| المملكة المغربية<br>وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي<br>و تكوين الاطر و ا لبحث العلمي<br>قطاع التربية الوطنية | الإمتحان الوطني الموحد للباكالوريا<br>( الدورة العادية : 2006 )<br>مادة الرياضيات | الشعب : العلوم التجريبية – العلوم التجريبية الأصلية – العلوم الزراعية<br>مدة الإنجاز : 3 ساعات<br>المعامل : 7 |
|---|---|---|

التمرين الأول: ( نقطتان )

0.75 1 ) حل المعادلة التفاضلية : $y'' - 6y' + 9y = 0$

2 ) نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $(E) : y'' - 6y' + 9y = 2e^{3x}$

0.75 أ - بين أن الدالة $u$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي : $u(x) = x^2 e^{3x}$ هي حل خاص للمعادلة $(E)$.

0.5 ب - أعط الحل العام للمعادلة $(E)$.

التمرين الثاني : ( أر بع نقط )

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2\sqrt{3}(1+i)z + 8i = 0$

نرمز ب $z_1$ و $z_2$ لحلي المعادلة بحيث $\mathrm{Re}(z_1) > \mathrm{Re}(z_2)$

0.75 1 ) حدد $z_1$ و $z_2$ . ( لاحظ أن : $(1-i)^2 = -2i$ )

1 2 ) أ - بين أن : $z_1^2 = 4(\sqrt{3}+i)$ و $z_2 = i\overline{z_1}$ .

0.25 ب - أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $4(\sqrt{3}+i)$ .

1 ج - آ ستنتج الشكل المثلثي لكل من العددين $z_1$ و $z_2$ .

1 3 ) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(o;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي $z_1$ و $z_2$.

أحسب $\arg(\frac{z_2}{z_1})$ ثم آستنتج أ ن المثلث OAB متساوي أضلاع .

التمرين الثالث : ( أربع نقط )

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,-1,3)$ و المستوى $(P)$ الذي معادلته : $x - y + 3z = 0$ .

0.5 1 ) أ - تحقق من أن : $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم $(OA)$ .

0.75 ب - حدد معادلة ديكارتية للمستوى $(Q)$ العمودي على المستقيم في النقطة A .

0.25 ج - تحقق من أن $(P)$ يوازي المستوى $(Q)$ .

2 ) نعتبر الفلكة $(S)$ المماسة للمستوى $(Q)$ في A و التي يقطعها المستوى $(P)$ وفق الدائرة $\Gamma$ التي مركزها O و شعاعها $\sqrt{33}$.

| | |
|---|---|
| 0.75 | أ - بين أن $\Omega(a,b,c)$ مركز الفلكة (S) ينتمي إلى (OA) ثم آستنتج أن $b=-a$ و $c=3a$ . |
| 1.25 | ب - بين أن : $\Omega A^2-\Omega O^2=33$ ثم آستنتج أن $a-b+3c=-11$ . |
| 0.5 | ج - آستنتج إحداثيات $\Omega$ مركز الفلكة (S) ثم بين أن شعاعها يساوي $2\sqrt{11}$ . |

مسألة : ( 10نقط)

I ) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بمايلي: $g(x)=\ln(1+x)-x$ .

| | |
|---|---|
| 0.75 | 1) أ – أحسب $g'(x)$ لكل x من $]-1,+\infty[$ ثم بين أن الدالة g تناقصية قطعا على $[0,+\infty[$ . |
| 0.25 | ب – آستنتج أن : $g(x)\le 0$ لكل x من $[0,+\infty[$ . |
| 0.5 | 2) بين أن: $0\prec \ln(1+x)\prec x$ لكل x من $]0,+\infty[$ . |

II ) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

و (C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ . ( الوحدة 1cm )

| | |
|---|---|
| 0.5 | 1 ) بين أن حيز تعريف الدالة f هو : $D=]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ . |
| 0.5 | 2 ) أ - بين أن f دالة فردية . |
| 0.5 | ب - أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$ |
| 0.75 | 3 ) أ – بين أن : $\forall x\in D \quad f'(x)=\frac{x^2-3}{x^2-1}$ |
| 0.5 | ب - آستنتج تغيرات الدالة f على المجال $]1,+\infty[$ . |
| 0.25 | 4 ) أ - تحقق من أن المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C). |
| 0.5 | ب - أدرس إشارة $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ ( يمكن ملاحظة أن : $\forall x\in D \quad \frac{x+1}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$ ) |
| 0.25 | ج - آستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم $(\Delta)$ . |
| 1 | 5 ) أنشئ (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ( نأخذ $\sqrt{3}\approx 1,7$ و $f(\sqrt{3})\approx 3$ ) |
| 1.25 | 6 ) أ - بين أن : $\int_2^4 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)dx=5\ln 5-6\ln 3$ ( يمكن آستعمال مكاملة بالأجزاء ) |
| 0.25 | ب – آستنتج ب $cm^2$ مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها على التوالي : $x=2$ و $x=4$ و $y=x$ . |

III ) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\ge 2}$ المعرفة بما يلي : $u_n=f(n)-n$ لكل n من $IN^*-\{1\}$

| | |
|---|---|
| 0.25 | 1 ) أ – تحقق من أن $u_n=\ln\left(1+\frac{2}{n-1}\right)$ لكل n من $IN^*-\{1\}$ . |

| | |
|---|---|
| 0.75 | ب - بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 2}$ تناقصية . |
| 0.5 | 2 ) أ - بين أن $0 \prec u_n \prec \frac{2}{n-1}$ لكل n من $IN^* - \{1\}$ . ( يمكن آستعمال نتيجة السؤال I ) 2 ) ( ) |
| 0.5 | ب - أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ . |