7	المعامل	NS23	الرياضيات	المادة
3	مدة الإنجاز		شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض (الترجمة الإسبانية)	الشعب(ة) أو المسلك

Informaciones generales

- Esta permitido el uso de calculadora no programable
- Duracion de la prueba : 3 horas
- Numero de paginas :3 paginas(la primera pagina contiene informaciones y las dos restantes contienen los ejercicios de la prueba)
- El alumno puede desarrollar los ejercicios del examen en el orden que desee
- Evitar el uso del color rojo en la redaccion de las respuestas
- Aunque algunos simbolos estan repetidos en mas de un ejercicio,cada uno de ellos esta relacionado con el ejercicio en el que se utiliza y no tiene ninguna relacion con los ejercicios anteriores o posteriores

Informaciones especificas

- La prueba se compone de cuatro ejercicios independientes y repartidos segun los siguientes dominios como sigue :

Ejercicio	Dominio	puntos atribuidos
Primer ejercicio	Resolucion de ecuaciones e inecuaciones logaritmicas	2.5 puntos
Segundo ejercicio	Sucesiones numericas	3 puntos
Tercer ejercicio	Numeros complejos	5 puntos
Cuarto ejercicio	Estudio de funcion y calculo integral	9.5 puntos

- En el primer ejercicio, ln designa el logaritmo neperiano .

PRUEBA

Primer ejercicio(2.5 puntos)

0.5 1) a) Resolver en $\mathbb{R}$ la ecuacion : $x^2+4x-5=0$

1 b) Resolver en el intervalo $]0,+\infty[$ la ecuacion : $\ln(x^2+5)=\ln(x+2)+\ln(2x)$

1 2) Resolver en el intervalo $]0,+\infty[$ la inecuacion : $\ln x+\ln(x+1)\geq\ln(x^2+1)$

Segundo ejercicio (3 puntos)

Sea (u_n) la sucesion numerica definida por: $u_0=1$ y $u_{n+1}=\dfrac{u_n}{5+8u_n}$ para todo n en $\mathbb{N}$.

0.5 1) Demostrar por induccion que $u_n>0$ para todo n en $\mathbb{N}$.

2) Se pone : $v_n=\dfrac{1}{u_n}+2$ para todo n en $\mathbb{N}$.

1.5 a) Demostrar que (v_n) es una sucesion geometrica de razon 5 y escribir v_n en funcion de n

1 b) Demostrar que $u_n=\dfrac{1}{3\times5^n-2}$ para todo n en $\mathbb{N}$ y calcular el limite de la sucesion (u_n)

Tercer ejercicio(5 puntos)

1 1)Resolver en el conjunto de los numeros complejos $\mathbb{C}$ la ecuacion $z^2-18z+82=0$.

2) Se consideran en el plano complejo provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $(O,\vec{u},\vec{v})$ los puntos A, B y C cuyos afijos son respectivamente $a=9+i$, $b=9-i$ y $c=11-i$

1 a) Demostrar que $\dfrac{c-b}{a-b}=-i$ y deducir que el triangulo ABC es rectangulo e isosceles en B .

0.5 b) Escribir en forma polar el numero complejo $4(1-i)$.

1 c) Demostrar que $(c-a)(c-b)=4(1-i)$ y luego deducir que : $AC\times BC=4\sqrt{2}$

1.5 d) Sea z el afijo de un punto M del plano y sea z' el afijo del punto M' imagen de M por el giro R de centro B y de angulo $\dfrac{3\pi}{2}$.

Demostrar que $z'=-iz+10+8i$ y verificar que el afijo del punto C' imagen del punto C por el giro R es $9-3i$.

Cuarto ejercicio (9.5 puntos)

I- Se considera la funcion numerica g definida sobre $\mathbb{R}$ por $g(x)=(1-x)e^{x}-1$.

0.5 1) a) Demostrar que $g'(x)=-xe^{x}$ para todo x en $\mathbb{R}$.

0.75 b) Demostrar que la funcion g decrece en $[0,+\infty[$ y crece en $]-\infty,0]$ y verificar que $g(0)=0$

0.5 2) Deducir que $g(x)\leq 0$ para todo x en $\mathbb{R}$.

II- Sea f la funcion numerica definida sobre $\mathbb{R}$ por lo siguiente : $f(x)=(2-x)\,e^{x}-x$

y sea (C) la grafica de f en un sistema de referencia ortonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unidad $1cm$) .

0.5 1) a) Demostrar que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.

0.75 b) Demostrar que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ y deducir que la curva (C) admite una rama parabolica en el entorno de $+\infty$, se determina su direccion .

0.75 2) a) Demostrar que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ y calcular $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x]$ (Recordamos que : $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{x}=0$).

0.25 b)Demostrar que la recta (D) de ecuacion $y=-x$ es asintota a la grafica (C) en el entorno de $-\infty$.

0.5 3) a)Demostrar que $f'(x)=g(x)$ para todo x en $\mathbb{R}$.

0.25 b)Interpretar graficamente el resultado $f'(0)=0$.

0.5 c)Demostrar que f es estrictamente decreciente sobre $\mathbb{R}$ y dar la tabla de variaciones de f

0.5 4)Demostrar que la ecuacion $f(x)=0$ admite una solucion unica α en $\mathbb{R}$

y que $\dfrac{3}{2}<\alpha<2$ (Se admite que $e^{\frac{3}{2}}>3$) .

0.5 5) a) Resolver en $\mathbb{R}$ la ecuacion $f(x)+x=0$ y deducir que (C) y (D) se cortan en $A(2,-2)$.

0.25 b) Estudiar el signo de $f(x)+x$ sobre $\mathbb{R}$.

0.25 c) Deducir que (C) esta por encima de (D) en $]-\infty,2[$ y por debajo de (D) en $]2,+\infty[$.

0.5 6) a) Demostrar que (C) tiene un unico punto de inflexion de coordenadas $(0,2)$.

1 b) Trazar la recta (D) y la grafica (C) en el mismo sistema de referencia $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1 7) a) Usando una integracion por partes,demostrar que $\int_{-1}^{0}(2-x)e^{x}\,dx=3-\dfrac{4}{e}$

0.25 b) Deducir en cm^2 el area del recinto del plano limitado por (C), (D) , y las rectas de ecuaciones $x=-1$ y $x=0$