

سلسلة تمارين: "السقوط الرأسي لجسم صلب"

التمرين رقم 1:

يرسل رياضي سهمًا نحو الأعلى بحيث يغادر السهم القوس في نقطة M توجد على ارتفاع $h = 2m$ من سطح الأرض.

- 1 - أوجد المعادلة التفاضلية لحركة G مركز قوس السهم في معلم متعامد ممنظم $\mathcal{R}(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ محوره $(O; \vec{k})$ رأسي وموجه نحو الأعلى ويوجد أصله على سطح الأرض. وباعتبار سقوط السهم سقوطًا حرًا.
- 2 - أكتب المعادلة الزمنية للحركة $z(t)$.
- 3 - أحسب قيمة V_0 السرعة البدئية التي ينبغي أن يقذف بها السهم لكي يبلغ ارتفاع يساوي $h' = 45m$.

التمرين رقم 2:

نسقط كرة بدون سرعة بدئية من ارتفاع $h = 2m$ في معلم متعامد ممنظم $\mathcal{R}(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ محوره $(O; \vec{k})$ رأسي وموجه نحو الأسفل ويطابق أصله موضع الكرة لحظة إطلاقها عند اللحظة $t = 0$. نعطي $g = 10m.s^{-2}$.

- 1 - أوجد المعادلة التفاضلية لحركة الكرة باعتبار السقوط رأسيًا وحرًا.
- 2 - استنتج معادلة السرعة والمعادلة الزمنية لحركة مركز قوس الكرة.
- 3 - ما المدة الزمنية التي يستغرقها السقوط حتى تصل الكرة إلى سطح الأرض.
- 4 - مثل تغيرات سرعة مركز قوس الكرة بدلالة الزمن واستنتج مبيانيا سرعتها لحظة اصطدامها بالأرض.

التمرين رقم 3:

يسقط جسم كروي من سطح عمارة، وفق حركة سقوط رأسي حر.

- 1 - ما طبيعة مسار مركز قوس الكرة؟
- 2 - أوجد القوى المطبقة على الجسم خلال سقوطه.
- 3 - ما هي القوى المهملة أمام الوزن؟ علل جوابك.
- 4 - أحسب مدة السقوط من ارتفاع 15 متر.

التمرين رقم 4:

تتم هذه التجربة على سطح القمر حيث شدة الثقالة $g = 1,66m.s^{-2}$.

يرمي رائد فضاء نحو الأعلى كرة صغيرة كتلتها m انطلاقًا من نقطة A توجد على علو 1,5m من سطح القمر، عند لحظة نعتبرها أصلًا للتواريخ بسرعة $V_0 = 2m.s^{-1}$.

نعلم موضع الكرة عند لحظة t بالنقطة M ذات الأنسوب z حيث $\overline{OM} = z.\vec{k}$ مع \vec{k} المتجهة الواحديّة للمحور $(O; \vec{k})$

الرأسي والموجه نحو الأعلى وأصله O يوجد على سطح القمر.

- 1 - حدد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة الكرة.
- 2 - حدد عند لحظة t تعبير سرعة الكرة $v(t)$ وموضعها $z(t)$.
- 3 - أحسب الارتفاع القصوي الذي تصله الكرة والمدة الزمنية التي تستغرقها الكرة لكي تصل إلى هذا الارتفاع.
- 4 - ما هي اللحظة التي تعاود فيها الكرة المرور من النقطة A. أحسب السرعة عند هذه اللحظة.
- 5 - أحسب اللحظة وسرعة الكرة عندما تسقط على سطح القمر.

التمرين رقم 5:

تسقط قطرة ماء كروية الشكل ، شعاعها $r = 1mm$ بدون سرعة بدئية، من أسفل سحابة توجد على ارتفاع $h = 1000m$ من سطح الأرض. نعتبر لحظة بداية حركة القطرة أصلا للتواريخ وموضعها في هذه اللحظة أصلا للمحور (O, \vec{k}) الموجه نحو الأسفل. نعطي: $g = 9,8m.s^{-2}$; $\rho_{air} = 1,2Kg.m^{-3}$; $\rho_{eau} = 10^3 Kg.m^{-3}$.

