الكيمياء

الجزء الأول: دراسة تفاعل حمض البنزويك

1- دراسة تفاعل حمض البنزويك مع الماء

1.1- حساب الكتلة m:

نعلم أن: $m=n.M$ و أن: $n=C.V$ ومنه: $m=C.V.M$

ت.ع: $m=10^{-3}\times 0,2\times 122=0,244g$

2.1- * إنشاء الجدول الوصفي لهذا التحول:

معادلة التفاعل	$C_6H_5COOH_{(aq)}+H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows C_6H_5COO^-_{(aq)}+H_3O^+_{(aq)}$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة $(mo\ell)$			
بدئية	$x=0$	0	0	وفير	CV
بينية	x	x	x	وفير	$CV-x$
توازن	$x=x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	وفير	$CV-x_{éq}$
قصوية	$x=x_{max}$	x_{max}	x_{max}	وفير	$CV-x_{max}$

*حساب τ نسبة تقدم النهائي للتفاعل:

- حسب الجدول نجد:
$$n_{éq}(H_3O^+)=x_{éq}\Rightarrow [H_3O^+]_{éq}=\frac{n_{éq}(H_3O^+)}{V}=\frac{x_{éq}}{V}$$
$$\Rightarrow x_{éq}=[H_3O^+]_{éq}.V$$

- عند الحالة القصوى:
$$CV-x_{max}=0 \Rightarrow x_{max}=CV$$

- نسبة تقدم النهائي للتفاعل:
$$\tau=\frac{x_{éq}}{x_m}=\frac{[H_3O^+]_{éq}.V}{CV}=\frac{[H_3O^+]_{éq}}{C} \quad (*)$$

- يكتب تعبير موصلية المحلول:
$$\sigma=\lambda_1.[H_3O^+]+\lambda_2.[C_6H_5COO^-]$$

- من الجدول الوصفي نكتب:
$$n(H_3O^+)=n(C_6H_5COO^-)=x_{éq}$$
$$\Rightarrow [H_3O^+]=\frac{n(H_3O^+)}{V}=\frac{n(C_6H_5COO^-)}{V}=[C_6H_5COO^-]$$

- تكتب الموصلية:
$$\sigma=\lambda_1.[H_3O^+]+\lambda_2.[H_3O^+]=(\lambda_1+\lambda_2).[H_3O^+]$$

- نستنتج:
$$[H_3O^+]=\frac{\sigma}{\lambda_1+\lambda_2}$$

- نعوض في العلاقة (*)، ونحصل على التعبير:
$$\tau=\frac{\sigma}{C.(\lambda_1+\lambda_2)}$$

- ت.ع:
$$\tau=\frac{29.10^{-3}}{10^{-2}\times10^{3}\times(35.10^{-3}+3,25.10^{-3})}\approx\underline{7,6.10^{-2}}$$

3.1- تعبير pH المحلول:
$$pH=-Log\left[H_3O^+\right]$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{pH=-Log(\tau.C)}}$$

ت.ع:
$$pH=-Log(7,6.10^{-2}\times10^{-2})=\underline{3,12}$$

4.1- استنتاج ثابتة الحمضية K_A للمزدوجة $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$:

- حسب التعريف:
$$K_A=\frac{\left[H_3O^+\right]_{éq}\times\left[C_6H_5COO^-\right]_{éq}}{\left[C_6H_5COOH\right]_{éq}}$$

- حسب الجدول نجد:
$$\left[C_6H_5COO^-\right]_{éq}=\left[H_3O^+\right]_{éq}=10^{-pH}$$

وكذلك:
$$n_{éq}(C_6H_5COOH)=C.V-x_{éq}\Rightarrow\left[C_6H_5COOH\right]_{éq}=\frac{C.V-x_{éq}}{V}$$
$$\Rightarrow\left[C_6H_5COOH\right]_{éq}=C-\frac{x_{éq}}{V}\Rightarrow\left[C_6H_5COOH\right]_{éq}=C-\left[H_3O^+\right]=C-10^{-pH}$$

- يكتب تعبير ثابتة الحمضية:
$$K_A=\frac{\left[H_3O^+\right]_{éq}^2}{C-\left[H_3O^+\right]_{éq}}\Rightarrow\underline{\underline{K_A=\frac{10^{-2pH}}{C-10^{-pH}}}}$$

