الشعبة: ع تجريبية – ع أ ص – ع ز	الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريا	المملكة المغربية
المدة: 3 ساعات	دورة يونيو 2004	وزارة التربية الوطنية و الشباب

التمرين1 (3.50)

الفضاء(E) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

لتكن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ حيث $x^2+y^2+z^2-4y+2z+2=0$

1- بين أن (S) فلكة مركزها $\Omega(0;2;-1)$ و شعاعها $\sqrt{3}$.

2- أ- تحقق أن $A(-1;1;0)\in(S)$.

ب- أكتب معادلة المستوى (P) المماس للفلكة (S) عند النقطة A

3- تحقق من أن : $x+y+z-2=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (Q) المار من $B(1;3;-2)$ و $\vec{n}(1;1;1)$ منظمية عليه

التمرين2 (3.50)

نعتبر المعادلة $(E):\quad z\in\mathbb{C}\quad z^2-4iz-4(1+i)=0$

نرمز لـ z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E) حيث $R(z_1)\succ 0$

1- بين أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta=\left[2\sqrt{2}(1+i)^2\right]$ ثم حدد z_1 و z_2

2- نضع $a=2i\quad;\quad b=\sqrt{2}(1+i)$

تحقق أن $z_1=a+b\quad;\quad z_2=a-b$ و أكتب a و b على الشكل المثلثي.

3- في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{u};\vec{v})$، نعتبر النقط **A** و **B** و **C** التي ألحاقها على التوالي هي a و b و z_1 .

أ- مثل النقط **A** و **B** و **C** و تحقق أن $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ و أن $OA=OB$

ب- استنتج أن **OBC A** معين ثم أن $\arg(z_1)\equiv\dfrac{3\pi}{8}\quad[2\pi]$

التمرين3 (03)

يحتوي كيس على تسع بيدقات لا يمكن التمييز بينها باللمس بيدقتان بيضاوان تحملان الرقم **1** وثلاثة بيدقات تحمل حمراء تحمل الأرقام **1** ، **1** ، **2** و أربع بيدقات سوداء تحمل الأرقام **1** ، **1** ، **2**، **2**

نسحب من عشوائيا في ان واحد ثلاث بيدقات من الكيس.

1- أحسب احتمال كل منالأحداث:

A : " البيدقات الثلاث المسحوبة مختلفة اللون (بيدقة من كل لون) "

B : " البيدقات الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم "

C : " من بين البدقات المسحوبة توجد على الأقل بيدقة واحدة حمراء"

2- أحسب احتمال $A\cap B$

10

المسألة

(I) نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^{x}+1}$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- تحقق أن $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^{x}+1}$ $\forall x\in\mathbb{R}$.

ب- بين أن الدالة f فردية

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) أ- بين أن $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}\right)$ $\forall x\in\mathbb{R}$.

ب- أعط جدول تغيرات f على $\mathbb{R}^{+}$

ج- استنتج أن $1-\frac{2}{e^{x}+1}\prec\frac{1}{2}x$ $\forall x\in\mathbb{R}^{+}$

4) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]=0$ **ثم أول هندسيا هذه النتيجة.**

5) أنشئ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيم ذا المعادلة $y=1-\frac{1}{2}x$ ثم أنشئ المنحنى (C).

6) أ- بو ضع $t=e^{-x}$ بين أن $\int_{-1}^{0}\frac{1}{1+e^{x}}dx=\ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$

ب- أحسب مساحة الحيز المحصور بين (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=-1$ و $x=0$.

(II) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$$u_0=1 \text{ و } u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}\quad \forall n\in\mathbb{N}$$

-1 بين بالترجع أن $u_n\succ 0$ $\forall n\in\mathbb{N}$

-2 أ – تحقق باستعمال نتيجة السؤال الثالث من الجزء الأول أن : $u_{n+1}\prec\frac{1}{2}u_n$ $\forall n\in\mathbb{N}$

ب - استنتج أن المتتالية (u_n) تناقصية.

-3 بين أن $u_n\prec\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$ $\forall n\in\mathbb{N}$ **ثم أحسب** $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$

SAID BOUZAWIT - lycée Abdelali Benchakroune

الدورة العادية 2004

التمرين الأول :

1) لدينا $x^2+y^2+z^2-4y+2z+2=x^2+(y-2)^2+(z+1)^2-3$

إذن $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$ معادلة ديكارتية ل(S) فلكة مركزها $\Omega\ (0,2,-1)$

و شعاعها $r=\sqrt{3}$.