- 1 - نعتبر أن القطرة تخضع لقوة وزنها فقط. أوجد المعادلة الزمنية لحركتها.
- 2 - أحسب سرعة القطرة لحظة وصولها إلى سطح الأرض. هل تبدو هذه القيمة ممكنة؟
- 3 - في الواقع تصل القطرة إلى سطح الأرض بسرعة $v_s = 10m.s^{-1}$.
- 1-3- فسر الفرق بين هذه القيمة وتلك المحصلة في السؤال السابق.
- 2-3- أعط تعبير شدة دافعة أرخميدس المسلطة على القطرة. أحسب قيمتها وقارنها مع شدة وزن القطرة. ماذا تستنتج؟
- 4 - نمذج قوى الاحتكاك المسلطة على القطرة بقوة وحيدة تعبيرها: $f = K.r.v$ حيث K معامل ينبغي تحديده و r شعاع القطرة v سرعة القطرة.
- 1-4- أثبت المعادلة التفاضلية لحركة القطرة.
- 2-4- استنتج تعبير v_1 السرعة الحدية بدلالة المعطيات.
- 3-4- أحسب قيمة المعامل K والزمن المميز لحركة القطرة.

التمرين رقم 6:

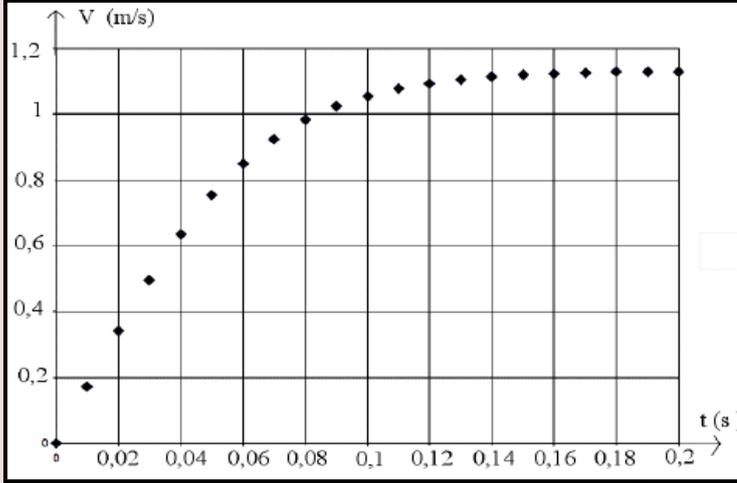
الضباب ظاهرة تنقص الرؤيا لبعض عشرات الأمتار، وينتج عن اصطدام الهواء الجاف بمنطقة باردة الشيء الذي يجعله مشبعا ببخار الماء حيث يتكاثف هذا الأخير ليعطي قطرات ماء أبعادها مهملة. تحصل نفس الظاهرة مع السحب وبذلك يكون الضباب نوع من السحب.

الجزء الأول: ندرس في هذا الجزء حركة قطرة يمكن اعتبارها كروية شعاعها r وكتلتها m موجودة على ارتفاع h من سطح الأرض وهي خاضعة لتأثير وزنها فقط. نقرن حركة القطرة بمحور $(O; \vec{k})$ رأسي موجه نحو الأسفل ويطابق أصله موضع القطرة عند اللحظة $t = 0$. نعطي: $g = 9,8N.Kg^{-1}$ ، $\rho_{eau} = 10^3 Kg.m^{-3}$ ، حجم القطرة $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

- 1 - ذكر بقوانين نيوتن.
 - 2 - أوجد المعادلة الزمنية لحركة مركز قصور القطرة.
 - 3 - أحسب سرعة وصول القطرة إلى سطح الأرض. نأخذ $h = 10m$.
- الجزء الثاني:** تبين الدراسة التجريبية أن سرعة القطرة بجوار سطح الأرض ثابتة وتأخذ القيمة $v_1 = 2,3.10^{-2} m.s^{-1}$.
- 1 - أعط تعبير دافعة أرخميدس المطبقة على القطرة بدلالة ρ_{air} ، V_g (حجم القطرة) و g (شدة الثقالة).
 - 2 - عبر عن شدة وزن القطرة بدلالة ρ_{eau} ، V_g و g وقارنها مع شدة دافعة أرخميدس. نعطي $\rho_{air} = 1,3Kg.m^{-3}$.
 - 3 - نهمل فيما يلي دافعة أرخميدس، ونعتبر أن القطرة تخضع لقوى احتكاك مائعة نمذجها بالعلاقة: $\vec{f} = -K.v$.
- 1-3- أوجد في المعلم $(O; \vec{k})$ ، المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة $v(t)$ وبين أنها تكتب على الشكل: $\frac{dv}{dt} = A.v + B$.
 - 2-3- عبر بدلالة $m; g; K$ عن السرعة الحدية v_1 .
 - 3-3- حدد تعبير A و B بدلالة معطيات التمرين. ثم أحسب قيمتيهما. نعطي: شعاع القطرة $r = 5,4.10^{-6} m$.
 - 4-3- باستعمال الآلة الحاسبة في طريقة أولير أوجد قيم $v_1; v_2; v_3$. نعطي: خطوة الحساب $\Delta t = 0,001s$ و $v_0 = 0$.
 - 5-3- أوجد بالاعتماد على معادلة الأبعاد، حدد وحدة الثابتة K .