ت.ع:
$$K_A=\frac{10^{-2\times3,12}}{10^{-2}-10^{-3,12}}\approx\underline{6,2.10^{-5}}$$

2- المعايرة حمض قاعدة

1.2- تعبير كمية مادة الأيونات $HO^-_{(aq)}$ عند نهاية التفاعل:

- معادلة تفاعل المعايرة:
$$C_6H_5COOH_{(aq)}+HO^-_{(aq)}\rightarrow C_6H_5COO^-_{(aq)}+H_2O_{(\ell)}$$

- عند الحالة البدئية: n_0 ; $C_B.V_B$
- عند نهاية التفاعل: n_0-x_m ; $C_B.V_B-x_m$

ومنه: $n_0-x_m=0$ أي $x_m=n_0$ و $n(HO^-)=C_B.V_B-x_m$ أي $\underline{\underline{n(HO^-)=C_B.V_B-n_0}}$

2.2- تعبير n_0:

- معادلة تفاعل المعايرة:
$$H_3O^+_{(aq)}+HO^-_{(aq)}\rightarrow H_2O_{(\ell)}$$

- عند الحالة البدئية: C_AV_A ; $n(HO^-)$
- عند التكافؤ: $C_AV_{AE}-x_E$; $n(HO^-)-x_E$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2014 - الدورة الاستدراكية

أستاذ المادة : مصطفى قشيش — المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية - تمارة

ومنه: $n(HO^-)-x_E=0$ أي $n(HO^-)=x_E$ و $C_AV_{AE}-x_E=0$ أي $x_E=C_AV_{AE}$

وبالتالي: $x_E=n(HO^-)=C_B.V_B-n_0$ ومنه $\underline{\underline{n_0=C_B.V_B-x_E=C_B.V_B-C_AV_{AE}}}$

3.2- حساب n_0: $n_0=1\times0,02-1\times0,012=\underline{8.10^{-3}mol}$

4.2- استنتاج النسبة الكتلية p :

$$p=\frac{m_0}{m'}=\frac{n_0\times M}{m'}=\frac{8.10^{-3}\times122}{1}=0,976=\underline{97,6\%}$$

الجزء الثاني: دراسة تفاعل التصبن

1- يتم صب الخليط التفاعلي في محلول مشبع لكلورور الصوديوم لعزل الصابون الناتج الذي يترسب في محلول مالح.

2- * معادلة تفاعل الغليسيرول وحمض الزيتي:

$$\begin{array}{l} CH_2-OH \\ | \\ CH-OH \\ | \\ CH_2-OH \end{array} + 3C_{17}H_{33}COOH \rightleftarrows \begin{array}{l} CH_2-CO_2-C_{17}H_{33} \\ | \\ CH-CO_2-C_{17}H_{33} \\ | \\ CH_2-CO_2-C_{17}H_{33} \end{array} + 3H_2O$$

* الصيغة نصف المنشورة للزيتين Oléine هي:

$$\begin{array}{l} CH_2-CO_2-C_{17}H_{33} \\ | \\ CH-CO_2-C_{17}H_{33} \\ | \\ CH_2-CO_2-C_{17}H_{33} \end{array}$$

3- * معادلة تفاعل التصبن:

$$\begin{array}{l} CH_2-CO_2-C_{17}H_{33} \\ | \\ CH-CO_2-C_{17}H_{33} \\ | \\ CH_2-CO_2-C_{17}H_{33} \end{array} + 3(Na^++OH^-) \rightarrow \begin{array}{l} CH_2-OH \\ | \\ CH-OH \\ | \\ CH_2-OH \end{array} + 3(C_{17}H_{33}CO_2^-+Na^+)$$

* الصيغة الكيميائية لمحلول الصابون هي: $(C_{17}H_{33}CO_2^-+Na^+)$

وللصابون هي: $C_{17}H_{33}COONa$

* الجزء الهيدروفيلي للصابون هو: $-CO_2^-$

4- تعبير مردود تفاعل التصبن:

- جدول التقدم:

