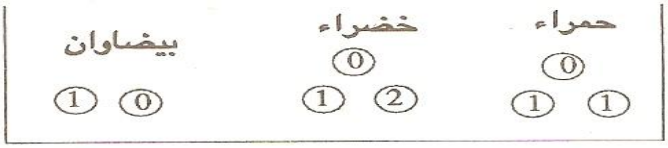

1 - أ- حساب $p(A)$ و $p(B)$ و $p(A \cap B)$

- الحدث A هو : "سحب كرة من كل لون"

إذن لكي يتحقق الحدث A يجب سحب :

- كرة حمراء من بين الكرات الحمراء الثلاث (C_3^1)
- وكرة خضراء من بين الكرات الخضراء الثلاث (C_3^1)
- وكرة بيضاء من بين الكرتين البيضاوين (C_2^1)

وبالتالي فإن :

$$p(A) = \frac{C_3^1 C_3^1 C_2^1}{C_8^3}$$

$$= \frac{3 \times 3 \times 2}{\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2}} = \frac{9}{28}$$

- الحدث B هو : "سحب كرات تحمل نفس الرقم"

إذن لكي يتحقق الحدث B يجب سحب :

- ثلاث كرات تحمل الرقم 0 من بين الكرات الثلاث التي تحمل هذا الرقم (C_3^3)
- أو ثلاث كرات تحمل الرقم 1 من بين الكرات الأربع التي تحمل هذا الرقم (C_4^3)

وبالتالي فإن :

$$p(B) = \frac{C_3^3 + C_4^3}{C_8^3}$$

$$= \frac{1+4}{56} = \frac{5}{56}$$

- الحدث $A \cap B$ هو : "سحب كرات تحمل نفس الرقم وألوانها مختلفة مثنى مثنى"

إذن لكي يتحقق الحدث $A \cap B$ يجب سحب :

– كرة حمراء تحمل الرقم 0 وكرة خضراء تحمل الرقم 0 وكرة بيضاء تحمل الرقم 0 $\left(C_1^1 C_1^1 C_1^1\right)$

– أو كرة حمراء تحمل الرقم 1 وكرة خضراء تحمل الرقم 1 وكرة بيضاء تحمل الرقم 1 $\left(C_2^1 C_1^1 C_1^1\right)$

وبالتالي فإن $p(A \cap B) = \dfrac{C_1^1 C_1^1 C_1^1 + C_2^1 C_1^1 C_1^1}{C_8^3}$

$= \dfrac{1+2}{56} = \dfrac{3}{56}$

ب– هل A و B مستقلان ؟

لدينا : $p(A \cap B) = \dfrac{3}{56}$

و $p(A) \times p(B) = \dfrac{9}{28} \times \dfrac{5}{56} = \dfrac{45}{1568}$

إذن $p(A \cap B) \neq p(A) \times p(B)$

وهذا يعني أن الحدثين A و B غير مستقلين.

2- أ– قانون احتمال X

القيم التي يأخذها X هي : 0 و 1 و 2 و 3.

ولدينا : $p(X=0) = \dfrac{C_4^3}{C_8^3} = \dfrac{4}{56} = \dfrac{1}{14}$

و $p(X=1) = \dfrac{C_4^1 C_4^2}{C_8^3} = \dfrac{24}{56} = \dfrac{6}{14}$

و $p(X=2) = \dfrac{C_4^2 C_4^1}{C_8^3} = \dfrac{24}{56} = \dfrac{6}{14}$

و $p(X=3) = \dfrac{C_4^3}{C_8^3} = \dfrac{4}{56} = \dfrac{1}{14}$

ونلخص قانون احتمال X في الجدول التالي :

k	0	1	2	3
P(X = k)	$\frac{1}{14}$	$\frac{6}{14}$	$\frac{6}{14}$	$\frac{1}{14}$

ب– حساب E(X)

لدينا : $E(X) = 0 \times \dfrac{1}{14} + 1 \times \dfrac{6}{14} + 2 \times \dfrac{6}{14} + 3 \times \dfrac{1}{14}$

$= \dfrac{21}{14} = \dfrac{3}{2}$