2) أ- $\Omega A=\sqrt{3} \Rightarrow A\in(S)$.

ب- $M(x,y,z)\in(P) \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega A}.\overrightarrow{AM}=0 \Leftrightarrow x+y-z=0$.

3) أ- $\vec{n}(1,1,1)$ منظمية على (Q) $\Leftarrow (Q):x+y+z+d=0$ و $B\in(Q) \Leftarrow d=-2$.

ب- $(Q) \Leftarrow d\prec r \Leftarrow d(\Omega,(Q))=\frac{|0+2-1-2|}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ يقطع (S) وفق دائرة شعاعها

$R=\sqrt{r^2-d^2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ و مركزها $H(a,b,c)$ المسقط العمودي ل Ω على (Q) .

إذن : $H\left(\frac{1}{3},\frac{7}{3},-\frac{1}{3}\right) \Leftarrow t=\frac{1}{3} \Leftarrow \exists t\in IR/\begin{cases} a=t \\ b=2+t \\ c=-1+t \\ a+b+c-2=0 \end{cases}$.

التمرين الثاني :

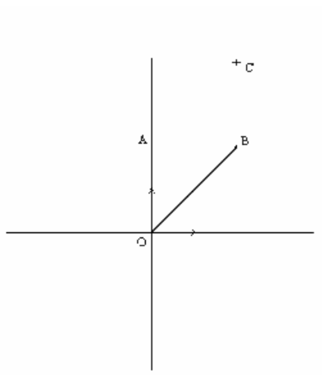
1) $\Delta=-16+16(1+i)=16i$ و $2i=(1+i)^2 \Rightarrow \Delta=\left(2\sqrt{2}(1+i)\right)^2$.

$z'=2i-2\sqrt{2}(1+i)=-2\sqrt{2}+\left(2-2\sqrt{2}\right)i$ و $z''=2i+2\sqrt{2}(1+i)=2\sqrt{2}+\left(2+2\sqrt{2}\right)i$

$\mathrm{Re}(z'')\succ 0 \Rightarrow z''=z_1$ و $z'=z_2$.

2) $a=\left[2,\frac{\pi}{2}\right]$ و $b=\left[2,\frac{\pi}{4}\right]$.

3) أ-



$aff(C)=aff(A)+aff(B) \Rightarrow \overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$

$\frac{OA}{OB}=\frac{|a|}{|b|}=1 \Rightarrow OA=OB$.

ب- $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB} \Rightarrow OBCA$ متوازي الأضلاع

$OA=OB \Rightarrow OBCA$ معين . $\arg(z_1)\equiv\left(\vec{e}_1,\overrightarrow{OC}\right)[2\pi]$.

$(\vec{e}_1,\overrightarrow{OC}) \equiv (\vec{e}_1,\overrightarrow{OB})+(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})[2\pi] \Rightarrow (\vec{e}_1,\overrightarrow{OC}) \equiv \arg(b)+\frac{1}{2}(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA}) \equiv \frac{3\pi}{8}[2\pi]$.

التمرين الثالث :

(1 $p(A)=\frac{C_2^1C_3^1C_4^1}{C_9^3}=\frac{2}{7}$ ، $p(B)=\frac{C_5^3+C_4^3}{C_9^3}=\frac{1}{6}$

$p(C)=1-p(\overline{C})$ ($\overline{C}$: "لا توجد أي بيدقة حمراء من بين البيدقات المسحوبة")

$p(\overline{C})=\frac{C_6^3}{C_9^3}=\frac{5}{21} \Rightarrow p(C)=\frac{16}{21}$

(2 $A\cap B$: "$B_1R_1N_1$" $\Rightarrow p(A\cap B)=\frac{C_2^1C_1^1C_2^1}{C_9^3}=\frac{1}{21}$.

التمرين الرابع :

(1 أ- $\frac{1}{e^{-x}+1}=\frac{e^x}{1+e^x}=\frac{e^x+1-1}{1+e^x}=1-\frac{1}{e^x+1}$ ، $\forall x\in IR$.

ب- IR متماثل بالنسبة للصفر

و $\forall x\in IR,\quad f(-x)=1+\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^{-x}+1}=1+\frac{1}{2}x-2\left(1-\frac{1}{e^x+1}\right)=-f(x)$

(2 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.

(3 أ- $\forall x\in IR,\quad f'(x)=-\frac{1}{2}+\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^{2x}-2e^x+1}{(e^x+1)^2}\right)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$.