معادلة التفاعل	$Oléine + 3(Na^++HO^-)\rightarrow Glycérol + 3C_{17}H_{33}COONa$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة (mol)			
بدئية	$x=0$	0	0	CV	$\frac{m}{M(O)}$
بينية	x	$3.x$	x	$CV-3.x$	$\frac{m}{M(O)}-x$
قصوية	$x=x_{max}$	$3.x_m$	x_m	$CV-3.x_m$	$\frac{m}{M(O)}-x_m$

- تحديد المتفاعل المحد: $\frac{m}{M(O)} - x_m = 0 \Rightarrow x_m = \frac{m}{M(O)} \Rightarrow x_m = \frac{10}{884} = 1{,}13.10^{-2}\,mol$

$CV - 3.x_m = 0 \Rightarrow x_m = \frac{CV}{3} \Rightarrow x_m = \frac{7{,}5\times 0{,}02}{3} = 5.10^{-2}\,mol$

المتفاعل المحد هو الزيتين ويكون التقدم الأقصى هو $x_m = 1{,}13.10^{-2}\,mol$.

- مردود التفاعل: $r = \frac{n(S)_{exp}}{n(S)_{th}} = \frac{\frac{m'}{M(S)}}{3.x_m} = \frac{\frac{m'}{M(S)}}{3.\frac{m}{M(O)}} = \frac{m'}{m}.\frac{M(O)}{3.M(S)}$

ت.ع: $r = \frac{8}{10}.\frac{884}{3\times 304} = 0{,}775 = \underline{77{,}5\%}$

الفيزياء

تمرين1: الموجات فوق الصوتية

1- إثبات العلاقة:

في غياب صفيحة البليكسيكلاص، تقطع الموجة فوق الصوتية في الماء مسافة $2D$ ذهابا وإيابا بين المجس والسطح العاكس خلال المدة الزمنية t_R بسرعة انتشار V، ومنه : $V = \frac{2D}{t_R}$ أي : $\underline{\underline{t_R = \frac{2D}{V}}}$

1.2- تكون سرعة انتشار الموجة فوق الصوتية في البليكسيكلاص أكبر، لأنه وسط انتشار تكون فيه الجزيئات جد متقاربة.

2.2- تعبير t'_R :

t'_R هو المدة الزمنية لقطع المسافة $2(D-e)$ ذهابا وإيابا في الماء بسرعة انتشار V ولقطع المسافة $2e$ ذهابا وإيابا في البليكسيكلاص بسرعة انتشار V' ، ومنه:

$$\underline{\underline{t'_R = \frac{2(D-e)}{V} + \frac{2e}{V'}}}$$

3.2- * تعبير السمك e :

- لدينا $t_B - t_A = \frac{2e}{V'}$ و $t_R = \frac{2D}{V}$ و $t'_R = \frac{2D}{V} - \frac{2e}{V} + \frac{2e}{V'}$

- نستنتج : $t'_R = t_R - \frac{2e}{V} + (t_B - t_A)$

ومنه: $\underline{\underline{e = \frac{V}{2}.(t_R - t'_R + t_B - t_A)}}$

* ت.ع: $e = \frac{1{,}42.10^3}{2}.(140 - 116 + 68 - 60).10^{-6} = \underline{\underline{2{,}27.10^{-2}\,m = 2{,}27\,cm}}$

تمرين2: الكهرباء

الجزء الأول: دراسة دارة متذبذبة LC

1.1- حساب التوترين U_1 و U_2:

- عند نهاية الشحن، يحمل المكثفان المركبان على التوالي نفس الشحنة أي: $Q_1 = Q_2$ أو $C_1.U_1 = C_2.U_2$ (1)

- حسب قانون إضافية التوترات: $U_1 + U_2 = E$ (2)

- من العلاقتين (1) و(2) نستنتج أن: $U_1 = \frac{C_2}{C_1+C_2}.E$ و $U_2 = \frac{C_1}{C_1+C_2}.E$

- ت.ع: $U_1 = \frac{0,5.C_1}{C_1+0,5.C_1}.E = \frac{E}{3} = \frac{12}{3} = 4V$ و $U_2 = \frac{C_1}{C_1+0,5.C_1}.E = \frac{2.E}{3} = \frac{2\times12}{3} = 8V$

