

Tanger le 08/08/2011

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ère} ANNEE DU CYCLE PREPARATOIRE

Epreuve de Mathématique

(Nombre de pages 2 et une fiche réponse à remettre au surveillant, correctement remplie, à la fin de l'épreuve)

Parmi les réponses proposées, une seule est juste. Pour chaque question répondre sur la fiche réponse par une croix dans la case correspondante.

(Barème : une réponse juste : +1, une réponse fausse : -1, pas de réponse : 0)

1) Soient z_1, z_2 deux nombres complexes. On suppose que : $|z_1| = |z_2| = 1$ et $|2 + z_1 z_2| = 1$. Alors: $z_1 \cdot z_2 =$

a) 0

☒ b) -1

c) +1

2) Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Alors, $\forall n \in \mathbb{N}, A^n =$

☒ a) $\begin{pmatrix} 1 & 2n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2^n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

3) Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; alors $\forall n \in \mathbb{N}^*, A^n =$

☒ a) $\begin{pmatrix} 2^{n+1} - 1 & 2^n - 1 \\ 2 - 2^{n+1} & 2 - 2^n \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2^n - 1 & 2^n - 1 \\ 2 - 2^{n+1} & 2 - 2^n \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 2^{n+1} - 1 & 2^n - 1 \\ 1 - 2^{n+1} & 2 - 2^n \end{pmatrix}$

4) Soient a et b deux nombres complexes tels que $a \neq b$, et $|a| = 1$. Alors, on a:

☒ a) $\left| \frac{a-b}{1-\bar{a}b} \right| = 1$,

b) $\left| \frac{a-b}{1-\bar{a}b} \right| = |ab|$,

c) $\left| \frac{a-b}{1-\bar{a}b} \right| = |\bar{a}b|$

5) Si $|a| = |b| = |c| = 1$, alors : $|ab+bc+ca| =$

a) $|abc|$

b) $|a+b+c|$

☒ c) $|\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}|$

6) La somme de la série $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!}$ est :

a) $+\infty$

☒ b) e

c) $\text{Log } e$

(e : nombre d'Euler)

7) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{2 \cos x - \sqrt{2}} =$

☒ a) $-\sqrt{2}$

b) $+\sqrt{2}$

c) 1

8) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cot x}{x - \frac{\pi}{2}} =$

☒ a) -1

b) +1

c) 0

9) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 81}{x - 3} = 108$,

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 81}{x - 3} = 0$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 81}{x - 3} = 1$

10)

a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 \ln x) = 1$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 \ln x) = -\infty$

☒ c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 \ln x) = 0$

11) a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 2$

12) a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1$

b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = +\infty$

13) a) $\tan(a+b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)}$

b) $\tan(a+b) = \frac{\tan(a) - \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)}$

c) $\tan(a+b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)}$

14) a) $\tan(a-b) = \frac{\tan(a) - \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)}$

b) $\tan(a-b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)}$

c) $\tan(a-b) = \frac{\tan(a) - \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)}$

15) La dérivée première de $\arctan 3x^2$ est:

a) $\frac{6x}{1-9x^4}$

b) $\frac{6x}{1+x^4}$

c) $\frac{6x}{1-9x^4}$

16) Pour calculer la dérivée première de la fonction $y = (x^2 + 2)^2(1 - x^3)^4$, on utilise la dérivation logarithmique et on obtient:

a) $y' = 6x(x^2 + 2)^2(1 - x^3)^3(1 - 4x - 3x^3)$

b) $y' = 6x(x^2 + 2)^2(1 - x^3)^3(1 - 4x - 3x^2)$

c) $y' = x(x^2 + 2)^2(1 - x^3)^3(1 - 4x - 3x^3)$

17) Soit $f(x) = \frac{2}{1-x}$. Alors $f^{(n)}(x) =$

a) $2(n!) (1-x)^{-n}$

b) $2(n!) (1-x)^{-(n+1)}$

c) $(n!) (1-x)^{-(n+1)}$

18) Trouver y' à partir de l'équation $xy + x - 2y - 1 = 0$:

a) $y' = \frac{1+y}{1-x}$

b) $y' = \frac{1+y}{2-x}$

c) $y' = \frac{1+y}{2+x}$

19) Evaluation de l'intégrale $I = \int \sin^2 x dx$:

a) $I = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C, C$ constante.

b) $I = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\sin 2x + C, C$ constante.

c) $I = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C, C$ constante.

20) Evaluation de l'intégrale $I = \int \frac{dx}{x^2-4}$:

a) $I = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C, C$ constante.

b) $I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + C, C$ constante.

c) $I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C, C$ constante.

21)

a) $\sum_{k=1}^n k = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

b) $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n-1)}{2}$

c) $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$

22)

a) $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

b) $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n-1)}{3}$

c) $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$

23)

a) $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(2n-1)}{2}\right)^2$

b) $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n-1)}{2}\right)^3$

c) $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

24) L'aire I , de la région délimitée par la courbe $y=x^2$, la droite $y=-x/2$ et la droite $x=3$, est:

a) $I = 45/4$

b) $I = 45$

c) $I = 45$

25) Le nombre d'Euler e correspond à:

a) $e = 2.71628$

b) $e = 2.717828$

c) $e = 2.71828$