ب- لكل x من IR^+ لدينا $f'(x)\prec 0 \Rightarrow$ f تناقصية قطعا على IR^+ ، إذن :

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	0 --	
$f(x)$	0 ↘	$-\infty$

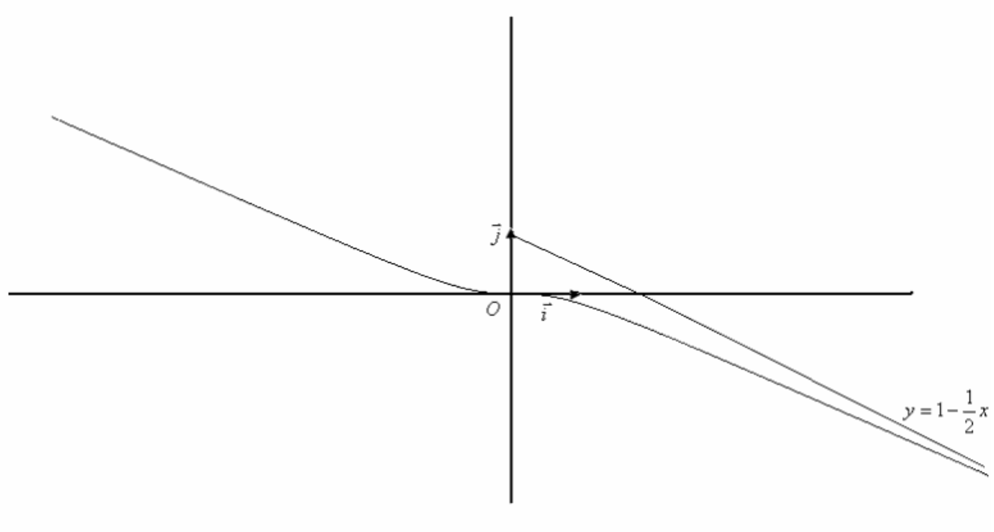
ج- f تناقصية قطعا على IR^+ ، إذن : $x\geq 0 \Rightarrow f(x)\leq f(0)$ يعني $1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}\leq 0$

و منه $\forall x\in IR^+ \quad : 1-\frac{2}{e^x+1}\leq\frac{1}{2}x$.

(4 $\lim_{x\to+\infty} e^x=+\infty \Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]=0$.

(C) يقبل مقاربا مائلا بجوار $+\infty$ معادلته $y=1-\frac{1}{2}x$

5) المنحنى



6) أ- $t=e^{-x} \Rightarrow dx=-\frac{dt}{t}$ إذن $\int_{-1}^{0}\frac{1}{1+e^{x}}\,dx=\int_{e}^{1}\frac{t}{1+t}\left(-\frac{dt}{t}\right)=-\int_{e}^{1}\frac{1}{1+t}dt=\ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$.

ب- $\mathrm{A}=\int_{-1}^{0}|f(x)|dx=\left[x-\frac{1}{4}x^{2}\right]_{-1}^{0}-2\ln\left(\frac{e+1}{2}\right)=\frac{5}{4}-2\ln\left(\frac{e+1}{2}\right)(um)$.

II-

1) من أجل $n=0$: $U_0=1\succ 0$.

نفترض أن $U_n\succ 0$ إذن $e^{U_n}+1\succ 2$ ومنه $\frac{2}{e^{U_n+1}}\prec 1$ أي $U_{n+1}=1-\frac{2}{e^{U_n+1}}\succ 0$.

إذن : $U_n\succ 0$ $\forall n\in IN$.

2) أ- لدينا $\forall x\in IR^{+}:\ 1-\frac{2}{e^{x}+1}\le\frac{1}{2}x$. نضع $x=U_n$ ($U_n\succ 0$) فنجد $1-\frac{2}{e^{U_n}+1}\le\frac{1}{2}U_n$

أي $U_{n+1}\le\frac{1}{2}U_n$ لكل n من IN .

ب- لدينا $U_{n+1}\le\frac{1}{2}U_n \Rightarrow U_{n+1}-U_n\le-\frac{1}{2}U_n\prec 0 \Rightarrow (U_n)$ متتالية تناقصية.

3) من أجل $n=0$: $U_0=1\le\left(\frac{1}{2}\right)^{0}=1$

نفترض أن $U_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$ إذن $\frac{1}{2}U_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ ومنه $U_{n+1}\le\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ (لأن $U_{n+1}\le\frac{1}{2}U_n$).

إذن $U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من IN .

لدينا $\left(\frac{1}{2}\right)^n \geq U_n \succ 0$ و $\lim\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0 \Leftarrow$ $\lim U_n = 0$.