2.1- إثبات العلاقة:

- تعبير الطاقة المخزونة في المكثف سعته C_1 هي: $E_1 = \frac{1}{2}C_1.U_1^2$

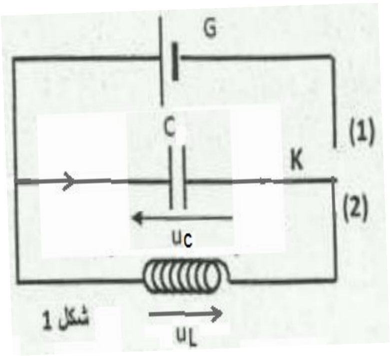
- تعبير الطاقة المخزونة في المكثف سعته C_2 هي: $E_2 = \frac{1}{2}C_2.U_2^2$

- نحسب النسبة $\frac{E_2}{E_1}$:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{2}C_2.U_2^2}{\frac{1}{2}C_1.U_1^2} = \frac{C_2}{C_1}.\left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 = \frac{C_2}{C_1}.\left(\frac{C_1}{C_2}\right)^2 = \frac{C_1}{C_2} = 2$$

- نستنتج أن: $E_2 = 2.E_1$

1.2- إثبات المعادلة التفاضلية لـ u_c بين مربطي المكثف المكافئ:



- تعبير سعة المكثف المكافئ هو: $C = \frac{C_1\times C_2}{C_1+C_2} = \frac{C_1\times 0,5.C_1}{C_1+0,5.C_1} = \frac{C_1}{3}$

- قانون إضافية التوترات: $u_L + u_c = 0$

- في اصطلاح المستقبل: $u_L = L.\frac{di}{dt} = L.\frac{d^2q}{dt^2} = LC.\frac{d^2u_c}{dt^2} = L\frac{C_1}{3}.\frac{d^2u_c}{dt^2}$

- نعوض في المعادلة السابقة: $\frac{LC_1}{3}.\frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0$

أو $\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{3}{LC_1}.u_c = 0$

2.2- * إيجاد تعبير الدور الخاص T_0:

- حل هذه المعادلة يكتب على الشكل التالي: $u_c(t) = E\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$

- نقوم بالاشتقاق مرتين لـ $u_c(t)$: $\frac{d^2u_c}{dt^2} = -(\frac{2.\pi}{T_0})^2.E.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$

- نعوض تعبير كل من $u_c(t)$ و $\frac{d^2u_c}{dt^2}$ في المعادلة التفاضلية الأخيرة:

$$-(\frac{2.\pi}{T_0})^2.E\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi) + \frac{3}{LC_1}.E\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi) = 0$$

$$\Rightarrow \left[-(\frac{2.\pi}{T_0})^2 + \frac{3}{LC_1}\right].\underbrace{E\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)}_{\neq 0} = 0$$

- نستنتج أن:

$$-(\frac{2.\pi}{T_0})^2+\frac{3}{LC_1}=0 \Rightarrow (\frac{2.\pi}{T_0})^2=\frac{3}{LC_1} \Rightarrow T_0^2=(2.\pi)^2\frac{LC_1}{3}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{T_0=2.\pi\sqrt{\frac{LC_1}{3}}}}$$

* استنتاج قيمة معامل التحريض:

- حسب الشكل 2 فإن الطاقة المغنطيسية $E_{m(t)}$ دالة دورية دورها $T=2ms$

- يكون دور التوتر $u_c(t)$ هو ضعف دور الطاقة $E_{m(t)}$، أي $T_0=2.T=4ms$

- من العلاقة السابقة نستنتج تعبير معامل التحريض: $\underline{\underline{L=\frac{3.T_0^2}{4.\pi^2.C_1}}}$

- ت.ع: $L=\frac{3\times(4.10^{-3})^2}{4\times\pi^2\times3.10^{-6}}=\underline{\underline{0,4H}}$

3.2- * إثبات أن الطاقة الكلية للدارة ثابتة خلال الزمن:

- تعبير الطاقة الكهربائية: $Ee=\frac{1}{2}Cu_c^2=\frac{1}{2}CE^2\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$