التمرين رقم 7:

- 1- نضع على سطح ماء مسيح، كرة كتلتها $m = 58g$ وحجمها $V = 160cm^3$. بين أن الكرة تطفو على سطح الماء ثم أحسب الحجم المغمور.
- 2- نقوم بإدخال الكرة إلى عمق المسبح ثم نحررها بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t = 0$. نفترض أن الكرة تصعد وفق مسار رأسي إلى سطح المسبح. مثل بدون سلم القوى المطبقة على الكرة.
- 3- نقبل أن الماء يطبق قوة احتكاك مائع \vec{f} شدتها تتناسب اطرادا مع مربع سرعة الكرة $f = K.v^2$ مع $K = 0,78SI$ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة أوجد



- المعادلة التفاضلية للحركة. نختار محورا $(O; \vec{k})$ موجهها نحو الأعلى.
 - 4- أحسب السرعة الحدية V_l للكرة.
 - 5- بالاستعانة بمجدول نحل المعادلة التفاضلية باعتماد طريقة أولير، فنحصل على المنحنى التالي:
 - 1-5- أوجد مبيانيا τ الزمن المميز للحركة.
 - 2-5- ما هي خطوة الحساب Δt المستعملة؟
 - 3-5- باستعمال طريقة أولير أوجد قيمة السرعة في اللحظات التالية: $t_1 = t_0 + \Delta t$ و $t_2 = t_1 + \Delta t$ و $t_3 = t_2 + \Delta t$.
- نعطي: الكتلة الحجمية للماء $\rho_f = 1g.cm^{-3}$.

التمرين رقم 8:

خلال حصة الأشغال التطبيقية قامت مجموعة من التلاميذ بدراسة حركة سقوط كرية معدنية في ماء سكري. ترك التلاميذ الكرة تسقط شاقوليا في الماء بدون سرعة بدئية من نقطة توجد على السطح الحر للماء تم اعتبارها أصلا لمعلم الفضاء. ثم قام التلاميذ بتصوير حركة الكرة بواسطة كاميرا رقمية بعد ذلك تمت معالجة الفيلم بواسطة برنم معلوماتي يحدد مواضع مركز قصور الكرة عند لحظة t . التسجيل أظهر أن الكرة تبلغ في فترة وجيزة السرعة الحدية $V_l = 0,8m.s^{-1}$.

- 1- أوجد القوى المطبقة على الكرية.
- 2- نعتبر أن شدة القوة المعيقة التي يطبقها الماء السكري على الكرية تتناسب اطرادا مع قيمة السرعة حيث $f = K.v$ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.
- 3- بين أن المعادلة التفاضلية للحركة يمكن أن تكتب على الشكل: $\frac{dv_y}{dt} = A - Bv_y(t)$ مع تحديد تعبير الثابتين A و B
- 4- حدد قيمة الثابتين A و B.
- 5- بين أن المعادلة التفاضلية تقبل حولا على الشكل: $v_y(t) = v_l + C.e^{-Bt}$ عيث C ثابتة.
- 6- باستعانتك بالشروط البدئية حدد قيمة الثابتة C.
- 7- بين أن تعبير الزمن المميز للحركة هو: $\tau = \frac{m}{K}$ وحدد قيمته.

حجم الكرية: $V = 2,1.10^{-6}m^3$

كتلة الكرية: $m = 1,7.10^{-2}Kg$

نعطي:

الكتلة الحجمية للماء السكري: $\rho = 1,2.10^3 Kg.m^{-3}$