المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
و التعليم العالي
و تكوين الأطر
و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الإستدراكية 2010
الموضوع

المـــــــادة:	الرياضيات	RS23	المعامل:	7
الشعـــب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض (الترجمة الإسبانية)		مدة الإنجاز:	3

Informaciones generales

- Esta permitido el uso de calculadora no programable
- Tiempo para re'alizar la prueba : 3 horas
- Numero de paginas :3 paginas(la primera pagina contiene informaciones y las dos restantes contiene los ejercicios del examen
- El candidato puede realizar los ejercicios del examen segun el orden que le conviene
- Hay que evitar el uso del color rojo en la redaccion de las respuestas
- Aunque algunos simbolos estan repetidos en mas de un ejercicio,cada uno de ellos esta relacionado con el ejercicio en el que se utiliza y no tiene ninguna relacion con los ejercicios anteriores o posteriores

Informaciones especificas

- La prueba se compone de cinco ejercicios independientes entre si y repartidos segun los siguientes dominios como sigue :

Ejercicio	Dominio	puntos atribuidos
Primer ejercicio	Geometria del espacio	3 puntos
Segundo ejercicio	Numeros complejos	3 puntos
Tercer ejercicio	Calculo de probabilidades	3 puntos
Cuarto ejercicio	Suseciones numericas	3 puntos
Quinto ejercicio	Estudio de funciones y calculo integral	8 puntos

- En el quinto ejercicio, ln simboliza la funcion logaritmo neperiano

PRUEBA

Primer ejercicio(3puntos)

Consideramos en el espacio provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ los puntos $A(0,-2,0)$, $B(1,1,-4)$ y $C(0,1,-4)$ y (S) el conjunto de los puntos $M(x,y,z)$ tales que :
$x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$

0.5 1)Demostrar que (S) es la esfera de centro $\Omega(1,2,3)$ y de radio 5

1 2) a) Demostrar que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=4\vec{j}+3\vec{k}$ y deducir que $4y+3z+8=0$ es una ecuacion continua del plano (ABC)

0.5 b) Calcular $d\left(\Omega,(ABC)\right)$ y deducir que el plano (ABC) es tangente a la esfera (S)

3) Sea (Δ) la recta que pasa por el punto Ω y que es perpendicular al plano (ABC)

0.5 a)Demostrar que $\begin{cases} x=1 \\ y=2+4t \\ z=3+3t \end{cases}$ $(t\in I\!R)$ es una representacion parametrica de la recta (Δ)

0.25 b)Demostrarque la terna de coordenadas del punto H de corte entre la recta (Δ) y el plano (ABC) es $(1,-2,0)$

0.25 c) Verificar que el punto H es el punto de contacto entre el plano (ABC) y la esfera (S)

Segundo ejercicio(3puntos)

1 1) Resolver en el conjunto de los numeros complejos la ecuacion : $z^2-8\sqrt{3}\,z+64=0$

2) En el plano complejo provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $(O,\vec{u},\vec{v})$, consideramos los puntos A, B y C cuyos afijos son respectivamente $a=8i$, $b=4\sqrt{3}-4i$ y $c=2\left(4\sqrt{3}+4i\right)$

Sea z el afijo de un punto M del plano y z' el afijo del punto M' imagen de M por el giro R de centro O y de angulo $\dfrac{4\pi}{3}$

0.5 a)Demostrar que $z'=\left(-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)z$

0.25 b) Verificar que el punto B es la imagen de A por el giro R

0.75 c)Demostrar que $\dfrac{a-b}{c-b}=\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ y escribir el numero $\dfrac{a-b}{c-b}$ en forma polar

0.5 d) Deducir que el triangulo ABC es equilatero

Tercer ejercicio(3puntos)

Una urna contiene ocho bolas qaue llevan los numeros 1 , 1 , 1 , 2 , 2 , 2 , 3 , 3
(las bolas son indiscernables al tacto)
Extraemos ,al azar y sucesivamente (una tras otra) y sin reemplazo dos bolas de la urna.