- تعبير الطاقة المغنطيسية:

$$Em=\frac{1}{2}.Li^2(t)=\frac{1}{2}L\left[\frac{dq(t)}{dt}\right]^2=\frac{1}{2}LC^2\left[\frac{du_c}{dt}\right]^2$$

$$\Rightarrow Em=\frac{1}{2}LC^2\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2E^2\sin^2(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi) \qquad avec \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{1}{LC}$$

$$\Rightarrow Em=\frac{1}{2}CE^2\sin^2(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$$

- نعلم أن الطاقة الكلية هي:

$$E_T=Ee+Em$$

$$E_T=\frac{1}{2}CE^2\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)+\frac{1}{2}CE^2\sin^2(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$$

$$E_T=\frac{1}{2}CE^2\left[\underbrace{\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)+\sin^2(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)}_{=1}\right]$$

$$\underline{E_T=\frac{1}{2}.C.E^2=\frac{1}{6}.C_1.E^2=cte}$$

$$=\frac{1}{6}\times3.10^{-6}\times12^2=\underline{72.10^{-6}J}$$

* تعيين قيمة الطاقة المخزونة في المكثف عند اللحظة $t = 2ms$:

- عند هذه اللحظة، فإن الطاقة المغنطيسية منعدمة حسب المنحنى الممثل في الشكل2: $Em(2ms) = 0$

- نعلم عند كل لحظة، فإن:

$$Ee(2ms)+Em(2ms)=E_T(2ms)$$
$$\Rightarrow Ee(2ms)+ \quad 0 \quad = E_T(2ms)$$
$$\Rightarrow Ee(2ms) = \underline{72.10^{-6} J = 72\mu J}$$

الجزء الثاني: دراسة ثنائي القطب RLC

1- حساب قيمة المقاومة R:

عند الرنين الكهربائي تتحقق: $R = \dfrac{U}{I_0} = \dfrac{30}{0,3} = \underline{\underline{100\Omega}}$

2- حساب قيمة التردد الخاص N_0:

نطبق العلاقة: $N_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \dfrac{1}{2\times\pi\sqrt{0,32\times5.10^{-6}}} \approx \underline{\underline{126Hz}}$

3- * مقارنة القدرتين P_0 و P:

- يكتب تعبير القدرة المتوسطة: $P = U.I.\cos(\varphi)$

عند حدي المنطقة الممررة فإن: $\varphi = \pi/4\ rad$ و $I = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$ ، ومنه $P = U.\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}.\cos(\pi/4) = \dfrac{U.I_0}{2}$

- عند الرنين الكهربائي $\varphi = 0$ و $I = I_0$ ، ومنه $P_0 = U.I_0.\cos(0) = U.I_0$

- بالمقارنة نجد أن: $P = \dfrac{P_0}{2}$

4-* مقارنة القدرتين P_{ext} و P:

- يكتب تعبير القدرة المتوسطة خارج المنطقة الممررة: $P_{ext} = U.I.\cos(\varphi)$

- لدينا $\cos(\varphi) < 1$ و $I < \dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$ ،

ومنه $P_{ext} = U.I.\cos(\varphi) < U.\dfrac{I_0}{\sqrt{2}} = \dfrac{P_0}{\sqrt{2}} = \dfrac{P_0}{2}.\sqrt{2}$

أي: $\underline{\underline{P_{ext} < P\sqrt{2}}}$

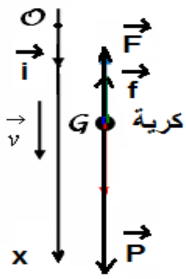
تمرين3: الميكانيك

الجزء الأول: دراسة حركة كرية داخل سائل لزج

1- يبرز منحنى الشكل2 وجود نظام انتقالي وآخر دائم حيث تبقى السرعة ثابتة وهي السرعة الحدية قيمتها مبيانيا هي:

$\underline{\underline{v_{\ell im} = 0,59 m.s^{-1}}}$

2- تمثيل متجهات القوى المطبقة على الكرية أثناء حركتها:



* وزنها $\vec{P}$ قوة رأسية نحو الأسفل،

* تأثير دافعة أرخميدس $\vec{F}$ قوة رأسية نحو الأعلى،

* تأثير قوة الاحتكاك المائع $\vec{f}$ قوة رأسية نحو الأعلى.

