الدوال الأصلية

الدوال الأصلية لدالة متصلة على مجال:

تعريف:

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I

نقول أن F هي دالة أصلية للدالة f على المجال I

إذا تحقق الشرطان التاليان :

- F قابلة للاشتقاق على المجال I
- $F'(x) = f(x) \qquad \forall x \in I$

خاصيات:

كل دالة متصلة على مجال تقبل دالة أصلية على هذا المجال

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I

إذا كانت F دالة أصلية للدالة f على المجال I فإن :

جميع الدوال الأصلية للدالة f معرفة على I بما يلي :

$$x \mapsto F(x) + k \qquad (k \in \mathbb{R})$$

لتكن f دالة عددية تقبل دالة أصلية على مجال I

وليكن x_0 عنصرا من I و y_0 عنصرا من $\mathbb{R}$

توجد دالة أصلية وحيدة F للدالة f على المجال I

تحقق الشرط البدئي : $F(x_0) = y_0$

الدوال الأصلية: لمجموع دالتين- لجدا ء دالة و عدد حقيقي:

خاصية:

لتكن f و g دالتين عدديتين معرفتين على مجال I و k عددا حقيقيا

إذا كانت F و G دالتين أصليتين للدالتين f و g على المجال I على التوالي فإن :

- $F+G$ دالة أصلية للدالة $f+g$ على المجال I
- kF دالة أصلية للدالة kf على المجال I

↩ جدول الدوال الأصلية لبعض الدوال الاعتيادية:

$f(x)$	$F(x)$	
$a \in \mathbb{R}$	$ax+k$	
x	$\frac{1}{2}x^2+k$	
$\frac{1}{x^2}$	$\frac{-1}{x}+k$	
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}+k$	
x^r	$\frac{x^{r+1}}{r+1}+k$	$(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$
$\sin x$	$-\cos x+k$	
$\cos x$	$\sin x+k$	
$1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x+k$	
$\frac{1}{x}$	$\ln\|x\|+k$	
e^x	e^x+k	$(k \in \mathbb{R})$

↩ استعمال صيغ الاشتقاق لتحديد بعض الدوال الأصلية:

$f(x)$	$F(x)$	
$\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$	$2\sqrt{u(x)}+k$	
$\frac{-v'(x)}{[v(x)]^2}$	$\frac{1}{v(x)}+k$	
$u'(x)\times[u(x)]^r$	$\frac{[u(x)]^{r+1}}{r+1}+k$	$(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$
$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\ln\|u(x)\|+k$	
$u'(x)\times e^{u(x)}$	$e^{u(x)}+k$	
$\cos(ax+b)$	$\frac{1}{a}\sin(ax+b)+k$	$(a \neq 0)$
$\sin(ax+b)$	$-\frac{1}{a}\cos(ax+b)+k$	$(a \neq 0)$ $(k \in \mathbb{R})$