

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطة $A(0,0,1)$ والمستوى (P) الذي معادلته $2x + y - 2z - 7 = 0$ والكرة (S) التي مركزها $\Omega(0,3,-2)$ وشعاعها هو 3

(1) 0.5 أ- بين أن : $(t \in \mathbb{R})$ $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ) المار من النقطة A والعمودي على (P)

0.5 ب- تحقق من أن $H(2,1,-1)$ هي نقطة تقاطع المستوى (P) والمستقيم (Δ)

(2) 0.75 أ- بين أن $\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u} = 3(\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k})$ حيث $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$  0.5 ب- بين أن مسافة النقطة Ω عن المستقيم (Δ) تساوي 3

0.75 ج- استنتج أن المستقيم (Δ) مماس للكرة (S) و تحقق من أن H هي نقطة تماس المستقيم (Δ) والكرة (S)

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي : $u_1 = 5$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{1 + u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$ (1) 0.75 بين بالترجع أن $u_n > 2$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

(2) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي : $v_n = \frac{3}{u_n - 2}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

أ- بين أن $v_{n+1} = \frac{1 + u_n}{u_n - 2}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$ ثم بين أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ حسابية أساسها 1 (1)

ب- اكتب v_n بدلالة n و استنتج أن $u_n = 2 + \frac{3}{n}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$ (0.75)

ج- حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ (0.5)

التمرين الثالث (3 ن)

لتحديد سؤالي اختبار شفوي خاص بمباراة توظيف، يسحب مترشح، عشوائيا، بالنتابع و بدون إحلال بطاقتين من صندوق يحتوي على 10 بطاقات : ثمان بطاقات تتعلق بمادة الرياضيات و بطاقتان تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية (نعتبر أنه لا يمكن التمييز بين البطاقات باللمس).

(1) 1.5 نعتبر الحدث A : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية " و الحدث B : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادتين مختلفتين "

 بين أن $p(A) = \frac{1}{45}$ و $p(B) = \frac{16}{45}$

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد البطاقات المسحوبة المتعلقة بمادة اللغة الفرنسية

أ- تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 (0.25)

ب- بين أن $p(X=0) = \frac{28}{45}$ ثم أعط قانون احتمال X (1.25)

التمرين الرابع (3 ن)

- 0.75 (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 4z + 5 = 0$
- 0.25 (2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C و D و Ω التي أحاقها على التوالي هي : $a = 2 + i$ و $b = 2 - i$ و $c = i$ و $d = -i$ و $\omega = 1$
- 0.5 أ- بين أن $\frac{a - \omega}{b - \omega} = i$
- 0.5 ب- استنتج أن المثلث ΩAB قائم الزاوية و متساوي الساقين في Ω
- 0.5 (3) ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$
- 0.5 أ- بين أن : $z' = iz + 1 - i$
- 0.5 ب- تحقق من أن $R(A) = C$ و $R(D) = B$
- 0.5 ج- بين أن النقط A و B و C و D تنتمي إلى نفس الدائرة محددًا مركزها

التمرين الخامس (8 ن)

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = (xe^x - 1)e^x$
- و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة : 2 cm)
- 0.75 (1) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و أول النتيجة هندسيا
- 0.75 (2) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$
- 0.5 ب- استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعًا شلجيميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه
- 1 (3) أ- بين أن $f'(x) = e^x(e^x - 1 + 2xe^x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم تحقق من أن $f'(0) = 0$
- 0.5 ب- بين أن $e^x - 1 \geq 0$ لكل x من $[0, +\infty[$ و أن $e^x - 1 \leq 0$ لكل x من $]-\infty, 0]$
- 1.25 ج- بين أن الدالة f تزايدية على $[0, +\infty[$ و تناقصية على $]-\infty, 0]$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$
- 0.75 (4) أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $[0, +\infty[$ و أن $\frac{1}{2} < \alpha < 1$ (نقبل أن $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}} < 1$)
- 0.75 ب- أنشئ (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة غير مطلوب تحديدها)
- 0.75 (5) باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_0^{\frac{1}{2}} xe^{2x} dx = \frac{1}{4}$
- 1 (6) احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$