3- إيجاد المعادلة التفاضلية للسرعة $v(t)$:

- نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي، فنكتب: $\vec{P}+\vec{F}+\vec{f}=m.\vec{a}_G$

- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي Ox الموجه نحو الأسفل:

$$P-F-f=m.a_G \Rightarrow \rho_a.g.V-\rho_s.g.V-h.v=m.\frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt}=-\frac{h}{m}.v+(1-\frac{\rho_s}{\rho_a}).g$$

- نقارن بالمعادلة التفاضلية: $\frac{dv}{dt}=-\frac{h}{m}.v+\alpha.g \ (*)$

فنجد تعبير الثابتة α هو: $\underline{\underline{\alpha=1-\frac{\rho_s}{\rho_a}}}$

4- التحقق من الحل: $v(t)=\alpha.g.\frac{m}{h}\left[1-e^{-\frac{h}{m}.t}\right]$

- نشتق الدالة $v(t)$ بالنسبة للزمن فنجد: $\frac{dv}{dt}=\alpha.g.e^{-\frac{h}{m}.t}$

- نعوض تعبيري v و $\frac{dv}{dt}$ في المعادلة التفاضلية $(*)$: $\frac{dv}{dt}=-\frac{h}{m}.v+\alpha.g$

$$\alpha.g.e^{-\frac{h}{m}.t}=-\frac{h}{m}.\alpha.g.\frac{m}{h}\left[1-e^{-\frac{h}{m}.t}\right]+\alpha.g$$

$$\Rightarrow \alpha.g.e^{-\frac{h}{m}.t}=-\alpha.g\left[1-e^{-\frac{h}{m}.t}\right]+\alpha.g$$

$$\Rightarrow \alpha.g.e^{-\frac{h}{m}.t}=-\alpha.g+\alpha.g.e^{-\frac{h}{m}.t}+\alpha.g$$

$$\Rightarrow \alpha.g.e^{-\frac{h}{m}.t}=\alpha.g.e^{-\frac{h}{m}.t}$$

نستنتج أن التعبير $v(t)=\alpha.g.\frac{m}{h}\left[1-e^{-\frac{h}{m}.t}\right]$ حل للمعادلة التفاضلية $(*)$.

5- إبراز وجود سرعة حدية من المعادلة التفاضلية:

- في النظام الدائم تبقى السرعة ثابتة: $v=v_{\ell im}=Cte$ و $\frac{dv}{dt}=0$

- تكتب المعادلة التفاضلية في هذه الحالة: $0 = -\dfrac{h}{m}.v_{\ell im} + \alpha.g$

- نحصل على تعبير السرعة الحدية: $v_{\ell im} = \dfrac{\alpha.m.g}{h}$

- تطبيق عددي: $v_{\ell im} = \dfrac{0,92 \times 5.10^{-3} \times 9,81}{7,60.10^{-2}} = 0,59 m.s^{-1}$

6- * التحليل البعدي لتحديد وحدة المقدار $\dfrac{m}{h}$:

- من العلاقة $f = h.v$ نستنتج أن: $h = \dfrac{f}{v}$

- نبحث عن البعد التالي $\left[\dfrac{m}{h}\right]$: $\left[\dfrac{m}{h}\right] = \left[\dfrac{m.v}{f}\right] = \dfrac{M.[v]}{[f]} = \dfrac{M.L.T^{-1}}{M.L.T^{-2}} = T$

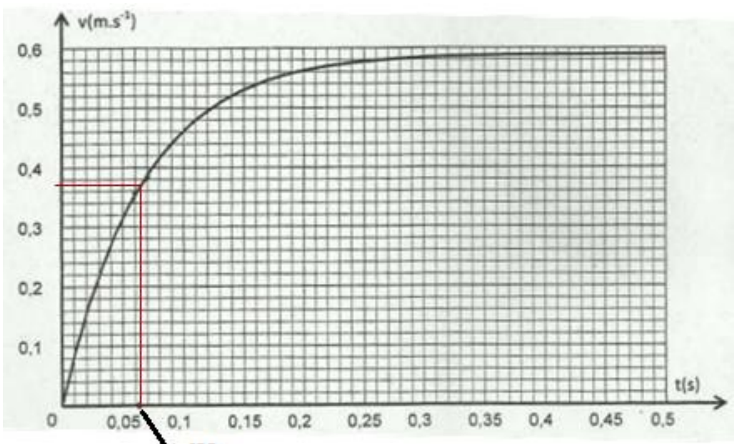
- نستنتج أن وحدة المقدار $\dfrac{m}{h}$ هي الثانية s.

