

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة العادية: 2005)

مدة الإنجاز: 2س و 30د
المعامل : 4

المادة: الرياضيات
الشعبة: العلوم الاقتصادية

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية الغير القابلة للبرمجة

الموضوع :

التمرين الأول (3 ن)

- 1- احسب التكامل I التالي : $I = \int_0^1 \frac{x}{(x^2 + 4)} dx$
- 2- باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب التكامل J التالي : $J = \int_1^e (x^2 + 3) \ln x dx$ ($\ln$ يرمز للوغاريتم النبيري)
- 3- بوضع $t = \sqrt{e^x - 2}$ احسب التكامل K التالي : $K = \int_{\ln 2}^{\ln 3} e^x \sqrt{e^x - 2} dx$

التمرين الثاني (4,5 ن)

- لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة ب: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n - \frac{1}{4}$ لكل n من $\mathbb{N}$
- و لتكن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة ب: $v_n = 3u_n + 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.
- 1- أ- بين أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية محددا أساسها q وحدها الأول v_0 .
 - ب- اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n = \frac{1}{3} \left(7 \left(\frac{1}{4} \right)^n - 1 \right)$ لكل n من $\mathbb{N}$.
 - ج- احسب النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
 - 2- نضع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$.
 - أ- احسب S_n بدلالة n .
 - ب- استنتج حساب S'_n بدلالة n حيث $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$.
 - ج- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S'_n$.

التمرين الثالث (8 ن)

- نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = (x+1) - \ln(e^x + 1)$
- وليكن (C) المنحنى الممثل لها في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
- 1- أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.
 - 2- أ- بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = 1 - \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right)$.
 - ب- استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة.
 - 3- احسب $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ واعط جدول تغيرات الدالة f .
 - 4- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]-1, 0[$ بحيث $f(\alpha) = 0$ (نأخذ $\ln 2 \approx 0,7$).
 - 5- أنشئ المنحنى (C) .

- 6- ليكن g قصور الدالة f على المجال $I = [0, +\infty[$.
أ- بين أن g تقابل من I نحو مجال J يتعين تحديده .
ب- ليكن g^{-1} التقابل العكسي للدالة g . أنشئ بلون مغاير، التمثيل المبياني للدالة g^{-1} في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

التمرين الرابع (4,5 ن)

- يحتوي كيس على أربع كرات تحمل الرقم 1 وثلاث كرات تحمل الرقم 0
(I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس ونفترض أن جميع الكرات لها نفس احتمال السحب.
ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بمجموع الأرقام التي تحملها الكرات المسحوبة من الكيس
1- اعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .
2- احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .
(II) نسحب بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الكيس .
1- بين أن احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1 في المرة الأولى هو $\frac{4}{7}$.
2- احسب احتمال سحب كرة واحدة على الأكثر تحمل الرقم 0 علما أن الكرة المسحوبة في المرة الأولى تحمل الرقم 1 .