الدالة اللوغاريتمية النبيرية

تعريف:

الدالة الأسية النبيرية هي الدالة العكسية للدالة اللوغاريتمية النبيرية
و يرمز لها بالرمز : $\exp$
نضع لكل x من $\mathbb{R}$ $\quad \exp(x) = e^x$

استنتاجات و خاصيات:

$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R} \quad \ln\left(e^x\right) = x$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R}$ $e^x \times e^y = e^{x+y}$ $(r \in \mathbb{Q}) \quad \left(e^x\right)^r = e^{rx}$ $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$ $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$
$\forall x \in]0,+\infty[\quad e^{\ln x} = x$	
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0;+\infty[$ $e^x = y \Leftrightarrow x = \ln y$	
$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2 \quad e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$	

مجموعة التعريف:

الدالة f معرفة كما يلي :	مجموعة تعريف الدالة f هي:
$f(x) = e^x$	$D_f = \mathbb{R}$
$f(x) = e^{u(x)}$	$D_f = \left\{x \in \mathbb{R} \,/\, x \in D_u\right\}$

نهايات أساسية:

$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$	
$\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$	
$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{e^x}{x^n}\right) = +\infty$	$(n \in \mathbb{N}^*)$
$\lim_{x\to-\infty} \left(x^n e^x\right) = 0$	
$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$	

الاتصال:

الدالة $x \mapsto e^x$ متصلة على $\mathbb{R}$

لتكن u دالة معرفة على مجال I

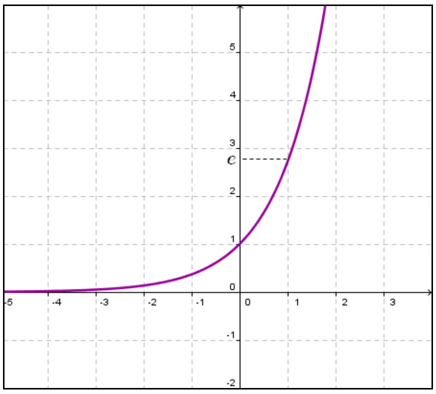
إذا كانت u متصلة على المجال I فإن الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ متصلة على المجال I

◈ **الاشتقاق:**

الدالة $x \mapsto e^{x}$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا : $\left(e^{x}\right)' = e^{x}$ $\quad \forall x \in \mathbb{R}$

لتكن u دالة معرفة على مجال I
إذا كانت u قابلة للاشتقاق على المجال I فإن : الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ قابلة للاشتقاق على المجال I
ولدينا : $\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x) \times e^{u(x)}$ $\quad \forall x \in I$

التمثيل المبياني للدالة ln :



الدالة الأسية للأساس a حيث: $a \in \mathbb{R}_{+}^{*} - \{1\}$

◈ **تعريف:**

الدالة العكسية للدالة ℓog_{a} تسمى الدالة الأسية للأساس a و يرمز لها بالرمز: $\exp_{a}$
نضع لكل x من $\mathbb{R}$ $\quad \exp_{a}(x) = a^{x}$

◈ **استنتاجات وخاصيات:**

$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^{x} = e^{x \ln a}$ $\ell og_{a}\left(a^{x}\right) = x$	$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^{2}$ $a^{x} \times a^{y} = a^{x+y}$ $(r \in \mathbb{Q}) \quad \left(a^{x}\right)^{r} = a^{rx}$ $\dfrac{1}{a^{x}} = a^{-x}$ $\dfrac{a^{x}}{a^{y}} = a^{x-y}$
$\forall x \in]0;+\infty[\quad a^{\ell og_{a}(x)} = a$	
$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^{2} \quad a^{x} = a^{y} \Leftrightarrow x = y$	
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0;+\infty[$ $a^{x} = y \Leftrightarrow x = \ell og_{a}(y)$	

◈ **نهايات و متفاوتات:**

$0 < a < 1$	$a > 1$
$a^{x} < a^{y} \Leftrightarrow x < y$	$a^{x} > a^{y} \Leftrightarrow x > y$
$\lim\limits_{x \to +\infty} a^{x} = 0$ $\lim\limits_{x \to -\infty} a^{x} = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} a^{x} = +\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} a^{x} = 0$
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{a^{x} - 1}{x} = \ln a$	

◈ **المشتقة :**

$$\left(a^{x}\right)' = (\ln a) \times a^{x}$$