حساب التكامل الاول :

ليكن x عنصراً من المجال $[1\ ,\ \sqrt{e}]$. لدينا :

$$\frac{2 + \ln x}{x} = \frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x}$$

ومنه :

$$\int_1^{\sqrt{e}} \frac{2 + \ln x}{x}\,dx = \int_1^{\sqrt{e}} \left(\frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x}\right)dx$$

$$= \int_1^{\sqrt{e}} \frac{2}{x}\,dx + \int_1^{\sqrt{e}} \frac{\ln x}{x}\,dx$$

$$= 2\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x}\,dx + \int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x}\cdot \ln x\,dx$$

بما أن ln دالة أصلية للدالة $\frac{1}{x}$ وأن $\frac{1}{2}(\ln x)^2$ دالة أصلية

Achamel.net

للدالة $\frac{1}{x}\ln x$ فإن :

$$\int_1^{\sqrt{e}} \frac{2+\ln x}{x}\,dx = 2\,[\ln x]_1^{\sqrt{e}} + \left[\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_1^{\sqrt{e}}$$

$$= 2(\ln\sqrt{e} - \ln 1) + \frac{1}{2}[(\ln\sqrt{e})^2 - (\ln 1)^2]$$

$$= 1 + \frac{1}{8}$$

$$= \frac{9}{8}$$

حساب التكامل الثاني :

ليكن x عنصراً من $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

نضع $\begin{cases} u = x \\ v' = \sin 3x \end{cases}$ أي $\begin{cases} u' = 1 \\ v = -\frac{1}{3}\cos 3x \end{cases}$

ومنه :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x \sin 3x)\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} u(x)\,v'(x)\,dx$$

$$= \left[-\frac{x}{3}\cos 3x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-\frac{1}{3}\cos 3x\right)dx$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\left[\frac{1}{3}\sin 3x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= -\frac{1}{9}$$

حساب التكامل الثالث :

ليكن x عنصراً من $[-\sqrt{3}, 0]$. لدينا :

$$x^2 + 2\sqrt{3}\,x + 4 = (x+\sqrt{3})^2 - 3 + 4 = (x+\sqrt{3})^2 + 1$$

نضع : $u = x + \sqrt{3}$ أي $x = u - \sqrt{3}$

لدينا : $du = dx$

- إذا كان $x = -\sqrt{3}$ فإن $u = 0$
- إذا كان $x = 0$ فإن $u = \sqrt{3}$

وبالتالي $$\int_{-\sqrt{3}}^{0} \frac{1}{x^2 + 2\sqrt{3}\,x + 4}\,dx = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{du}{u^2+1}$$

وبما أن Arctan u دالة اصلية للدالة $\frac{1}{u^2+1}$ فإن :

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{du}{u^2+1} = [\text{Arctan } u]_0^{\sqrt{3}}$$

$$= \text{Arctan}\sqrt{3} - \text{Arctan } 0$$

$$= \frac{\pi}{3}$$

إجتز الامتحان الوطني بكل نجاح مع الشامل

مع تحيات Equipe Achamel

www.achamel.info
www.Achamel.net
www.Achamel.org
www.Achamel.ma

Achamel