تصحيح الإمتحان التجريبي - نيابة آنفا-الدار البيضاء 1999
الشعبة : علو تجريبية
المستوى :الأولى بكالوريا
المادة : الرياضيات

التمرين 1:

1-أ- الدالة f قابلة للاشتقاق على اليمين في 1
لأن:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{\frac{x^2+2}{3(4-x)}-\frac{1}{3}}{x-1}$$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)\left(x-\frac{2}{3}\right)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\left(x-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}$$

وقابلة للاشتقاق كذلك على اليسار في 1 لأن :

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{\frac{x^2+2}{3(4-x)}-\frac{1}{3}}{x-1}$$

$$\lim_{x\to 1^-}=\frac{x^2+2-4+x}{3(4-x)(x-1)}=\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2+x-2}{3(4-x)(x-1)}$$

$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x-1)(x+2)}{3(4-x)(x-1)}=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x+2)}{3(4-x)}=\frac{1}{3}$$

لدينا إذن : $f'_g(1)=f'_d(1)=\frac{1}{3}$ و منه فإن f قابلة للاشتقاق في 1

ب- لتكن g الدالة التآلفية المماسة للدالة f في 1

إذن : $g(x)=f'(1)(x-1)+f(1)$

يعني : $g(x)=\frac{1}{3}x$

وبما أن العدد 0,9999 " قريب جدا" من 1

فإن القيمة المقربة للعدد f(0,9999) إلى 10^{-4} هي g(0,9999)

أي $\frac{1}{3}$.0,9999 أي 0,3333

ج- لكل x من $]1,+\infty[$ ، $f'(x)=2x-\frac{5}{3}$

ولكل x من $]-\infty,1[$ ، $f'(x)=\frac{-x^2+8x+2}{3(4-x)^2}$

2- $D_g=\mathbb{R}-\{1\}=]-\infty,1[\cup]1,+\infty[$

ب-

$$\lim_{x\to 1^-}g(x)=+\infty \quad , \quad \lim_{x\to -\infty}g(x)=-2$$

www.Achamel.net

$\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ $\lim_{x \to 1^+} g(x) = -\infty$

ج- لدينا : $\lim_{x \to +\infty} \frac{g(x)}{x} = 1$ لأن المعامل الموجه للمستقيم ذي المعادلة y=x-1، مقارب (C) بجوار $+\infty$

يساوي 1.

ولدينا: $\lim_{x \to 0} \frac{g(x)}{x} = 1$

لأن المعامل الموجه لمماس (C) عند نقطة O(0,0) يساوي O (مماس أفقي)

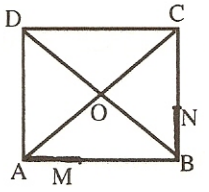
د- المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف لأن (C) يتغير تقعرها في هاتين النقطتين.

وهاتان النقطتان هما O(0,0) و I(-1,-1)

هـ - لكل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، $G'(x) = g(x)$

ومنه جدول تغيرات الدالة G:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
g(x)		-	0	+		-	0	+	
G(x)		↘	G(0)	↗		↘	G(2)	↗	



-3

تحقق من أن r(A)=B و r(B)=c

ضع r(M)=M' و $\overrightarrow{AM} = \alpha \overrightarrow{AB}$ حيث $0 \prec \alpha \prec 1$

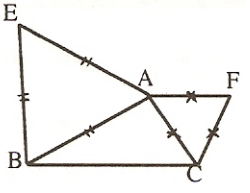
وبما أن الدوران يحافظ على معامل استقامية متجهتين

فإن: $\overrightarrow{BM'} = \alpha \overrightarrow{BC}$

وبما أن : $\overrightarrow{BN} = \alpha \overrightarrow{BC}$ لأن $BN = AM$ و $BC = AB$

فإن: $\overrightarrow{BM'} = \overrightarrow{BN}$ ومنه $M' = N$ أي $r(M) = N$ إذن : $OM = ON$

وهذا يعني أن المثلث OMN متساوي الساقين وقائم الزاوية في O.



-4

بما أن الشكل يتضمن مثلثين متساويي الأضلاع لهما رأس مشترك A فإننا سنعتبر الدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$

لدينا: $r : C \to F$

$E \to B$

إذن EC=BF

5- بما أننا نريد الحصول على المثلث AEF المتساوي الساقين والقائم الزاوية في A.

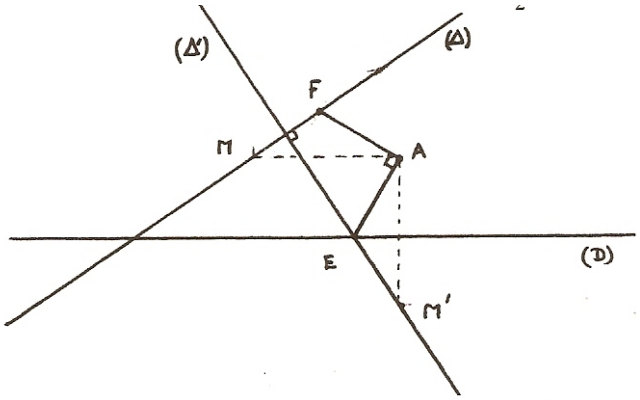
www.Achamel.net

فإننا سنعتبر الدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$ (أو الدوران الذي مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$)

لدينا: $r : F \to E$

وبما أن $F \in (\Delta)$ فإن $E \in (\Delta')$ حيث (Δ') هو صورة (Δ) بالدوران r

ولإنشاء (Δ') نأخذ نقطة M من (Δ) فننشئ صورتها M' والعمودي على (Δ) (لأن زاوية r هي $\frac{\pi}{2}$)