* تحديد قيمة $\dfrac{m}{h}$ من المبيان:

- نضع $\tau = \dfrac{m}{h}$، ونحسب $v(\tau)$:

$$v(\tau) = \alpha.g.\frac{m}{h}\left[1 - e^{-\frac{h}{m}\times\tau}\right] = v_{\ell im}.\left[1 - e^{-1}\right] \approx 0,63.v_{\ell im}$$

$$\Rightarrow v(\tau) = 0,63 \times 0,59 = 0,37 m.s^{-1}$$



$\dfrac{m}{h} = 0,065s$

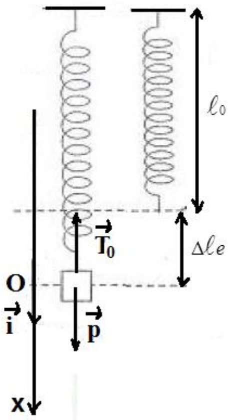
- عن طريق الإسقاط نجد:

$$\tau = \frac{m}{h} \approx 0,065 s$$

الجزء الثاني: الدراسة الطاقية لمتذبذب مخمد

1- التذبذبات الحرة غير المخمدة

1.1- قيمة $\Delta\ell_e$ إطالة النابض عند التوازن:



- عند التوازن فإن شدة وزن الجسم (S) تساوي شدة توتر النابض، أي:

$$T_0 = P$$
$$\Rightarrow K.\Delta\ell e = m.g$$
$$\Rightarrow \underline{\Delta\ell e = \frac{m.g}{K}}$$

- ت.ع: $\Delta\ell e = \dfrac{0,2\times 9,81}{20} = \underline{9,81.10^{-2}m = 9,81cm}$

2.1- إيجاد المعادلة التفاضلية لـ x :

- المجموعة المدروسة: {الجسم الصلب}
- جرد القوى المطبقة على هذه المجموعة:

وزنها $\vec{P}$ وتأثير قوة الارتداد $\vec{T}$.

- تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم $(O,\vec{i})$ الذي نعتبره غاليليا: $\sum\vec{F} = m\vec{a}_G \Leftarrow \vec{T} + \vec{F} = m\vec{a}_G$
- بإسقاط العلاقة المتجهية على المحور Ox

$$P - T = m.a_x \Rightarrow mg - K(\Delta\ell e + x) = m.\ddot{x} \Rightarrow \underbrace{mg - K\Delta\ell e}_{=0} - K.x = m.\ddot{x}$$

- نحصل على المعادلة التفاضلية: $m.\ddot{x} + K.x = 0$ أو $\underline{\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{K}{m}.x = 0}$

3.1- تحديد قيمة كل من الطور φ والقيمة القصوى x_m:

- عند اللحظة $t=0$، حسب المعطيات: $x(0) = 0$ و $\dot{x}(0) = v_0$
- حل المعادلة التفاضلية: $x(t) = x_m.\cos(\dfrac{2.\pi}{T_0}.t + \varphi)$ و $\dot{x}(t) = -\dfrac{2.\pi}{T_0}.x_m.\sin(\dfrac{2.\pi}{T_0}.t + \varphi)$

ومنه: $x(0) = x_m.\cos(\varphi)$ و $\dot{x}(0) = -\dfrac{2.\pi}{T_0}.x_m.\sin(\varphi)$

- بعد المطابقة نتوصل إلى: $x_m\cos(\varphi) = 0$ و $-\dfrac{2.\pi}{T_0}.x_m\sin(\varphi) = v_0$

- $\cos(\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = \pi/2$ أو $\varphi = -\pi/2$

- لدينا $\dot{x}(0) = v_0 > 0 \Rightarrow -\dfrac{2.\pi}{T_0}.x_m\sin(\varphi) = v_0 > 0 \Rightarrow \sin(\varphi) < 0 \Rightarrow \underline{\underline{\varphi = -\pi/2\,rad}}$