1.25 1)Sea A el suceso « Obtener dosz bolas de manera que una de ellas al menos lleva el numero 2 »
Y B el suceso « Obtener dos bolas que llevan las dos el numero 3 »
Demostrar que y $P(A)=\dfrac{3}{28}$ que $P(B)=\dfrac{13}{28}$

2) Sea X la variable aleatoria que asicia a cada extraccion el numero de bolas que llevan un numero impar

0.25 a)Determinar los valores que toma la variable aleatoria X

0.75 b) Demostrar que $P(X=1)=\dfrac{15}{28}$

0.75 c)Dar la ley de probabilidad de la variable aleatoria X

Cuarto ejercicio(3puntos)

Consideramos la sucesion numerica (u_n) definida por lo siguiente :

$$u_0 = 1 \text{ y } u_{n+1} = \frac{3u_n}{21+u_n} \quad \text{para todo } n \text{ en } I\!N$$

0.5 1) Demostrar que $u_n > 0$ para todo n en $I\!N$

0.75 2) Demostrar que $u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n$ para todo n en $I\!N$

0.5 3) Demostrar que la sucesion (u_n) es decreciente y que es convergente

0.75 4) a)Demostrar por induccion que : $u_n \leq \left(\frac{1}{7}\right)^n$ para todo n en $I\!N$

0.5 b) Hallar el limite de la sucesion (u_n)

Quinto ejercicio(8puntos)

I) Consideramos la funcion numerica g definida sobre $]0,+\infty[$ por $g(x) = x^3 - x - 2\ln x + 3$

0.25 1) a) Verificar que $3x^3 - x - 2 = (x-1)(3x^2+3x+2)$ para todo x en $]0,+\infty[$

0.5 b)Demostrar que $g'(x) = \frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$ para todo x en $]0,+\infty[$

0.25 2)a) Verificar que $\frac{3x^2+3x+2}{x} > 0$ para todo x en $]0,+\infty[$

0.5 b)Deducir que el signo de $g'(x)$ es el signo de $x-1$ sobre $]0,+\infty[$

0.5 3) a) Demostrar que la funcion g decrece sobre $]0,1]$ y crece sobre $[1,+\infty[$

0.5 b)Deducir que $g(x) > 0$ para todo x en $]0,+\infty[$ (Observar que $g(1) > 0$)

II) Sea la funcion numerica f definida sobre $]0,+\infty[$ por lo siguiente : $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+\ln x}{x^2}$

Sea (C) la curva de f en un sistema de referencia ortonormal $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ (Se toma : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$)

1 1) Demostrar que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ para todo x en $]0,+\infty[$ y luego deducir que f crece sobre $]0,+\infty[$

0.5 2) a) Demostrar que $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ x>0}} f(x) = -\infty$ e interpretar geometricamente este resultado

0.75 b) Demostrar que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x-1+\ln x}{x^2} = 0$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ que (Recordamos que : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$)

0.5 c)Demostrar que la recta (Δ) de ecuacion $y = x-1$ es una asintota a (C) en el entorno de $+\infty$

0.5 3)Demostrar que $y = 3(x-1)$ es una ecuacion de la recta tangente a la curva (C) en el punto de coordenadas $(1,0)$

0.75 4) Dibujar (Δ) y (C) (Se admite que (C) posee un unico punto de inflexion que no se pide hallar)

1 5)a) por integracion por partes,demostrar que: $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx = \frac{e-2}{e}$ (Poner: $u'(x) = \frac{1}{x^2}$ y $v(x) = \ln x$)

0.5 b) Demostrar que el area del recinto plano limitado por (C) y (Δ) y las dos rectas de ecuaciones $x = 1$ y $x = e$ es $\left(1 - \frac{1}{e}\right)cm^2$