الثانية علوم متجريبية مدة الإنجاز: 3 ساعات المعامل : 7	الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريـــــــــــا دورة : يوليوز 2003 (الدورة الإستدراكية)	المملكة المغربية وزارة التربيةالوطنية والشباب

التمرين الأول (نقطتان ونصف)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر نعتبر المستوى (P) والفلكة (S)

المعرفين على التوالي بالمعادلتين الديكارتيتين:

$$(P): x-2y+2z-2=0$$
$$(S): x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$$

1) حدد مركز وشعاع الفلكة (S). 0.5

2) بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S). 0.5

3) حدد نقطة تماس المستوى (P) والفلكة (S). 1.5

التمرين الثاني (نقطتان ونصف)

1) احسب التكامل $I=\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{1}{x}\left|\ln(x)\right|dx$ 1

2) أ- أوجد العددين a و b بحيث يكون $\frac{2t}{1+t}=a+\frac{b}{1+t}$ لكل عدد حقيقي t يخالف 1-. 0.5

ب- احسب التكامل $J=\int_{2}^{7}\frac{1}{1+\sqrt{2+x}}dx$ (يمكن وضع $t=\sqrt{2+x}$). 1

التمرين الثالث (نقطتان ونصف)

يحتوي كيس على 6 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس، وتحمل الأعداد :

2- و 1- و 0 و 1 و 1 و 2.

نعتبر الاختبار التالي: نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس.

1) نعتبر، بعد القيام بهذا الاختبار، الحدثين التاليين:

A: " من بين الكرات المسحوبة، توجد كرة على الأقل تحمل العدد 1 ".

S: " مجموع الأعداد المكتوبة على الكرات المسحوبة منعدم".

a) احسب احتمال الحدث A. 0.5

b) بين أن احتمال الحدث S يساوي $\frac{1}{5}$. 1

2) نكرر الاختبار السابق أربع مرات (نعيد في كل مرة الكرات المسحوبة إلى الكيس). 1

ما هو احتمال الحصول على الحدث S ثلاث مرات بالضبط؟

التمرين الرابع (3 نقط ونصف)	
1) أ- اكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $(4+i)^2$.	0.5
ب- حل في مجموعة الأعداد العقدية، المعادلة $z^2+(2-3i)z-5(1+i)=0$.	1
2) نعتبر في المستوى العقدي النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي $a=1+2i$ و $b=-3+i$ و $c=6i$.	
أ- اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $\dfrac{c-a}{b-a}$	1
ب- استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية.	1
مســـــــألــــــة (9 نقط)	
الجـــــــزء الأول	
نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي: $f(x)=x-2\sqrt{x}+2$	
1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0.5
2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة 0.	0.5
3) بين أن الدالة f تناقصية على المجال $[0,1]$ وتزايدية على المجال $[1,+\infty[$.	1
الجـــــــزء الثاني	
نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.	
1) بين بالتراجع أن $1\le u_n\le 2$ لكل n من $\mathbb{N}$.	1
2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.	0.5
3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.	1
الجـــــــزء الثالث	
نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي:	
$g(x)=\ln\left(x-2\sqrt{x}+2\right)$ ($\ln$ هي دالة اللوغاريتم النبيري).	
وليكن (C) هو المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ممنظم.	
1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C).	0.5 0.5
2) ادرس تغيرات الدالة g (نقبل أن $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\dfrac{g(x)-g(0)}{x}=-\infty$).	1
3) أنشئ المنحنى (C) .	1
4) لتكن h تقابل من المجال $[1,+\infty[$	
أ- بين أن h تقابل من المجال $[1,+\infty[$ نحو مجال J يجب تحديده.	0.5
ب- حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J.	1

الدورة الإستدراكية2003

التمرين الأول :

1) $(S): (x-1)^2+y^2+(z+1)^2-1=0 \Leftarrow$ $\Omega(1,0,-1)$مركز الفلكة و $r=1$ شعاعها.

2) $=1=r$ $d(\Omega,(P))=\frac{|1-2-2|}{\sqrt{1+4+4}}$ $\Leftarrow (P)$ مماس للفلكة (S) .

3) $H(a,b,c)$ نقطة تماس (P) و (S) $\Leftarrow H$ هي تقاطع(Δ) العمودي على(P) المار من Ω مع المستوى(P)

إذن $\vec{n}(1,-2,2)$ المنظمية على (P)موجهة ل(Δ) ، ومنه : $\exists t\in IR / \begin{cases} a=1+t \\ b=-2t \\ c=-1+2t \\ a-2b+2c-2=0 \end{cases}$.