- نعوض $\varphi = -\pi/2\,rad$ في العلاقة $-\dfrac{2.\pi}{T_0}.x_m\sin(\varphi) = v_0$، فنجد: $x_m = \dfrac{T_0.v_0}{2.\pi}$ و $T_0 = 2.\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$

ومنه: $\underline{\underline{x_m = v_0.\sqrt{\dfrac{m}{K}}}}$

- ت.ع: $x_m = 0,5\times\sqrt{\dfrac{0,2}{20}} = \underline{\underline{5.10^{-2}m = 5cm}}$

2- طاقة المتذبذب

2.1- إيجاد تعبير طاقة الوضع للمتذبذب:

- طاقة الوضع المرنة هي: $E_{pe}=\frac{1}{2}K.\Delta\ell^2+Cte$

حسب الحالة المرجعية لهذه الطاقة فإن عند $\Delta\ell=0$ فإن $E_{pe}=0$ ومنه : $0=\frac{1}{2}K.0^2+Cte$

وبالتالي: $Cte=0$ ، فيكتب تعبير طاقة الوضع المرنة على الشكل: $E_{pe}=\frac{1}{2}K.\Delta\ell^2$ مع $\Delta\ell=x+\Delta\ell e$

ومنه: $E_{pe}=\frac{1}{2}K.(x+\Delta\ell e)^2$

- طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp}=-mg(x-x_0)$

- باعتبار الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية المستوى الأفقي المار من النقطة O، فإن: $x_0=0$

إذن يكتب تعبير هذه الطاقة: $E_{pp}=-mg.x$

- تعبير طاقة الوضع هو: $E_p=E_{pe}+E_{pp}$

ومنه: $$\underline{\underline{E_p=\frac{1}{2}K.(x+\Delta\ell e)^2-mg.x}}$$

2.2- تعبير سرعة مركز القصور عند مروره من موضع التوازن:

- يكتب تعبير الطاقة الميكانيكية: $E_m=E_c+E_p$

$$E_m=\frac{1}{2}m.v^2+\frac{1}{2}K.(x+\Delta\ell e)^2-mg.x$$

- تنحفظ الطاقة الميكانيكية في حالة انعدام الاحتكاكات:

$$E_m(x=0)=E_m(x=x_m)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m.v^2+\frac{1}{2}K.\Delta\ell e^2=\frac{1}{2}K.(x_m+\Delta\ell e)^2-mg.x_m$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m.v^2+\frac{1}{2}K.\Delta\ell e^2=\frac{1}{2}K.x_m^2+\frac{1}{2}K.\Delta\ell e^2+\underbrace{K.\Delta\ell e.x_m-mg.x_m}_{=0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m.v^2=\frac{1}{2}K.x_m^2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{v=x_m.\sqrt{\frac{K}{m}}}}$$

3- التذبذبات الحرة المخمدة

3.1- تعليل تناقص وسع التذبذبات:

يتناقص وسع التذبذبات بسبب وجود الاحتكاكات بين المتذبذب والمحيط الخارجي.

3.2- تحديد مبيانيا قيمة معامل الخمود μ :

- تصبح العلاقة $T=\dfrac{T_0}{\sqrt{1-(\dfrac{\mu.T_0}{4\pi.m})^2}}$ هي $1-(\dfrac{\mu.T_0}{4\pi.m})^2=(\dfrac{T_0}{T})^2$ ، أي: $(\dfrac{\mu.T_0}{4\pi.m})^2=1-(\dfrac{T_0}{T})^2$

ومنه:

$$\mu=\frac{4\pi.m}{T_0}\sqrt{1-(\frac{T_0}{T})^2}$$

- تطبيق عددي:

من المبيان شبه الدور هو: $T=16\times 0{,}04=0{,}64s$

أما قيمة الدور الخاص هي: $T_0=2.\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}=2.\pi\sqrt{\dfrac{0{,}2}{20}}=0{,}628s$

$$\mu=\frac{4\pi\times 0{,}2}{0{,}628}\sqrt{1-(\frac{0{,}628}{0{,}64})^2}\approx 0{,}77kg.s^{-1}$$