الإمتحـــــان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريـــــــا
الدورة الإستدراكيـــة 2013

مـــادة الريـــــــاضيات
العلوم التجـــريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجـــية بمسلكيها
مدة الانجـاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(0,0,1)$ و $B(1,1,1)$ و $C(2,1,2)$ و الفلكة $(\mathcal{S})$ التي مركزها $\Omega(1,-1,0)$ و شعاعها $R=\sqrt{3}$

1,00 ن | 1 | بين أن : $x^2+y^2+z^2-2x+2y-1=0$ معادلة ديكارتية للفلكة $(\mathcal{S})$ ثم تحقق أن $A\,\epsilon\,(\mathcal{S})$.

0,75 ن | 2 أ | بين أن : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ ثم استنتج أن : $x-y-z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

0,50 ن | 2 ب | بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة $(\mathcal{S})$ في نقطة يتم تحديدها .

ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC) .

0,50 ن | 3 أ | بين أن : $(t\epsilon\mathbb{R})$; $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=-t \end{cases}$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

0,25 ن | 3 ب | استنتج مثلوث احداثيتي نقطتي تقاطع (Δ) مع $(\mathcal{S})$.

التمرين الثاني : (3 ن)

1,00 ن | 1 | حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+25=0$

2 | نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي a و b و c بحيث : $a=4+3i$ و $b=4-3i$ و $c=10+3i$.

0,75 ن | 2 أ | بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالإزاحة T ذات المتجهة $\overrightarrow{BC}$ هو $d=10+9$.

0,50 ن | 2 ب | تحقق من أن : $\dfrac{b-a}{d-a}=\dfrac{-1}{2}(1+i)$

0,75 ن | 2 ج | استنتج أن : $\left(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AB}\right)\equiv\dfrac{5\pi}{4}\ [2\pi]$

التمرين الثالث : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1}=\dfrac{1}{5}u_n+\dfrac{4}{5}\ ;\ (\forall n\epsilon\mathbb{N}) \\ u_0=2 \end{cases}$$

0,50 ن | 1 | تحقق من أن : $u_{n+1}-1=\frac{1}{5}(u_n-1)$; $(\forall n\epsilon\mathbb{N})$

0,50 ن | 2 أ | بين بالترجع أن : $u_n>1$; $(\forall n\epsilon\mathbb{N})$

0,50 ن | 2 ب | بين أن $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ متتالية تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة .

| 3 | لتكن $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المتتالية العددية بحيث : $v_n = u_n - 1$; $(\forall n\epsilon\mathbb{N})$

0,75 ن | 3 أ | بين أن $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ متتالية هندسية ثم أكتب v_n بدلالة n

0,75 ن | 3 ب | بين أن : $\lim_{n\infty} u_n = 1$

التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي كيس على تسع بيدقات : ثلاث بيدقات سوداء و أربع بيدقات بيضاء و بيدقتين خضراوين (لا يمكن التمييز بينها باللمس) . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث بيدقات من هذا الكيس .

1,00 ن | 1 | أحسب احتمالي الحدثين A و B المعرفين كما يلي :

A " سحب ثلاث بيدقات من نفس اللون "

B " سحب ثلاث بيدقات مختلفة مثنى مثنى "

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد البيدقات السوداء المسحوبة .

0,50 ن | 2 أ | حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

1,00 ن | 2 ب | أحسب $p[X = 1]$ و $p[X = 2]$.

0,50 ن | 2 ج | حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الخامس : (8 ن)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $\boxed{g(x) = x^2 - x - \ln x}$

0,25 ن | I 1 | تحقق أن : $(2x + 1)(x - 1) = 2x^2 - x - 1$

0,50 ن | I 2 | أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0; +\infty[$.

0,50 ن | I 3 | أدرس تغيرات الدالة g على المجال $]0; +\infty[$. و استنتج أن : $g(x) \geq 0$; $\forall\ x\ \epsilon\ ]0, +\infty[$

| II | نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $\boxed{f(x) = x^2 - 1 - (\ln x)^2}$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (الوحدة : $1\ cm$)

0,75 ن | II 1 أ | أحسب النهاية : $\lim_{x\to0^+} f(x)$ ثم أوّل النتيجة مبيانيا .

1,00 ن | II 1 ب | بين أن $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$.

0,75 ن | II 2 أ | أحسب $f'(x)$ لكل x من $]0; +\infty[$. ثم بين أن : $f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{g(x)}{x} + 1\right)$

0,50 ن | II 2 ب | استنتج منحى تغيرات الدالة f على $]0; +\infty[$.

0,50 ن | II 3 أ | حدد معادلة المماس (Δ) للمنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة $A(1,0)$.

1,00 ن | II 3 ب | أنشئ $(\mathscr{C})$ و (Δ) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0,50 ن | II 4 أ | بين أن الدالة $x \longmapsto x(\ln x - 1)$ دالة أصلية للدالة $x \longmapsto \ln x$ على المجال $]0; +\infty[$

ثم أحسب التكامل التالي : $\int_1^e \ln x\,dx$

1,00 ن | II 4 ب | باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2\,dx = e - 2$

0,25 ن | II 4 ج | أحسب بالوحدة cm^2 مساحة الحيز من المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي : $x = 1$ و $x = e$.