وبما أن $E \in (D)$

فإن E هي نقطة تقاطع (Δ') و (D)

وبإنشاء E يتم إنشاء F على (Δ) بحيث يكون AEF متساوي الساقين و قائم الزاوية في A

6- بما أن : $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

فإن $\overrightarrow{DE}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متجهات مستوائية

ومنه فإن المستقيم (DE) يوازي المستقيم (ABC)

و بما أن $\overrightarrow{DF} = 3\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AB}$

فإن المتجهات $\overrightarrow{DF}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ مستوائية

ومنه فإن المستقيم (DF) يوازي المستقيم (ABC)

و نستنتج مما سبق أن المستوى (DEF) يوازي المستوى (ABC)

7-أ- لدينا:

$(p) : x - y + z - 1 = 0$

و $(Q) : 2x - y - z = 0$

وبما أن : $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$

فإن (P) و (Q) متقاطعان.

ب- لدينا:

$$\begin{cases} x - y + z - 1 = 0 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y - 1 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3x-1}{2} \\ x - \frac{3x-1}{2} + z - 1 = 0 \end{cases}$$

www.Achamel.net

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{3x-1}{2} \\ z = \dfrac{x+1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = t \\ y = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}t \\ z = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

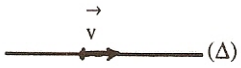
وهذه النظمة هي تمثيل بارامتري للمستقيم تقاطع المستويين (P) و (Q).

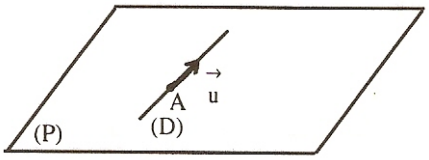
8-أ- متجهة موجهة للمستقيم (D) هي $\vec{u}(-1,1,1)$ ومتجهة موجهة للمستقيم (Δ) هي: $\vec{v}(2,1,3)$

نتحقق من أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستقيميتين لنستنتج أن (D) و (Δ) غير متوازيين.

ثم نتحقق من أن النظمة $\dfrac{1-t-1}{2} = t-1 = \dfrac{1+t}{3}$ لاحل لها لنستنتج أن (D) و (Δ) غير متقاطعين إذن (D) و (Δ) غير مستوائيين

ب





المستوى (P) محدد بالنقطة A(1,0,1) (التي تنتمي إلى (D)) والمتجهتين $\vec{u}(-1,1,1)$ و $\vec{v}(2,1,3)$

نبين إذن أن معادلة ديكارتية للمستوى (P) الذي يتضمن (D) ويوازي (Δ) هي : 2x+5y-3z=0

التمرين 2 :

1- بين أن f دالة دورية دورها 2π .

(بين أن $f(x+2\pi) = f(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$)

2- أ- الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا لكل x من $\mathbb{R}$.

$$f'(x) = 2\sqrt{3}\sin 2x + 2\cos 2x$$

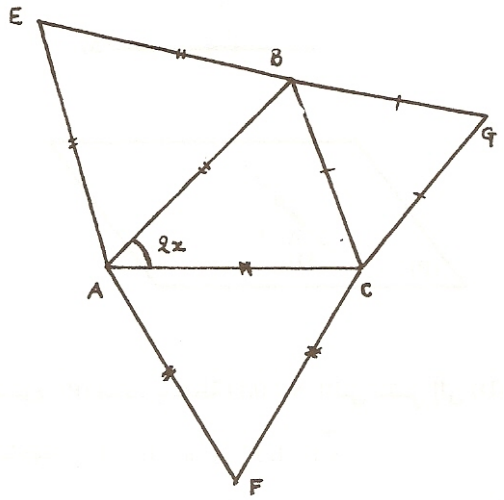
$$= 4\left(\cos 2x.\frac{1}{2} + \sin 2x.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

ب-

x	0		$\frac{5\pi}{12}$		$\frac{11\pi}{12}$		π
f'(x)		+	0	-	0	+	
f(x)	$\sqrt{3}$	↗	$2\sqrt{3}+2$	↘	$2\sqrt{3}-2$	↗	$\sqrt{3}$

www.Achamel.net

-أ-3



مساحة المثلث ABC هي : $\frac{1}{2}AB\times AC\sin A$ أي $\frac{a}{2}\sin 2x$

ومساحة المثلث ABE هي $\frac{1}{2}AB\times EB\times\sin\frac{\pi}{3}$ أي $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

ومساحة المثلث ACF هي كذلك $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

ومساحة المثلث BCG هي $\frac{1}{2}BC^2\sin\frac{\pi}{3}$ أي $\frac{BC^2\sqrt{3}}{4}$

وحسب مبرهنة الكاشي في المثلث ABC لدينا:

$$BC^2=a^2+a^2-2a^2\cos 2x$$

ومنه فإن مساحة المثلث BCG هي:

$$\frac{a^2\sqrt{3}(1-\cos 2x)}{2}$$

وبالتالي فإن :

$$\chi=\frac{a^2}{2}\sin 2x+\frac{a^2\sqrt{3}}{4}+\frac{a^2\sqrt{3}}{4}+\frac{a^2\sqrt{3}(1-\cos 2x)}{2}$$

$$\frac{a^2}{2}\left(\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}\cos 2x\right)=\frac{a^2}{2}f(x)$$

ب- الدالة f تقبل قيمة قصوى عند $x=\frac{5\pi}{12}$

إذن قياس الزاوية $\widehat{[BAC]}$ الذي من أجله يكون العدد Aقصويا هو $2\times\frac{5\pi}{12}$ أي $\frac{5\pi}{6}$

www.Achamel.net