إذن $1+t-2(-2t)+2(-1+2t)-2=0 \Rightarrow t=\frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{H\left(\frac{4}{3},-\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)}$

التمرين الثاني :

1)

x	$\frac{1}{e}$	1	e
$\ln(x)$	$-$	0	$+$

$\Rightarrow I=-\int_{\frac{1}{e}}^{1}\frac{1}{x}\ln(x)dx+\int_{1}^{e}\frac{1}{x}\ln(x)dx$

و $\frac{1}{x}\ln(x)=\ln'(x)\ln(x) \Rightarrow I=\left[-\frac{1}{2}\ln^2(x)\right]_{\frac{1}{e}}^{1}+\left[\frac{1}{2}\ln^2(x)\right]_{1}^{e}$ إذن $\boxed{I=1}$.

2) أ- $\frac{at+a+b}{1+t}=a+\frac{b}{1+t}=\frac{2t}{1+t} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a+b=0 \end{cases} \Rightarrow a=2$ و $b=-2$.

ب- $t=\sqrt{2+x} \Rightarrow x=t^2-2$ و $dx=2t\,dt \Rightarrow J=\int_2^3\frac{2t}{1+t}\,dt$.

باستعمال أ- : $J=\int_2^3 2-\frac{2}{1+t}\,dt=2[t-\ln|1+t|]_2^3=2+2\ln\left(\frac{3}{4}\right)$.

التمرين الثالث :

1) أ- الحدث $\overline{A}$ هو :"سحب 3كرات لا تحمل الرقم1" $\Rightarrow p(\overline{A})=\frac{C_4^3}{C_6^3}=\frac{1}{5} \Rightarrow p(A)=\frac{4}{5}$

ب- الحدث S هو :"كرتان تحملان الرقم1وكرة تحمل الرقم2- **أو** كرة تحمل الرقم 1 و كرة تحمل الرقم-1 و كرة تحمل الرقم 0 **أو** كرة تحمل الرقم2 و كرة تحمل الرقم 2- و كرة تحمل الرقم 0 " إذن :

$$\boxed{p(S)=\frac{C_2^2C_1^1+C_1^1C_1^1C_1^1+C_2^1C_1^1C_1^1}{C_6^3}=\frac{1}{5}}$$

2) نسمي p احتمال تحقق S ثلاث مرات بالضبط ، إذن $p = C_4^3\left(\frac{1}{5}\right)^3\left(1-\frac{1}{5}\right) = \frac{16}{625}$.

التمرين الرابع :

1) أ- لدينا $(4+i)^2 = 15+8i$.

ب- $\Delta = (2-3i)^2 + 20(1+i) = 15+8i \Leftarrow d = \pm(4+i)$ (الجذرين المربعين ل Δ)

إذن $z' = \frac{-2+3i-4-i}{2} = -3+i$ و $z'' = \frac{-2+3i+4+i}{2} = 1+2i$.

2) أ- لدينا $\frac{c-a}{b-a} = \frac{-1+4i}{-4-i} = \frac{(-1+4i)(-4+i)}{17} = -i \Leftarrow \frac{c-a}{b-a} = \left[1,-\frac{\pi}{2}\right]$.

ب- $\left|\frac{c-a}{b-a}\right| = 1 = \frac{AC}{AB} \Leftarrow ABC$ متساوي الساقين رأسه A .

$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = \arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}\,[2\pi] \Leftarrow ABC$ قائم الزاوية في A .

مسألة :

الجزء الأول :

1) لكل x من $]0,+\infty[$ لدينا $f(x) = x\left(1-\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{2}{x}\right)$ إذن $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

2) لكل x من $]0,+\infty[$ لدينا $\frac{f(x)-f(0)}{x} = \frac{x-2\sqrt{x}}{x} = 1-\frac{2}{\sqrt{x}} \Leftarrow \lim_{x\to0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x} = -\infty$

إذن ، f غير قابلة للاشتقاق في 0^+ .

3) لكل x من $]0,+\infty[$ لدينا : $f'(x) = 1-\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ إذن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $\sqrt{x}-1$.

جدول التغيرات :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↘	1	↗	$+\infty$

الجزء الثاني:

1) من أجل $n=0$: $1 \le U_0 = 2 \le 2$. العلاقة محققة

نفترض أن $1 \le U_n \le 2$. بما أن f تزايدية على المجال $[1,2]$ فإن $f(1) \le f(U_n) \le f(2)$

إذن $1 \le U_{n+1} \le 4-2\sqrt{2}$ و منه $1 \le U_{n+1} \le 2$ ($4-2\sqrt{2} \le 2$)

و بالتالي : $1 \le U_n \le 2$ لكل n من IN .

