1) اثبات المتساوية :

ليكن x عنصراً من IR^*. لدينا :

$$\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1} = \frac{x^2+1-x\,.\,x}{x\,(x^2+1)}$$

$$= \frac{1}{x\,(x^2+1)}$$

إذن : $\frac{1}{x\,(x^2+1)} = \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}$ لكل x من IR^*.

2) حساب التكامل I :

لدينا :

$$I = \int_1^2 \frac{1}{x\,(x^2+1)}\,dx$$

$$= \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}\right)dx$$

$$= \int_1^2 \frac{1}{x}\,dx - \int_1^2 \frac{x}{x^2+1}\,dx$$

ولدينا : $\ln x$ و $\frac{1}{2}\ln(x^2+1)$ دالتان اصليتان للدالتين

التاليتين على التوالي : $x \longrightarrow \frac{1}{x}$ و $x \longrightarrow \frac{x}{x^2+1}$

اذن

$$I = [\ln x]_1^2 - \left[\frac{1}{2}\ln(x^2+1)\right]_1^2$$

$$= (\ln 2 - \ln 1) - \frac{1}{2}(\ln 5 - \ln 2)$$

$$= \ln 2 - \frac{1}{2}\ln 5 + \frac{1}{2}\ln 2$$

$$= \frac{3}{2}\ln 2 - \frac{1}{2}\ln 5$$

Achamel