

تصحيح الإمتحان التجريبي – نيابة أكادير 2000

الشعبة : علو تجريبية

المستوى : الأولى بكالوريا

المادة : الرياضيات

التمرين 1 :

$$\vec{AB}(-1, 3, -4) \text{ أ-1}$$

ب- تمثيل بارامتري للمستقيم (AB) هو :

$$\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

$$\vec{v}(5, -1, 1) \text{ و } \vec{u}(1, 4, 1) \text{ أ-2}$$

وبما أن المحددة $\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}$ غير منعدمة

فإن المتجهين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستقيمين
ب- انطلاقا من التكافؤ :

$$M(x, y, z) \in (P) \Leftrightarrow \det(\vec{EM}, \vec{u}, \vec{v}) = 0$$

نبين أن معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي: $5x + 4y - 21z - 25 = 0$

$$\det(\vec{AB}, \vec{u}, \vec{v}) \neq 0 \text{ *3 بين أن}$$

إن $\vec{AB}$ و $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستوائية

وبالتالي فإن المستقيم (AB) لا يوازي المستقيم (P) أي (AB) يخترق (P)

$$\bullet \text{ حل المعادلة : } 5(-t) + 4(1 + 3t) - 21(-1 - 4t) - 25 = 0$$

ونستنتج أن نقطة تقاطع (AB) و (P) هي : $B(0, 1, -1)$

التمرين 2 :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

2- المستقيم ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ لأن :

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) - \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{2}{(x+1)^2} = 0$$

$$\text{أ-3 لكل } x \text{ من } \mathbb{R} = \{-1\}, f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{4(x+1)}{(x+1)^4}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{4}{(x+1)^3} = \frac{(x+1)^3 - 8}{2(x+1)^3} = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 8}{2(x+1)^3} = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 7}{2(x+1)^3}$$

ب- ليكن x عنصرا من $\mathbb{R} = \{-1\}$

لدينا :

$$f'(x) = \frac{(x+1)^3 - 2^3}{2(x+1)^3} = \frac{(x+1-2)(x+1)^2 + 2(x+1) + 2^2}{2(x+1)^3}$$

$$= \frac{(x-1)(x^2 + 2x + 1 + 2x + 2 + 4)}{2(x+1)^3} = \frac{(x-1)(x+4x+7)}{2(x+1)^3}$$

ج- المميز المختصر للحدودية $x^2 + 4x + 7$ سالب قطعاً ومعامل x^2 في هذه الحدودية موجب قطعاً
إذن $x^2 + 4x + 7 > 0$ لكل x من D_f

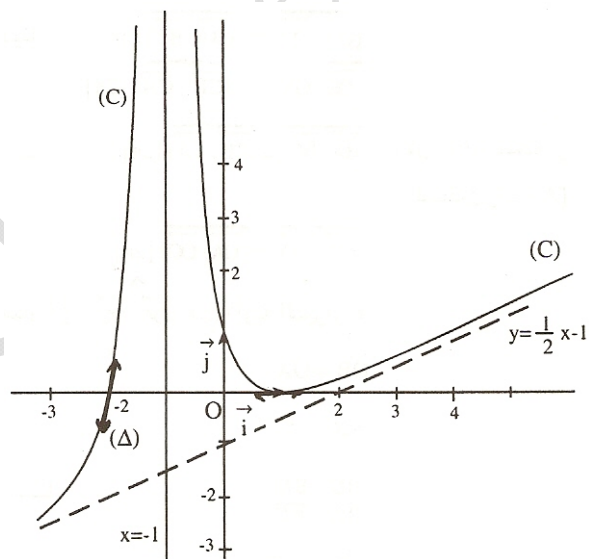
وبالتالي فإن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $\frac{x-1}{x+1}$

ومنه جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	0	$+\infty$

4- معادلة للمماس (Δ) هي: $y = \frac{9}{2}x + 9$

-5



التمرين 3 :

$$\mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} - 1$$

$$g'(x) = 3 \left(\tan x + \sin \frac{\pi}{3} x \right)^2 \left(1 + \tan^2 x + \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3} x \right)$$

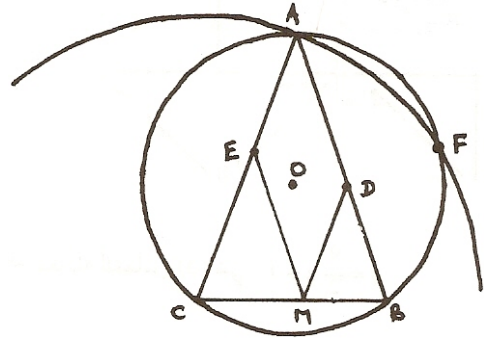
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x) - h(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan 2x} \quad \text{-2 لدينا:}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 \cdot \frac{1 - \cos 2x}{4x^2}}{2x^2 \cdot \frac{\tan 2x}{2x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot \frac{\frac{1 - \cos 2x}{(2x)^2}}{\frac{\tan 2x}{2x}} = 2 \cdot \frac{1}{1} = 1$$

إذن h قابلة للاشتقاق في الصفر و $h'(0) = 1$

التمرين 4 :



1- لدينا: $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) \equiv 2(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) [2\pi]$

$$\overrightarrow{(OB, OA)} \equiv 2\overrightarrow{(CB, CA)}[2\pi] \text{ و}$$

وبما أن $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) \equiv (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})[2\pi]$ (لأن ABC متساوي الساقين رأسه A)

$$(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA}) \equiv (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})[2\pi] \quad \text{فإن}$$

وباعتبار أن $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$ هي زاوية الدوران r

وأن $OB=OA$

فإن $r(B)=A$

$$\frac{BD}{BA} = \frac{BM}{BC} \quad \text{2- * لدينا :}$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{BM}{BC}$$

$$\frac{BD}{BA} = \frac{AE}{AC}$$

وبما أن : $BA=AC$

فإن $BD=AE$

• نضع : $r(D) = D'$

لدينا: $r: B \rightarrow A$

$$D \rightarrow D'$$

إذن $BD=AD'$

وبما أن $BD=AE$

فإن $AD' = AE$

ولدينا: $r: [BA] = [AC]$

وبما أن: $D \in [BA]$ فإن $D' \in [AC]$

وبالتالي فإن D' و E هما نقطتان من القطعة $[AC]$ وتبعدان بنفس المسافة عن A.

يعني أن $D'=E$ أي $r(D)=E$

3- بما أن $r(C)=F$ فإن $OC=OF$

إذن F تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O وشعاعها OC أي إلى الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

• لدينا: $r : C \rightarrow F$

إذن $A \rightarrow C$ لأن $CA=CF$

وبالتالي F تنتمي إلى الدائرة التي مركزها C وشعاعها CA

ورأينا أن F تنتمي إلى الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

إذن F هي نقطة التقاطع الثانية للدائرة المحيطة بالمثلث ABC والدائرة التي مركزها C وشعاعها CA . (أنظر الشكل).

www.Achamel.net