2) نبين بالترجع أن : $U_{n+1} \leq U_n$ لكل n من IN .

من أجل $n=0$: $U_0 = 2$ و $U_1 = 4-2\sqrt{2}$ إذن $U_1 \leq U_0$

نفترض أن $U_{n+1} \leq U_n$ بما أن f تزايدية على المجال $[1,2]$ فإن $f(U_n) \leq f(U_{n+1}) \Leftarrow U_{n+2} \leq U_{n+1}$

و بالتالي : $U_{n+1} \leq U_n$ لكل n من IN ، أي أن المتتالية (U_n) تناقصية .

3) المتتالية (U_n) تناقصية و مصغورة بالعدد 1 فهي إذن متقاربة .

- نضع $I=[1,2]$. لدينا f متصلة على I و $f(I)=[1,4-2\sqrt{2}] \subset I$ و (U_n) متقاربة ،
إذن نهايتها l تحقق $f(l)=l$ وهذا يعني أن $l-2\sqrt{l}+2=l$ أي $\boxed{l=1}$.

الجزء الثالث :

1) أ- $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \Leftarrow \lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.

ب- $\lim_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x-2\sqrt{x}+2)}{x-2\sqrt{x}+2} \cdot \frac{x-2\sqrt{x}+2}{x} = 0$

لأن : $\lim_{x\to+\infty} \frac{x-2\sqrt{x}+2}{x} = 1$ و $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x-2\sqrt{x}+2)}{x-2\sqrt{x}+2} = 0$.

(C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$.

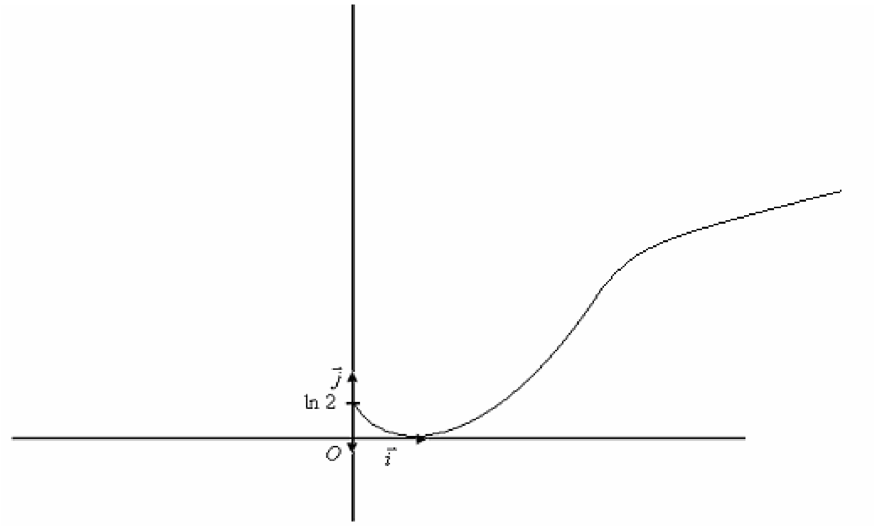
2) لدينا $\forall x \in [0,+\infty[\quad , g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$.

إذن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $f'(x)$ ($f(x)>0$ لكل x من IR^+).

و منه جدول إشارة $g'(x)$ هو :

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	|	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$\ln 2$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3) المنحنى:



4) أ- h متصلة وتزايدية قطعا على المجال $[1,+\infty[$ ، فهي تقابل من $[1,+\infty[$ نحو $[0,+\infty[$ $h([1,+\infty[)=[0,+\infty[$.

ب- - لدينا : $y=h^{-1}(x) \Leftrightarrow x=h(y)$ $\quad \forall x\in[0,+\infty[, \forall y\in[1,+\infty[$

إذن :

$$e^x = y-2\sqrt{y}+2 \Leftrightarrow x=\ln\left(y-2\sqrt{y}+2\right)$$

$$e^x-1=\left(\sqrt{y}-1\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{e^x-1}+1=\sqrt{y} \Leftrightarrow \left(\sqrt{y}-1\geq 0\right) \text{ و } e^x-1\geq 0$$

$$\left(1+\sqrt{e^x-1}\right)^2=y \Leftrightarrow$$

و منه : $\boxed{h^{-1}(x)=\left(1+\sqrt{e^x+1}\right)^2 \text{ لكل } x \text{ من } [0,+\infty[}$