التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(-1,1,0)$ و $B(1,0,1)$ و $\Omega(1,1,-1)$ و الفلكة $(\mathcal{S})$ التي مركزها Ω و شعاعها 3 .

1,00 ن | 1 أ | بين أن : $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ و تحقق من أن $x+y-z=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) .

1,00 ن | 1 ب | تحقق من أن : $d(\Omega,(OAB))=\sqrt{3}$ ثم بين أن المستوى (OAB) يقطع الفلكة $(\mathcal{S})$ وفق دائرة (Γ) شعاعها $\sqrt{6}$

2 | ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (OAB) .

0,50 ن | 2 أ | بين أن : $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-1-t \end{cases}$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

0,50 ن | 2 ب | حدد مثلوث إحداثيات مركز الدائرة (Γ) .

التمرين الثاني : (3 ن)

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث :
$a=7+2i$ و $b=4+8i$ و $c=-2+5i$.

0,75 ن | 1 أ | تحقق من أن : $(1+i)(-3+6i)=-9+3i$ و بين أن : $\dfrac{c-a}{b-a}=1+i$

1,00 ن | 1 ب | استنتج أن : $AC=AB\cdot\sqrt{2}$ واعط قياسا للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$.

2 | ليكن $\mathcal{R}$ الدوران الذي مركزه B و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$.

0,75 ن | 2 أ | بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران $\mathcal{R}$ هو : $d=10+11i$.

0,50 ن | 2 ب | أحسب $\dfrac{d-c}{b-c}$ و استنتج أن النقط B و C و D مستقيمية .

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات :
خمس منها حمراء و ثلاث كرات خضراء و كرتان بيضاوين (لا يمكن التمييز بينها باللمس)
نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق .
نعتبر الحدثين A و B المعرفين بما يلي :
A : " الحصول على كرتان حمراوين و كرتين خضراوين "
B : " لا توجد أية كرة بيضاء من بين الكرات الأربع المسحوبة "

1,50 ن | 1 | بين أن : $p(A)=\dfrac{1}{7}$ و $p(B)=\dfrac{1}{3}$

2 | ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة .

0,25 ن | 2 أ | تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي : 0 و 1 و 2 .

1,25 ن | 2 ب | بين أن : $p[X=1]=\frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الرابع : (3 ن)

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1}=\frac{25}{10-u_n} \ ; \ (\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \\ u_1=0 \end{cases}$$

1,00 ن | 1 | تحقق من أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \ ; \ 5-u_{n+1}=\frac{5(5-u_n)}{5+(5-u_n)}$

و بين بالترجع أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \ ; \ 5-u_n>0$.

2 | نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \ ; \ v_n=\frac{5}{5-u_n}$

0,75 ن | 2 أ | بين أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \ ; \ v_{n+1}=\frac{10-u_n}{5-u_n}$

ثم تحقق من أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \ ; \ v_{n+1}-v_n=1$

1,00 ن | 2 ب | بين أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \ ; \ v_n=n$ و استنتج أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \ ; \ u_n=5-\frac{5}{n}$

0,25 ن | 2 ج | حدد : $\lim_{n\infty} u_n$

التمرين الخامس : (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $\boxed{f(x)=(x-2)^2e^x}$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. (الوحدة $1\ cm$)

0,75 ن | 1 | بين أن : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و أن : $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$

ثم استنتج أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل بجوار $+\infty$ فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه .

0,25 ن | 2 أ | تحقق من أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R}) \ ; \ f(x)=x^2e^x-4xe^x+4e^x$

0,50 ن | 2 ب | بين أن : $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ ثم أوّل النتيجة هندسيا (نذكر أن : $\lim_{x\to-\infty} x^ne^x=0$)

0,75 ن | 3 أ | بين أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R}) \ ; \ f'(x)=x(x-1)e^x$

1,00 ن | 3 ب | بين أن f تزايدية على كل من $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$ و أن f تناقصية على $[0;2]$.

ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

1,00 ن | 4 أ | بين أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R}) \ ; \ f''(x)=(x^2-2)e^x$ ثم استنتج أن للمنحنى $(\mathscr{C})$ نقطتي انعطاف تحديد أرتوبيهما غير مطلوب .

1,00 ن | 4 ب | أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

0,50 ن | 5 أ | بين أن $H:x\longmapsto(x-1)e^x$ دالة أصلية للدالة $h:x\longmapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$

ثم احسب $\int_0^1 xe^x\,dx$

0,75 ن | 5 ب | باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 x^2e^x\,dx=e-2$

0,50 ن | 5 ج | بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$ هي : $5(e-2)\ cm^2$.

0,50 ن | 6 | استعمل المنحنى $(\mathscr{C})$ لإعطاء حلول المعادلة $x^2=e^{-x}+4x-4$ مع $(x\epsilon\mathbb{R})$.