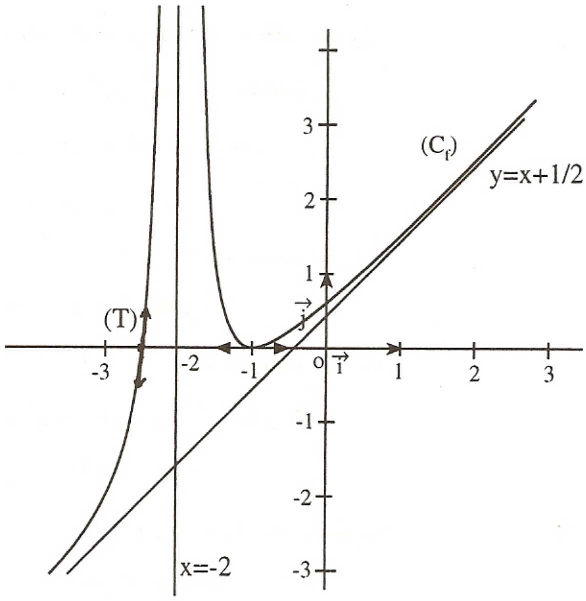
ومنه الجدول التالي الذي يعطي إشارة f'(x)

x	-∞		-2		-1		+∞
f' (x)		+	‖	-	0	+	

x	-∞		-2		-1		+∞
f'(x)		+	‖	-	0	+	
f(x)	-∞	↗	+∞ ‖ +∞	↘	0	↗	+∞

5- معادلة المماس (T) هي $y = 9x + \frac{45}{2}$

6-



التمرين2 :

1- لكل x من I، $g'(x) = 2\tan^2 x + 1$

2-بما أن $g'(x) \rangle 0$ لكل x من I فإن g تزايدية على I

ومنه جدول تغيرات الدالة g

x	0		$\frac{\pi}{2}$
g' (x)		+	
g (x)	0	↗	$+\infty$

ملاحظة:

لدينا : $\lim\limits_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} g(x) = +\infty$

لأن: $\lim(-x) = -\frac{\pi}{2}$

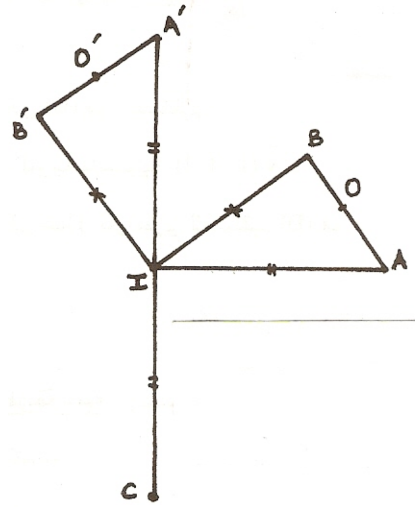
و $\lim\limits_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} 2\tan x = \lim\limits_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{2\sin x}{\cos x}$

$= \frac{2\times 1}{0^+} = +\infty$

3- من جدول تغيرات الدالة g نستنتج أنه لكل x من I ، $g(x)\rangle 0$

أي $2\tan x - x \rangle 0$ أي $\tan x \rangle \frac{x}{2}$

التمرين3 :



1- لدينا : $IA = IA'$ و $(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IA'}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

ولدينا: $IB = IB'$ و $(\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IB'}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

ولدينا: $IA = IC$ و $(\overrightarrow{IC},\overrightarrow{IA}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

وبه يتم إنشاء النقط 'A و 'B و C

ب- لدينا : $r : B \to B'$

$C \to A$

إذن : $BC = B'A$

و $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{B'A}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

ومنه $(AB') \perp (BC)$

ج- لدينا : $r : C \to A$

$A \to A'$

إذن : IA=IA' و IC=IA

و $(\overrightarrow{IC},\overrightarrow{IA}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ و $(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IA'}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

ومنه IA'=IC

و $(\overrightarrow{IC},\overrightarrow{IA'}) \equiv (\overrightarrow{IC},\overrightarrow{IA}) + (\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IA'})[2\pi]$

أي $(\overrightarrow{IC},\overrightarrow{IA'}) \equiv \pi[2\pi]$

وبالتالي فإن I منتصف $[A'C]$

2-أ- نستعمل خاصية حفاظ الدوران على المنتصف

ب- في المثلث A'B'C لدينا:

I منتصف $[A'C]$ و 'O منتصف $[A'B']$

إذن: $\overrightarrow{IO'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB'}$

ج- لدينا : r(O)=O'

إذن : $(\overrightarrow{IO}) \perp (\overrightarrow{IO'})$

وبما أن $(\overrightarrow{IO'}) // (\overrightarrow{CB'})$ لأن 'CB و 'IO مستقيميتان، فإن $(IO) \perp (CB')$

التمرين 4 :

1-أ- معادلتان ديكارتيتان للمستقيم (D) هما:

$$\frac{x-0}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{1}$$

إذن (D) هو المستقيم المار من النقطة B(0,1,2)

والموجه بالمتجهة $\vec{v}(1,-1,1)$

إذن تمثيل بارامتري للمستقيم (D) هو:

$$\begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

طريقة ثانية : النظمة x=1-y=z-2

تكافئ : $\begin{cases} y=1-x \\ z=2+x \end{cases}$

أي: $\begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

وهذه النظمة هي تمثيل بارامتري للمستقيم (D)

ب- من التمثيل البارامتري للمستقيم (D) نستنتج أن المتجهة $\vec{v}(1,-1,1)$ موجهة للمستقيم (D)

ج- لدينا: $\vec{u}(1,0,2)$ و $\vec{v}(1,-1,1)$

وبما أن المحددة $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$ غير منعدمة

فإن المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستقيميتين.

د* المستقيم (D) يمر من B(0,1,2) وموجه بالمتجهة $\vec{v}(1,-1,1)$

المستقيم (Δ) يمر من A(-2,2,1) وموجه بالمتجهة $\vec{u}(1,0,2)$

نبين أن المتجهات $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستوائية

إذن المستقيمان (D) و (Δ) غير مستوائين.

طريقة ثانية:

بما أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستقيميتين فإن (D) و (Δ) غير متوازيين.

نستعمل التمثيلين البارامتريين للمستقيمين

(D) و (Δ) لنبين أنهما غير متقاطعين

إذن (D) و (Δ) غير مستوائيين.

2-أ- بين أن : $\det(U,U_1,U_2)\neq 0$

إذن : U و U_1 و U_2 غير مستوائية

ب- انطلاقا من التكافؤ:

$$M\in(P)\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{U_1},\overrightarrow{U_2})=0$$

بين أن معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي : x+2y-2z=0

ج- بما أن U و U_1 و U_2 غير مستوائية

فإن (Δ) يقطع (P) في نقطة

لدينا: $A\in(\Delta)$

وبما أن : $x_A + 2y_A - 2z_A = 0$ فإن $A \in (P)$

إذن: (Δ) يقطع (P) في A.