

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-4) \left[-1 + \frac{2}{\sqrt{4-x}} \right] = -\infty \quad -1$$

-2

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ x < 4}} \frac{f(x) - f(4)}{x-4} &= \lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ x < 4}} \frac{x-4 + 2\sqrt{4-x}}{x-4} \\ &= \lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ x < 4}} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{4-x}} \right) = -\infty \end{aligned}$$

f غير قابلة للاشتقاق على اليسار في 4
يقبل (C) نصف مماس في النقطة $A(4,0)$ يوازي محور الأراتيب.

-3) لكل x من $]-\infty, 4[$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 + 2 \frac{-1}{2\sqrt{4-x}} \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{4-x}} = \frac{\sqrt{4-x}-1}{\sqrt{4-x}} \end{aligned}$$

-b) إشارة $f'(x)$ هي إشارة $\sqrt{4-x}-1$

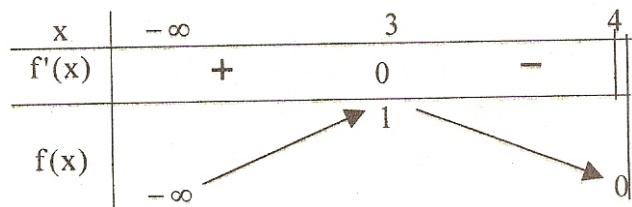
$$\sqrt{4-x}-1 = \frac{4-x-1}{\sqrt{4-x}+1} = \frac{3-x}{\sqrt{4-x}+1}$$

لدينا : $\forall x < 4 \quad \sqrt{4-x}+1 > 0$

إذن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $3-x$

$$3-x < 0 \Leftrightarrow f'(x) < 0$$

$$3 < x < 4 \Leftrightarrow f'(x) < 0$$



$$f(3) = -1 + 2 = 1$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{4}{x} + \frac{2\sqrt{4-x}}{x} \right) \quad -4 \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{4}{x} - 2\sqrt{\frac{4}{x^2} - \frac{1}{x}} \right) = 1 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-4 + 2\sqrt{4-x}) = +\infty$$

إذن يقبل (C) فرعاً شلجمياً اتجاهه المستقيم ذي المعادلة $y = x$

$$\begin{aligned} x &< 4 \quad -5 \\ f(x) = 0 &\Leftrightarrow x - 4 + 2\sqrt{4-x} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow 2\sqrt{4-x} = 4-x \\
 &\Leftrightarrow 4 = 4-x \\
 &\Leftrightarrow x = 0
 \end{aligned}$$

إذن (C) يقطع محور الأفاسيل في أصل المعلم.

$$f'(0) = \frac{1}{2} \text{ و } f(0) = 0 \quad \text{---6}$$

$$(T): y = \frac{1}{2}x$$

$$f(-5) = -3 \quad \text{---7}$$

